



UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS

ESTUDIO DE LAS CONDICIONES FÍSICAS QUE PRODUCEN LA REACTIVACIÓN DE FALLAS CONTINENTALES DURANTE EL CICLO SÍSMICO DE LOS GRANDES TERREMOTOS

POR: IVÁN IGNACIO NAVARRETE JARA

Tesis presentada a la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la
Universidad de Concepción para optar al título profesional de Ingeniero Civil
Matemático

Agosto 2023
Concepción, Chile

Profesor Guía: Dr. Rodolfo Araya
Dr. Marcos Moreno

© 2022, Iván Ignacio Navarrete Jara

Ninguna parte de esta tesis puede reproducirse o transmitirse bajo ninguna forma o por ningún medio o procedimiento, sin permiso por escrito del autor.

AGRADECIMIENTOS

Agradecer a todo el Departamento de Ingeniería Matemática de la Universidad de Concepción, por todo lo aprendido durante estos largos años de carrera, a cada profesor que me hizo clase y a cada compañero con el que compartí aula.

Le doy las gracias a mis profesores guías, Dr. Marcos Moreno y Dr. Rodolfo Araya, por la infinita paciencia que tuvieron conmigo a lo largo de este trabajo, su guía y compañía fueron parte importante durante este proceso. De la misma forma agradecer a *PRECURSOR* ANILLO PIA ACT-192169 y FONDECYT Project ANID 1181479 por el financiamiento durante el proceso de confección de esta tesis, y a todo el grupo con el que tuve el agrado de trabajar, su constante feedback y apoyo permitieron lograr lo que hoy les presento, a través del proyecto *PRECURSOR*.

También agradecer al Laboratorio Nacional de Computación de Alto Rendimiento (NLHPC) por permitirme usar sus instalaciones durante el transcurso de este trabajo.

Agradezco a mi amigos, por sus constantes palabras de apoyo y muestras de cariño, que me permiten seguir avanzando, aún cuando el futuro se ve oscuro.

A mi padres, María y Fredy, no puedo sino agradecerles por todo el amor y paciencia que me han brindado durante todos estos años, sin ustedes nada de esto sería posible.

Y a Joaquín, por compartirme de su infinito amor.

Resumen

Las zonas de subducción, en su gran mayoría, hace referencia a la zona fronteriza entre dos placas tectónicas, donde se encuentran los mayores niveles de actividad sísmica. En algunos casos, estas zonas presentan sismos de mediana intensidad en una alta frecuencia, en otros, existen registros de grandes terremotos en periodos de tiempo que van desde lo frecuente hasta lo moderado, y en otros casos, no existen registros de eventos en dichas zonas. Por esto mismo, es difícil asegurar si una zona de subducción en particular se encuentra completamente acoplada, o se encuentra realizando algún deslizamiento en su proceso de acoplamiento. A lo anterior, también agregamos que para una falla en particular, la magnitud de los eventos producidos en profundidades intermedias no distribuye uniformemente. El objetivo de la tesis es poder analizar la reactivación de fallas continentales y su relación al estado de esfuerzos en la zona sismogénica de grandes terremotos de subducción, estudiando los parámetros que controlan la activación de fallas, p.e. geometría, fricción, estado de esfuerzos y reología, al implementar una nueva función de paso de tiempo adaptativa que nos permite capturar todos los detalles que se presentan durante la simulación.

Keywords – Rate-state, fricción, paso de tiempo.

Índice general

AGRADECIMIENTOS	I
Resumen	II
1. Introducción	1
2. Problema	3
2.1. Modelo	4
2.2. Discretización	7
2.3. Zonas de subducción	9
3. Implementacion	13
3.1. Un poco de PyLith.	13
3.2. Paso de Tiempo Adaptativo	15
4. Resultados	18
4.1. Experimento 1: Análisis sobre el parámetro L	20
4.2. Experimento 2: Análisis sobre los parámetros a y b	26
4.3. Experimento 3: Análisis sobre el parámetro W	29
5. Conclusión	34
Referencias	36

Índice de figuras

2.0.1. Diagrama del modelo de subducción: la corteza oceánica avanza hasta encontrarse con la placa continental y ser forzada a descender. La zona contacto entre ambos objetos es la llamada zona de subducción, lugar donde se acumula la mayor parte de la energía que potencialmente podría ser liberada en forma de terremoto.	3
3.1.1. Esquema de trabajo en el desarrollo de una investigación de fenómenos tectónicos. Abarca desde el desarrollo reológico hasta el análisis de resultados. Imagen extraída de [2]	14
3.1.2. Dependencias de PyLith. PyLith requiere de otros paquetes para funcionar y algunos de ellos, a su vez, necesitan de otros componentes adicionales para operar correctamente. Imagen extraída de [2]	15
4.0.1. Esquema de la geometría del modelo. Se distinguen 4 bloques que la componen, la corteza oceánica ①, manto oceánico ②, corteza continental ③ y manto continental ④. La falla ubicada en la zona de contacto entre la placa oceánica con la placa y el manto continental, se extiende hasta los 26km de profundidad. Fuente: Elaboración Propia.	19
4.0.2. Mallado de la zona de subducción.	20
4.1.1. Valores de a y b a lo largo de la falla.	21
4.1.2. Velocidad (m/s) de la falla para distintos valores de L	22
4.1.3. Slip acumulado a lo largo de la simulación a 3 profundidades distintas para los valores de L indicados.	23
4.1.4. Comportamiento del tamaño de paso de tiempo dt entregado por la función implementada según 3.8.	24
4.1.5. Histograma con los valores de dt para los distintos valores de L	25
4.2.1. COLUMNA 1: Velocidad (m/s) de la falla para distintos valores de a y b . COLUMNA 2: Valores de a y b a lo largo de falla.	26
4.2.2. Slip acumulado a lo largo de la simulación a 3 profundidades distintas para los valores de a y b según los casos.	27
4.2.3. Comportamiento del tamaño de paso de tiempo dt entregado por la función implementada según 3.8.	28
4.2.4. Histograma con los valores de dt en para los distintos valores de L	29

4.3.1.Velocidad (m/s) de la falla para distintos largos de la zona <i>velocity-weakening</i>	30
4.3.2.Slip acumulado a lo largo de la simulación a 3 profundidades distintas para los valores W según los casos.	31
4.3.3.Comportamiento del tamaño de paso de tiempo dt entregado por la función implementada según 3.8.	32
4.3.4.Histograma con los valores de dt en para los distintos valores de W	33

Capítulo 1

Introducción

Debido a su localización bordeando la zona de convergencia entre la placa de Nazca y la placa Sudamericana, Chile se ha visto afectado por al menos 10 terremotos 8M o superior durante los últimos 100 años [9], donde el más grande registrado es el magnitud 9.5M de Valdivia, 1960.

Un modelo dinámico multiciclo, donde podamos experimentar con distintas geometrías y parámetros físicos, es uno de los enfoques que ha tomado la comunidad dedicada a estudiar estos fenómenos en los últimos años, dando paso así al desarrollo de múltiples códigos que usan distintos métodos numéricos para enfrentar esta tarea como el Método de Integrales de Frontera usado para resolver terremotos con rupturas quasi-dinámica ([17],[19],[16]). El uso del método de diferencias finitas o un híbrido entre el Método de Elementos Finitos y el de Integrales de Frontera ([14],[4],[23],[3]), ha permitido simular rupturas cuasi-dinámicas en lugares con reologías más complicadas. Otros investigadores han usado el Método de Elementos de Frontera ([7],[30],[27],[25],[15],[24],[29]) con importantes resultados.

En su gran mayoría, estos códigos usan un tamaño de paso adaptativo, según lo sugerido por Lapusta [18] contar con una función de tiempo adaptativo es algo esencial para problemas como el que estamos enfrentando, ya que usaremos órdenes de magnitud muy distinto dependiendo de la situación en que nos encontremos. Durante el periodo intersísmico, la acumulación de carga en la zona de contacto es el protagonista, por lo que la velocidad de la falla pierde relevancia, y es por eso que en estos periodos necesitamos un tiempo de paso generoso hasta

que la velocidad de deslizamiento dentro de la falla logre un rol más protagónico al acercarnos a la parte cosísmica del ciclo, momento en el cual necesitaremos un paso de tiempo lo suficientemente pequeño para poder captar de forma efectiva los fenómenos que allí están ocurriendo.

Pylith ([1]), es un código de elementos finitos diseñado para simulaciones dinámicas y cuasiestáticas de deformación de corteza, principalmente enfocado en terremotos y volcanes, publicado bajo licencia del MIT.

Una de las grandes bondades de este código, es que al usar el Método de Elementos finitos, no solo nos permite estudiar lo que ocurre en la falla, si no también poder observar, entre otras cosas, los desplazamientos y tensiones presentes en la superficie terrestre, lo que nos permite comparar de forma más rápida y efectiva los resultados de simulaciones con registros obtenidos mediante el uso de GPS. Sin embargo, éste carece de una función de paso de tiempo adaptativo como la propuesta por Lapusta [18], obstaculizando así la obtención de resultados, como también la optimización en términos de memoria y tiempo de cómputo.

Durante el periodo en que se elaboró esta memoria de título, se trabajó en la compilación del código así como también en la implementación de una función de tiempo adaptativo como la ya mencionada anteriormente, que nos permita usar Pylith de una mejor manera. Esto nos permitirá hacer un mejor estudio sobre las condiciones que permiten la reactivación de las fallas continentales durante el ciclo sísmico.

Lo que viene se estructura como sigue. En el primer capítulo, expondremos de forma concisa el problema a estudiar y la forma en que se resolverá, así como también algunas estrategias interesantes adoptadas por Pylith para la resolución del modelo. Luego, en el segundo capítulo, hablaremos de forma más detallada de la función de tiempo adaptativa que buscamos implementar. En los capítulos 3 y 4, se mostrarán algunos modelos, con distintas geometrías y sus resultados.

Capítulo 2

Problema

Subducción es el término utilizado para referirse al proceso en que al encontrarse dos placas tectónicas, una de ellas, la más densa, se ve obligada a descender por debajo de la otra, hacia el interior del manto, provocando que los materiales rocosos de los que está compuesto vuelvan a fundirse. Es en estas zonas de contacto, donde debido al movimiento de subducción, se logra acumular gran cantidad de energía en forma de *stress*, la cual es capaz de generar cada cierto tiempo terremotos de distinta magnitud, por lo que es de vital importancia poder lograr entender la dinámica detrás de su funcionamiento.

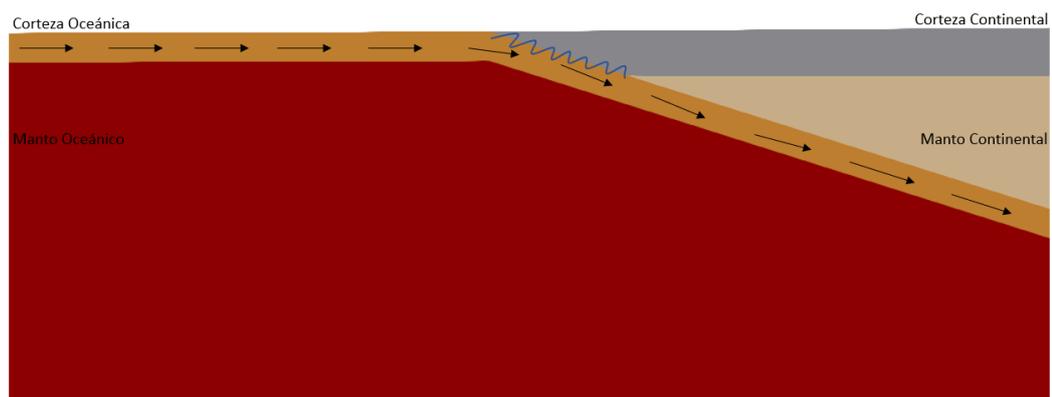


Figura 2.0.1: Diagrama del modelo de subducción: la corteza oceánica avanza hasta encontrarse con la placa continental y ser forzada a descender. La zona de contacto entre ambos objetos es la llamada zona de subducción, lugar donde se acumula la mayor parte de la energía que potencialmente podría ser liberada en forma de terremoto.

Así, siguiendo las teorías de conservación de energía, momentum y masa es que podemos proceder a plantear nuestro sistema de ecuaciones que se encargará de modelar el fenómeno de estudio de esta tesis.

