



Universidad de Concepción
Dirección de Postgrado
Facultad de Ciencias Forestales – Programa de Magister

Modelamiento de verticilos entre última poda y la altura de copa viva, en plantaciones de *Pinus radiata* con manejo intensivo en Chile



CÉSAR ANTONIO FARÍAS DAZA

Profesor guía: Eduardo Acuña Carmona
Departamento de Manejo de Bosques y Medio Ambiente
Facultad de Ciencias Forestales
Universidad de Concepción

CONCEPCIÓN – CHILE
2019

Modelamiento de verticilos entre última poda y la altura de copa viva, en plantaciones de *Pinus radiata* con manejo intensivo en Chile

Comisión Evaluadora:

Eduardo Acuña Carmona (Profesor guía)
Ingeniero Forestal, Dr.

Rosa Alzamora Mallea (Comisión evaluadora)
Ingeniera Forestal, Dra.



Guillermo Trincado (Comisión evaluadora)
Ingeniero Forestal, Dr.

Director de Postgrado
Darcy Ríos Leal
Prof. Biología y Química, Dra.

Decano Facultad de Ciencias Forestales
Jorge Cancino Cancino
Ingeniero Forestal, Dr.



A María Paz, Antonia y Florencia,

Por ser las personas que le dan sentido a mi vida.

A Pedro Real,

Por ser mi profesor, maestro y amigo, espero haber estado a la altura del trabajo que iniciamos
juntos.

Agradecimientos

A Forestal Mininco SpA por su patrocinio y todas las facilidades que me dieron para poder desarrollar este programa de magister.

A Julio Becker, por apoyarme en todo desde que le propuse la idea y por estos años de paciencia.

Al profesor Eduardo Acuña por su dedicación, ayuda, y por estar disponible siempre. Gracias por su motivación, amistad y franqueza.

Al profesor Sergio Rifo por su apoyo y disposición a resolver los problemas técnicos en los que estuve.



ÍNDICE

| | |
|--|----|
| RESUMEN | 1 |
| ABSTRACT | 2 |
| INTRODUCCIÓN | 3 |
| HIPÓTESIS | 7 |
| OBJETIVO GENERAL | 7 |
| OBJETIVO ESPECÍFICO..... | 7 |
| MATERIALES Y MÉTODOS..... | 8 |
| <i>Área de estudio</i> | 8 |
| <i>Análisis de datos</i> | 11 |
| <i>Evaluación de las funciones</i> | 13 |
| RESULTADOS Y DISCUSIÓN | 15 |
| CONCLUSIONES..... | 21 |
| BIBLIOGRAFÍA | 22 |



ÍNDICE DE TABLAS

| | |
|--|----|
| Tabla 1. Caracterización dasométrica de la base de dato empleada. | 10 |
| Tabla 2. Tipo de Poda (TP) según rango de altura de poda..... | 11 |
| Tabla 3. Rangos de Índice de Sitio (IS)..... | 11 |
| Tabla 4. Estadísticos de bondad de ajuste para las pruebas Kolmogorov-Smirnov (KS), Cramer-von Mises (CvM) y Anderson-Darling (AD). | 13 |
| Tabla 5. Estadísticos de los criterios de bondad de ajuste Criterio de Información de Akaike (AIC) y el Criterio de Información Bayesiano (BIC)..... | 13 |
| Tabla 6. Resumen de datos totales y depurados eliminando outliers. | 15 |
| Tabla 7. Resumen de los ajustes de parámetros para las funciones Weibull, Gamma y Lognormal y sus estimadores de bondad de ajuste. | 17 |
| Tabla 8. Resumen de los criterios de bondad de ajuste..... | 19 |



ÍNDICE DE FIGURAS

| | |
|---|----|
| Figura 1. Distribución del patrimonio de Forestal Mininco y de los rodales considerados en el estudio..... | 8 |
| Figura 2. Gráfica propuesta por Cullen y Frey (1999), curtosis versus asimetría..... | 12 |
| Figura 3. Gráfica de curtosis versus asimetría, a) Análisis MG, b) TP1, c) TP2, d) TP3, e) TP4, f) IS 25-28, g) IS 29-32, h) IS 32-36 e, i) IS >36. | 17 |
| Figura 4. Gráfica de histogramas de distribución teórica, cuantiles empíricos y distribución ajustada, a) Análisis MG, b) TP1, c) TP2, d) TP3, e) TP4, f) IS 25-28, g) IS 29-32, h) IS 32-36 e, i) IS >36. | 19 |



RESUMEN

Las actuales plantaciones de *Pinus radiata* en Chile se han establecido con algún grado de mejoramiento genético, que han buscado generar una nueva población árboles compuesta por individuos que tengan mayor volumen, características de forma más cilíndrica y ramas más delgadas. Desde mediado de la década de los noventas todas las plantaciones en Chile han tenido en mayor o menor medida técnicas más intensivas de establecimiento, en muchos casos muy parecido a un cultivo agrícolas. Las plantas se propagan según sitio-específico, las plantaciones tienen preparación de suelo, se les ha aplicado fertilización y/o control de malezas, el manejo de plagas hoy es masivo y, además, con distintas intensidades se les ha aplicado podas y raleo. Esta nueva silvicultura, se ha focalizado en maximizar la productividad de los sitios. Hoy existen rodales que pueden llegar a tener hasta 3 raleos y hasta 4 podas, a ellos se les conoce como rodales con Manejo Intensivo. La forma de evaluar el impacto que tiene en el rodal las podas y raleos del Manejo Intensivo, requiere dejar pasar mucho tiempo, en algunos casos sólo se podría saber si las faenas se hicieron correctamente al momento de la cosecha. Para ganar tiempo y poder tomar decisiones antes, es que se han desarrollado los Modelos de Simulación. Estos permiten proyectar el crecimiento del rodal bajo distintos escenarios de manejo (podas y raleos). Por lo tanto, afinar cada uno de los modelos matemáticos que permiten tener simulaciones confiables, es un objetivo crítico y permanente. El objetivo de esta investigación fue ajustar una función de probabilidad que permitiese estimar la probabilidad de ocurrencia de la longitud entre las últimas ramas podadas y el siguiente verticilo vivo que queda en el árbol, definida como Largo de Verticilo (*LVert*). Para eso se usó una metodología que permite discriminar entre distintas funciones de probabilidad. Se usaron datos de inventarios operacionales medidos por Forestal Mininco entre los 35 a 39° de latitud sur, entre los 4 y 13 años que representan 37.358 ha y que equivalen a 96.007 datos de *LVert*, concluyendo que la función que mejor representa a *LVert* según su distribución gráfica, como por las medidas de bondad de ajuste es la función Lognormal. Conocer la distribución de *LVert* permitirá mejorar el algoritmo de poda que contiene el Modelo Nacional de Simulación (MNS), al lograr eso se generan simulaciones más robustas y confiables. Objetivo que es sensible, ya que son estas las plantaciones en donde se espera que produzcan la mayor cantidad de madera de alto valor, sin nudo o madera *clear*.

