

**UNIVERSIDAD DE CONCEPCION – CHILE**  
**FACULTAD DE INGENIERIA**  
**DEPARTAMENTO DE INGENIERIA INDUSTRIAL**

**Modelo de programación matemática para el VRPPDTW multiobjetivo  
con flota heterogénea y propuesta de algoritmo evolutivo para su  
resolución**

por

**Mauricio Ignacio Bravo Urria**

Profesor Guía:

**Dra. Lorena Pradenas**

Concepción, abril, 2015

Tesis presentada a la  
**DIRECCION DE POSTGRADOS**  
**UNIVERSIDAD DE CONCEPCION**



Para optar al grado de  
**MAGISTER EN INGENIERIA INDUSTRIAL**

# RESUMEN

## Modelo de programación matemática para el VRPPDTW multiobjetivo con flota heterogénea y propuesta de algoritmo evolutivo para su resolución

Mauricio Ignacio Bravo Urria  
Abril 2015

**Profesor Guía:** Dra. Lorena Pradenas Rojas  
**Programa:** Magíster en Ingeniería Industrial

El objetivo de la presente tesis es proponer un modelo para el problema de transporte de carga con entrega y retiro de mercaderías desde diferentes clientes, en distintos intervalos de tiempo y con flota heterogénea de vehículos (VRPPDTW) considerando además, múltiples objetivos a optimizar: la disminución del consumo de combustible; tiempo de recorrido de la flota y número de requerimientos atendidos. Para alcanzar el objetivo planteado, primero se propone un modelo de programación matemática basado en antecedentes de la literatura sobre VRPPDTW y de consumo de combustible, y se resuelve en CPLEX para instancias pequeñas. Se propone además para instancias complejas un algoritmo evolutivo multiobjetivo, que es implementado en C++.

**Palabras claves:** algoritmo evolutivo, VRPPDTW heterogéneo, PRP multiobjetivo.

# ABSTRACT

## **Modelo de programación matemática para el VRPPDTW multiobjetivo con flota heterogénea y propuesta de algoritmo evolutivo para su resolución**

**Mauricio Ignacio Bravo Urria**

**Abril 2015**

**Thesis Supervisor:**        **Dra. Lorena Pradenas Rojas.**  
**Program:**                    **Master in Industrial Engineering**

The objective of this thesis is proposing an approach to the vehicle routing problem with pickup and delivery and time windows (VRPPDTW), considering heterogeneous fleet and several goals: fuel consumption, amount of served requirements and traveling time. To do this, a mathematical programming model is proposed, based in the latest issues about VRP problems and about to fuel consumption, which es solved by using CPLEX in small instances. An evolutionary algorithm is also proposed to solve complex instances, and it's coded in C++.

**Keywords:** evolutionary algorithm, heterogeneous VRPPDTW, multiobjective PRP.

# Índice

<b>Capítulo 1. Introducción.....</b>	<b>1</b>
1.1 Hipótesis.....	1
1.2 Objetivo general.....	1
1.3 Objetivos específicos.....	2
<b>Capítulo 2. Descripción del problema.....</b>	<b>3</b>
2.1 El problema ambiental.....	3
2.2 Transporte y cambio climático.....	6
2.3 Importancia del transporte en la gestión de la cadena de abastecimiento.....	8
<b>Capítulo 3. Revisión bibliográfica y estado del arte.....</b>	<b>10</b>
3.1 Logística verde.....	12
3.1.1 <i>Logística reversa</i> .....	13
3.1.2 <i>Gestión de residuos</i> .....	15
3.1.3 <i>Otros estudios de sustentabilidad en la cadena de suministro</i> .....	18
3.2 Transporte.....	19
3.2.1 <i>Problemas de ruteo de vehículos</i> .....	19
3.2.2 <i>VRPPDTW</i> .....	23
3.2.3 <i>Métodos de resolución</i> .....	26
3.2.4 <i>Consideraciones ambientales en los problemas de ruteo</i> .....	27
3.2.5 <i>Huella de carbono y cálculo de emisiones en el transporte de carga</i> .....	32
3.3 Optimización multiobjetivo.....	35
3.3.1 <i>Modelo matemático multiobjetivo</i> .....	35
3.3.2 <i>Soluciones no dominadas y conjunto eficiente</i> .....	37
3.3.3 <i>Enfoques de solución para el problema de programación multiobjetivo</i> .....	38
3.3.3.1 <i>Método de la suma ponderada</i> .....	40
3.3.3.2 <i>Método de la <math>\varepsilon</math>-restricción</i> .....	41
<b>Capítulo 4. Modelamiento matemático.....</b>	<b>44</b>
4.1 Construcción de redes.....	44
4.2 Modelo de programación matemática.....	45

4.2.1	<i>Función objetivo de consumo de combustible</i>	48
4.2.2	<i>Función objetivo de tiempo total recorrido por la flota</i>	50
4.2.3	<i>Función objetivo de solicitudes sin atender</i>	50
4.2.4	<i>Restricciones</i>	50
<b>Capítulo 5.</b>	<b>Instancias del problema</b>	<b>53</b>
5.1	Instancia con flota homogénea (I1)	54
5.2	Instancias con flota heterogénea	58
5.2.1	<i>Instancia I2</i>	57
5.2.2	<i>Instancia I3</i>	62
5.2.3	<i>Instancia I4</i>	65
5.2.4	<i>Instancia I5</i>	69
5.2.5	<i>Instancia I6</i>	71
5.2.6	<i>Instancia I7</i>	73
5.3	Resumen de las instancias I1-I7	74
5.4	Instancias complejas	75
<b>Capítulo 6.</b>	<b>Métodos de resolución</b>	<b>78</b>
6.1	Escalarización y método de la $\epsilon$ – restricción	78
6.2	Algoritmo evolutivo	82
6.2.1	<i>Representación de los individuos</i>	84
6.2.1.1	<i>Representación de las rutas</i>	84
6.2.1.2	<i>Representación de las velocidades</i>	85
6.2.2	<i>Generación de la población inicial</i>	86
6.2.3	<i>Selección</i>	88
6.2.4	<i>Cruce</i>	89
6.2.5	<i>Mutación</i>	90
6.2.6	<i>Actualización de la población</i>	90
<b>Capítulo 7.</b>	<b>Resultados</b>	<b>91</b>
7.1	Resultados de la escalarización	91
7.1.1	<i>Resultado instancia I1</i>	92
7.1.2	<i>Resultado instancia I2</i>	94
7.1.3	<i>Resultado instancia I3</i>	96
7.1.4	<i>Resultados instancia I4, I5, I6 e I7</i>	97

7.1.5 Ejemplo de rutas .....	98
7.2 Resultados de algoritmo propuesto.....	104
7.2.1 Establecimientos de parámetros del algoritmo evolutivo.....	104
7.2.2 Soluciones.....	105
<b>Capítulo 8. Análisis de resultados.....</b>	<b>109</b>
<b>Capítulo 9. Conclusiones.....</b>	<b>115</b>
<b>Capítulo 10. Referencias.....</b>	<b>117</b>
<b>Capítulo 11. Anexos.....</b>	<b>125</b>
11.1 Análisis factorial sobre el máximo <i>gap</i> entre los mejores individuos de las poblaciones inicial y final.....	125
11.2 Análisis factorial sobre el tiempo de ejecución del algoritmo.....	126