2.1. Modelo

Sea Ω un volumen acotado con frontera $\Gamma = \Gamma_T \cup \Gamma_u$, con $\Gamma_T \cap \Gamma_u = \emptyset$. El problema consiste en hallar el desplazamiento \mathbf{u} que habita en un espacio adecuado, que resuelva el sistema definido por

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} - \mathbf{f} - \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{0} \text{ en } \Omega \times]0, t_f[, \quad (2.1)$$

$$\boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} = \mathbf{T} \text{ en } \Gamma_T \times]0, t_f[, \quad (2.2)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 \text{ en } \Gamma_u \times]0, t_f[, \quad (2.3)$$

$$\mathbf{R}(\mathbf{u}_+ - \mathbf{u}_-) = \mathbf{d} \text{ en } \Gamma_f \times]0, t_f[\quad (2.4)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^T \quad (2.5)$$

$$\mathbf{u}(\cdot, 0) = \mathbf{g} \text{ en } \Omega \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}(\cdot, 0) = \tilde{\mathbf{g}} \text{ en } \Omega \quad (2.7)$$

donde damos por conocidas los valores de la tracción \mathbf{T} en la superficie Γ_T , los desplazamientos \mathbf{u}_0 en una porción de superficie Γ_u , y del slip \mathbf{d} en la superficie Γ_f . \mathbf{f} representa a las fuerzas de cuerpo presentes, como la gravedad y la inercia. En general, asumimos que esta función es tal que $\mathbf{f} \in L^2(\Omega)^3$. El tensor de rotación \mathbf{R} transforma los valores del sistema de coordenado global al sistema coordenado de la falla. Las condiciones iniciales \mathbf{g} y $\tilde{\mathbf{g}}$ se asumen en $L^2(\Omega)^3$.

La relación entre el esfuerzo y la deformación viene dada por la ecuación de Lamé

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) = 2G\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) + \lambda(\nabla \cdot \mathbf{u})\mathbf{I} \quad (2.8)$$

donde λ es conocido como el primer parámetro de Lamé y G es el coeficiente de corte del material. Además, las componentes del tensor de deformaciones son definidas como

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u})_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (2.9)$$

Tomando una función test \mathbf{v} que se anule en la superficie Γ_u , podemos construir la formulación débil del problema, usando la forma tradicional del método de elementos finitos, multiplicando la función test $\mathbf{v} \in H_{\Gamma_u}^1(\Omega)^3$ en (2.1), obteniendo así

$$\int_{\Omega} \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} \cdot \mathbf{v} \, dx - \int_{\Omega} (\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}) \cdot \mathbf{v} \, dx = \int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} \, dx \quad (2.10)$$

Considerando el teorema de la divergencia aplicado al producto punto del tensor de esfuerzo con la función test, y usando la simetría de $\boldsymbol{\sigma}$ según lo señalado en (2.5), se tiene

$$\int_{\Omega} (\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}) \cdot \mathbf{v} \, dx = - \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma} : \varepsilon(\mathbf{v}) \, dx + \int_{\Gamma} \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} \cdot \mathbf{v} \, ds \quad (2.11)$$

y reemplazando en la ecuación (2.10),

$$- \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma} : \varepsilon(\mathbf{v}) \, dx + \int_{\Gamma} \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} \cdot \mathbf{v} \, ds + \int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} \, dx - \int_{\Omega} \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} \cdot \mathbf{v} \, dx = 0 \quad (2.12)$$

Considerando que la frontera es tal que $\Gamma = \Gamma_u \cup \Gamma_T$ entonces es correcto reescribir lo anterior como

$$- \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma} : \varepsilon(\mathbf{v}) \, dx + \int_{\Gamma_T} \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} \cdot \mathbf{v} \, ds + \int_{\Gamma_u} \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} \cdot \mathbf{v} \, ds + \int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} \, dx - \int_{\Omega} \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} \cdot \mathbf{v} \, dx = 0 \quad (2.13)$$

Tomando en cuenta lo expresado en (2.2) y que $\mathbf{v} = \mathbf{0}$ en Γ_u entonces podemos reducir la ecuación a

$$- \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma} : \varepsilon(\mathbf{v}) \, dx + \int_{\Gamma_T} \mathbf{T} \cdot \mathbf{v} \, ds + \int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} \, dx - \int_{\Omega} \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} \cdot \mathbf{v} \, dx = 0 \quad (2.14)$$

Usando un método de descomposición de dominio [1], consideramos la superficie de la falla como una frontera interior entre dos sub-dominios. Si le proveemos de una dirección normal a la falla, y asignando arbitrariamente los lados “negativos” y “positivos” a cada lado de la falla, tal que la dirección normal apunte desde el lado negativo al positivo. Definimos el *slip* en la falla como el desplazamiento del lado positivo con respecto al lado negativo. De la misma forma proveemos de tracciones iguales y opuestas en los lados positivos (\mathbf{l}_+) y negativo (\mathbf{l}_-), tal que $\mathbf{l}_+ + \mathbf{l}_- = \mathbf{0}$.

Las tracciones recién impuestas en la falla, también corresponden a tracciones que ocurren en la frontera, por lo que su contribución debe ser incluida en (2.14),

quedando como

$$\begin{aligned}
& - \int_{\Omega} \underline{\boldsymbol{\sigma}} : \varepsilon(\mathbf{v}) \, dx + \int_{\Gamma_T} \mathbf{T} \cdot \mathbf{v} \, ds - \int_{\Gamma_{f^+}} \mathbf{l} \cdot \mathbf{v} \, ds \\
& + \int_{\Gamma_{f^-}} \mathbf{l} \cdot \mathbf{v} \, ds + \int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} \, dx - \int_{\Omega} \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} \cdot \mathbf{v} \, dx = 0
\end{aligned} \tag{2.15}$$

La existencia y unicidad de la solución para el sistema (2.15) se puede abordar tomando en cuenta el siguiente teorema presentado por Duvaut ([13]).

Teorema 1. *Dado un sistema como el descrito en (2.15), se asegura la existencia y unicidad de una solución \mathbf{u} si se cumple los siguiente:*

- $\mathbf{f}, \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial t} \in L^2(\Omega \times]0, t_f])^3$,
- $\mathbf{l}, \frac{\partial \mathbf{l}}{\partial t} \in L^2(\Gamma_f \times]0, t_f])^3$,
- $\mathbf{T}, \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial t} \in L^2(\Gamma_T \times]0, t_f])^3$,
- $\mathbf{g}, \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t}, \frac{\partial^2 \mathbf{g}}{\partial t^2}, \frac{\partial^3 \mathbf{g}}{\partial t^3} \in L^2(0, t_f; H^{1/2}(\Gamma_u))^3$.

En ese caso, se asegura que la solución \mathbf{u} es tal que

$$\begin{aligned}
\mathbf{u} & \in L^\infty(0, t_f; H^1(\Omega))^3 \\
\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} & \in L^\infty(0, t_f; H^1(\Omega))^3 \\
\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} & \in L^\infty(0, t_f; H^1(\Omega))^3
\end{aligned}$$

Demostración. Ver Teorema 2.1, Capítulo 4, [13]. □

Es con este resultado entonces que podemos ser un poco más rigurosos a la hora de buscar nuestra solución y decir que necesitamos hallar $\mathbf{u} \in H^1(\Omega)^3, \mathbf{l} \in H^{1/2}(\Gamma_f)^3$ solución de (2.15).

Análogamente, podemos construir la forma débil de (2.4), olvidándonos por ahora del tensor de rotación \mathbf{R} , al multiplicar también por una función test \mathbf{v} resultando

$$\int_{\Gamma_f} \mathbf{R}(\mathbf{d} - \mathbf{u}_+ + \mathbf{u}_-) \cdot \mathbf{v} \, ds = 0 \tag{2.16}$$

2.2. Discretización

En lo que sigue, consideremos $\mathbf{g} = \mathbf{0}$. Por simplicidad, asumamos que Ω es un dominio poligonal convexo, con Γ_u o Γ_T no simultáneamente vacíos. Consideremos una partición del intervalo $I = [0, t_f]$ tal que

$$0 = t_0 < t_1 < \dots < t_n = t_f$$

donde los nodos t_i no son necesariamente equidistantes. Con esto, definimos la cantidad

$$\Delta t_i = t_{i+1} - t_i, \quad 0 \leq i < n - 1$$

la que usaremos para discretizar la componente temporal de nuestro problema. De esta forma, por simplicidad en lo que sigue, es que definiremos nuestra solución \mathbf{u} en un tiempo t_i como

$$\mathbf{u}(t_i) = \mathbf{u}^i, \quad 0 \leq i \leq n. \quad (2.1)$$

Misma notación será usada para las demás funciones cuando se les requiera.

Usando diferencias finitas podemos aproximar las derivadas temporales de nuestra solución \mathbf{u} para $i > 1$ de la forma

$$\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2}(t_i) \approx \frac{1}{\Delta t_i^2} (\mathbf{u}^{i-1} - 2\mathbf{u}^i + \mathbf{u}^{i+1}) \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}(t_i) \approx \frac{1}{2\Delta t_i} (\mathbf{u}^{i+1} + \mathbf{u}^{i-1}) \quad (2.3)$$

$$\mathbf{u}^{i+1} \approx \mathbf{u}^i + d\mathbf{u}^i. \quad (2.4)$$

Con este resultado, podemos expandir nuestro termino inercial como

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2}(t_i) \approx \rho \frac{1}{\Delta t_i^2} (\mathbf{u}^{i-1} - 2\mathbf{u}^i + \mathbf{u}^{i+1}) \quad (2.5)$$

el cual a su vez insertaremos en la ecuacion (2.1) obteniendo así una forma parcialmente discretizada del problema:

$$\rho \frac{1}{(\Delta t_i)^2} (\mathbf{u}^{i-1} - 2\mathbf{u}^i + \mathbf{u}^{i+1}) - \mathbf{f}^{i+1} - \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}^{i+1} = 0. \quad (2.6)$$

De esta forma, al igual que en la sección anterior, usando una función test $\mathbf{v} \in H_{\Gamma_u}^1(\Omega)^3$ y reordenando nuestros términos es que llegamos a

$$\begin{aligned} \rho \frac{1}{(\Delta t_i)^2} \int_{\Omega} \mathbf{u}^{i+1} \cdot \mathbf{v} \, dx &= \rho \frac{1}{(\Delta t_i)^2} \int_{\Omega} (\mathbf{u}^{i-1} - 2\mathbf{u}^i) \cdot \mathbf{v} \, dx - \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma}^{i+1} : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}) \, dx \\ &+ \int_{\Gamma_T} \mathbf{T}^{i+1} \cdot \mathbf{v} \, ds - \int_{\Gamma_{f+}} \mathbf{l}^{i+1} \cdot \mathbf{v} \, ds + \int_{\Gamma_{f-}} \mathbf{l}^{i+1} \cdot \mathbf{v} \, ds + \int_{\Omega} \mathbf{f}^{i+1} \cdot \mathbf{v} \, dx. \end{aligned}$$

Sea \mathcal{T}^h una triangulación regular de Ω hecha a partir de triángulos (en \mathbb{R}^2) o de tetraedros (en \mathbb{R}^3) de diámetro h_j , definamos entonces el espacio

$$V_h = \{\mathbf{v} \in C(\bar{\Omega})^3 : \mathbf{v}|_T \in \mathbb{P}_k(T), \forall T \in \mathcal{T}^h, \mathbf{v} = 0 \in \Gamma_u\} \quad (2.7)$$

De esta forma, dado que $V_h \subset H_{\Gamma_u}^1(\Omega)^3$ podemos usar sus funciones base para buscar las aproximaciones \mathbf{u}_h y de esta forma resolver, para $0 \leq i \leq n-1$, el esquema

$$\begin{aligned} \rho \frac{1}{(\Delta t_i)^2} \int_{\Omega} \mathbf{u}_h^{i+1} \cdot \mathbf{v}_h \, dx &= \rho \frac{1}{(\Delta t_i)^2} \int_{\Omega} (\mathbf{u}_h^{i-1} - 2\mathbf{u}_h^i) \cdot \mathbf{v}_h \, dx - \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}_h^{i+1}) : \nabla \mathbf{v}_h \, dx \\ &+ \int_{\Gamma_T} \mathbf{T}^{i+1} \cdot \mathbf{v}_h \, ds - \int_{\Gamma_{f+}} \mathbf{l}_h^{i+1} \cdot \mathbf{v}_h \, ds + \int_{\Gamma_{f-}} \mathbf{l}_h^{i+1} \cdot \mathbf{v}_h \, ds + \int_{\Omega} \mathbf{f}^{i+1} \cdot \mathbf{v}_h \, dx \end{aligned} \quad (2.8)$$

Con esto, podemos definir la forma bilineal $a : V_h \times V_h \rightarrow \mathbb{R}$ y el funcional $F : V_h \rightarrow \mathbb{R}$ como

$$a(u_h, v_h) = \Delta t_i^2 \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}_h^{i+1}) : \nabla \mathbf{v}_h \, dx + \rho \int_{\Omega} \mathbf{u}_h^{i+1} \cdot \mathbf{v}_h \, dx \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} F(v_h) &= \rho \int_{\Omega} (\mathbf{u}_h^{i-1} - 2\mathbf{u}_h^i) \cdot \mathbf{v}_h \, dx + \Delta t_i^2 \int_{\Gamma_T} \mathbf{T}^{i+1} \cdot \mathbf{v}_h \, ds \\ &- \Delta t_i^2 \int_{\Gamma_{f+}} \mathbf{l}_h^{i+1} \cdot \mathbf{v}_h \, ds + \Delta t_i^2 \int_{\Gamma_{f-}} \mathbf{l}_h^{i+1} \cdot \mathbf{v}_h \, ds \\ &+ \Delta t_i^2 \int_{\Omega} \mathbf{f}^{i+1} \cdot \mathbf{v}_h \, dx. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Para ambos, la linealidad y la continuidad son evidentes, y derivan del acotamiento de sus términos. Por otro lado, dado $v_h \in V_h$ tenemos que

$$a(v_h, v_h) = 2G\|\varepsilon(v_h)\|_{0,\Omega}^2 + \lambda\|\nabla \cdot v_h\|_{0,\Omega}^2 + \rho\|v_h\|_{0,\Omega}^2 \quad (2.11)$$

$$\geq 2G\|\varepsilon(v_h)\|_{0,\Omega}^2 \geq 2GC_k\|v_h\|_{1,\Omega}^2 \quad (2.12)$$

donde C_k es la famosa constante de Korn, con lo que la forma bilineal a es además fuertemente coerciva. Con todo lo anterior, dado que se satisfacen las hipótesis del Teorema de Lax-Milgram podemos asegurar la existencia y unicidad del problema full discreto, para cada $i \in \{1, \dots, n-1\}$.