ABSTRACT

The current plantations of *Pinus radiata* in Chile have been established with some degree of genetic improvement, which have sought to generate a new population of trees composed of individuals with greater volume, more cylindrical characteristics and thinner branches. Since the middle of the nineties all plantations in Chile have had more or less intensive technical establishment, in many cases very similar to an agricultural crop. Plants are propagated according to site-specific, plantations have soil preparation, fertilization and / or weed control have been applied, pest management is now massive and, with different intensities, pruning and thinning have been applied. This new forestry, has focused on maximizing the productivity of the sites. Today there are stands that can have up to 3 thinnings and up to 4 prunings, they are known as stands with Intensive Management. The way to evaluate the impact that the pruning and thinning of Intensive Management has on the stand, requires a lot of time to be spent, in some cases it could only be known if the tasks were done correctly at the time of harvest. To gain time and be able to make decisions before, it is that the Simulation Models have been developed. These allow to project the growth of the stand under different management scenarios (pruning and thinning). Therefore, refining each of the mathematical models that allow having reliable simulations is a critical and permanent objective. The objective of this investigation was to adjust a probability function that would allow estimating the probability of occurrence of the length between the last pruned branches and the next living whorl remaining in the tree, defined as Verticil Length (*LVert*). For that, a methodology was used to discriminate between different probability functions. Data from operational inventories measured by Forestal Mininco between 35 to 39 ° south latitude, between 4 and 13 years representing 37,358 ha and equivalent to 96,007 *LVert* data were used, concluding that the function that best represents *LVert* according to its Graphic distribution, as per measures of goodness of fit is the Lognormal function. Knowing the distribution of *LVert* will allow us to improve the pruning algorithm that contains the National Simulation Model (MNS), by achieving this we generate more robust and reliable simulations. Objective that is sensitive, since these are the plantations where they are expected to produce the highest amount of high value wood, without knot or clear wood.

INTRODUCCIÓN

En Chile, las plantaciones de *Pinus radiata* D. Don que se establecieron desde mediados de los noventa hasta la actualidad, han sido instaladas con criterios silviculturales de alta intensidad. Los árboles establecidos tienen algún grado de mejoramiento genético, la propagación de plantas ha sido realizada sitio-específica (cutting, field cutting, clonal), se les practica preparación de suelo (subsolado, plata banda, casillas mecanizadas y manual), tienen algún grado de fertilización y control de malezas y se les ha realizado manejo, es decir, gran parte de las plantaciones han tenido podas y raleos (Meneses y Guzmán (2000b)). Ambas faenas podas y raleos, definen lo que se conoce como manejo intensivo y tienen como objetivo generar madera libre de nudo o madera clear, lo cual el mercado reconoce y paga a un mayor valor (Meneses y Guzmán 2000a).

En las plantaciones con manejo intensivo, los raleos buscan disminuir la competencia de los árboles dentro de un rodal, extrayendo los individuos de menor crecimiento y con algún tipo de defecto (curvaturas, doble ápice, etc.), para dejar aquellos individuos dominantes y de mayor crecimiento en diámetro y altura. Esta actividad se realiza en una o más intervenciones, hasta alrededor de los 10 años. Comienza con el establecimiento de la plantación con alrededor de 1.500 árboles ha⁻¹, quedando en 300-500 árboles ha⁻¹, en torno a los 24 años al momento de la corta. Esta liberación de espacio dentro del rodal genera mayor cantidad de recursos disponibles para cada árbol (luz, agua, nutrientes) y se traduce en un fuerte incremento en el diámetro (Ferrere *et al.* 2015; Gerding 1991; Meneses y Guzmán 2000b).

Por otra parte, las podas buscan eliminar las ramas inferiores del árbol progresivamente hasta una cierta altura, por lo general no más allá de los 6 m. Estas ramas son las que menos aportan al crecimiento y a la actividad fotosintética (Dănescu *et al.* (2015)). Con lo cual se genera un diámetro que mantiene las cicatrices u oclusiones que deja la corta de las ramas, conocido como Diámetro Con Defecto (DCD) (Meneses y Guzmán (2000a)).

Las podas se deben ejecutar a edades tempranas, por lo habitual ocurren entre los 4 y 8 años, con el objetivo que los árboles tengan el menor DCD posible. Como la corta de ramas genera

una disminución del crecimiento de los individuos, la intensidad de la poda no puede superar el 50% de la copa viva (Ferrere *et al.* 2015; Gerding 1991; Meneses y Guzmán 2000b).

Un aspecto crítico en el manejo intensivo, es que la altura de poda a la edad de cosecha quede muy justa a los 5.30 m, que es el largo de troza clear. Esto se puede producir por dos situaciones, a) la altura de poda real quede muy ajustada a los 5.30 m, o, b) la creciente mecanización de la cosecha forestal está dejando la altura de tocón más altas (entorno a los 20-25 cm). Lo esperable es que la primera troza podada o clear quedase de 5.30 m, ya descontados la altura de tocón. Cualquiera de estas situaciones produce una presión en ambos extremos de la primera troza podada, manifestándose en la degradación de esta a una troza clear B (Troza 5.30 m de largo, 50% podada y 50% nudosa). Esta degradación a clear B tiene un valor de hasta 10 US\$ menos por m⁻³, para las mismas clases diamétricas.

Así entonces, conocer el largo que tienen los internudos entre la altura de poda y el siguiente verticilo vivo, puede ayudar a tomar decisiones que tienen impacto en las operaciones, ya que si sabe a qué distancia viene el siguiente verticilo, se podrá ejecutar una adecuada faena de poda, sin pagar por una sobre poda y alcanzando la troza clear deseada.

Las plantaciones de *P. radiata* aparte de su rápido crecimiento y gran adaptación a distintos sitios, se caracterizan por generar anillos anuales bien definidos. Esto genera hábitos de ramificación diferentes y que permite clasificar a los individuos en uninodales (cuando desarrollan un verticilo por temporada de crecimiento) y multimodales (cuando desarrollan varios verticilos por temporada de crecimiento) (Kusch 2011; Lineros 2006; Toledo 2007). En algunos casos no se observan verticilos definidos, sino más bien las ramas crecen sin una distribución aparente (Kusch (2011). Según Carson y Inglis (1988), *P. radiata* es una especie clasificada como intermedia en esta forma de crecimiento, con tendencia a ser multimodal.

Grace y Carson (1993) define el largo de internudos como la distancia vertical entre la parte superior de un verticilo y la parte inferior del verticilo inmediatamente superior. Mientras que Constabel (1994) señala que el largo de internudos es el espacio limpio entre cada verticilo. (Bannister (1962) señala que los internudos se presentan de forma irregular en cuanto a su

distribución y longitud, ya sea para un individuo o a nivel de rodal. De acuerdo con este mismo autor, la cantidad de internudos que presenta regularmente *P. radiata* fluctúa entre uno a seis. Grace y Carson (1993) identificaron en plantaciones de *P. radiata* en Nueva Zelanda que entre los 4 y 6 metros del fuste se encuentran los máximos largos de internudos, y que el largo de los internudos disminuye mientras se aumenta en altura, hasta alrededor de los 17 metros.

De acuerdo con Carson y Inglis (1988) la genética controla fuertemente el hábito de ramificación en *P. radiata*. Por su parte, Grace y Carson (1993) determinaron que además de la genética otros factores inciden sobre el hábito de ramificación como la cantidad de precipitación anual, la latitud, la fertilidad del suelo y, el crecimiento en altura. Estos autores determinaron que la latitud y la precipitación son las variables que más se correlacionan con el largo máximo de internudos a nivel de rodal, concluyendo que el largo de internudos se hace mayor con la disminución en latitud y menor cuando el sitio tiene fertilidad limitada. Con estas relaciones de variables climáticas, calidad de sitio y ubicación geográfica se pueden identificar los sitios de mejor calidad para producir individuos con internudos largos.

Gallardo (2003) apreció que el factor genético condiciona a que *P. radiata* y que tiende a ser multinodal en etapas tempranas y de madurez, mientras que tiene una tendencia a ser uninodal entre los 4 a 8 años. De esta manera, la edad del individuo toma importancia al momento de analizar el largo de los internudos.

En el caso de la fertilidad de suelo, Constabel (1994) determinó que el nitrógeno disponible influía en gran medida en el largo de internudos. Sin embargo, la calidad de sitio no siempre significa tener un largo de internudos mayores, debido a que, si la calidad de sitio se relaciona solamente con el crecimiento en altura, o la producción de biomasa, se puede producir un aumento en la producción de ramas por año, lo que se traduciría en una reducción del largo de internudos (Fernández *et al.* (2017).