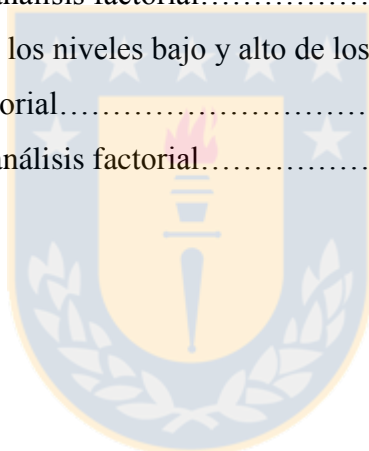
## Lista de tablas

Tabla 3.1:	Factor de emisión para distintos GEI.....	33
Tabla 3.2:	Factores de conversión de GEI para distintos vehículos.....	34
Tabla 3.3:	Factores de conversión de GEI para distintos combustibles.....	34
Tabla 4.1:	Parámetros usados en el modelo de programación matemática.....	46
Tabla 5.1:	Valores de parámetros de I1.....	55
Tabla 5.2:	Matriz de distancias entre ciudades de I1.....	56
Tabla 5.3:	Ángulo de los arcos ( <i>rad</i> ) en I1.....	56
Tabla 5.4:	Tiempos de servicio, ventanas de tiempo y demandas para cada nodo de I1.....	57
Tabla 5.5:	Asociación vehículo – solicitud de I1.....	57
Tabla 5.6:	Características de los vehículos en I2.....	58
Tabla 5.7:	Valores de parámetros de I2.....	59
Tabla 5.8:	Matriz de distancias para I2 e I3 ( <i>m</i> ).....	60
Tabla 5.9:	Ángulos de los arcos para I2 ( <i>rad</i> ).....	61
Tabla 5.10:	Tiempos de servicio, ventanas de tiempo y demandas para los nodos en las instancias I2 e I3.....	62
Tabla 5.11:	Asociación vehículo – solicitud para las instancias I2 e I3.....	62
Tabla 5.12:	Características de los vehículos en I3.....	62
Tabla 5.13:	Valores de parámetros de I3.....	63
Tabla 5.14:	Ángulos de los arcos para I3 ( <i>rad</i> ).....	64
Tabla 5.15:	Característica de los vehículos en I4 ,I5 e I6.....	65
Tabla 5.16:	Valores de parámetros de I4.....	65
Tabla 5.17:	Asociación vehículo – solicitud de I4.....	66
Tabla 5.18:	Tiempos de servicio, ventanas de tiempo y demandas para cada nodo de I4.....	68
Tabla 5.19:	Tiempos de servicio, ventanas de tiempo y demandas para cada nodo de I5.....	70
Tabla 5.20:	Asociación vehículo – solicitud de I5.....	71
Tabla 5.21:	Tiempos de servicio, ventanas de tiempo y demandas para cada nodo de I6.....	72
Tabla 5.22:	Asociación vehículo – solicitud de I6.....	72
Tabla 5.23:	Tiempos de servicio, ventanas de tiempo y demandas para cada nodo de I7... ..	73
Tabla 5.24:	Asociación vehículo – solicitud de I7.....	74
Tabla 5.25:	Resumen de los parámetros de entrada de las instancias.....	74

Tabla 5.26: Resumen de las variables y restricciones de las instancias generadas para el modelo.....	75
Tabla 5.27: Característica de los vehículos en I8, I9 e I10.....	75
Tabla 5.28: Valores de parámetros de I8, I9 e I10.....	76
Tabla 5.29: Otros parámetros de las instancias I8, I9 e I10.....	77
Tabla 6.1: Valores de $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ para I1.....	81
Tabla 6.2: Valores de $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ para I2.....	81
Tabla 6.3: Valores de $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ para I3.....	82
Tabla 7.1: Resultados I1 para el modelo propuesto.....	92
Tabla 7.2: Resultados I1 considerando sólo la distancia total recorrida como objetivo.....	93
Tabla 7.3: Resultados I2 para el modelo propuesto.....	94
Tabla 7.4: Resultados I2 considerando sólo la distancia total recorrida como objetivo.....	95
Tabla 7.5: Resultados I3 para el modelo propuesto.....	96
Tabla 7.6: Resultados I3 considerando sólo la distancia total recorrida como objetivo.....	97
Tabla 7.7: Valores de variables $x_{ijk}$ .....	99
Tabla 7.8: Valores de variables $z_i$ .....	99
Tabla 7.9: Valores de variables tipo $S_{ik}$ .....	100
Tabla 7.10: Valores de variables $L_{ik}$ .....	100
Tabla 7.11: Valores de variables $f_{ij}$ .....	101
Tabla 7.12: Valores de variables $v_{ijr}$ .....	101
Tabla 7.13: Intervalos de velocidad en I3.....	103
Tabla 7.14: Resultados para I1.....	106
Tabla 7.15: Resultados para I2.....	106
Tabla 7.16: Resultados para I3.....	106
Tabla 7.17: Resultados para I6.....	106
Tabla 7.18: Resultado ejecución 1 para I8.....	106
Tabla 7.19: Resultado ejecución 2 para I8.....	107
Tabla 7.20: Resultado ejecución 1 para I9.....	107
Tabla 7.21: Resultado ejecución 2 para I9.....	107
Tabla 7.22: Resultado ejecución 1 para I10.....	108
Tabla 7.23: Resultado ejecución 2 para I10.....	108



Tabla 8.1:	Variación porcentual de las distintas medidas de desempeño para I1 en el modelo propuesto, para $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ , con respecto al modelo que minimiza distancia total recorrida.....	112
Tabla 8.2	Variación porcentual de las distintas medidas de desempeño para I2 en el modelo propuesto, para $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ , con respecto al modelo que minimiza distancia total recorrida.....	112
Tabla 8.3:	Variación porcentual de las distintas medidas de desempeño para I3 en el modelo propuesto, para $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ , con respecto al modelo que minimiza distancia total recorrida.....	112
Tabla 11.1:	Factores y valores en los niveles bajo y alto de los factores.....	125
Tabla 11.2:	Tabla de análisis factorial.....	125
Tabla 11.3:	Información para el análisis factorial.....	126
Tabla 11.4:	Factores y valores en los niveles bajo y alto de los factores.....	126
Tabla 11.5:	Tabla de análisis factorial.....	126
Tabla 11.6:	Información para el análisis factorial.....	127



## Lista de figuras

Figura 2.1:	a) Emisiones anuales mundiales de GEI antropógenos entre 1970 y 2004. b) Parte proporcional que representan diferentes GEI antropógenos respecto de las emisiones totales en 2004, en términos de $CO_2$ equivalente. c) Parte proporcional que representan diferentes sectores de las emisiones totales de GEI antropógenos en 2004, en términos de $CO_2$ equivalente. (En el sector silvicultura se incluye la deforestación.....	6
Figura 2.2:	Concentraciones de $CO_2$ y de $CH_4$ en la atmósfera durante los último 10.000 años (recuadros grandes) y desde 1750.....	7
Figura 3.1:	(a) Distribución de la demanda y del factor GIF en el tiempo considerando varios niveles de K con EPPI a 50%. (b) Distribución de la demanda y del factor GIF en el tiempo considerando varios niveles del factor EPPI con $K=0,5$ .....	11
Figura 3.2:	Alternativas de la logística reversa de productos.....	12
Figura 3.3:	Un sistema de inventario con refabricación.....	14
Figura 3.4:	Variantes básicas del VRP y la relación entre ellas.....	22
Figura 3.5:	Diagrama de fuentes directas e indirectas de emisiones de GEI.....	32
Figura 3.6:	Ilustración de conjunto no dominado.....	37
Figura 3.7:	Clasificación de los métodos de resolución de problemas multiobjetivo .....	39
Figura 3.8:	Un conjunto $S(\lambda, Y)$ .....	40
Figura 3.9:	Soluciones óptimas de un problema $\varepsilon$ -restricción.....	42
Figura 4.1:	Consumo de combustible vs velocidad.....	49
Figura 6.1:	Estructura de datos y terminología de un algoritmo evolutivo general .....	82
Figura 6.2:	Pseudocódigo algoritmo evolutivo.....	83
Figura 6.3:	Representación gráfica del arreglo $S := \{1,1,0,1,0,1,2,4,8,10,0,1,7, -1, -1,0, -1,6, -1,12\}$ .....	85
Figura 6.4:	Pseudocódigo de algoritmo que define los requerimientos sin atender... ..	87
Figura 6.5:	Algoritmo de asignación de ranking.....	88
Figura 7.1:	Resultados instancias II para el modelo propuesto en el espacio objetivo – vista 1.....	92

Figura 7.2: Resultados instancias I1 para el modelo propuesto en el espacio objetivo – vista 2.....93

Figura 7.3: Resultados instancias I2 para el modelo propuesto en el espacio objetivo – vista 1.....94

Figura 7.4: Resultados instancias I2 para el modelo propuesto en el espacio objetivo – vista 2.....95

Figura 7.5: Resultados instancias I3 para el modelo propuesto en el espacio objetivo – vista 1.....96

Figura 7.6: Resultados instancias I3 para el modelo propuesto en el espacio objetivo – vista 2.....97

Figura 7.7: Grafo de la solución I3 con  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)=(40.000,1)$ .....103



## Capítulo 1.- Introducción

El desempeño en el transporte de productos realiza un papel importante en la cadena de abastecimiento y la logística de las organizaciones en términos de: costos, productividad, satisfacción al cliente, entre otros. Más aún, debido a que el transporte de carga también tiene una alta participación en la emisión de gases invernadero a la atmósfera y dada la preocupación por disminuir el impacto ambiental producido por la cadena de suministro, se hace absolutamente necesario cumplir con un diseño de las rutas de transporte que disminuya los daños al ambiente.