Luego, la ecuación (2.4) recibe la misma discretización ya antes mencionada

$$\int_{\Gamma_f} \mathbf{R}(\mathbf{d}_h^i - \mathbf{u}_{+,h}^i + \mathbf{u}_{-,h}^i) \cdot \mathbf{v} \, ds = 0 \quad (2.13)$$

con lo que el problema recae en encontrar los valores de \mathbf{u}_h^i y \mathbf{l}_h^i que resuelven simultáneamente las ecuaciones (2.8) y (2.13) para todo $t_i, 0 < i < n$.

Este método de resolución es claramente uno de paso múltiple, por lo que usando las condiciones iniciales dadas en (2.6) y (2.7) más lo expuesto en (2.4), determinamos \mathbf{u}^0 y \mathbf{u}^1 , los que usaremos para dar inicio a la resolución de nuestro modelo.

Lamentablemente, dada la falta de una solución analítica, causada en gran parte a la ecuación (2.13), es que nos vemos imposibilitados de realizar algún análisis de error respectivo.

2.3. Zonas de subducción

Los modelos dinámicos de falla nos permiten especificar un modelo constitutivo que gobierne las tracciones y el desplazamiento resultante a lo largo de la falla. Las tracciones en la falla, junto con las condiciones iniciales y de borde, más la deformación del material son algunos de los indicios que nos orientan a entender

como evoluciona el *slip* en la falla. Para eso, el modelo de *slip* en la falla usa las tracciones de la misma, dadas por los multiplicadores de Lagrange, y asume que el desplazamiento es conocido. El modelo constitutivo de la falla pone límites a los multiplicadores de Lagrange y el sistema de ecuaciones resultante se vuelve no lineal.

En cada paso de tiempo, asumimos un incremento nulo en el *slip* de la falla, permitiendo así que los multiplicadores de Lagrange sean iguales a la tracción necesaria para bloquearla. Si estas tracciones superan lo permitido por el modelo constitutivo, entonces se realiza una iteración para encontrar el incremento en el *slip* que permita a los multiplicadores de Lagrange satisfacer el modelo constitutivo. Por otro lado, si estos multiplicadores se encuentran dentro de los límites permitidos, entonces el *slip* se mantiene nulo y no es necesario realizar ningún ajuste.

La ley constitutiva *rate-state*, formulada en base a experimentos de fricción en laboratorio por Dieterich-Ruina [12], ha sido utilizada en este contexto para estudiar y modelar distintos fenómenos sísmicos, como el *afterslip* [21], terremotos lentos [20], y actividad sísmica en general [11]. Una de las formas más clásicas de esta formulación es la propuesta por Ruina [28], la cual relaciona las tensiones de corte τ con la tensión cohesiva de cada elemento T_c más una contribución proporcional al esfuerzo normal efectivo en la falla T_n , de la siguiente forma:

$$\tau(V, \theta) = T_c - \mu(V, \theta)T_n \quad (2.1)$$

$$\mu(V, \theta) = \mu_0 + a \ln \left(\frac{V}{V_0} \right) + b \ln \left(\frac{V_0 \theta}{L} \right) \quad (2.2)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = 1 - \frac{V\theta}{L} \quad (2.3)$$

donde μ es el coeficiente de fricción dinámico, el cual depende a su vez de V : rapidez del desplazamiento en dirección de la falla, *slip rate*, a y b son coeficientes, L es la distancia característica del *slip* o distancia de nucleación y θ es una variable de estado. El caso de V_0 es aparte, ya que ésta fue introducida para mantener la consistencia dimensional del problema [28]. El sistema descrito anteriormente en las ecuaciones (2.1)-(2.3) se inserta en (2.1) usando $\tau(V, \theta)$ como una fuerza de

cuerpo que afecta las superficies de la falla.

Durante el desarrollo de esta tesis usamos una versión regularizada de ésta, propuesta por Aagard [1], donde en pos de evitar variaciones significativas en el coeficiente de fricción para *slip rates* del mismo orden de nuestro término residual, imponiendo una linearización de la variación del coeficiente de fricción mediante el *slip rate*, cuando éste es inferior a cierta cota inferior, de tal forma que la ecuación (2.2) se convierte en

$$\mu_f(V, \theta) = \begin{cases} \mu_0 + a \ln \left(\frac{V}{V_0} \right) + b \ln \left(\frac{V_0 \theta}{L} \right) & V \geq V_{linear} \\ \mu_0 + a \ln \left(\frac{V_{linear}}{V_0} \right) + b \ln \left(\frac{V_0 \theta}{L} \right) - a \left(1 - \frac{V}{V_{linear}} \right) & V < V_{linear} \end{cases} \quad (2.4)$$

donde μ_0 es el valor de referencia del coeficiente de fricción μ cuando se está a *slip rate* V_0 . V_{linear} es un tope al cual requeriremos una linearización de la ecuación, con el cual el valor del *slip rate* pueda ser nulo. Los parámetros a, b, L son constantes a través del tiempo, pero pueden cambiar su valor a lo largo de la falla, permitiendo así distinguir dos comportamientos. Si $(a - b) < 0$, entonces el deslizamiento se comporta de forma estable, a lo que llamamos *velocity-strengthening*. Para el caso contrario, si $(a - b) > 0$, la ley friccional se vuelve potencialmente inestable [28]. A partir de los mismos parámetros, Barbot [7] define la constante adimensional que él llama *número de Dieterich-Ruina-Rice* como

$$R_u = \frac{(b - a) \bar{\sigma} W}{G L} \quad (2.5)$$

el cual caracteriza la importancia de la transferencia de stress no local y depende de la geometría del sistema. Aquí podemos ver relacionada la distancia característica L , el tamaño de la región de aspereza W , la rigidez del material G , el stress normal efectivo $\bar{\sigma}$ e incluye también el comportamiento dictado por el término $(a - b)$. Si el valor de R_u aumenta, entonces el término elástico del problema pierde relevancia, permitiendo que se desarrollen eventos a menor escala.

También tendremos presente el valor R_b como fue presentado por [8]

$$R_b = \frac{b - a}{b} \quad (2.6)$$

el cual es la proporción de la caída de tensión (*stress drop*) estática a dinámica y controla la importancia de los efectos evolutivos a nivel local, donde si $0 < R_b < 1$ representa una zona de *weakening*. Si R_b es positivo pero pequeño, entonces este número está asociado con condiciones que se acercan a *velocity neutral*, lo cual es importante cerca de una zona de transición de *velocity-weakening* a *velocity-strengthening*.

Capítulo 3

Implementacion

Durante el desarrollo de esta tesis, se trabajó con PyLith [1], un código de elementos finitos diseñado para simulaciones dinámicas y cuasiestáticas de deformación de corteza, principalmente enfocado en terremotos y volcanes, compilado para la versión Linux 64-bit y publicado bajo licencia del MIT.

Una de las principales limitantes de este código era que su función de tamaño de paso de tiempo adaptativo era deficiente y produce durante todo el periodo de simulación, un tamaño de paso constante. Por ello, se trabajó en la implementación de una nueva función de paso de tiempo adaptativo, que nos permita capturar de buena manera tanto el largo periodo intersísmico como también la pequeña ventana de tiempo en que se generan los eventos cosísmicos. Además de eso, se trabajó en la implementación de dos nuevas versiones de la ley friccional *rate-state* ([7]).

3.1. Un poco de PyLith.

PyLith es un software portable que tiene la capacidad de adaptarse a diferentes tamaños de simulaciones para la deformación de la corteza terrestre, desde escalas pequeñas de unos pocos metros hasta cientos de kilómetros. También puede simular distintas escalas de tiempo, desde milisegundos hasta miles de años. Una de las aplicaciones más importantes es modelar terremotos que ocurren en fallas utilizando regímenes dinámicos o quasi-estáticos. PyLith representa una de las componentes que en el proceso de investigación de problemas en tectónica (ver figura 3.1.1)

El código ha sido estructurado en módulos para encapsular el comportamiento

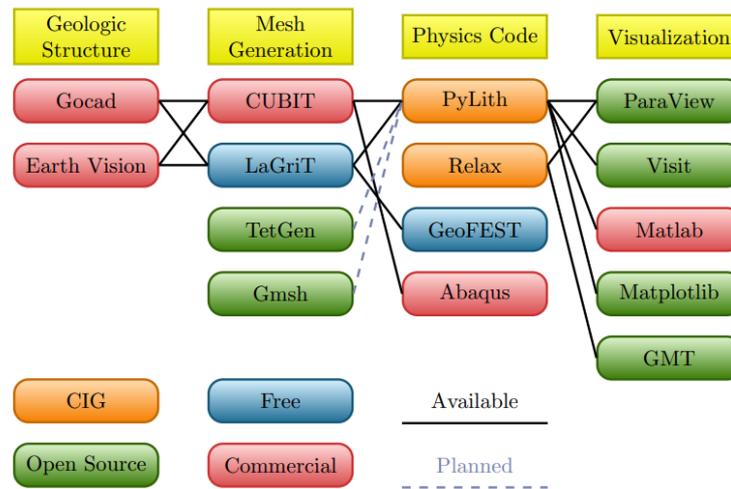


Figura 3.1.1: Esquema de trabajo en el desarrollo de una investigación de fenómenos tectónicos. Abarca desde el desarrollo geológico hasta el análisis de resultados. Imagen extraída de [2]

y permitir su utilización en diferentes aplicaciones. Esto hace posible que los usuarios expertos puedan reemplazar la funcionalidad de distintos componentes sin necesidad de recompilar o afectar el código principal. Además, PyLith utiliza paquetes externos (ver figura 3.1.2) para mejorar la eficiencia computacional y reducir el tiempo de desarrollo.

El software está escrito en dos lenguajes de programación diferentes. El código de alto nivel se encuentra en Python, lo que permite una adición flexible de módulos por parte del usuario y reduce el tiempo de desarrollo. Pyre, un marco de simulación neutral desarrollado por Caltech, se utiliza para vincular los módulos y recolectar la entrada del usuario. El código de bajo nivel se encuentra en C++, lo que permite una implementación orientada a objetos y una ejecución rápida. Para realizar operaciones en matrices y vectores en paralelo, PyLith utiliza la biblioteca PETSc. Además, el software hace uso de dos paquetes de Python: SWIG, que simplifica la tarea de agregar extensiones C++ al código de Python, y FIAT, que proporciona funciones de base tabuladas y puntos de cuadratura numéricos.