Para estimar el largo de los internudos se han desarrollado algunos algoritmos tanto a nivel de rodal como de árbol individual para plantaciones de *P. radiata*, dentro de estos se encuentran los modelos empíricos a nivel de rodal de Grace y Carson (1993) y el de Woollons *et al.* (2002).

Esta investigación busco abordar el problema a partir del uso de las funciones de probabilidad (FDP), la que son de uso común en distintas áreas medioambientales. Poseen características estadísticas robustas, más cuando se muestra la independencia de las desviaciones (García 2008). En el área forestal una de las más usadas ha sido Weibull, por lo flexible y lo fácil de su ajuste (Bailey y Dell 1973; Cao y McCarty 2006; Poudel y Cao 2013). También se les ha empleado para describir la distribución de diámetros y predecir la altura total de los árboles a distintas edades (Cao 2004, 2012) y para comparar métodos de proyección de diámetros en plantaciones jóvenes de *Eucalyptus nitens* (Trincado *et al.* (2003).

Poder describir cómo se comportan el largo de los internudos posterior a la última poda, es importante, ya que, si se describe correctamente, se puede transformar en una variable crítica para decisiones operacionales como hasta que altura podar para obtener trozas largas clear y no tener que descalificarlas por no lograr la altura de poda requerida. De esta manera el objetivo de esta investigación es explorar si existen funciones de probabilidad (FDP) que describan el largo de los internudos en plantaciones de *P. radiata* manejadas intensivamente entre la altura máxima de poda y el siguiente verticilo vivo.



HIPÓTESIS

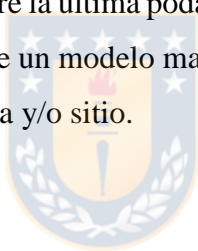
El largo de los internudos en *Pinus radiata*, con manejo intensivo, sigue un patrón que se puede modelar matemáticamente.

OBJETIVO GENERAL

Desarrollar un modelo matemático, que permita describir el largo de los internudos en plantaciones de *Pinus radiata* manejadas intensivamente entre la altura máxima de poda y el siguiente verticilo vivo.

OBJETIVO ESPECÍFICO

Estimar la longitud que se produce entre la última poda y el siguiente verticilo vivo que continúa en el fuste de *Pinus radiata* a través de un modelo matemático flexible a distintas condiciones, como edad, etapa de poda y/o sitio.



MATERIALES Y MÉTODOS

Área de estudio

Se utilizaron datos provenientes de inventarios operacionales realizados con posterioridad a la faena de poda de plantaciones de *P. radiata* de Forestal Mininco, distribuidas desde los 35° a 39° de latitud sur, registrados entre enero de 2010 a mayo de 2016. En total eran 96.007 registros de árboles que tenían la distancia entre la última poda y el siguiente verticilo vivo existente en el fuste (*LVert*). Estas plantaciones fueron sometidas a manejos intensivos teniendo al menos 2 podas y 2 raleos, con las cuales se buscó obtener un fuste libre de ramas mayor o igual a 5.30 metros (Figura 1).

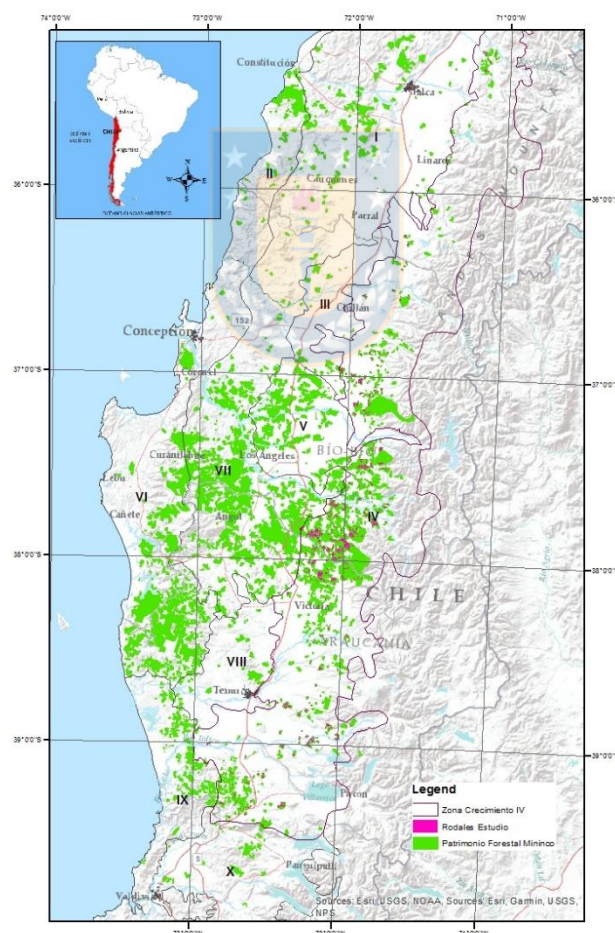


Figura 1. Distribución del patrimonio de Forestal Mininco y de los rodales considerados en el estudio.

Basados en las zonas de crecimiento del Modelo Nacional de Simulación (MNS) que corresponden a áreas geográficas de similar patrón de productividad en base al incremento de área basal, mortalidad y la altura máxima. En esta investigación se utilizaron solo datos de la Zona de Crecimiento 4 (el MNS posee 10 zonas de crecimiento). Esta zona se sitúa en la precordillera andina, la cual posee suelos trumaos que van hasta los 800 metros sobre el nivel del mar (msnm), perteneciente a las órdenes Andisoles e Histosoles. Suelos derivados de cenizas volcánicas que se caracterizan por ser profundos, con alta porosidad, alto contenido de materia orgánica, baja densidad aparente y una alta capacidad de retención de humedad. Son suelos que expresan el Índice de Sitio (IS) con mediana a alta productividad que van de 28 a 36 metros.

La pluviometría para esta zona de crecimiento va desde los 671 mm en los 35° de latitud sur a 2.139 mm en los 39° de latitud sur. Estos niveles de precipitaciones permiten que exista un crecimiento casi continuo de las plantaciones, con un período estival que va de 3 a 7 meses. Los datos de inventarios utilizados corresponden a mediciones desde parcelas de inventarios, ejecutadas en plantaciones entre los años 1996 y 2011, que representan un total de 37.358 ha, para lo cual se contó con 96.007 mediciones entre la última poda y el siguiente verticilo vivo que existe en el fuste definido como *LVert* (Tabla 1).

Tabla 1. Caracterización dasométrica de la base de dato empleada.

