

UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
DIRECCION DE POSTGRADO
CONCEPCION-CHILE



SOLUCION NUMERICA DEL PROBLEMA DE CONFORMADO
ELECTROMAGNETICO

*Tesis para optar al grado de Doctor
en Ciencias Aplicadas con mención en Ingeniería Matemática*

Bibiana López Rodríguez

FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

2012

Resumen

En esta tesis se analizan algunos problemas de corrientes inducidas en dominios acotados con el fin de resolver el problema de conformado electromagnético tridimensional sin alguna simetría en particular. Se estudiará especialmente el caso en que las fuentes de corriente están proporcionadas en términos de intensidades y/o voltajes impuestos en partes de la frontera del dominio.

Inicialmente se demuestra la equivalencia entre dos formulaciones para el problema de corrientes inducidas en régimen armónico. La primera, es una formulación en términos del campo magnético en el conductor y un potencial escalar magnético en el dieléctrico. La segunda es una formulación en términos del campo magnético en todo el dominio y un multiplicador de Lagrange en el dieléctrico. La equivalencia se muestra a nivel discreto. Se muestran resultados numéricos que resaltan las ventajas e inconvenientes de cada una de las formulaciones.

A continuación, se analiza un método numérico para la formulación en términos del campo magnético del problema transitorio de corrientes inducidas con intensidades de corriente como dato. Se demuestra que la formulación débil tiene una única solución que satisface en cierto sentido el problema de partida. Se propone un espacio de elementos finitos para la discretización espacial basada en elementos de aristas de Nédélec. A continuación, se introduce un esquema de Euler implícito para la discretización en tiempo. Se demuestran estimaciones óptimas de error para los esquemas semidiscreto y totalmente discreto. Además, se introduce un potencial escalar magnético en el dieléctrico para imponer la condición de rotacional nulo, lo cual conduce a un ahorro computacional importante. Finalmente, el método se aplica para resolver dos problemas: un test con solución analítica conocida y una aplicación al conformado electromagnético.

La implementación de la formulación anterior, campo magnético/potencial escalar magnético, requiere la construcción de las llamadas *superficies de corte* en el dominio dieléctrico, cuando éste no es simplemente conexo. La construcción de estas superficies puede ser muy compleja en la práctica. Por ello, a continuación se aborda el problema de corrientes inducidas transitorio en términos de la primitiva del campo eléctrico. En este caso se estudia el problema con fuentes no locales en términos de intensidades y voltajes. En el dieléctrico es necesario introducir un multiplicador de Lagrange y el análisis conduce al estudio de un problema mixto parabólico degenerado. Se demuestran resultados de existencia y unicidad de solución así como resultados de convergencia para el método numérico propuesto. El método numérico es validado con un ejemplo con solución analítica conocida; se aplica además para calcular las corrientes inducidas en una topología donde la introducción de la superficie de corte no es trivial.

Finalmente, se aborda un problema transitorio de corrientes inducidas en un dominio acotado donde el dominio conductor cambia con el tiempo. En este caso, para simplificar el análisis, se plantea el problema con condiciones de contorno esenciales y una fuente volúmica conocida. Se propone una formulación en términos del campo magnético para la cual se demuestra que existe solución. Se propone también una técnica de penalización para imponer la restricción de rotacional nulo en el dieléctrico. Se demuestra que esta estrategia es eficaz para el problema con conductor fijo, tanto para el problema continuo como para su discretización con elementos finitos de Nédélec y un esquema de Euler implícito. Así mismo se demuestran estimaciones óptimas del error para este esquema numérico uniformes respecto al parámetro de penalización. Se presentan ensayos numéricos que confirman la convergencia del método de penalización propuesto. El método numérico con penalización se aplica a un caso donde el conductor se desplaza a lo largo del tiempo. Los resultados ponen de manifiesto que cabría esperar un orden de convergencia similar al caso de conductor fijo.