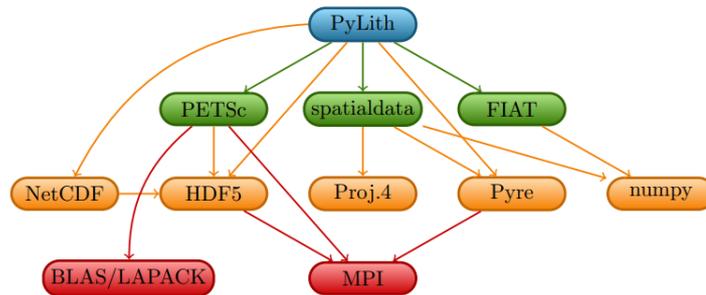


Figura 3.1.2: Dependencias de PyLith. PyLith requiere de otros paquetes para funcionar y algunos de ellos, a su vez, necesitan de otros componentes adicionales para operar correctamente. Imagen extraída de [2]

El código de PyLith está diseñado para utilizar Pyre y PETSc de forma intensiva. Pyre se encarga de conectar los distintos módulos que se usan para construir una simulación y especificar los parámetros. Por su parte, PETSc proporciona las estructuras de datos y se encarga de la creación y manipulación de matrices y vectores para los elementos finitos. Como resultado, la mayoría del código de PyLith se enfoca en la implementación de la geodinámica, incluyendo la reología de volumen, las condiciones de contorno y el deslizamiento en fallas.

PyLith también utiliza FIAT para la tabulación de las funciones de base de elementos finitos en los puntos de integración numérica, y Nemesys para el procesamiento paralelo. Además, se utilizan dependencias indirectas como numpy, Proj.4 y SWIG.

3.2. Paso de Tiempo Adaptativo

Contar con una función de tiempo adaptativo es algo esencial para problemas como el que estamos enfrentando, ya que usaremos órdenes de magnitud muy distinto dependiendo de la situación en que nos encontremos. Durante el periodo intersísmico, la acumulación de carga en la zona de contacto es el protagonista, por lo que la velocidad de la falla pierde valor, y es por eso que en estos periodos necesitamos un tiempo de paso generoso hasta que la velocidad dentro de la falla logre un rol más protagónico al acercarnos a la parte cosísmica del ciclo, momento en el cual necesitaremos un paso de tiempo lo suficientemente pequeño para poder captar de forma efectiva los fenómenos que allí están ocurriendo. Según nuestras propias simulaciones la diferencia entre ambos valores de paso de tiempo alcanza

hasta los 10 órdenes de magnitud de diferencia.

Cuando la velocidad de desplazamiento *slip rate* \mathbf{V} se mantiene constante a través del tiempo a valor V_c , la variable de estado θ , y por consiguiente el esfuerzo de corte τ , tienden a valores constantes, llamados valores de estado estacionario, denotados por $\theta_{ss} = \theta(\mathbf{V})$ y $\tau_{ss} = \tau(\mathbf{V})$ respectivamente ([18]).

Con lo anterior en mente, para cada celda T denotaremos a su *slip-rate* como \mathbf{V}_T y a su variable de estado como θ_T , con lo cual definimos las siguientes cantidades:

$$A_T^* = \mathbf{V}_T \frac{\partial \tau}{\partial V}(\mathbf{V}_T, \theta_T) \quad (3.1)$$

$$B_T^* = -[\mathbf{V}_T \frac{\partial \tau_{ss}}{\partial V}(\mathbf{V}_T, \theta_T)]. \quad (3.2)$$

Con esto, considerese para cada T el valor de ξ_T como

$$\xi_T = \min \left\{ \frac{A_T^*}{k_T L_T - B_T^*}, \frac{1}{2} \right\} \quad (3.3)$$

si $\chi_T > 0$ y

$$\xi_T = \min \left\{ 1 - \frac{B_T^*}{k_T L_T}, \frac{1}{2} \right\} \quad (3.4)$$

si $\chi_T < 0$, donde

$$\chi_T = \frac{1}{4} \left(\frac{k_T L_T}{A_T^*} - \frac{B_T^*}{A_T^*} \right)^2 - \frac{k_T}{A_T^*} \quad (3.5)$$

donde L_T es su distancia característica y k_T es la rigidez efectiva de dicha celda, definida como la reducción de *stress* de corte en la celda debido a las interacciones con su entorno por unidad de desplazamiento, calculada como $k_T = \gamma G/h_T$, donde γ es una constante dependiente del modelo, que siguiendo lo expuesto por Rice ([26]) lo asumiremos como $\pi/2$, y h_T es el tamaño de dicha celda. El término $1/2$ en el cálculo del mínimo en (3.3) y (3.4) es la forma en la que imponemos que en cada paso de tiempo el *slip* no supere la mitad de la distancia característica de la celda L_T .

Así, con una discretización adecuada de la falla define un tamaño de paso evolutivo Δt_{ev} como

$$\Delta t_{ev} = \min_{T \in \mathcal{T}^h} \left\{ \frac{\xi_T L_T}{\|\mathbf{V}_T\|_{\mathbb{R}^d}} \right\} \quad (3.6)$$

con $\|\cdot\|_{\mathbb{R}^d}$ la norma Euclideana clásica. Esta propuesta, nos permite ajustar el

tamaño de paso durante una simulación teniendo en cuenta la velocidad en las celdas, de modo que en un paso de tiempo el *slip* no supere a una fracción de la distancia característica, donde esta fracción es la dictada por ξ_T .

De la misma forma, para poder almacenar los resultados de deformación histórica de forma eficiente, se introduce un nuevo parámetro temporal Δt_{min} , el cual corresponde a una fracción del tiempo necesario para que las ondas elásticas viajen por un elemento de la discretización, de la forma

$$\Delta t_{min} = \frac{h}{3c} \quad (3.7)$$

el cual usaremos para calcular el entero

$$n_{ev} = \lfloor \Delta t_{ev} / \Delta t_{min} \rfloor$$

Así, aseguraremos que el paso de tiempo a utilizar $\Delta \hat{t}_{ev}$ sea siempre un múltiplo de Δt_{min} y nunca menor a Δt_{min} al elegirlo de la forma

$$\Delta \hat{t}_{ev} = \max\{\Delta t_{min}, n_{ev} \Delta t_{min}\}. \quad (3.8)$$

Capítulo 4

Resultados

Para poder ilustrar la mejoría en resultados y en tiempos de cálculo que aporta esta nueva función de paso de tiempo adaptativo, es que hemos preparado un par de experimentos, que nos ayudarán a mostrar como funciona el ciclo intersísmico de un modelo con fricción del tipo *rate-state* con la nueva función de paso de tiempo. Para ello consideraremos una geometría como la que se muestra en la figura 4.0.1, donde podemos observar 4 zonas distintas: *manto continental*, *corteza continental*, *manto oceánico*, *corteza oceánica* hechas a partir de material viscoelástico. Para estos materiales, calcularemos los coeficientes de Lamé G y λ como

$$\begin{aligned}\mu &= \rho v_s^2, \\ G &= \rho v_p^2 - 2\mu,\end{aligned}$$

usando los valores de densidad ρ y las velocidades de las ondas primarias y secundarias, v_p y v_s respectivamente, que se encuentran tabuladas en 4.0.1.

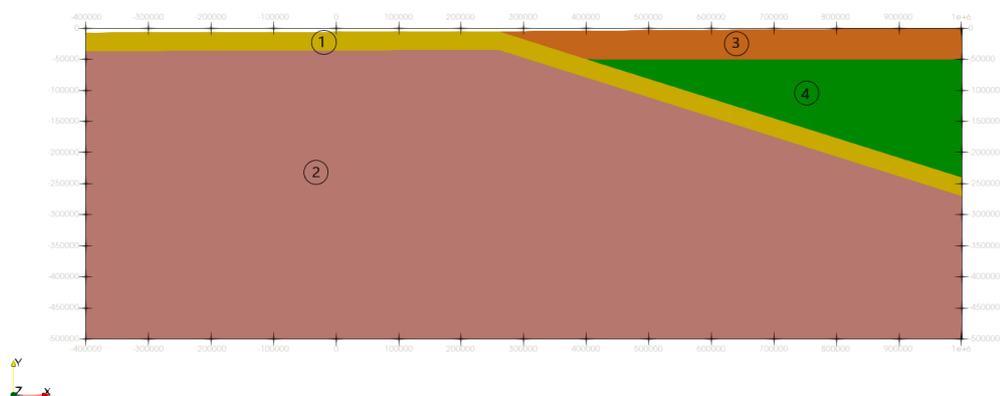


Figura 4.0.1: Esquema de la geometría del modelo. Se distinguen 4 bloques que la componen, la corteza oceánica ①, manto oceánico ②, corteza continental ③ y manto continental ④. La falla ubicada en la zona de contacto entre la placa oceánica con la placa y el manto continental, se extiende hasta los 26km de profundidad. Fuente: Elaboración Propia.

	Densidad (kg/m^3)	v_p (m/s)	v_s (m/s)
Corteza Continental	2700.0	3200.0	5800.0
Manto Continental	2700.0	3200.0	5800.0
Corteza Oceánica	3300.0	4500.0	8100.0
Manto Oceánica	4000.0	5600.0	10000.0

Cuadro 4.0.1: Valores de referencia de densidad ρ y velocidades de onda primaria y secundaria v_s y v_p respectivamente, para los mantos y cortezas continental y oceánicas.

Como condiciones de borde, asumimos condiciones homogéneas de tipo Dirichlet en las fronteras este e inferior del manto oceánico. El manto continental y la corteza continental posee el mismo tipo de condición en su lado oeste. El resto de la frontera fue dejado libre, permitiendo así el movimiento de la placa oceánica subduciendo bajo las placas continentales.

Nuestro principal foco de atención, es qué ocurre en la zona de contacto entre la corteza oceánica y la placa continental, la falla. Con el fin de optimizar costos en memoria, es que se elige una malla con tamaño adaptativo, donde la corteza oceánica tiene un mallado de tamaño $h = 250\text{km}$ en la zona de contacto, mientras el resto de la misma tiene tamaño $h = 500\text{km}$. Además el resto de los materiales también posee un tamaño de $h = 500\text{km}$.

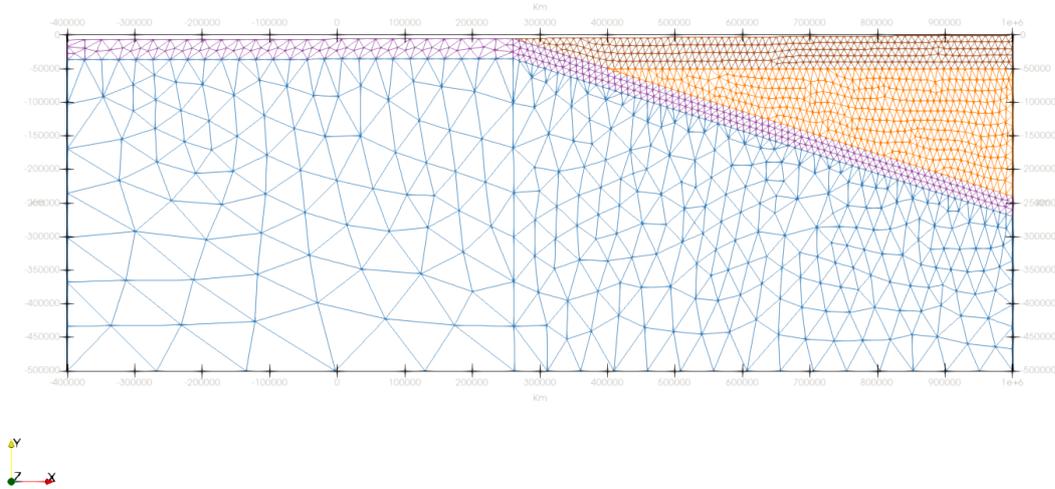


Figura 4.0.2: Mallado de la zona de subducción.

Además, la elección del tamaño de paso debe ajustarse a lo sugerido por Lapusta [18] donde el tamaño de los elementos h comparado con el *tamaño crítico* h^* debe ser tal que

$$\frac{h^*}{h} \gg 1$$

con

$$h^* = \frac{\pi}{4} \frac{GL}{\sigma(b-a)}.$$

En el resto del capítulo se presentarán resultados para distintos valores de a , b , L y W , cuatro parámetros importantes a la de hora de definir el comportamiento de la fricción en el modelo de subducción. Para estos experimentos, mostraremos la velocidad alcanzada en la falla: *sliprate*, la acumulación del desplazamiento *slip* y también el comportamiento de los tamaños de paso de tiempo a lo largo de las simulaciones. Por otro lado, el valor de la velocidad en los elementos será aproximado por funciones cuadráticas, y se usará el Método Aditivo de Schwarz para descomponer el dominio del problema, el cuál ya se encuentra implementado dentro del toolkit PETSc que además nos entrega diferentes herramientas para la resolución en paralelo.

4.1. Experimento 1: Análisis sobre el parámetro L .

Sea $\mu = 0,6$, y los valores de a y b como se definen en la figura 4.1.1 .