| Edad (año) | Tipo poda | Superficie (ha) | LVert (Nº) | Área basal (m ² ha ⁻¹) | Altura media (m) | Altura poda (m) |
|------------|-----------|-----------------|------------|---|------------------|-----------------|
| 1996 | 3 | 15.0 | 13 | 24.9 | 17.7 | 6.1 |
| | 4 | 4.9 | 3 | 31.9 | 17.4 | 6.0 |
| 2000 | 2 | 8.1 | 29 | 14.8 | 13.2 | 5.8 |
| | 3 | 171.9 | 186 | 17.5 | 13.6 | 5.8 |
| | 4 | 60.6 | 75 | 21.5 | 15.5 | 7.0 |
| 2001 | 2 | 0.3 | 10 | 8.8 | 10.1 | 4.1 |
| | 3 | 448.4 | 486 | 20.1 | 13.1 | 6.0 |
| | 4 | 738.4 | 906 | 22.1 | 15.3 | 7.7 |
| 2002 | 1 | 8.6 | 20 | 21.7 | 9.2 | 2.5 |
| | 2 | 147.0 | 420 | 15.5 | 10.2 | 4.6 |
| | 3 | 728.1 | 940 | 22.7 | 12.7 | 6.0 |
| | 4 | 841.9 | 1,193 | 26.8 | 15.0 | 7.7 |
| 2003 | 1 | 138.9 | 315 | 16.9 | 10.5 | 4.5 |
| | 2 | 494.3 | 1,508 | 17.6 | 10.7 | 4.8 |
| | 3 | 1,450.0 | 3,030 | 22.0 | 12.4 | 5.9 |
| | 4 | 1,310.9 | 2,667 | 25.1 | 15.1 | 7.9 |
| 2004 | 1 | 989.3 | 2,297 | 12.8 | 8.9 | 3.0 |
| | 2 | 2,153.4 | 5,303 | 17.7 | 10.4 | 4.4 |
| | 3 | 2,232.6 | 5,393 | 22.4 | 12.4 | 5.9 |
| | 4 | 718.4 | 1,734 | 25.2 | 15.8 | 7.8 |
| 2005 | 1 | 1,628.5 | 4,487 | 12.3 | 8.2 | 2.7 |
| | 2 | 1,121.9 | 3,804 | 19.5 | 10.3 | 4.3 |
| | 3 | 1,445.1 | 4,146 | 25.1 | 12.9 | 5.9 |
| | 4 | 564.7 | 1,933 | 29.4 | 16.3 | 7.9 |
| 2006 | 1 | 1,646.7 | 5,669 | 12.6 | 7.8 | 2.5 |
| | 2 | 1,542.8 | 5,389 | 19.8 | 10.6 | 4.4 |
| | 3 | 1,805.5 | 5,460 | 24.4 | 13.1 | 5.9 |
| | 4 | 529.5 | 2,072 | 27.8 | 16.4 | 7.7 |
| 2007 | 1 | 2,025.3 | 5,710 | 12.4 | 7.9 | 2.5 |
| | 2 | 1,601.1 | 5,188 | 18.3 | 10.6 | 4.4 |
| | 3 | 1,917.3 | 5,209 | 23.3 | 12.8 | 5.9 |
| | 4 | 238.1 | 1,676 | 30.8 | 15.3 | 7.1 |
| 2008 | 1 | 1,843.4 | 4,205 | 12.0 | 8.1 | 2.5 |
| | 2 | 1,387.2 | 4,422 | 15.9 | 10.5 | 4.4 |
| | 3 | 1,020.5 | 3,612 | 21.8 | 12.5 | 5.8 |
| | 4 | 17.8 | 10 | 27.7 | 15.3 | 5.9 |
| 2009 | 1 | 1,852.1 | 2,560 | 11.6 | 7.6 | 2.5 |
| | 2 | 407.2 | 804 | 18.9 | 10.5 | 4.5 |
| | 3 | 172.1 | 517 | 25.2 | 11.9 | 5.8 |
| 2010 | 1 | 911.5 | 1,384 | 12.5 | 8.2 | 2.5 |
| | 2 | 306.7 | 597 | 15.2 | 10.0 | 4.1 |
| 2011 | 1 | 711.9 | 625 | 9.1 | 7.7 | 2.4 |
| Total | | 37,357.9 | 96,007 | | | |

Análisis de datos

Se realizaron tres tipos de análisis, el primero a la totalidad de datos al cual se le llamó Modelo General (MG), el segundo agrupándolos por Tipo de Poda (TP) de acuerdo los rangos de altura de poda (Tabla 2). Finalmente, en el tercer tipo se analizaron los datos de acuerdo con los rangos de Índice de Sitio (IS). Para ello, se generaron rangos de IS desde 16 a 36 con una amplitud de 4 (Tabla 3).

Tabla 2. Tipo de Poda (TP) según rango de altura de poda.

| Tipo Poda (TP) | Altura Poda (m) |
|----------------|-----------------|
| 1 | < 2.2 |
| 2 | 2.2 – 4.0 |
| 3 | 4.1 – 5.8 |
| 4 | > 5.8 |

Tabla 3. Rangos de Índice de Sitio (IS).

| Índice de Sitio (IS) | Índice de Sitio (m) |
|----------------------|---------------------|
| 1 | < 16 |
| 2 | 16 – 20 |
| 3 | 21 – 24 |
| 4 | 25 – 28 |
| 5 | 29 – 32 |
| 6 | 33 – 36 |
| 7 | >36 |

Para cada uno de los análisis, la variable a evaluar fue el largo de verticilo (L_{Vert}) que corresponde a la diferencia -en metros- entre la Altura de Copa Viva (ACV) y la Altura de Poda (AP) (ecuación 1).

$$L_{Vert} = ACV - AP \quad (1)$$

La primera aproximación fue ver cómo era la distribución empírica de la variable L_{Vert} , tanto como histograma de frecuencia, como ver su distribución acumulada. A la variable L_{Vert} se le calculó la media y mediana y se obtuvieron estimadores insesgados para la asimetría y la curtosis

(Sokal y Rohlf 2012). Posteriormente, se obtuvieron los gráficos de asimetría versus curtosis según los lineamientos planteados por Cullen y Frey (1999), lo que permite tener una referencia respecto a que funciones de probabilidad se asimilan a los datos empíricos; ya que discrimina las funciones más idóneas para la distribución de los datos (Figura 2).

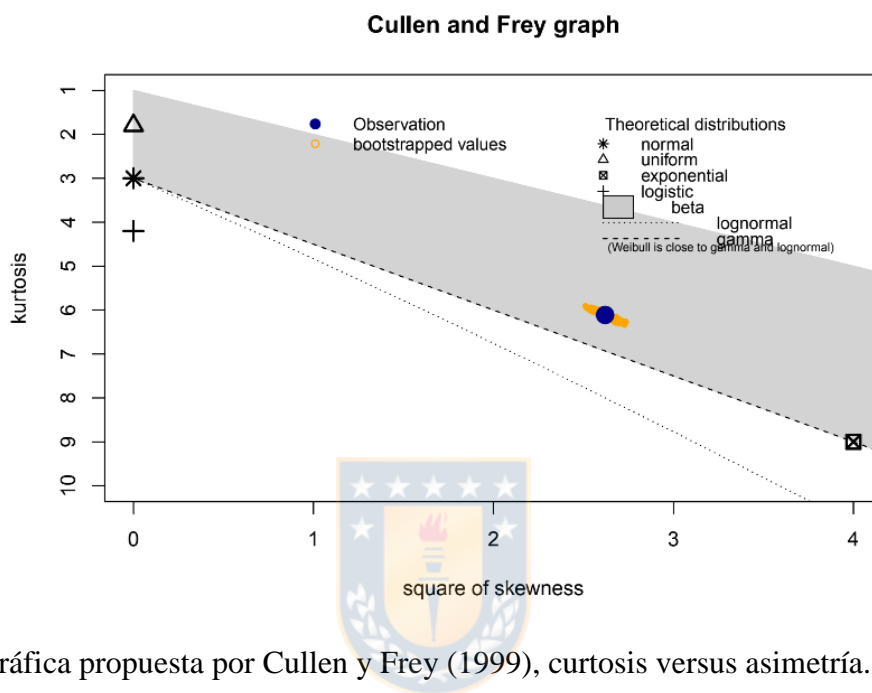


Figura 2. Gráfica propuesta por Cullen y Frey (1999), curtosis versus asimetría.

Identificadas las posibles funciones de probabilidad, se estimaron los parámetros de ajustes de las funciones candidatas. Los ajustes se hicieron por el método de máxima verosimilitud tal como lo propone Delignette-Muller y Dutang (2015). Como el sólo análisis de los parámetros alfanumérico no basta, a la par se debe observar cómo se ajustan gráficamente las funciones y si realmente representan la distribución empírica de los datos. Para ello, la mejor forma es observar el histograma de los datos empíricos y compararlo con distribuciones teóricas que se comportan como candidatas a ajustar los datos recopilados. Además, se debe observar la gráfica de cuantiles empíricos vs cuantiles teóricos, la gráfica de la función de distribución acumulada (FDA) y la gráfica de probabilidades que busca modelar el centro de la distribución de los datos.