Los problemas de ruteo de vehículos se ubican en el centro de la gestión de la cadena de suministro. Es un problema que enfrentan cada día las organizaciones encargadas de la entrega y recolección de productos, servicios o personas.

En esta investigación, se elabora una propuesta de modelo de programación matemática que permite diseñar rutas de distribución y recolección de productos a los clientes, para cumplir con sus necesidades, considerando las emisiones de gases invernadero a la atmósfera y los costos asociados al consumo de combustible. Además se propone un algoritmo evolutivo para generar soluciones en instancias complejas.

La importancia de un modelo de programación matemática es que permite formalizar la formulación del problema, y es una herramienta para la resolución de problemas en instancias simples. El algoritmo evolutivo, por su parte, es un método de resolución de instancias reales de gran complejidad, y para la formulación propuesta es la única metaheurística propuesta.

### 1.1 Hipótesis

Es posible formular matemáticamente y proponer un algoritmo evolutivo para el problema de ruteo de vehículos con recolección y entrega de productos en intervalos de tiempo, con flota heterogénea y múltiples objetivos, siendo uno de éstos minimizar la emisión de gases de efecto invernadero.

### 1.2 Objetivo general

Proponer un modelo de programación matemática multiobjetivo para el *Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery and Time Windows* (VRPPDTW) con flota heterogénea, considerando la minimización de la emisión de gases invernadero, y generar un algoritmo evolutivo para la resolución de este problema.

### 1.3 Objetivos específicos

- a) Estudio de problema de ruteo de vehículos y efecto del transporte en el ambiente.
- b) Elaboración de un modelo de programación matemática para el VRPPDTW con flota heterogénea que incluya el impacto ambiental producido por la asignación de rutas a los vehículos.
- c) Diseñar un algoritmo evolutivo para resolver el VRPPDTW con flota heterogénea que incluya el impacto ambiental por la asignación de rutas a los distintos vehículos.
- d) Analizar y/o generar un conjunto de instancias para probar el modelo matemático y el algoritmo.
- e) Implementación computacional del modelo y del algoritmo evolutivo.
- f) Validar el modelo matemático por medio de instancias pequeñas y resolver instancias de prueba complejas con el algoritmo evolutivo.
- g) Análisis de resultados, tanto para el modelo de programación matemática, como para el algoritmo evolutivo.

El presente informe se organiza como se indica a continuación. En el capítulo 2 se describe el problema que motiva este estudio. En el capítulo 3 se realiza una revisión bibliográfica acerca de la logística verde y los problemas de transporte involucrados en la logística. En el capítulo 4 se presenta el modelo matemático con múltiples objetivos para el VRPPDTW con flota heterogénea propuesto, considerando el impacto de la emisión de gases de efecto invernadero. En el capítulo 5 se presentan las instancias con las que se prueban el modelo y el algoritmo. En el capítulo 6 se presentan: el método de resolución para el modelo matemático y el algoritmo evolutivo propuesto. En el capítulo 7 se dan a conocer los resultados de los métodos de resolución utilizados. En el capítulo 8 se realiza un análisis de los resultados. En el capítulo 9 se exponen las conclusiones obtenidas del presente estudio.

## Capítulo 2.- Descripción del problema

Para describir el problema en estudio es necesario considerar varios aspectos fundamentales en los cuales está involucrado de manera directa el transporte de carga. Por lo tanto, en este capítulo, se revisarán aspectos relacionados con: el ambiente, la relación del transporte y el ambiente, y la necesidad del transporte de carga para la gestión de la cadena de abastecimiento.

### 2.1 El problema ambiental

Organizaciones de todo tipo están cada vez más interesadas en alcanzar y demostrar un sólido desempeño ambiental mediante el control de los impactos de sus actividades, productos y servicios sobre el medio ambiente, acorde con su política y objetivos ambientales. Lo anterior es debido a una legislación cada vez más exigente, al desarrollo de nuevas políticas económicas y otras medidas para fomentar la protección ambiental, y también a una mayor preocupación expresada por las partes interesadas por los temas ambientales, incluido el desarrollo sostenible (Organización Internacional de Estandarización, 2004).

Una de las razones de la creciente preocupación por temas ambientales es debido a que todos los problemas que se han generado en este aspecto han sido producto de la actividad humana. A pesar de que un factor importante a considerar en este aumento de la actividad es el crecimiento de la población, también el consumo per cápita se ha acrecentado. El consumo promedio por persona (aproximadamente) se ha triplicado en los últimos 50 años, y esto es principalmente debido a que este se utiliza como una medida de calidad de vida (Kazimieras, 2012). En general, a causa de la preocupación generada de este tema, ha aumentado el número de organizaciones que, manteniendo su preocupación por abastecer a un mercado que cada vez requiere más producción, están dispuestas a mejorar su desempeño en términos de impacto ambiental, ya sea por costos, imagen o para cumplir normativas.

Respecto al último punto, las normativas medioambientales han sido adoptadas en diversas partes del mundo. En Estados Unidos, por ejemplo, el encargado de proteger la salud humana y el medio ambiente es la Agencia de Protección Ambiental de los Estados Unidos (EPA), cuya actividad consiste en: aplicar regulaciones, establecer estándares y asesorar a las compañías en la adopción de la normativa. El Acta de Aire Limpio (*Clean Air Act*) es un caso particular de herramienta legal para aplicar normativas medio ambientales en dicho país. En Chile, la Ley 19.300, Ley sobre Bases Generales del Medio Ambiente, establece los cimientos sobre los cuales se

disponen las distintas normas que aplican sobre temas medioambientales. Es así como, independientemente al tipo de organización, y aun cuando sea difícil encontrar estímulos en la disminución de costos o aumento de beneficios, es muy probable que exista una base legal a ser considerada para tomar decisiones sobre temas que involucren el medio ambiente.

La Organización Internacional de Estandarización (2004) define medio ambiente como “entorno en el cual una organización opera, incluidos el aire, el agua, el suelo, los recursos naturales, la flora, la fauna, los seres humanos y sus interacciones”. A su vez, en esta misma norma se enuncia el significado de aspecto ambiental: “elemento de las actividades, productos o servicios de una organización que puede interactuar con el medio ambiente”. En base a ambos conceptos, se define impacto ambiental en ISO 14.001 como: “cualquier cambio en el medio ambiente, ya sea adverso o beneficioso, como resultado total o parcial de los aspectos ambientales de una organización”. Una definición muy similar es la que rige en la legislación chilena, específicamente en la ley 19.300. En ésta se entiende por impacto ambiental a “la alteración del medio ambiente, provocada directa o indirectamente por un proyecto o actividad en un área determinada”.

Uno de los efectos de los impactos ambientales que mayor preocupación ha generado es el cambio climático, definido por Naciones Unidas (1992) como: “cualquier cambio en el clima atribuido directa o indirectamente a la actividad humana que altera la composición de la atmósfera mundial y que se suma a la variabilidad natural del clima observada durante períodos de tiempo comparables”. De hecho, esta misma definición es la adoptada por la ley 19.300, expresada en el Artículo 1.

IPCC (2007), a diferencia de Naciones Unidas, define cambio climático como: “cambio en el estado del clima identificable (por ejemplo, mediante análisis estadísticos) a raíz de un cambio en el valor medio y/o en la variabilidad de sus propiedades y que persiste durante un período prolongado, generalmente cifrado en decenios o en períodos más largos”. IPCC (2007) considera todo cambio del clima a lo largo del tiempo, ya sea por la variabilidad natural o por consecuencia de la actividad humana.