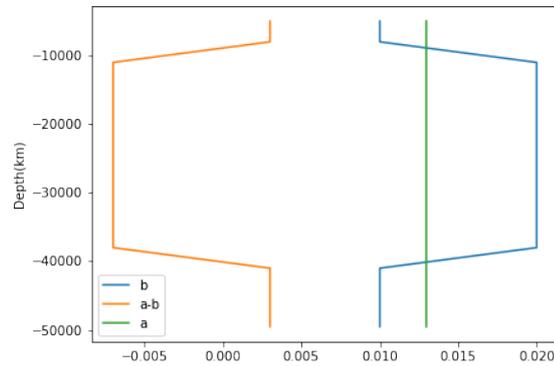


Figura 4.1.1: Valores de a y b a lo largo de la falla.

La zona de *velocity-weakening* tiene un largo de $W = 30km$. Con estos parámetros, si usamos una distancia característica constante a lo largo de la falla, se realizaron 6 modelos con distintos valores de L , manteniendo el resto de los parámetros sin variaciones. Si estudiamos los resultados que se muestran en la Figura 4.1.2, podemos observar que a medida que se incrementa L , también aumentan la velocidad relativa que se alcanza en la falla. Sin embargo la frecuencia de éstos también disminuye drásticamente.

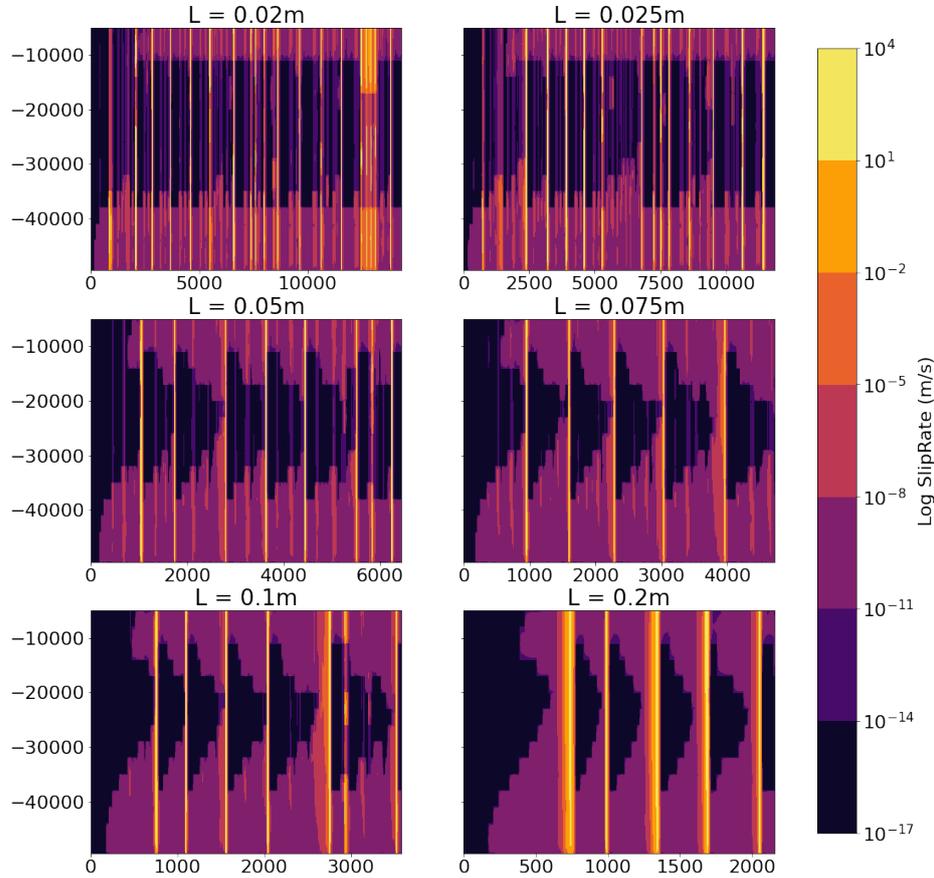


Figura 4.1.2: Velocidad (m/s) de la falla para distintos valores de L .

Si ahora revisamos el slip acumulado en la falla que se muestra en la Figura 4.1.3, podemos observar que antes de un evento, ocurre un pequeño desplazamiento en sentido contrario, que es transversal a la elección de L . Además, en todas las variantes del experimento, a los 40km de profundidad, el slip tiene un comportamiento casi lineal, a excepción de los saltos provocados por los terremotos, lo que es el resultado de haber modelado la parte más profunda de la falla, bajo los 50km , con una velocidad constante. Por otro lado, también es posible confirmar lo dicho anteriormente sobre el efecto de L dentro del modelo, ya que los saltos más grandes del slip se dan efectivamente cuando el parámetro en cuestión es más grande, sin embargo pierde frecuencia en los eventos, ya que el tiempo que se demora en acumular la energía necesaria para nuclear es mayor debido al

crecimiento de L .

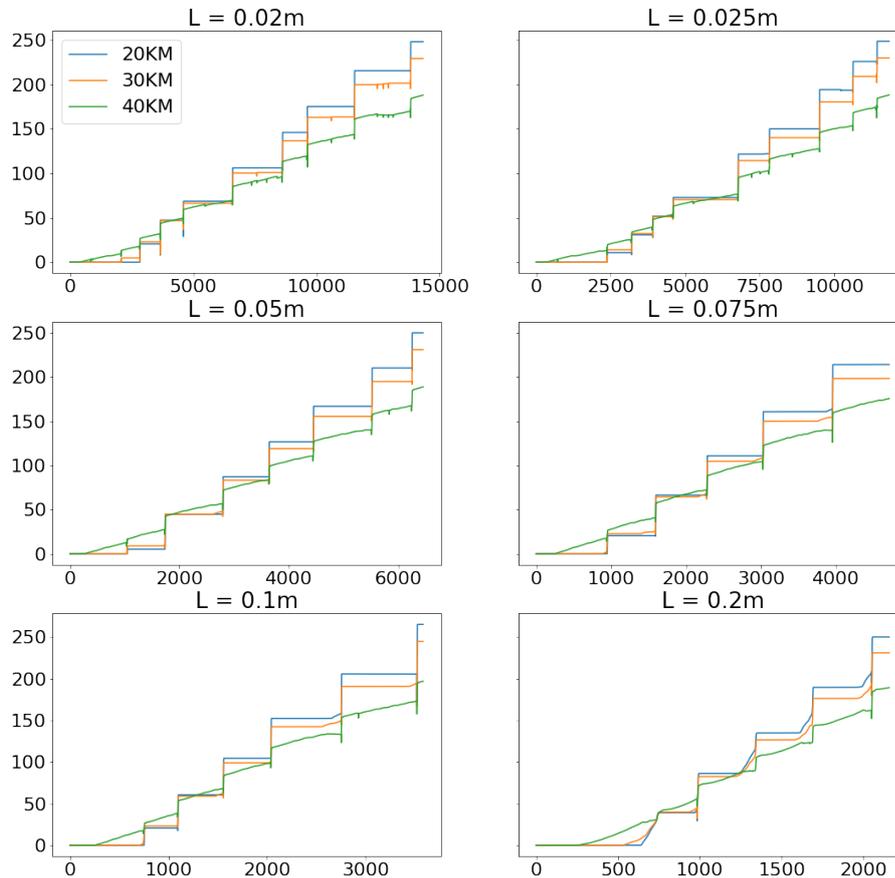


Figura 4.1.3: Slip acumulado a lo largo de la simulación a 3 profundidades distintas para los valores de L indicados.

Para finalizar este estudio de la influencia del parámetro L dentro del modelo, miraremos el comportamiento del paso de tiempo, Figura 4.1.4 a lo largo de los años que se simularon en el experimento.

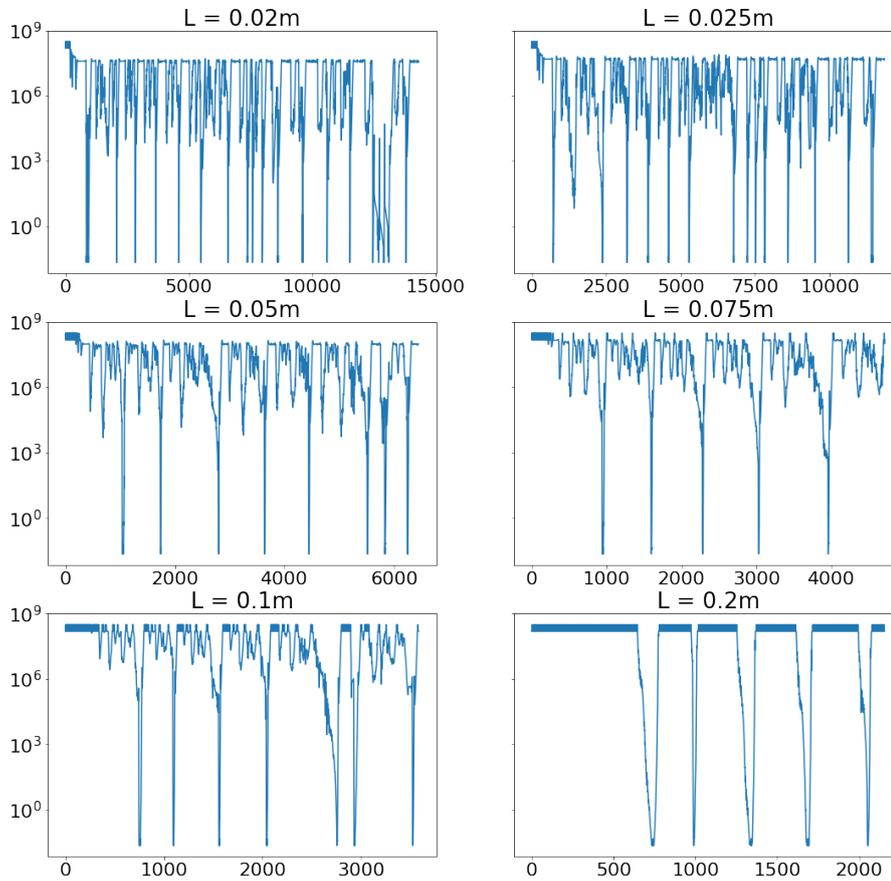


Figura 4.1.4: Comportamiento del tamaño de paso de tiempo dt entregado por la función implementada según 3.8.

A partir de lo que se muestra, podemos ver que claramente nuestra función implementada es capaz de entregar tamaños de paso pequeños cuando nos acercamos a eventos. Si bien esta transición no es lineal, ya que depende de varios parámetros, entre ellos la velocidad relativa de la falla, en el caso $L = 0,2m$ podemos ver que por largos periodos de tiempo, durante la fase intersísmica, el tamaño de tiempo permanece relativamente constante, hasta que se presenta un terremoto, momento en el cual el tamaño de tiempo decrece rápidamente para ajustarse a las nuevas condiciones, después de lo cuál vuelve a subir hasta llegar nuevamente al mismo valor de paso de tiempo ya estudiado. En efecto como se puede ver fácilmente en la Figura 4.1.5, a bajos valores de L , no sólo se puede

ver que hay una mayor cantidad de pasos de tiempo de bajo tamaño, lo cual se relaciona con la mayor cantidad de sucesos, sino que también es posible observar que hay una gran variedad de valores intermedios, y que son recurrentes dentro del avance del modelo. Sin embargo en el caso de $L = 0,2$ se ve que sólo hay un paso intermedio, el cual es usado tanto al entrar en periodo cosísmico, cómo al salir de él.