Evaluación de las funciones

La calidad de las funciones ajustadas fue evaluada de acuerdo a los criterios propuestos por Stephens (1986), quien recomienda las pruebas de bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov (KS), Cramer-von Mises (CvM) y Anderson-Darling (AD), ya que son pruebas para variables continuas (Tabla 4).

Tabla 4. Estadísticos de bondad de ajuste para las pruebas Kolmogorov-Smirnov (KS), Cramer-von Mises (CvM) y Anderson-Darling (AD).

| Estadístico | Formula General |
|-------------------------|---|
| Kolmogorov-Smirnov (KS) | $\sup F_n(x) - F(x) $ |
| Cramer-von Mises (CvM) | $n \int_{-\infty}^{\infty} (F_n(x) - F(x))^2 dx$ |
| Anderson-Darling (AD) | $n \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(F_n(x) - F(x))^2}{F(x)(1 - F(x))} dx$ |

Stephens (1986) propone revisar los criterios de bondad de ajuste según los Criterio de Información de Akaike (AIC) y el Criterio de Información Bayesiano (BIC) (Tabla 5). Ambos indicadores permiten estimar la cantidad de información perdida en cada modelo utilizado, de esta forma se selecciona el modelo que pierde la menor cantidad de información posible; es decir, el modelo que tenga el menor valor de AIC y/o BIC.

Tabla 5. Estadísticos de los criterios de bondad de ajuste Criterio de Información de Akaike (AIC) y el Criterio de Información Bayesiano (BIC).

| Estadístico | Formula General |
|---|--|
| Criterio de Información Akaike (AIC) | $AIC_c = 2k - 2\ln(L) + \frac{2k^2 + 2k}{n - k - 1}$ |
| Criterio de Información Bayesiano (BIC) | $BIC = n \cdot \ln(\sigma_e^2) + k \cdot \ln(n)$ |

Finalmente, considerando indicadores alfanuméricos y representaciones gráficas, se seleccionó la mejor función distribución de probabilidad ajustada a la variable largo de verticilo (*LVert*) para las condiciones de los tipos de análisis MG, TP e IS.

Para todos los análisis se utilizó el paquete *Fitdistrplus* del software libre R (Delignette-Muller y Dutang 2015), el cual permite ajustar distribuciones univariadas a distintos tipos de datos (continuos censurados, no censurados y datos discretos), permitiendo el uso de diferentes métodos de estimación (máxima verosimilitud, coincidencia de momentos, cuantil de coincidencia y estimación máxima de bondad de ajuste), el que también permite comparar los ajustes de varias funciones de probabilidad sobre el mismo conjunto de datos y manejar las estimaciones de los parámetros de inicio.



RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Antes de comenzar los análisis para encontrar las funciones de probabilidad, la base de datos se depuró de los datos *outliers* a través del criterio de Tukey (Tukey 1977), el cual consiste en detectar y eliminar todas aquellas entradas de la variable *LVert* que sean inferiores y superiores a $1.5 \times \text{RIC}$, donde RIC corresponde al rango inter-cuartílico correspondiente. Esta depuración se hizo siguiendo los criterios de agrupación de los datos, entonces para MG se eliminó el 4.49% de los datos, para TP la mayor proporción de eliminados fueron en TP3 y TP4 con 7.07% y 7.29%, respectivamente. Finalmente, para el análisis IS la mayor proporción de excluidos fueron en las clases 33-36 y >36 años con 4.52 y 6.6%, respectivamente (Tabla 6).

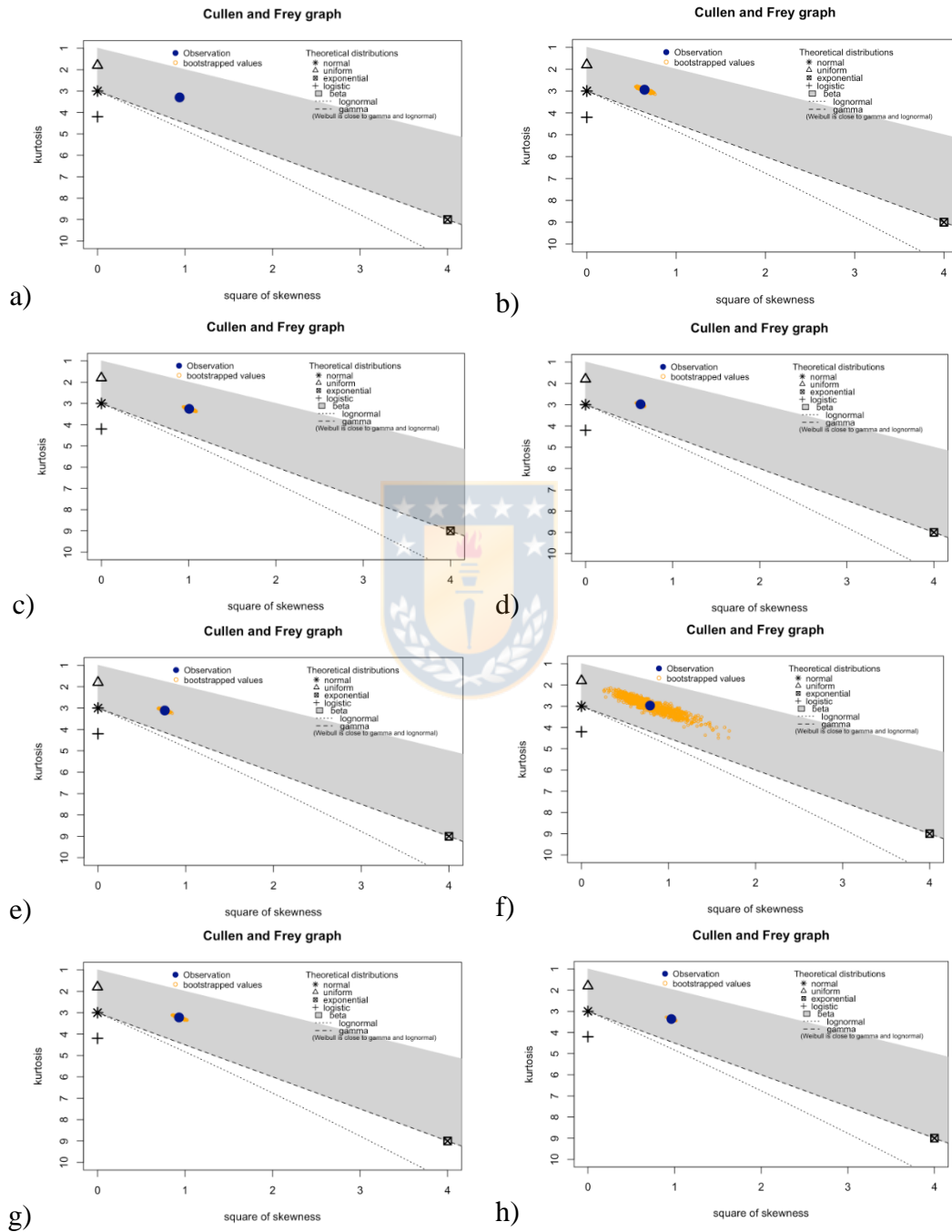
Tabla 6. Resumen de datos totales y depurados eliminando outliers.