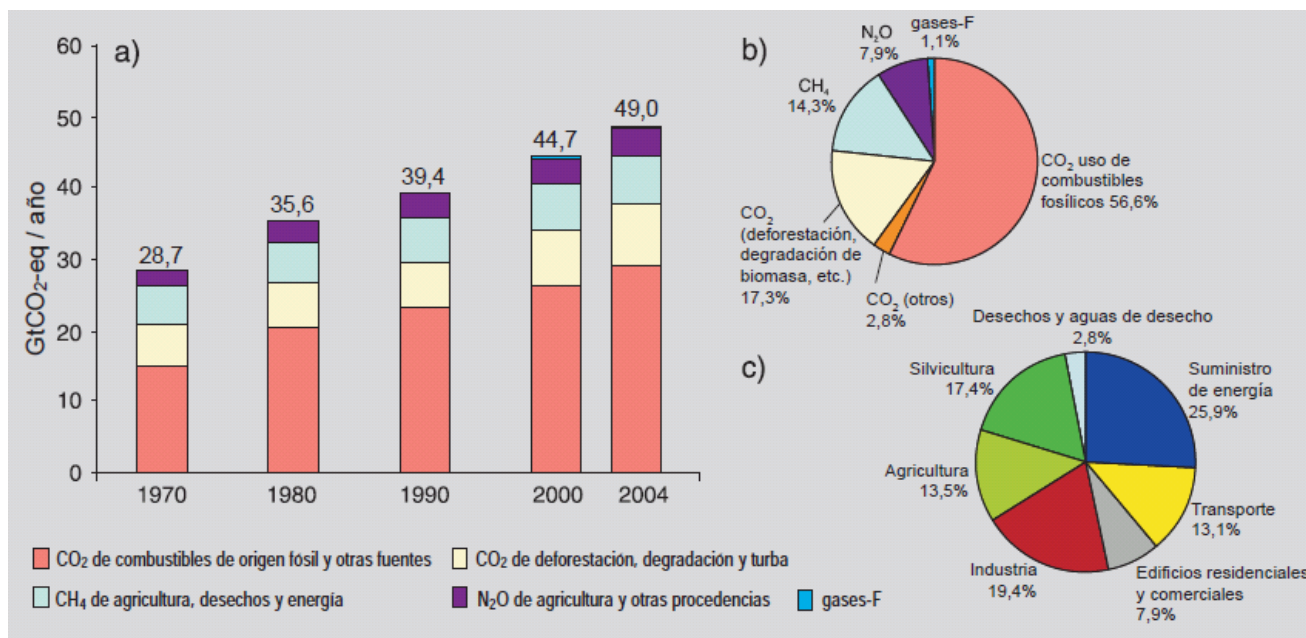
A nivel internacional, se han formado distintos grupos de trabajo para investigar el cambio climático y se han generado instancias para acordar compromisos entre países. Dentro de los grupos de trabajo destaca el Panel Intergubernamental sobre Cambio Climático (IPCC) formado el año 1988 tras la Conferencia de Toronto. Este grupo presentó su primer informe el año 1990, tras el cual, Naciones Unidas decide crear la Convención Marco sobre el Cambio Climático (CMNUCC), cuyo objetivo fue la estabilización de las concentraciones de gases de efecto invernadero en la

atmósfera a un nivel que impida interferencias antropógenas peligrosas en el sistema climático (Naciones Unidas, 1992). El acuerdo más conocido se estableció en 1997, en la Cumbre de Kioto, donde se propuso disminuir en promedio 5,2% las emisiones contaminantes entre 2008 y 2012.

Un resultado en relación a la participación humana en el calentamiento global, es que este último es inequívoco y que existe un 90% de probabilidad que el aumento observado de las concentraciones de Gases de Efecto Invernadero (GEI) sea por emisiones humanas y no por un proceso natural (IPCC, 2007). Evidencia del cambio climático es el aumento del promedio mundial de temperatura del aire y del océano, el deshielo generado en nieves y hielos, y el aumento del promedio mundial del nivel del mar. Entre 1995 y 2006, se registraron los once años más cálidos en la superficie mundial hasta el año 2006 desde 1850, con un aumento de temperatura, de una tendencia lineal a 100 años en 0,74°C (considerando la información recopilada entre 1906 y 2005), distribuido en toda la superficie del planeta y siendo más acentuado en las latitudes septentrionales superiores. En el caso de los océanos, el nivel aumentó entre 1961 y 2006 a un promedio de 1,8 mm/año, y entre 1993 y 2006 el promedio fue de 3,1 mm/año, fenómeno explicado en parte por la dilatación térmica y el deshielo de los glaciares, de los casquetes de hielo y de los mantos de hielo polares. La disminución observada de las extensiones de nieve y de hielo concuerda también con el calentamiento. Datos satelitales observados desde 1978 indican que el promedio anual de la extensión de los hielos marinos árticos han disminuido en un 2,7% por decenio, con disminuciones estivales aún más acentuadas, de 7,4% por decenio. En promedio, los glaciares de montaña y la cubierta de nieve han disminuido en ambos hemisferios (IPCC, 2007).

Con respecto a las emisiones, entre 1970 y 2004, las emanaciones mundiales de dióxido de carbono aumentaron en un 80%, y los de GEI en un 70%. En la Figura 1, se observa que los aumentos de la concentración mundial de  $CO_2$  se deben principalmente a la utilización de combustibles de origen fósil y, en una parte apreciable pero menor, a los cambios de uso de la tierra.





**Figura 2.1:** a) Emisiones anuales mundiales de GEI antropógenos entre 1970 y 2004. b) Parte proporcional que representan diferentes GEI antropógenos respecto de las emisiones totales en 2004, en términos de  $CO_2$  equivalente. c) Parte proporcional que representan diferentes sectores de las emisiones totales de GEI antropógenos en 2004, en términos de  $CO_2$  equivalente. (En el sector silvicultura se incluye la deforestación. (IPCC, 2007).

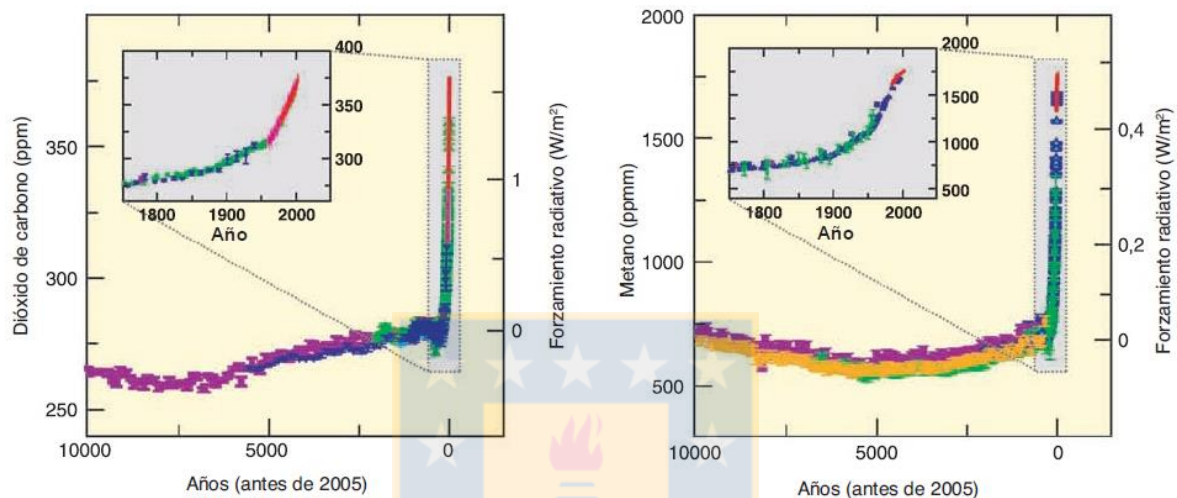
Otro problema involucrado con la emisión de gases de efecto invernadero a la atmósfera tiene relación con el consumo de energía. El principal desafío del consumo y producción sustentable en el sector energético es cómo desacoplar el uso de energía y desarrollo económico. Existe actualmente un consenso en que el uso actual de la energía no es sustentable (Kazimieras, 2012).

## 2.2 Transporte y cambio climático

Dada la tecnología actual, el transporte requiere principalmente de consumo de combustibles fósiles. Los gases que son liberados en la combustión son: dióxido de carbono ( $CO_2$ ), metano ( $CH_4$ ), óxido nitroso ( $N_2O$ ) y contaminantes locales (material particulado (MP), compuestos orgánicos volátiles (COV's), óxido de nitrógeno ( $NO_x$ ) y monóxido de carbono ( $CO$ )).