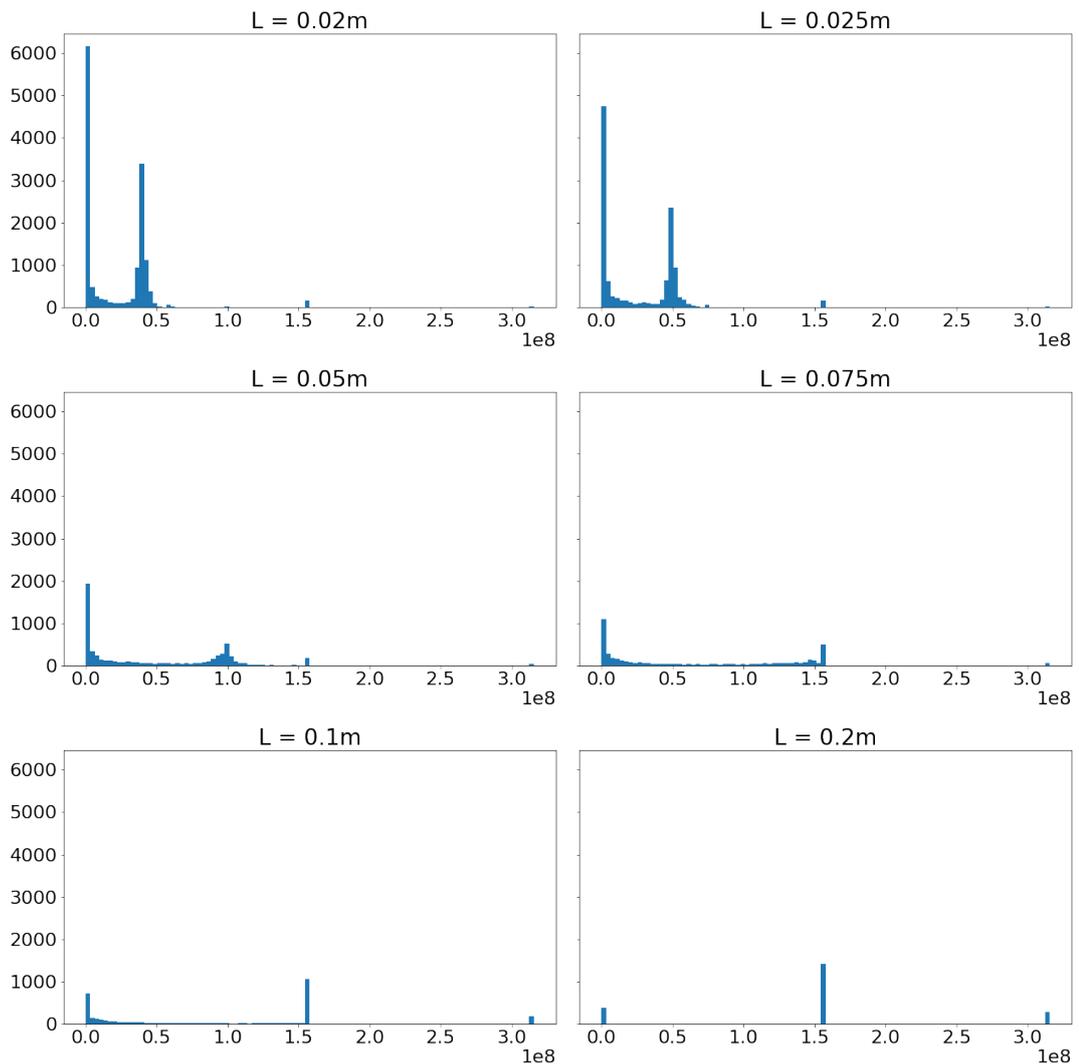


Figura 4.1.5: Histograma con los valores de dt para los distintos valores de L .

4.2. Experimento 2: Análisis sobre los parámetros a y b .

Con los valores de $\mu = 0,6$ y $L = 0,075$ constantes a lo largo de la falla, en este experimento tendremos 4 casos con distintos valores de a y b , los cuales se muestran en la segunda columna de la Figura 4.2.1.

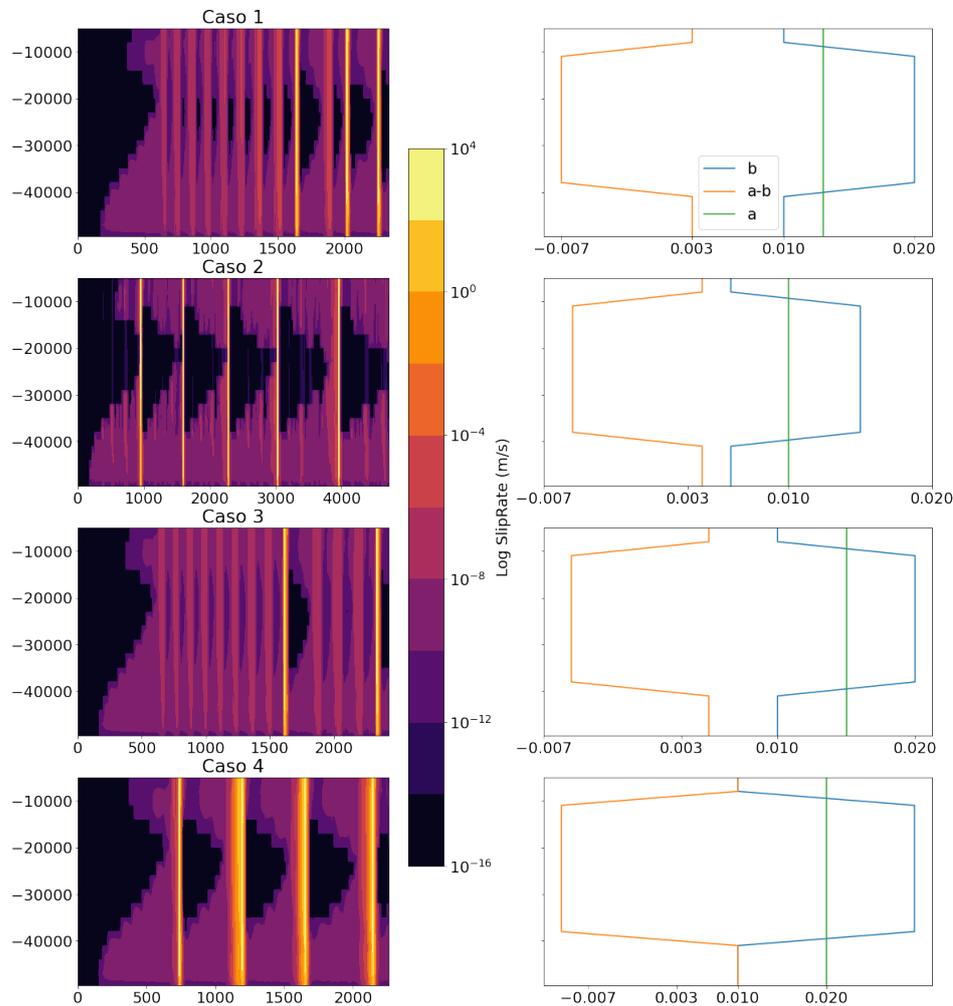


Figura 4.2.1: COLUMNA 1: Velocidad (m/s) de la falla para distintos valores de a y b . COLUMNA 2: Valores de a y b a lo largo de falla.

En la primera columna de la Figura 4.2.1 se muestran las velocidades relativas en la falla a lo largo del periodo completo de modelado. En los casos 1 y 3 podemos ver una seguidilla de pequeños terremotos que desembocan en un evento mucho más grande que los demás. Algo similar ocurre en el caso 2, donde una pequeña cantidad de pequeños eventos ocurren antes de uno de mayor magnitud, sin embargo se puede distinguir una periodicidad en los ciclos de grandes terremotos que los casos antes mencionados carecen. Para el caso 4 ocurre un fenómeno similar, donde claramente se puede observar un ciclo sísmico regular entre eventos sísmicos de gran magnitud, sin embargo estos eventos son los únicos que se logran apreciar, omitiéndose la existencia de terremotos pequeños que los precedan como sucedía en el caso 2. Se puede apreciar el mismo comportamiento en la acumulación del slip en la Figura 4.2.2.

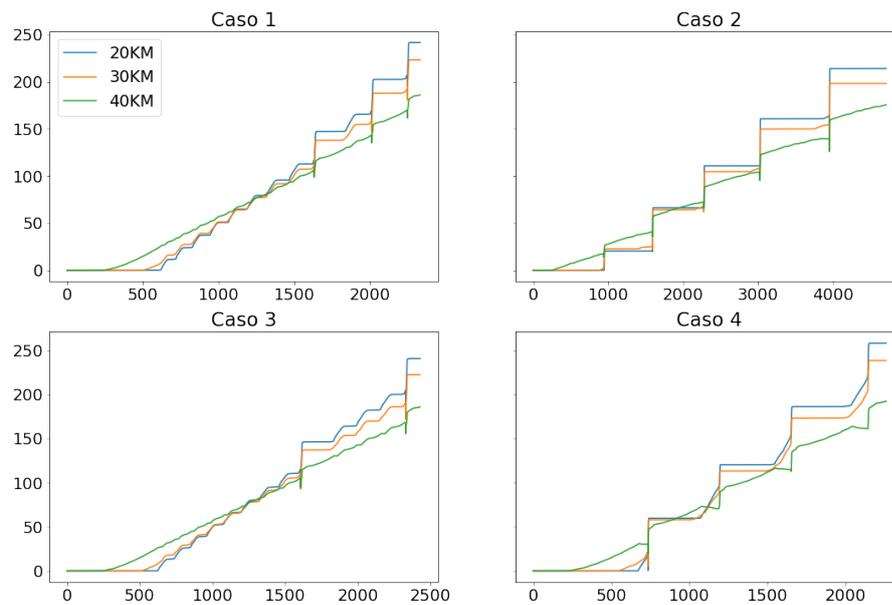


Figura 4.2.2: Slip acumulado a lo largo de la simulación a 3 profundidades distintas para los valores de a y b según los casos.

Al revisar la distribución de los pasos de tiempo dt a lo largo del modelo en la Figura 4.2.3, podemos apreciar que salvo en el caso 2, los tamaños de paso en los periodos intersísmico se mantiene relativamente constante excepto en aquellos momentos donde la falla alcanza una velocidad superior a la velocidad de referencia. Además si revisamos el histograma con la distribución de los pasos de tiempo a

través de la simulación, podemos confirmar lo anterior: para los casos 1, 3 y 4 los valores de paso de tiempo se concentran en un solo valor, cayendo a valores más bajos sólo en el caso de encontrarnos en un evento tectónico importante. Sin embargo en el caso 2, el paso de tiempo está mejor distribuidos entre los valores cosísmicos e intersísmicos.

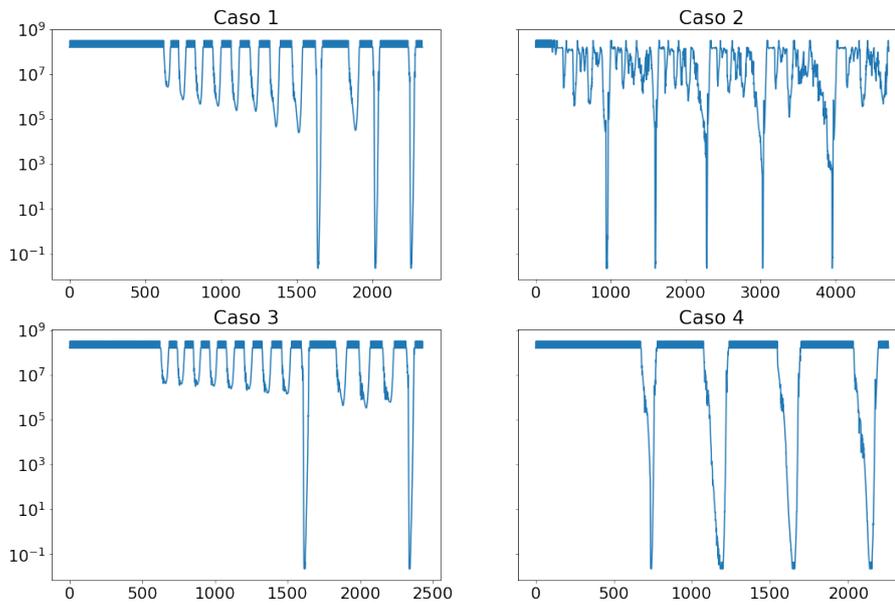


Figura 4.2.3: Comportamiento del tamaño de paso de tiempo dt entregado por la función implementada según 3.8.