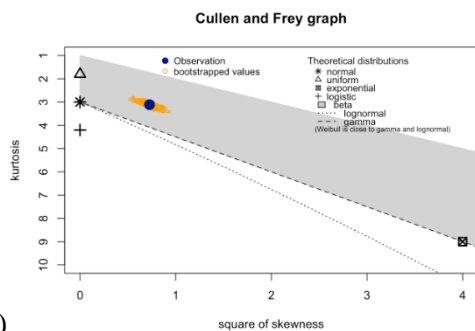
| Tipo de análisis | Clase | Observaciones (N°) | Outliers (N°) | Outliers (%) | Media outliers | Media con outliers | Media sin outliers |
|---------------------|-------|--------------------|---------------|--------------|----------------|--------------------|--------------------|
| Modelo General (MG) | | 96,007 | 4,312 | 4.49 | 2.30 | 0.77 | 0.69 |
| | 1 | 6,490 | 48 | 0.74 | 2.31 | 0.70 | 0.69 |
| Tipo Poda (TP) | 2 | 21,041 | 1,239 | 5.89 | 2.03 | 0.72 | 0.63 |
| | 3 | 25,660 | 1,815 | 7.07 | 2.21 | 0.82 | 0.72 |
| | 4 | 16,288 | 1,187 | 7.29 | 2.17 | 0.76 | 0.65 |
| | 25-28 | 194 | 5 | 2.58 | 1.80 | 0.65 | 0.62 |
| Índice Sitio (IS) | 29-32 | 17,946 | 642 | 3.58 | 2.29 | 0.75 | 0.69 |
| | 33-36 | 48,726 | 2,204 | 4.52 | 2.32 | 0.77 | 0.70 |
| | > 36 | 2,613 | 174 | 6.66 | 2.18 | 0.75 | 0.65 |

Posterior a la depuración de los datos outliers se analizaron gráficamente los datos agrupados según su asimetría y curtosis, para determinar a qué tipo de funciones de probabilidad se ajustaban los datos empíricos. Para todas las agrupaciones de datos, los análisis gráficos mostraron que las funciones de probabilidad que mejor se ajustaron a los datos eran las funciones Beta, Lognormal, Gamma y Weibull (Figura 3). Se descartó el ajuste de la función Beta ya que según plantean Delignette-Muller y Dutang (2015), se debería ajustar si el coeficiente de curtosis queda hacia el centro de la gráfica respecto a su asimetría y porque la función Beta modela fenómenos en donde la variable de interés está acotada en el intervalo abierto entre 0 y 1.

Para las funciones seleccionadas se ajustaron los datos por el método de máxima verosimilitud y se obtuvieron las estimaciones de los parámetros para las distribuciones Weibull, Gamma y

Lognormal, junto a sus respectivos errores estándar y criterios de bondad de ajuste de log-verosimilitud. Según el criterio de log-verosimilitud, el mayor valor lo obtienen siempre las funciones de probabilidad Gamma y Lognormal para todas las agrupaciones de datos (Tabla 7).





i)

Figura 3. Gráfica de curtosis versus asimetría, a) Análisis MG, b) TP1, c) TP2, d) TP3, e) TP4, f) IS 25-28, g) IS 29-32, h) IS 32-36 e, i) IS >36.

Tabla 7. Resumen de los ajustes de parámetros para las funciones Weibull, Gamma y Lognormal y sus estimadores de bondad de ajuste.

| Parameters | Distribution Function | Modelo General (MG) | Tipo Poda (TP) | | | | Índice Sitio (IS) | | | | |
|------------|-----------------------|---------------------|----------------|----------|----------|----------|-------------------|----------|-----------|--------|--------|
| | | | 1 | 2 | 3 | 4 | 25-28 | 29-32 | 33-36 | > 36 | |
| Weibull | shape | estimate | 1.911 | 1.952 | 1.949 | 2.102 | 2.009 | 1.976 | 1.873 | 1.940 | 2.076 |
| | | Std. Error | 0.005 | 0.019 | 0.010 | 0.010 | 0.012 | 0.109 | 0.011 | 0.007 | 0.032 |
| | scale | estimate | 0.787 | 0.785 | 0.721 | 0.811 | 0.732 | 0.703 | 0.782 | 0.791 | 0.737 |
| | | Std. Error | 0.001 | 0.005 | 0.003 | 0.003 | 0.003 | 0.027 | 0.003 | 0.002 | 0.008 |
| | Loglikelihood | -33,834.1 | -2,293.4 | -5,242.9 | -7,949.0 | -3,970.3 | -43.9 | -6,512.8 | -16,888.5 | -596.0 | |
| Gamma | shape | estimate | 3.364 | 3.383 | 3.557 | 3.897 | 3.634 | 3.569 | 3.241 | 3.474 | 3.860 |
| | | Std. Error | 0.015 | 0.057 | 0.034 | 0.034 | 0.040 | 0.351 | 0.033 | 0.022 | 0.106 |
| | rate | estimate | 4.844 | 4.883 | 5.594 | 5.448 | 5.626 | 5.761 | 4.698 | 4.976 | 5.943 |
| | | Std. Error | 0.023 | 0.089 | 0.058 | 0.051 | 0.066 | 0.609 | 0.052 | 0.034 | 0.174 |
| | Loglikelihood | -31,271.9 | -2,167.3 | -4,579.4 | -7,460.9 | -3,601.4 | -38.5 | -6,034.1 | -15,531.5 | -536.7 | |
| Lognormal | meanlog | estimate | -0.521 | -0.522 | -0.600 | -0.469 | -0.581 | -0.625 | -0.533 | -0.510 | -0.567 |
| | | Std. Error | 0.002 | 0.007 | 0.004 | 0.003 | 0.004 | 0.040 | 0.004 | 0.003 | 0.011 |
| | sdlog | estimate | 0.571 | 0.573 | 0.552 | 0.533 | 0.550 | 0.551 | 0.581 | 0.561 | 0.534 |
| | | Std. Error | 0.001 | 0.005 | 0.003 | 0.002 | 0.003 | 0.028 | 0.003 | 0.002 | 0.008 |
| | Loglikelihood | -30,947.7 | -2,190.5 | -4,442.4 | -7,676.5 | -3,629.7 | -37.5 | -5,941.2 | -15,392.2 | -549.1 | |

Para validar que los ajustes de las funciones Gamma y Lognormal, se comportan mejor que Weibull, se graficaron su ajuste respecto al histogramas de distribución teórica, se graficó los cuantiles empíricos (eje y) contra los cuantiles teóricos (gráfica Q-Q), también se graficó la función de probabilidad empírica evaluada en cada punto de datos (eje y) contra la función de probabilidad ajustada (eje x) (gráfica P-P) (Figura 4).