Las concentraciones de  $CO_2$ ,  $N_2O$  y  $CH_4$  en la atmósfera mundial han aumentado considerablemente por efecto de las actividades humanas desde 1750, y en la actualidad exceden los valores preindustriales determinados mediante el análisis de núcleos de hielo acumulados durante miles de años (Figura 2.2). En 2005, las concentraciones de  $CO_2$  y  $CH_4$  en la atmósfera excedieron considerablemente del intervalo de valores naturales de los últimos 650.000 años. El aumento

mundial de las concentraciones de  $CO_2$  se debe principalmente al uso de combustibles fósiles, con un aporte menor, aunque perceptibles, de los cambios de uso de la tierra. Es muy probable que el aumento observado en la concentración de  $CH_4$  se deba predominantemente a la agricultura y al uso de combustibles de origen fósil. El aumento de concentración de  $N_2O$  se debe principalmente a las actividades agrícolas (IPCC, 2007).



**Figura 2.2:** Concentraciones de  $CO_2$  y de  $CH_4$  en la atmósfera durante los últimos 10.000 años (recuadros grandes) y desde 1750 (recuadros interiores). (IPCC, 2007).

Existen diversos estudios que informan sobre el aporte del transporte al aumento de la concentración de GEI. En Knörr (2008), se concluye que el transporte tiene un peligroso impacto en el ambiente, como: consumo de recursos, uso de suelo, acidificación, efectos tóxicos en el ecosistema y en los humanos, ruido y los efectos inducidos por los GEI. Entre estos, los GEI, y en particular las emisiones de  $CO_2$ , son los que tienen mayor relación con las consecuencias directas a la salud humana (e.g., contaminación), e indirectas (e.g. reducción de la capa de ozono). El transporte de carga en el Reino Unido es responsable del 21% de las emisiones de  $CO_2$  del sector transporte, alcanzando las 33.7 millones de toneladas, o equivalentemente 6% de las emisiones de  $CO_2$  en el país, de las cuales el 92% corresponde a transporte por carretera (McKinnon, 2007). Cifras similares se aprecian en Estados Unidos, donde el porcentaje del total de las emisiones de GEI del transporte aumentó de 24.9% a 27.3% entre 1990 y 2005, con el transporte de carretera contabilizando el 78% de las emisiones producidas por todos los modos de transporte (Ohnishi, 2008). En la Figura 2.1 (c), se aprecia que el 13,1% de las emisiones de GEI producidos por el hombre corresponden al sector transporte a nivel mundial, según información proporcionada por

IPCC (2007). La Agencia Europea del Medio Ambiente (EEA) informa que la participación del sector transporte en la emisión de gases de efecto invernadero corresponde a 21%, sin considerar la aviación ni la navegación marítima (CICCP, 2010). Además, las proyecciones indican que las emisiones de carbono generadas por el sector automotriz en el mundo aumentarán en 54%, equivalente a 1,8 gigatoneladas, entre 2006 y 2030, variación que estaría explicada principalmente por el creciente número de automóviles en las calles, el cual se estima entre 730 millones a 1,3 billones en ese mismo período de tiempo (McKinsey & Co., 2009).

Por lo tanto, considerando que la emisión de gases de efecto invernadero al ambiente está relacionada con el cambio climático, y debido a que el transporte es uno de los sectores económicos que tiene gran influencia en la liberación de este tipo de compuestos a la atmósfera, existe una relación entre ambos.

### **2.3 Importancia del transporte en la gestión de la cadena de abastecimiento**

El transporte de carga es un aspecto fundamental de toda cadena de suministro, ya que está presente en actividades que van desde el transporte de materias primas para la fabricación de un determinado producto, hasta el despacho de éste a los consumidores finales. Incluso en muchos casos se considera el retiro de los productos para ser trasladados a lugares de desecho o reciclaje. La gestión de la cadena de suministro involucra flujos de: información, productos y decisiones, para lograr entregar el producto correcto en el momento, lugar y al costo requerido por el cliente. Normalmente, la cadena de abastecimiento no involucra en sus decisiones los factores medioambientales, sin embargo, cuando hay priorización en el desarrollo sustentable se denomina cadena de suministro verde. Se entiende por desarrollo sustentable a la satisfacción de las necesidades de las generaciones presentes, sin comprometer las posibilidades de las del futuro para atender sus propias necesidades (CMMAD, 1987).

El transporte es una actividad significativa en el sistema logístico y una de las variables más importantes en el costo. Uno de los temas fundamentales en esta área es el movimiento o flujo físico de bienes y la red que traslada el producto. Esta última, en general, está compuesta por organizaciones transportistas que ofrecen servicio a la empresa de embarque. La organización logística es responsable de elegir el modo o los modos de transporte y a quienes participarán en el traslado de materias primas, componentes y bienes terminados, o bien, en el desarrollo de un sistema de transportación privada como alternativa. Es importante observar que el transporte es un componente vital de la cadena de suministro general, dado que es un vínculo físico entre las

diferentes empresas que la componen. De hecho, puede considerarse como el adhesivo que la mantiene unida (Coyle et al., 2013).

Las decisiones relacionadas con el transporte, depende de otros factores de la cadena de suministro. Por ejemplo, el costo del transporte está relacionado con el costo de pérdida en productos, debido a que mientras mayor sea la seguridad en la movilización de mercancías, menor es el número de bienes dañados. Los costos de inventario también se relacionan con el costo de transporte, así como también los costos de embalaje, estando los tres costos relacionados directamente. La densidad del producto, es decir, masa de éste en un cierto espacio, también tiene influencia en el costo del transporte. Los productos ligeros en comparación al espacio que ocupan, tienen costos de transporte, y de almacenamiento más altos. La susceptibilidad de un producto al daño también es un factor importante en los costos de transporte, es decir, entre mayor sea el riesgo de que un producto sea afectado, mayor serán los costos de transporte. Esto se debe a que a mayor riesgo y responsabilidad asociados con los bienes más frágiles, los proveedores de servicios de transporte y de almacenamiento cobran tarifas más altas. Es posible que también sea por aplicar medidas para impedir que el producto resulte dañado. Otro concepto relacionado con la susceptibilidad del producto, pero que no es lo mismo, se refiere a requerimientos especiales para el manejo, como por ejemplo la necesidad de refrigeración, calor o cinturones de seguridad específicamente diseñados para movilizar el producto. Por lo tanto, las decisiones relacionadas con el transporte no son independientes dentro de la cadena logística y tienen relación incluso con aspectos asociados al mismo diseño del producto (Coyle et al., 2013).

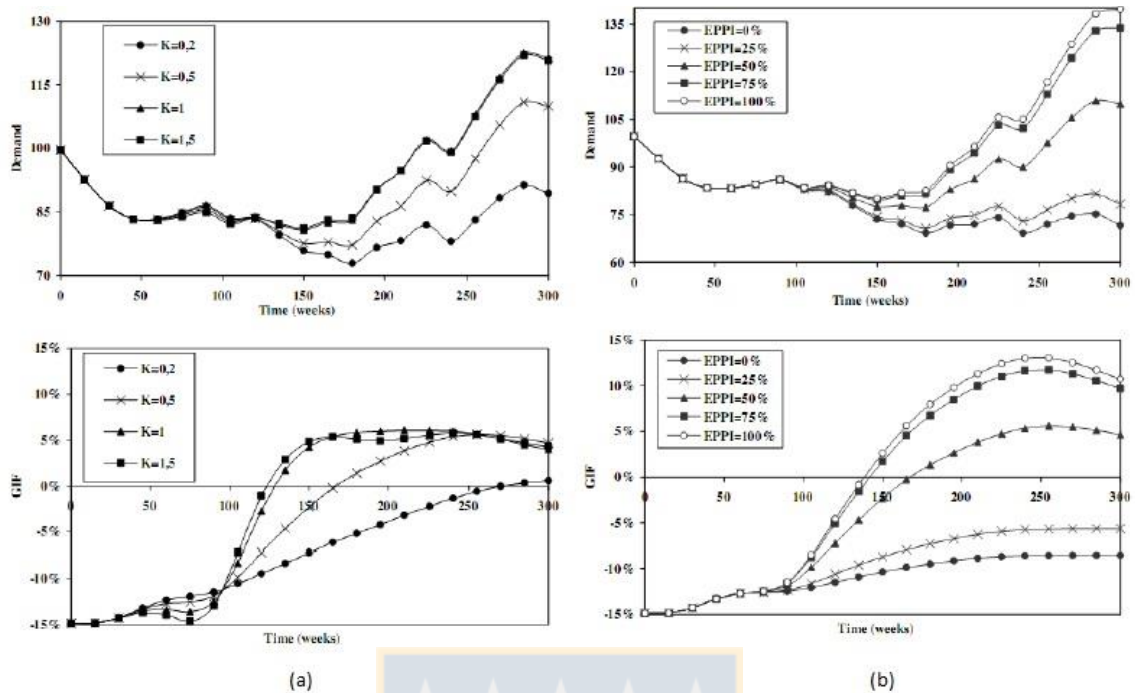
Dado lo anterior, el problema en estudio consiste en incorporar el impacto ambiental en un modelo de transporte de una red logística, asumiendo que es una necesidad básica de las organizaciones para mantener una cadena de suministro, y sin dejar de lado otros costos que también son relevantes para las decisiones de rutas, y que están presentes en la literatura (Ropke y Pisinger, 2006). Es importante notar que si bien el costo relacionado con el consumo de combustible o la emisión de gases de efecto invernadero son objetivos importantes a considerar, también lo son el tiempo de recorrido de la flota, que tiene directa relación con la utilización de recursos (tripulación y vehículos) y la cantidad de clientes atendidos, que mide el estándar de calidad de servicio.