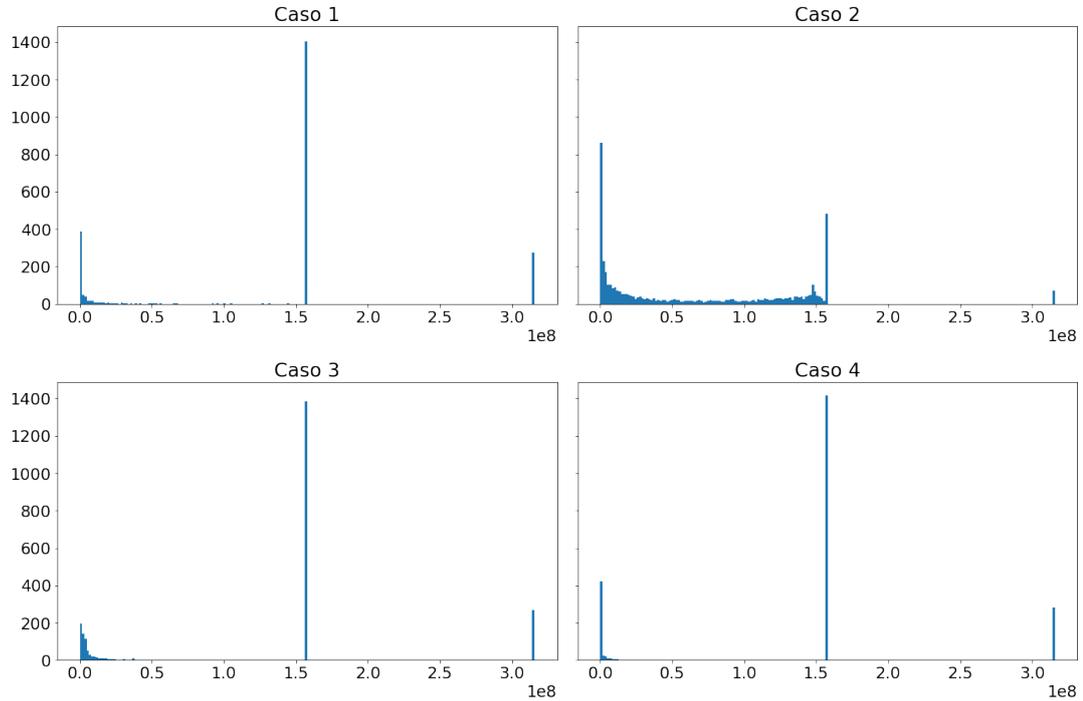


Figura 4.2.4: Histograma con los valores de dt en para los distintos valores de L .

4.3. Experimento 3: Análisis sobre el parámetro W .

En este experimento, consideraremos como constantes sobre la falla los valores de $\mu = 0,6$ y $L = 0,075$. Los valores de $a - b$ serán los mismos en todos los casos, sin embargo variaremos el largo de la sección de *velocity-weakening* W de un valor inicial de $10km$ hasta los $30km$, a partir de los $20km$ de profundidad. Los valores numéricos de a y b son los mismos indicados en la Figura 4.1.1, con la salvedad de los cambios recién mencionadas sobre el largo de la sección.

Revisando las velocidades alcanzadas por la falla durante el periodo de simulación, encontramos que para el primer caso $W = 10km$ las velocidades alcanzadas no son las suficientes para lograr ruptura alguna, ya que la sección no es la suficiente para almacenar la energía necesaria para lograrlo. En los siguientes casos $W = 15km$ y $W = 20km$ se puede apreciar un avance en lo antes mencionado, ya que ahora si somos capaces de lograr rupturas en la falla. Si bien en el segundo caso aún son eventos menores, en el caso 3 estos ya comienzan a presentarse con mayor regularidad. Para $W = 25km, 30k, 35km$ ya es posible hablar de un ciclo

sísmico como tal, donde los eventos están marcados con mayor claridad que con los valores anteriores, además de una mayor regularidad en la ocurrencia de estos.

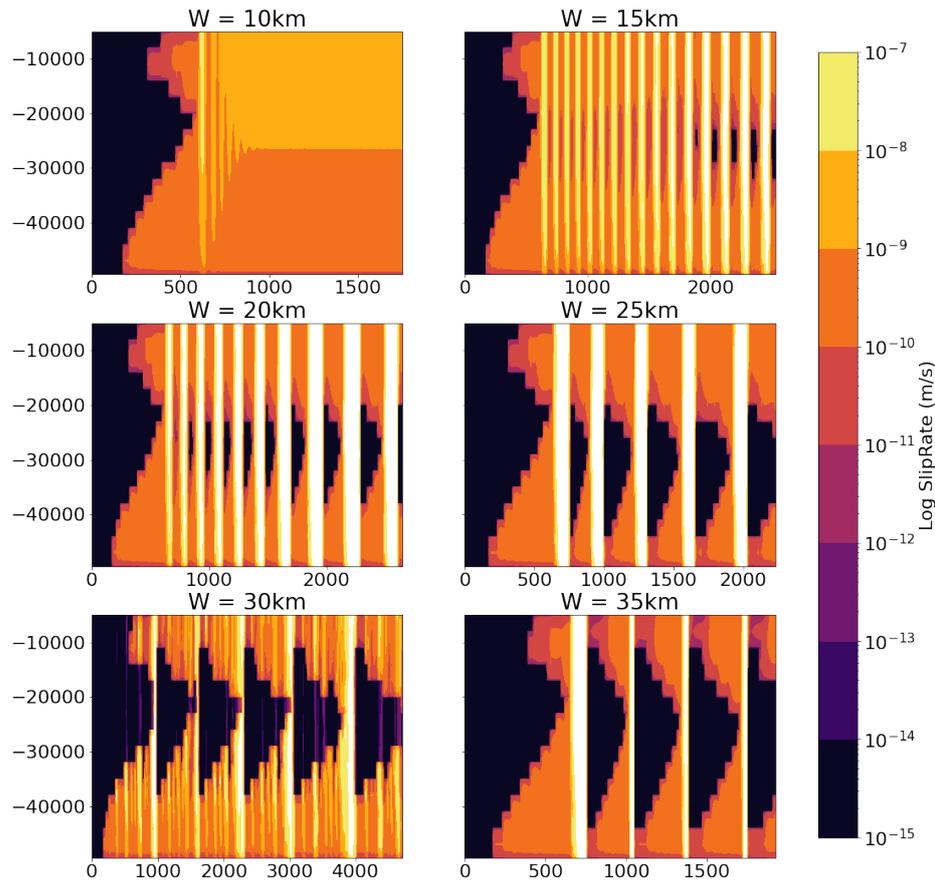


Figura 4.3.1: Velocidad (m/s) de la falla para distintos largos de la zona *velocity-weakening*

Esta idea se ve reforzada al mirar la acumulación del desplazamiento relativo de la falla, ya que para el caso 1 este crecimiento es lineal, y no presenta ninguna evidencia que indique la activación de la zona durante el tiempo que considera el modelo. En los casos 2 y 3 podemos ver pequeños escalones en la Figura 4.3.2, indicador de la presencia de eventos durante el modelo. Estos saltos en el *slip* se ven acentuados a medida que incrementamos el valor de W , siendo los casos 5 y 6 aquellos donde podemos observar claramente los eventos sucedidos durante el periodo de simulación.

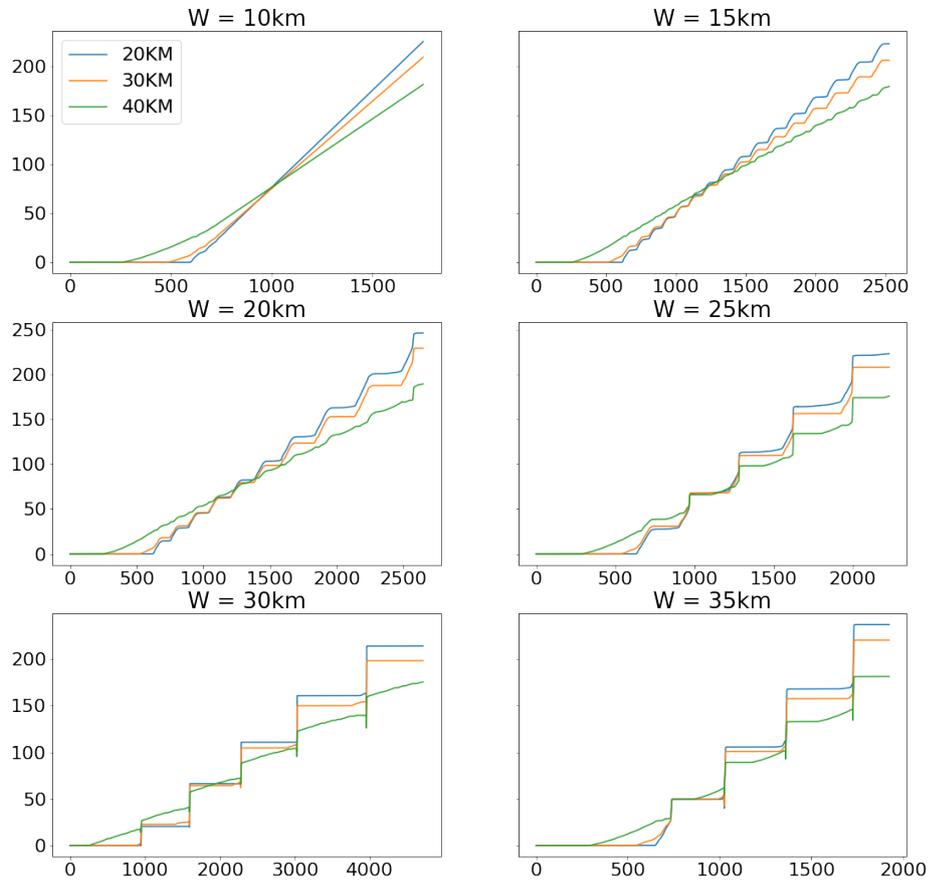


Figura 4.3.2: Slip acumulado a lo largo de la simulación a 3 profundidades distintas para los valores W según los casos.

Recordando que según la función para calcular el paso de tiempo propuesta en esta tesis, los aumentos en la velocidad de la falla se traducen en una reducción de los valores de dt . Al desplegar los valores del paso de tiempo sobre todo el tiempo de simulación, Figura 4.3.3, si miramos el primer caso, podemos observar que sus valores se mantienen constantes, salvo una pequeña alteración llegando a la mitad de la simulación. Para el resto de los casos, el comportamiento es bastante regular, manteniéndose un valor constante en los periodos intersísmicos para luego sufrir una baja considerable cuando se producen los eventos sísmicos. La revisión del histograma de los pasos de tiempo como indica la Figura 4.3.4, sólo sirve para reforzar la idea anterior.

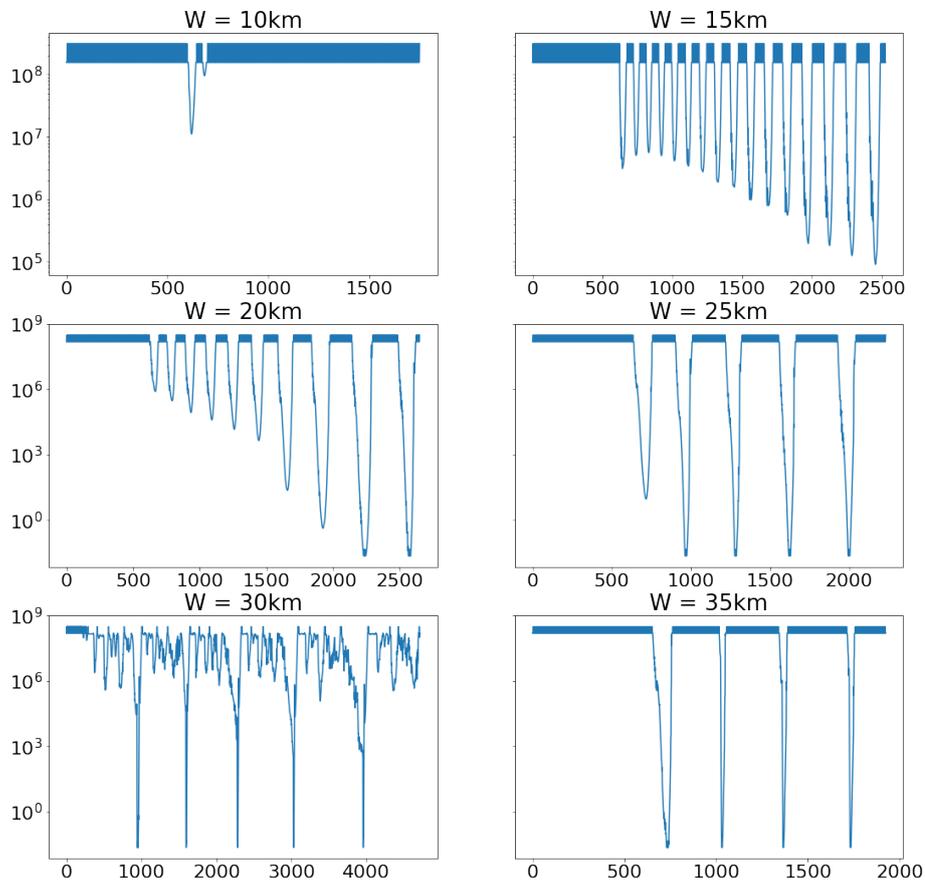


Figura 4.3.3: Comportamiento del tamaño de paso de tiempo dt entregado por la función implementada según 3.8.