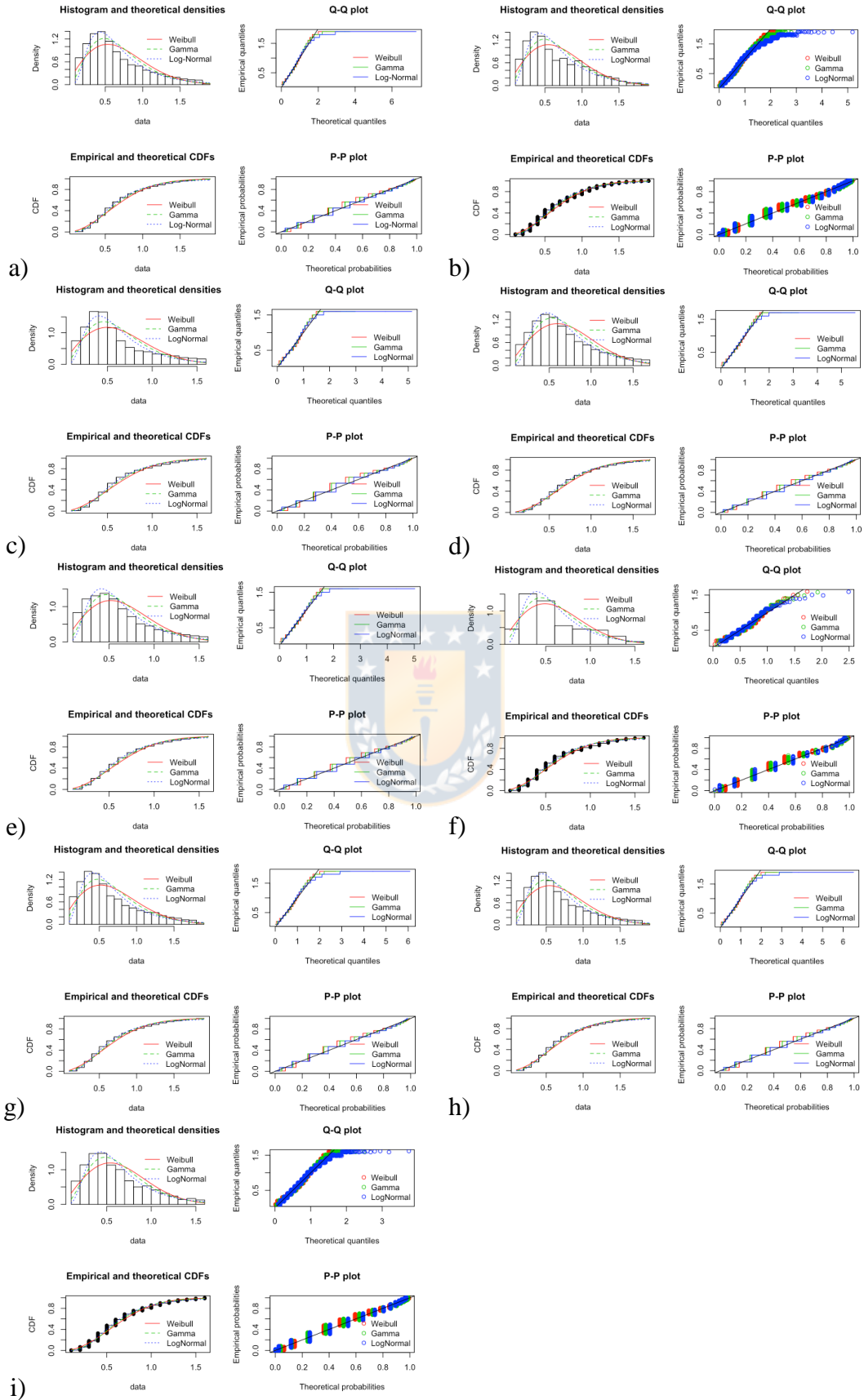


Figura 4. Gráfica de histogramas de distribución teórica, cuantiles empíricos y distribución ajustada, a) Análisis MG, b) TP1, c) TP2, d) TP3, e) TP4, f) IS 25-28, g) IS 29-32, h) IS 32-36 e, i) IS >36.

Al revisar cómo se comportan las pruebas de bondad de ajuste de KS, CvM y AD, todos siguen mostrando la tendencia que los menores valores se dan para las funciones Gamma y Lognormal, por sobre la función de probabilidad Weibull (Tabla 8). Respecto a los criterios AIC y BIC se mantiene la misma tendencia y los menores valores lo tienen siempre y para todas las agrupaciones de datos, las funciones Gamma y Lognormal (Tabla 8).

Tabla 8. Resumen de los criterios de bondad de ajuste.

| Distribution Function | | Modelo General (MG) | Tipo Poda (TP) | | | | Índice Sitio (IS) | | | | |
|-----------------------|----------------------------|---------------------|----------------|---------|----------|----------|-------------------|-------|----------|----------|---------|
| | | | 1 | 2 | 3 | 4 | 25-28 | 29-32 | 33-36 | > 36 | |
| Weibull | Goodness-of-fit statistics | KS | 0.116 | 0.120 | 0.138 | 0.105 | 0.108 | 0.132 | 0.119 | 0.118 | 0.114 |
| | | CvM | 183.69 | 11.69 | 61.68 | 36.68 | 25.78 | 0.52 | 37.40 | 95.16 | 4.59 |
| | | AD | 1,095.90 | 69.12 | 348.14 | 219.44 | 161.61 | 3.00 | 222.29 | 563.02 | 27.08 |
| | Goodness-of-fit criteria | AIC | 67,672.3 | 4,590.7 | 10,489.7 | 15,902.1 | 7,944.7 | 91.8 | 13,029.6 | 33,781.1 | 1,196.1 |
| | | BIC | 67,691.1 | 4,604.3 | 10,505.5 | 15,918.2 | 7,959.9 | 98.3 | 13,045.1 | 33,798.5 | 1,207.7 |
| | | | | | | | | | | | |
| Gamma | Goodness-of-fit statistics | KS | 0.101 | 0.108 | 0.126 | 0.083 | 0.088 | 0.113 | 0.107 | 0.098 | 0.100 |
| | | CvM | 119.80 | 9.34 | 41.34 | 22.32 | 17.04 | 0.36 | 25.63 | 59.84 | 3.02 |
| | | AD | 717.32 | 55.23 | 233.40 | 138.49 | 110.79 | 2.18 | 152.77 | 353.67 | 18.01 |
| | Goodness-of-fit criteria | AIC | 62,547.7 | 4,338.7 | 9,162.8 | 14,925.9 | 7,206.8 | 81.1 | 12,072.3 | 31,067.0 | 1,077.3 |
| | | BIC | 62,566.5 | 4,352.2 | 9,178.6 | 14,942.0 | 7,222.0 | 87.6 | 12,087.8 | 31,084.5 | 1,088.9 |
| | | | | | | | | | | | |
| Lognormal | Goodness-of-fit statistics | KS | 0.070 | 0.083 | 0.093 | 0.079 | 0.083 | 0.093 | 0.075 | 0.074 | 0.079 |
| | | CvM | 83.59 | 8.08 | 26.11 | 22.36 | 16.17 | 0.25 | 16.81 | 41.80 | 2.64 |
| | | AD | 566.33 | 53.22 | 161.50 | 153.35 | 112.16 | 1.72 | 113.67 | 277.94 | 17.25 |
| | Goodness-of-fit criteria | AIC | 61,899.4 | 4,385.1 | 8,888.8 | 15,357.0 | 7,263.4 | 78.9 | 11,886.5 | 30,788.3 | 1,102.1 |
| | | BIC | 61,918.3 | 4,398.6 | 8,904.6 | 15,373.1 | 7,278.6 | 85.4 | 11,902.0 | 30,805.8 | 1,113.7 |
| | | | | | | | | | | | |

Como un supuesto previo de esta investigación se pretendió comparar los resultados de las funciones de probabilidad, con el ajuste de los modelos empíricos de Grace y Carson (1993) y el de Woollons *et al.* (2002), para el mismo set de datos empíricos de *LVert*, lo cual no fue posible, ya que para haber ajustado sus coeficientes se necesitaban datos con la ubicación en el fuste de todos los internudos hasta alrededor de los 17 m, datos que se pueden obtener desde muestreos fustales. Como el set de datos con los que se hizo esta investigación provenía de inventarios operacionales de postpoda, sólo se tenía la altura de la copa viva y la altura de poda.

Como tomar datos de muestreos fustales tienen un alto costo y obliga a cumplir pautas de medición muy estricta, se podría explorar técnicas de modelación avanzada de *Machine*

Learning para usar la abundante cantidad de datos operacionales que existes de las faenas de poda y ver si datos como la exposición, altimetría y otras variables de segregación como la que se puede obtener desde las capacidades de uso de suelo que tiene el Centro de Información de Recurso Naturales (CIREN) de Chile, se pueden generar modelos empíricos que describan los largos de verticilos que hoy existe en las nuevas plantaciones forestales.