Se estudia el problema de ruteo de vehículos con restricciones de clientes *pickup* y *delivery* y de ventanas de tiempo, pues representa un problema genérico de rutas presente en muchos tipos de industrias, que al ser resuelto generaría una herramienta de resolución robusta, pudiendo adaptarse a problemas, ya sea manteniendo o relajando algunas de las restricciones incorporadas.

### **Capítulo 3.- Revisión bibliográfica y estado del arte.**

En este capítulo se presenta una revisión de estudios relacionados con el tema tratado. Primero, se mostrarán los avances del estudio de la sustentabilidad en la cadena de abastecimiento. Luego, se presentarán modelos matemáticos utilizados para el diseño de sistemas de transporte, así como herramientas de resolución de este tipo de problemas. Finalmente, se introduce un modelo considerando los aspectos mencionados previamente, el que se explicará en forma detallada en el capítulo siguiente.

En Georgiadis y Vlachos (2004), se desarrolla un modelo matemático basado en sistemas lineales dinámicos con el objetivo de explicar y analizar los efectos a largo plazo de la imagen verde de la firma. Los aspectos que son evaluados en este estudio son: el efecto de la imagen verde de la firma sobre la demanda, obligaciones impuestas por la legislación, y la presencia de campañas para el desecho adecuado de productos. El resultado del análisis elaborado en este trabajo indica que una imagen más verde genera una mayor demanda, es decir, los consumidores preferirán aquellos productos que se caractericen por generar menor impacto ambiental, sobre aquellos que califiquen en este aspecto como normal. También, se muestra que se requiere de políticas públicas. En este estudio se definen tres índices: Factor de Imagen Verde (*Green Image Factor*, GIF), Índice de Política de Protección Ambiental (*Environmental Protection Policy Index*, EPPI) y cuatro estrategias de capacidad de refabricación (K).



**Figura 3.1:** (a) Distribución de la demanda y del factor GIF en el tiempo considerando varios niveles de K con EPPI a 50%. (b) Distribución de la demanda y del factor GIF en el tiempo considerando varios niveles del factor EPPI con K=0,5 (Geogiadis y Vlachos, 2004).

En la Figura 3.1, se muestra el efecto en la demanda y en la imagen verde que producen, tanto las distintas estrategias de capacidad de refabricación como los diferentes niveles del Índice de Política de Protección Ambiental (0%, 25%, 50%, 75% y 100%). En el caso del EPPI, 0% representa un escenario sin políticas medioambientales y 100% estrictas políticas de control de desechos. A partir de la figura, se puede señalar que los efectos de ambos factores en la demanda no son inmediatos, pero existe una tendencia por parte de los consumidores a preferir comprar productos verdes. Existe también un grado de relación entre la imagen verde generada por las medidas, ya sean tomadas por la empresa en forma autónoma o por políticas públicas, y la demanda de los productos, confirmando la observación anterior.

Como conclusión de este estudio, se muestra que la imagen verde es beneficiosa para las compañías debido a que produce un incremento en la demanda. Además, proporciona un nuevo concepto de ventaja competitiva en el mercado.

### 3.1 Logística verde

En Europa, Norte América, Japón ya existen leyes rigurosas que consideran el manejo de los productos al final de su vida útil. Un ejemplo es la Directiva de Residuos de Aparatos Eléctricos y Electrónicos (*Waste Electrical and Electronic Equipment, WEEE*), que obliga a los productores a financiar los costos de recolección, tratamiento y recuperación de los productos desechados. Esta normativa hace que no sólo la utilización de materiales reutilizables o reciclables sea el interés de los productores, sino que además, hace que consideren la logística para el retorno de estos desechos a los centros de tratamiento. En Chile, existen leyes y decretos que establecen la manera en que son tratados y transportados algunos residuos (Decreto Supremo N°148, Ley 28.256).

La Figura 3.2 muestra las distintas opciones que tienen los productores luego que los productos han sido devueltos. Las alternativas involucran reutilizar productos o parte útiles de éstos, o reciclar.

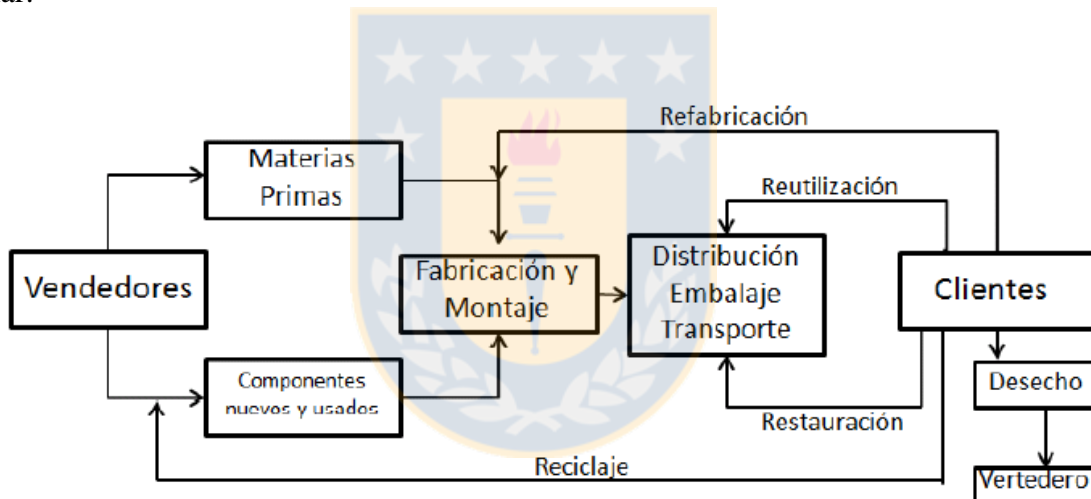


Figura 3.2: Alternativas de la logística reversa de productos (Jayaraman, 2006).

Una aplicación del uso de productos desechados por los consumidores es el caso de Xerox, empresa que creó un sistema en el que se fabrican nuevos dispositivos a partir de cartridges e impresoras devueltas por los clientes, lo cual se tradujo en una disminución de los costos de fabricación entre 40% y 65% (Ginsburg, 2001).

La logística verde (*Green Logistics*) tiene relación con la producción y distribución de bienes de una manera sustentable, considerando factores ambientales y sociales. De esta manera, además de incluir los impactos económicos de las políticas de logística que la organización lleva a cabo dentro de sus objetivos, se internalizan efectos más amplios en la sociedad, como las consecuencias de la contaminación en el ambiente. Las actividades de la logística verde incluyen: medición del impacto

ambiental de diferentes estrategias de distribución, reducción de energía en tareas logísticas, reducción de desechos y manejo de su tratamiento (Sbihi y Eglese, 2010). Muchas organizaciones han comenzado a medir sus huellas de carbono, a fin de monitorear el impacto ambiental de sus actividades. Los gobiernos también están considerando la reducción de emisiones como objetivo y otras medidas ambientales. Por lo tanto, existe un interés creciente en logística verde por parte de las compañías y los gobiernos.

Existe también el concepto de “gestión de la cadena de suministro verde” (*green supply chain management*, G-SCM) en la literatura, que hace referencia a lo mismo que la logística verde, y se define como la integración del pensamiento medioambiental en la gestión de la cadena de suministro, incluyendo: el diseño del producto; la selección de proveedores y materias primas; proceso productivo; proceso de embalaje; entrega del producto al cliente; y el manejo del producto luego de su uso (Srivastava, 2007).