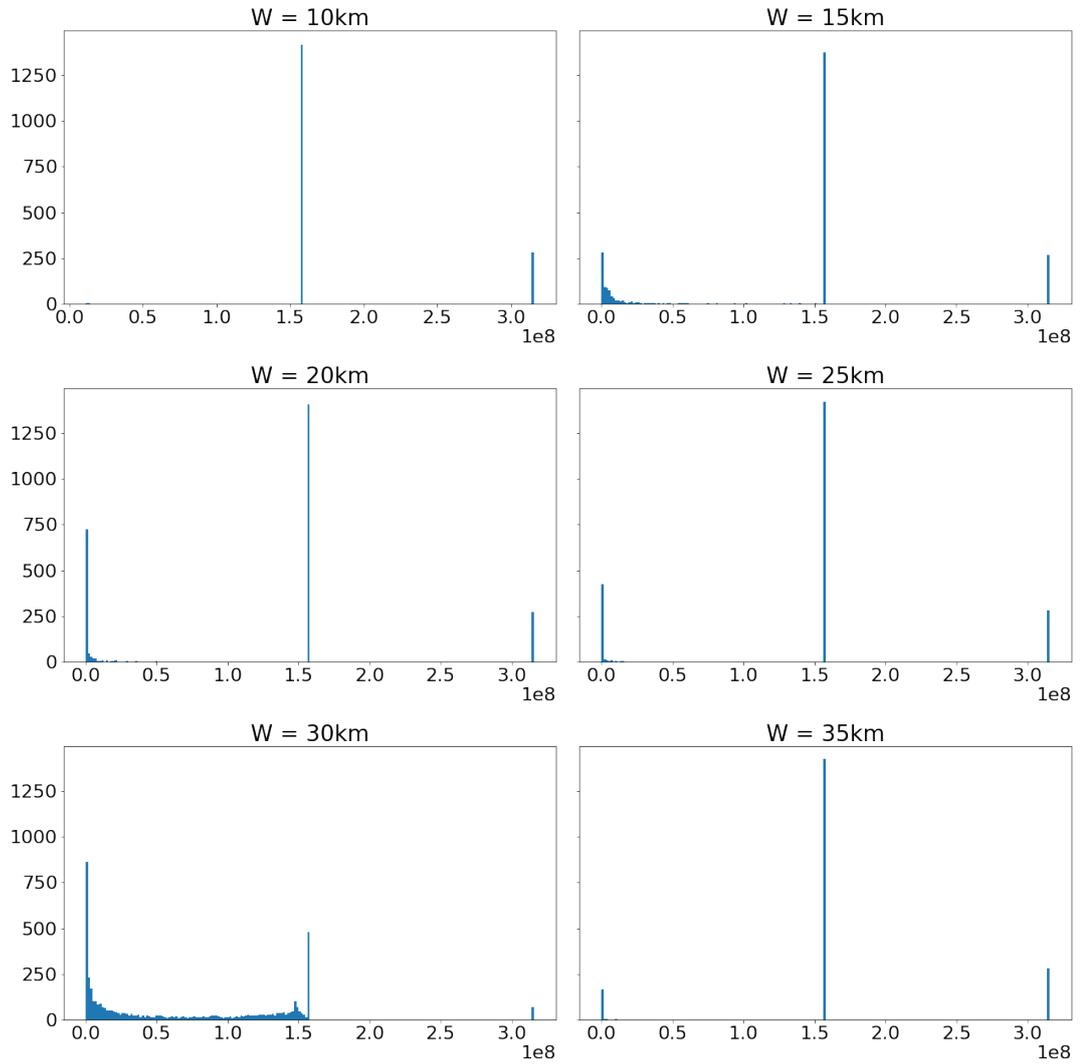


Figura 4.3.4: Histograma con los valores de dt en para los distintos valores de W .

Capítulo 5

Conclusión

El sistema abordado en el primer capítulo de esta tesis ha sido objeto de estudio durante varios años. Sin embargo, su implementación computacional siempre ha sido un desafío debido a la longitud de los dominios en los que se desarrolla el sistema. Tanto en sus dimensiones espaciales como en su dimensión temporal, el desafío ha sido constante. Además, la diferencia en órdenes de magnitud entre la longitud del dominio, del orden de kilómetros, en comparación con el tamaño de las asperezas dentro de la falla, del orden de centímetros, implica que se necesita gran potencia computacional y algoritmos sofisticados.

Con el paso del tiempo, la potencia computacional ha aumentado y los desafíos actuales en el estudio geodinámico se centran en la simulación y puesta en marcha de modelos a gran escala. Aquí es donde entra en juego *PyLith*, cuyo código nos permite analizar distintas perspectivas y resultados de un modelo de subducción, entre otros tipos de modelo. Sin embargo, su principal limitante era la falta de una función con paso de tiempo adaptativo. Este fue el objetivo principal de este trabajo: el desarrollo de un módulo de Python que, usando las velocidades en la falla, nos permita tener mejores valores de paso de tiempo que se ajusten a cómo evoluciona nuestro sistema durante el periodo de simulación.

El principal motivo por el cual se buscaba construir dicho módulo es mejorar los tiempos de cómputo. Al permitir que en el periodo intersísmico el valor del paso de tiempo fuera tan grande como se quisiese, se logra reducir notablemente el tiempo de ejecución. Además, nos permite captar de mejor forma las pequeñas sutilezas presentes al entrar en el periodo cosísmico del ciclo. Aquí, grandes

velocidades resultan en pequeños pasos de tiempo, lo que nos permite apreciar y estudiar de mejor forma el comportamiento de la falla en estas situaciones. Posteriormente, cuando quisimos poner a prueba este modulo en problemas lo suficientemente grandes para notar su efecto, es que tuvimos que recurrir al Laboratorio Nacional de Computación de Alto Rendimiento (NLHPC), el cual nos permitió utilizar sus instalaciones y recursos computacionales para probar nuestro desarrollo en óptimas condiciones.

En las pruebas realizadas con distintas geometrías y parámetros físicos, pudimos notar que el módulo desarrollado y testeado cumplía con las expectativas con las que fue escrito. Permittiéndonos controlar el tamaño de paso de tiempo, acoplándose de forma natural a la sintaxis usada por *PyLith*. Además, los tiempos de cómputo se vieron reducidos de días, a algunas horas, solo usando un tiempo adaptativo en vez de uno constante. Si bien, dentro de la comunidad matemática esto podría no ser un avance significativo, si puede serlo dentro la comunidad geofísica que estudia estos fenómenos. En la búsqueda de los mejores softwares/códigos para su estudio, se encontraron con un gran código con un problema. Esperamos con esta contribución solucionar ese problema y hacerle la vida más fácil a los usuarios de este código. Cabe mencionar que, aunque el ejemplo del modelo utilizado para ilustrar el funcionamiento del nuevo módulo considera solamente geometría en 2D, su ampliación a una versión 3D se da de forma natural dado que las cantidades necesarias también están presentes a la hora de construir el modelo.

Bibliografía

- [1] Aagaard, B., Knepley, M., and Williams, C. (2013). A domain decomposition approach to implementing fault slip in finite-element models of quasi-static and dynamic crustal deformation. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 118(6):3059–3079.
- [2] Aagaard, B., Knepley, M., and Williams, C. (2022). Pylith manual, version 3.0.3. *Computational Infrastructure for Geodynamics, Davis, CA*.
- [3] Abdelmeguid, M., Ma, X., and Elbanna, A. (2019). A novel hybrid finite element-spectral boundary integral scheme for modeling earthquake cycles: Application to rate and state faults with low-velocity zones. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 124(12):12854–12881.
- [4] Allison, K. L. and Dunham, E. M. (2018). Earthquake cycle simulations with rate-and-state friction and power-law viscoelasticity. *Tectonophysics*, 733:232–256.
- [5] Andersson, L.-E. and Klarbring, A. (2001). A review of the theory of static and quasi-static frictional contact problems in elasticity. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 359(1789):2519–2539.
- [6] Balay, S., Abhyankar, S., Adams, M. F., Benson, S., Brown, J., Brune, P., Buschelman, K., Constantinescu, E., Dalcin, L., Dener, A., Eijkhout, V., Gropp, W. D., Hapla, V., Isaac, T., Jolivet, P., Karpeev, D., Kaushik, D., Knepley, M. G., Kong, F., Kruger, S., May, D. A., McInnes, L. C., Mills, R. T., Mitchell, L., Munson, T., Roman, J. E., Rupp, K., Sanan, P., Sarich, J., Smith, B. F., Zampini, S., Zhang, H., Zhang, H., and Zhang, J. (2021). PETSc/TAO users manual. (ANL-21/39 - Revision 3.16).
- [7] Barbot, S. (2019). Slow-slip, slow earthquakes, period-two cycles, full and partial ruptures, and deterministic chaos in a single asperity fault. *Tectonophysics*, 768:228171.
- [8] Barbot, S. (2020). Frictional and structural controls of seismic super-cycles at the japan trench. *Earth, Planets and Space*, 72(1):63–72.
- [9] Barrientos, S. (2018). The seismic network of chile. *Seismological Research Letters*, 89(2A):467–474.

- [10] Demkowicz, L. and Oden, J. (1982). On some existence and uniqueness results in contact problems with nonlocal friction. *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications*, 6(10):1075–1093.
- [11] Dieterich, J. (1994). A constitutive law for rate of earthquake production and its application to earthquake clustering. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 99(B2):2601–2618.
- [12] Dieterich, J. H. (1979). Modeling of rock friction: 1. experimental results and constitutive equations. *Journal of Geophysical Research*, 84(B5):2161.
- [13] Duvaut, G. and Lions, J. L. (1976). *Inequalities in Mechanics and Physics*. Springer Berlin Heidelberg.
- [14] Erickson, B. A. and Dunham, E. M. (2014). An efficient numerical method for earthquake cycles in heterogeneous media: Alternating subbasin and surface-rupturing events on faults crossing a sedimentary basin. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 119(4):3290–3316.
- [15] Goswami, A. and Barbot, S. (2018). Slow-slip events in semi-brittle serpentinite fault zones. *Scientific Reports*, 8(1):6181.
- [16] Jiang, J. and Lapusta, N. (2016). Deeper penetration of large earthquakes on seismically quiescent faults. *Science*, 352(6291):1293–1297.
- [17] Lapusta, N. and Rice, J. R. (2003). Nucleation and early seismic propagation of small and large events in a crustal earthquake model. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 108(B4):2205.
- [18] Lapusta, N., Rice, J. R., Ben-Zion, Y., and Zheng, G. (2000). Elastodynamic analysis for slow tectonic loading with spontaneous rupture episodes on faults with rate- and state-dependent friction. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 105(B10):23765–23789.
- [19] Li, D. and Liu, Y. (2016). Spatiotemporal evolution of slow slip events in a nonplanar fault model for northern cascadia subduction zone. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 121(9):6828–6845.
- [20] Liu, Y. and Rice, J. R. (2007). Spontaneous and triggered aseismic deformation transients in a subduction fault model. *Journal of Geophysical Research*, 112(B9):1–23.
- [21] Marone, C. J., Scholtz, C. H., and Bilham, R. (1991). On the mechanics of earthquake afterslip. *Journal of Geophysical Research*, 96(B5):8441.
- [22] Martins, J. and Oden, J. (1987). Existence and uniqueness results for dynamic contact problems with nonlinear normal and friction interface laws. *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications*, 11(3):407–428.

-
- [23] Mckay, M. B., Erickson, B. A., and Kozdon, J. E. (2019). A computational method for earthquake cycles within anisotropic media. *Geophysical Journal International*, 219(2):816–833.
- [24] Ohtani, M. and Hirahara, K. (2015). Effect of the earth's surface topography on quasi-dynamic earthquake cycles. *Geophysical Journal International*, 203(1):384–398.
- [25] Ong, S. Q. M., Barbot, S., and Hubbard, J. (2019). Physics-based scenario of earthquake cycles on the ventura thrust system, california: The effect of variable friction and fault geometry. *Pure and Applied Geophysics*, 176(9):3993–4007.
- [26] Rice, J. R. (1993). Spatio-temporal complexity of slip on a fault. *Journal of Geophysical Research*, 98(B6):9885.
- [27] Rice, J. R. and Tse, S. T. (1986). Dynamic motion of a single degree of freedom system following a rate and state dependent friction law. *Journal of Geophysical Research*, 91(B1):521.
- [28] Ruina, A. (1983). Slip instability and state variable friction laws. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 88(B12):10359–10370.
- [29] Segall, P. and Bradley, A. M. (2012). The role of thermal pressurization and dilatancy in controlling the rate of fault slip. *Journal of Applied Mechanics*, 79(3):13–31.
- [30] Tse, S. T. and Rice, J. R. (1986). Crustal earthquake instability in relation to the depth variation of frictional slip properties. *Journal of Geophysical Research*, 91(B9):9452.