CONCLUSIONES

Los análisis gráficos y las pruebas de bondad de ajuste en conjunto mostraron que las funciones de probabilidad que mejor representan el largo de verticilo entre la altura de poda y el siguiente verticilo vivo en el fuste (*LVert*) son las funciones Gamma y Lognormal. Situación que ocurre para todas las condiciones exploradas, considerando la totalidad de los datos o Modelo General, por Tipo de Poda y por Índice de Sitio. De ambas funciones los mejores indicadores los logra la función Lognormal. Su gráfica es la que mejor se ajusta a los histogramas de datos empíricos, en ambos extremos de la curva. Este mejor comportamiento se ratifica por las pruebas de bondad de ajuste de KS, CvM, AD, AIC y BIC (Tablas 7 y 8, y Figura 4), por lo que se recomienda su aplicación.

En todas las condiciones analizadas la función con los peores indicadores fue Weibull, algo que llama la atención, ya que esta función es de amplio uso en la biometría forestal. Pareciera que se le aplica masivamente, por el abundante uso que se le ha dado, más que porque se analice estrictamente si es la mejor función para describir los datos forestales a analizar.

La secuencia metodológica que se presenta en esta investigación, permite extrapolar los análisis para las otras 9 zonas de crecimiento que posee el Modelo Nacional de Simulación, con esto se podría reemplazar las tablas originales que existe para la asignación del largo de internudos que data desde principios de la década de los noventas y que se construyó con mediciones reales a plantaciones adultas en ese momento y que no representan los actuales tipo de plantaciones que tienen mejoramiento genético y una variada batería de manejos silviculturales de alta intensidad.

A partir de los resultados acá obtenidos, se podría avanzar en construir un modelo empírico de largo de internudos partir de datos de inventarios operacionales, pero ocupando metodología avanzadas de modelamiento matemático, como las herramientas de *Machine Learning*, que permiten correlacionar variables que la modelación matemática tradicional no es capaz de incorporar (ubicación espacial de los árboles y parcelas dentro de la plantación, exposición geográfica, pendientes de los rodales, etc.).

BIBLIOGRAFÍA

1. Bailey R., y T. Dell. 1973. Quantifying diameter distributions with the Weibull function. *Forest Science* 19(2): 97-104.
2. Bannister M.H. 1962. Some variations in the growth pattern of *Pinus radiata* in New Zealand. *New Zealand Journal of Science* 5(3): 342-370.
3. Cao Q. 2004. Predicting parameters of a Weibull function for modeling diameter distribution. *Forest science* 50(5): 682-685.
4. Cao Q. 2012. Use of the Weibull function to predict future diameter distributions from current plot data. In: Proceedings of the the 16th biennial southern silvicultural research conference e-Gen Tech Rep SRS-156, Asheville, NC. (Butnor JR ed). U.S. Department of Agriculture Forest Service, pp. 53-58.
5. Cao Q., y S. McCarty. 2006. New methods for estimating parameters of Weibull functions to characterize future diameter distributions in forest stands. Gen Tech Rep SRS-92 Asheville, NC: US Department of Agriculture, Forest Service, Southern Research Station pp 338-340.
6. Carson M.J., y C.S. Inglis. 1988. Genotype and location effects on internode length of *Pinus radiata* in New Zealand. *New Zealand Journal of Forestry Science* 18(3): 267-279.
7. Constabel A. 1994. Evaluación del largo de internudo para un programa de mejoramiento genético en *Pinus radiata* D. Don. Ingeniero Forestal. Universidad Austral de Chile. Facultad de Ciencias Forestales. Valdivia, Chile. 85. p.
8. Cullen A.C., y H.C. Frey. 1999. Probabilistic techniques in exposure assessment: A handbook for dealing with variability and uncertainty in models and inputs. Plenum Press. New York. 335 p.
9. Dănescu A., A. Ehring, J. Bauhus, A. Albrecht, y S. Hein. 2015. Modelling discoloration and duration of branch occlusion following green pruning in *Acer pseudoplatanus* and *Fraxinus excelsior*. *Forest Ecology and Management* 335: 87-98.
10. Delignette-Muller M.L., y C. Dutang. 2015. Fitdistrplus: An R package for fitting distributions. *Journal of Statistical Software* 64(4): 1-34.
11. Fernández P., J. Basauri, C. Madariaga, M. Menéndez-Miguélez, R. Olea, y A. Zubizarreta-Gerendiain. 2017. Effects of thinning and pruning on stem and crown characteristics of

- radiata pine (*Pinus radiata* D. Don). iForest-Biogeosciences and Forestry 10(2): 383-390.
12. Ferrere P., A.M. Lupi, y T. Boca. 2015. Crecimiento del *Pinus radiata* sometido a diferentes tratamientos de raleo y poda en el sudeste de la provincia de Buenos Aires, Argentina. Bosque 36(3): 423-434.
 13. Gallardo W. 2003. Evaluación del largo de internudos en dos ensayos de progenie de polinización controlada de *Pinus radiata* D. Don en la provincia del Bío-Bío, VIII Región. Ingeniero Forestal. Universidad Austral de Chile. Facultad de Ciencias Forestales. Valdivia Chile. 85. p.
 14. García O. 2008. Visualization of a general family of growth functions and probability distributions—The growth-curve explorer. Environmental Modelling and Software 23(12): 1474-1475.
 15. Gerding V. 1991. Manejo de las plantaciones de *Pinus radiata* D. Don en Chile. Bosque 12(2): 3-10.
 16. Grace J.C., y M.J. Carson. 1993. Prediction of internode length in *Pinus radiata* stands. New Zealand Journal of Forestry Science 23(1): 10-26.
 17. Kusch E. 2011. Comparación de dos modelos de predicción del largo de internudo a nivel de rodal para *Pinus radiata* D. Don. Ingeniero Forestal. Universidad Asutral de Chile. Facultad de Ciencias Forestales y Recursos Naturales. Valdivia, Chile. 67. p.
 18. Lineros Y. 2006. Heredabilidad del largo de internudo en un ensayo de progenie de polinización abierta de uninodales de *Pinus radiata*. Ingeniero Forestal. Universidad Austral de Valdivia. Facultad de Ciencias Forestales. Valdivia, Chile. 78. p.
 19. Meneses M., y S. Guzmán. 2000a. Análisis de la eficiencia de la silvicultura destinada a la obtención de madera libre de nudos en plantaciones de pino radiata en Chile. Bosque 21(2): 85-93.
 20. Meneses M., y S. Guzmán. 2000b. Productividad y eficiencia en la producción forestal basadas en las plantaciones de pino radiata. Bosque 21(2): 3-11.
 21. Poudel K.P., y Q. Cao. 2013. Evaluation of methods to predict Weibull parameters for characterizing diameter distributions. Forest Science 59(2): 243-252.
 22. Sokal R.R., y F.J. Rohlf. 2012. Biometry: the principles and practice of statistics in biological research. Extensively rev. 4th ed. W.H. Freeman. New York. 937 p.

23. Stephens M.A. 1986. Tests based on EPF statistics. En: Goodness-of fit Techniques, pp. 97-194. (D'Agostino RB, y Stephens MA, eds). Marcel Dekker, Inc. New York, NY.
24. Toledo M. 2007. Comportamiento del largo de internudos en plantaciones de *Pinus radiata* D. Don en sitios ex-agrícolas de la VIII Región. Ingeniero Forestal. Universidad Austral de Chile. Facultad de Ciencias Forestales. Valdivia, Chile. 46. p.
25. Trincado G., R. Quezada, y K. Von Gadow. 2003. A comparison of two stand table projection methods for young *Eucalyptus nitens* (Maiden) plantations in Chile. Forest Ecology and Management 180(1-3): 443-451.
26. Tukey J.W. 1977. Exploratory data analysis. Addison-Wesley Pub. Co. Reading, Mass. 688 p.
27. Woollons R., A. Haywood, y D. McNickle. 2002. Modeling internode length and branch characteristics for *Pinus radiata* in New Zealand. Forest Ecology and Management 160(1-3): 243-261.

