

**UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
ESCUELA DE GRADUADOS
CONCEPCION-CHILE**



**ANALISIS DE ERROR A-PRIORI Y A-POSTERIORI DE ALGUNOS
METODOS DE ELEMENTOS FINITOS MIXTOS ESTABILIZADOS**

*Tesis para optar al grado de Doctor
en Ciencias Aplicadas con mención en Ingeniería Matemática*

Tomás Patricio Barrios Faúndez

**FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA**

2006

Resumen

En esta tesis desarrollamos el análisis de error a-priori y a-posteriori de algunos métodos de elementos finitos mixtos estabilizados. Para tal efecto consideramos los siguientes problemas modelos:

- Un problema de Poisson con condiciones de contorno mixtas.
- Un problema de Poisson con condiciones de tipo Neumann.
- Un problema de elasticidad lineal con condiciones de tipo Dirichlet.

Para el primer problema presentamos una nueva formulación mixta aumentada con multiplicador de Lagrange que nos permite analizar su resolución numérica. Específicamente, el esquema aumentado se deduce introduciendo términos residuales de mínimos cuadrados provenientes de la ecuaciones constitutiva y de equilibrio. Utilizamos la teoría clásica de Babuška-Brezzi para demostrar que la formulación mixta dual resultante y su esquema de Galerkin correspondiente son problemas bien planteados, y proporcionamos las razones de convergencia optimales. Luego, desarrollamos el análisis de error a-posteriori de dos estimadores diferentes, uno de tipo residual, que resulta ser confiable y eficiente, y otro estimador basado en la proyección de Ritz del error, que resulta ser confiable y cuasi-eficiente. Finalmente, incluimos resultados numéricos que avalan la eficiencia de ambos esquemas adaptivos.

Para el segundo problema presentamos el análisis de error a-priori y a-posteriori de un nuevo esquema estabilizado, el cual introduce la traza de la solución en la frontera como un multiplicador de Lagrange. Esto nos sugiere enriquecer la formulación con un término residual medido en la norma del espacio de Sobolev de orden $1/2$. Utilizamos bases de ondelettes para construir una forma bilineal, equivalente al producto escalar respectivo, que

permite controlar este término estabilizador. Probamos que tanto la formulación variacional como el esquema de Galerkin asociado son problemas bien propuestos, y deducimos las razones de convergencia optimales correspondientes. Además, presentamos el análisis de un estimador de error a-posteriori que resulta ser confiable y cuasi-eficiente.

Finalmente, para el problema de elasticidad consideramos una nueva formulación aumentada que se origina al incluir términos de mínimos cuadrados provenientes de las ecuaciones constitutiva y de equilibrio, y de la relación que define la rotación en términos de los desplazamientos. Para esta formulación desarrollamos un estimador de error de tipo residual confiable y eficiente. Presentamos resultados numéricos que confirman las propiedades teóricas del estimador y la versatilidad del esquema adaptivo.