En la logística verde existen varios problemas que han sido estudiados en la literatura de la investigación de operaciones, como por ejemplo: modelos de logística reversa, que consideran el ciclo de vida completo de un producto y las posibilidades de reciclaje; gestión de residuos, que incluyen modelos de transporte de desechos peligrosos, contenedores *roll-on roll-off* y la recolección de basura domiciliaria; problemas de ruteo de vehículos, donde han sido propuestos varios modelos que consideran objetivos relacionados a logística verde.

### **3.1.1 Logística reversa**

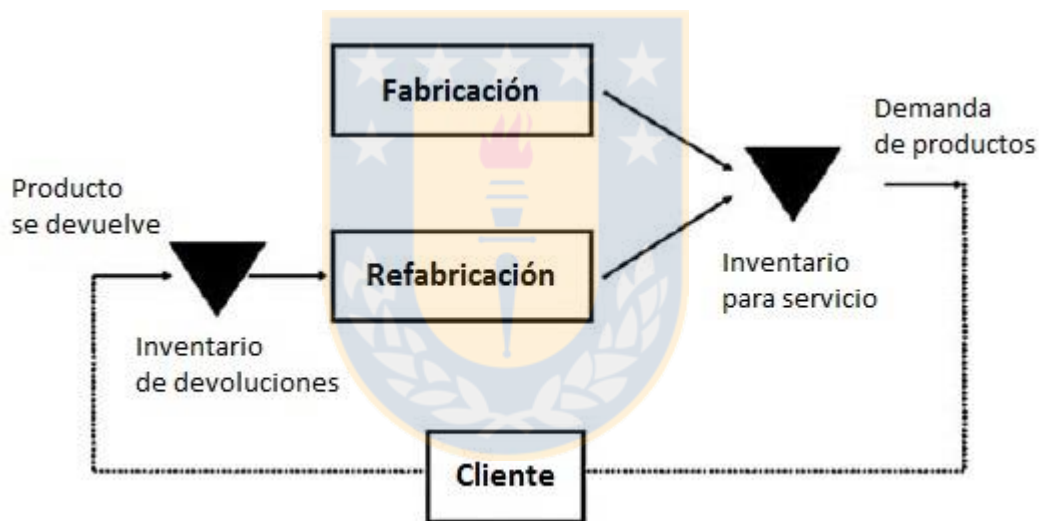
Una definición para logística reversa es la de Fleischmann et al. (1997) que la presenta como “*un proceso que involucra todas las actividades de logística que van desde productos que dejan de ser requeridos por el usuario hasta productos nuevamente útiles en un mercado*”. Dowlatshahi (2000) explica este concepto como “*un proceso en el cual un fabricante en forma sistemática acepta productos previamente enviados o partes de éstos desde el punto de consumo para posible reciclaje, reproceso o disposición*”. Posteriormente, el Grupo de Trabajo Europeo en Logística Reversa (*European Working Group on Reverse Logistics*), REVLOG, Dekker et al. (2004), entrega esta definición: “*El proceso de planificar, implementar y controlar flujos hacia atrás de materias primas, inventario en proceso, empaquetamiento y productos terminados, desde un punto de fabricación, distribución o uso, hasta un punto de recuperación o de apropiada disposición*”.

En el ámbito de la localización de plantas, con un enfoque de logística reversa existen escasos estudios. Fleischmann et al. (2000) revisa nueve casos de estudios publicados en logística y diseño



de redes para recuperación de productos en distintas industrias, e identificó algunas características generales de las redes de recuperación de productos, comparándolas con estructuras logísticas tradicionales. Se clasificaron las redes de recuperación de productos en tres sub áreas: redes de ítems reutilizables, redes de reproceso (*remanufacturing networks*), y redes de reciclaje.

El Problema de *lot-sizing* dinámico también ha sido enfocado hacia la logística reversa. El problema en su forma más simple considera una fábrica que enfrenta una demanda dinámica para un único producto en un horizonte finito. La fábrica solicita órdenes de producto a un proveedor, y se asume que este tiene una cantidad ilimitada del ítem (Wagner y Whitin, 1958). Teunter et al. (2006) considera una variante de este problema donde el stock para servicio es elaborado a partir de operaciones de reproceso de unidades devueltas, que es indistinguible del inventario elaborado por primera vez. Un sistema de inventario con refabricación es descrito como en la Figura 3.3.



**Figura 3.3:** Un sistema de inventario con refabricación (Sbihi y Eglese, 2010).

El modelo estudiado tiene las siguientes suposiciones: (1) no existen opciones de eliminación de productos devueltos, (2) los costos de mantención de inventario para servicio son mayores que los costos de mantención para el inventario de devoluciones, y (3) no se incluyen costos variables de fabricación y refabricación.

Teunter et al. (2006), además, prueban dos lemas para este modelo en el caso en que se asume que los costos de *set up* son comunes para fabricar y refabricar, lo cual es apropiado en situaciones en que la línea de producción es la misma para ambos procesos. Estos lemas proveen la base para un algoritmo de programación dinámica exacto y algunas heurísticas. También describe dos métodos de

soluciones para este caso. Se estudia el caso en que los costos de *set up* son diferentes para los procesos de fabricación y refabricación, que se aplica en el caso en que las líneas de producción son distintas. A pesar de la similitud con el caso anteriormente mencionado, Teunter et al. (2006) muestran ejemplos en que los lemas demostrados para el caso previo, no son aplicables a la última situación. Finalmente, los autores proponen y prueban algunas heurísticas para este modelo.

### 3.1.2 Gestión de residuos

La gestión de residuos es un proceso clave para proteger el medio ambiente y conservar recursos. En los últimos años, las políticas de gobiernos enfocadas en la gestión de desechos se han enfocado en evitar, reusar y reciclar desechos. Como resultado, ha existido progreso significativo en estas áreas de gestión, particularmente, en las naciones más desarrolladas. Los aspectos ambientales de la gestión de residuos tienen por objetivo que las actividades relativas al transporte de materiales de desecho sean parte de la agenda de la logística verde.

En este aspecto, las líneas de investigación se han centrado en residuos peligrosos, logística de montacargas o contenedores *roll-on roll-off*, recolección de basura doméstica y problemas de ruteo de arcos.

Los materiales peligrosos deben ser manipulados de manera especial para prevenir daños a la salud humana o al ambiente. Si estos fueran enviados a vertederos o su eliminación fuera gestionada inapropiadamente, estos materiales podrían contaminar napas subterráneas de donde sea obtenida el agua potable, por lo que existen consideraciones especiales para su disposición. Además, el transporte de material peligroso conlleva riesgos que deben ser considerados al igual que los aspectos económicos. Para enfrentar este tipo de problemas, muchos investigadores han intentado llevar estas situaciones a modelos matemáticos. Giannikos (1998) presenta un modelo multiobjetivo para ubicar planta de disposición o de tratamiento de residuos peligrosos en una red de transporte, donde los objetivos considerados fueron: (1) minimización del costo operacional total; (2) minimización del riesgo total percibido; (3) distribución equitativa del riesgo entre las zonas pobladas; y (4) distribución equitativa de los perjuicios causados por la operación de las plantas de tratamiento. Se propone un modelo de programación por metas (*goal programming*) para resolver el problema. Nema y Gupta (1999) también propone un modelo multiobjetivo en el que está involucrado el costo y el riesgo para encontrar una configuración óptima de plantas. Nema y Gupta (2003) mejoraron el modelo sugerido anteriormente. Shih y Lin (2003) presenta un enfoque de optimización multicriterio que considera minimización de costos, riesgo y carga de trabajo para la

planificación del sistema de recolección para residuos médicos infecciosos. En este estudio se propone un método de programación compromiso (*compromise programming*) para integrar los tres objetivos y se presenta un ejemplo de recolección de residuos infecciosos en Taiwán. White et al. (2003), con la ayuda de un caso de estudio, describen la recuperación de computadores como un proceso paso a paso, y también formulan una agenda de investigación ambiental para la gestión de la recuperación (*recovery management*). Ninguna de las formulaciones mencionadas considera todos los componentes de un sistema completo de gestión de residuos sólidos, y la mayoría de ellas no considera el flujo de residuos en reversa, lo cual es necesario para tratar con residuos especiales como los desechos computacionales. Más aún, el riesgo, como es tratado en la mayoría de los modelos, en forma frecuente es considerado sólo para el transporte de residuos peligrosos, por lo que hay una necesidad de que sea considerado en todas las etapas, incluyendo almacenamiento, separación, tratamiento y disposición.

Los montacargas o contenedores *roll-on roll-off* son usados para transportar residuos en una amplia gama de situaciones. Una operación típica es la descrita por De Meulemeester et al. (1997), donde los vehículos comienzan su recorrido en un depósito y deben entregar contenedores vacíos a los clientes, recoger los contenedores llenos de éstos y llevar los contenedores llenos a los depósitos o plantas de disposición. Un vehículo tiene la capacidad de llevar un contenedor a la vez, los cuales pueden ser de distintos tipos, siendo un tipo de restricción en el intercambio de un contenedor lleno por uno vacío. De Meulemeester et al. (1997) desarrollan dos heurísticas y un método exacto para resolver este problema. Bodin et al. (2000) describen una variante de este problema, denominado problema de ruteo de vehículos *roll-on roll-off* (*roll-on roll-off vehicle routing problem, RRVRP*), en el cual, en un viaje, un camión con una capacidad para un contenedor sale desde un depósito para servir a clientes que tienen un contenedor. La red contiene un único depósito y una planta de disposición, y todos los contenedores son del mismo tipo. En este sentido, el modelo de Bodin et al. (2000) es una simplificación del de De Meulemeester et al. (1997), el que es un caso de la vida real. Bodin et al. (2000) desarrollan cuatro tipos de algoritmos para la resolución del problema, siendo el que tiene mejor desempeño, aunque con tiempos de ejecución mayor, un algoritmo de programación dinámica. El resto de los procedimientos entrega soluciones no competitivas en términos de calidad. Archetti y Speranza (2004) describen otra variante del problema, el que denominan 1-montacarga problema de recolección (*1-skip collection problem*), donde la capacidad de los vehículos es de un montacarga o contenedor. Como Archetti y Speranza (2004) enfrentan un problema de la vida real, consideran muchas restricciones prácticas como: múltiples tipos de

contenedores, ventanas de tiempo, diferentes prioridades para distintos clientes y tamaño de flota limitado. En este estudio se desarrolla un algoritmo de tres fases: en la fase 1, se determina el conjunto de contenedores a ser recolectados en el día y son ordenados por prioridad; en la fase 2, se construye una solución para un subconjunto de contenedores; en la fase 3, la solución es mejorada usando procedimientos de búsqueda local.

Respecto a la recolección de residuos domiciliarios, este es un problema muy complejo dado que existe un gran número de factores y restricciones a considerar (volúmenes o peso esperados de los diferentes tipos de desechos y la variabilidad estacional; el sistema de recolección, ya sea diario, semanal, semanalmente alternado, y las potenciales futuras opciones; frecuencias de recolección; localización de los puntos de recolección y restricciones de acceso; localización de puntos de disposición y sitios de tratamiento, así como los horarios en que están disponibles; número y capacidad de los vehículos disponibles; requerimientos del equipo de choferes y estructuras de rotación; restricciones de los caminos de la red de transporte, como la no disponibilidad de utilizar calles ocupadas en horarios *peak* y calles estrechas; y costos asociados con la recolección y disposición de desechos), por lo que es un tema clave para las agencias ambientales. Naturalmente este problema es modelado como un problema de ruteo de arcos (*arc routing problema*, ARP), dado que normalmente las recolecciones son realizadas en todas las casas de una calle. Las consideraciones para una gestión típica de residuos son abarcadas por Sahoo et al. (2005). En particular, en este estudio se discute el problema de distritación: cómo dividir un área en la que se debe recolectar residuos por distritos, a fin de subdividir el problema y hacerlo más manejable. Beullens et al. (2003) considera la posibilidad de ahorrar costos por medio de la co-recolección, es decir, recolectar productos reciclables y desechos para disposición al mismo tiempo usando vehículos con compartimientos separados apropiadamente. En este estudio se demuestra que la co-recolección puede resultar en una reducción significativa en los costos de ruteo. Sin embargo, puede haber restricciones más prácticas a considerar en términos de disponibilidad y conveniencia de vehículos con múltiples compartimientos.

Como se mencionó previamente, muchos modelos de recolección de basura están basados en problemas de ruteos de arcos (*arc routing problems*). El problema de ruteo de arcos capacitado (CARP) (Golden y Wong, 1981) en su versión no dirigida, se define por un grafo no dirigido, una flota con un número fijo o variable de vehículos dependiendo si es parámetro o variable de decisión, los cuales tienen cierta capacidad. El objetivo es determinar un conjunto de rutas para los vehículos que resulten en un mínimo costo, tal que cada viaje comience y termine en el depósito, considerando

que cada arco es servido por una sola ruta, la demanda de un arco debe ser satisfecha por un solo vehículo, sin exceder su capacidad. Dado que el CARP es *NP-Hard*, las instancias de gran tamaño deben ser resueltas con heurísticas. Algunas metaheurísticas que se han utilizado incluyen: algoritmos *tabu search* (e.g Hertz et al., 2000), *tabu search* combinado con componentes de *scatter search* (Greistorfer, 2003), un algoritmo de búsqueda en vecindario variable (Hertz et al., 2001), una búsqueda local guiada (Beullens et al., 2003), y un algoritmo genético híbrido (Dellaert y Jeunet, 2000). Algunos algoritmos más recientes son los de Lacomme et al. (2004) que producen un algoritmo memético, y Brandão y Eglese (2006) que proponen una heurística *tabu search* determinística. Todos estos algoritmos pueden ser evaluados gracias a cotas inferiores fuertes (Benavent et al., 1992; Mourão y Almeida, 2000). Baldacci y Maniezzo (2006) demostraron que un problema de ruteo en nodos se puede crear introduciendo un par de nodos para cada arco requerido y definiendo un nuevo grafo con distancias entre los nodos que tienen las prioridades requeridas de modo que la solución del problema de ruteo de nodos en el nuevo grafo sea equivalente a resolver el CARP en el grafo original. Longo et al. (2006) usa transformaciones similares del grafo pero introduce nuevas restricciones en vez de cambiar las distancias para producir un problema de ruteo de nodos equivalente. Estos dos últimos enfoques han permitido mejorar las cotas inferiores para instancias del CARP estándar. Aminu y Eglese (2006) consideran el problema de ruteo de arcos con ventanas de tiempo. Su enfoque de solución involucra transformar el CARP a un problema de ruteo de nodos equivalente pero con restricciones adicionales. Para resolver el modelo se utiliza un enfoque de programación por restricciones.

### 3.1.3 Otros estudios de sustentabilidad en la cadena de suministro

Sundarakani et al. (2010) proponen un modelo de transporte para calcular las emisiones de carbono que se generan en las distintas etapas de la cadena de suministro (proveedores, logística, fabricación y centros de distribución). Como conclusión de este estudio se tiene que las principales fuentes de emisiones provienen del servicio de logística y de los centros de distribución.

En Quariguasi et al. (2006) propone una manera de diseñar una cadena de suministro balanceando los beneficios económicos con el impacto ambiental. La solución propuesta se basa en el equilibrio de Pareto. El problema de optimización multiobjetivo (MOP), se puede expresar como un problema de programación lineal (Steuer et al., 2005):

$$\min\{c^1x\lambda_1 + c^2x(1 - \lambda_1)\} s. a \quad (3.1)$$

$$\{x \in R^n / Ax \leq b, b \in R^m, x \geq 0\} \quad (3.2)$$

Donde,  $c^1x$  representa el impacto ambiental de una cierta solución  $x$ , y  $c^2x$  el costo económico de la misma.  $\lambda_1$  es un factor con valores posibles entre 0 y 1 para formar la frontera de Pareto entre ambos objetivos.

## 3.2 Transporte

Como se mencionó anteriormente, el transporte juega un papel clave en la cadena de suministro, y también es una fuente importante de emisiones de gases de efecto invernadero. Por este motivo se explicarán, primero, los problemas de ruteo vehículos, y luego se profundizará en el problema en estudio, o sea, el VRPPDTW.

### 3.2.1 Problemas de ruteo de vehículos

El problema del vendedor viajero (*Travelling Salesman Problem, TSP*) es uno de los problemas matemáticos más estudiados, y consiste en la búsqueda de un ciclo Hamiltoniano con el mínimo costo, es decir, el camino más corto que pase por cada nodo, exactamente, una sola vez.

El problema de ruteo de vehículos (*Vehicle Routing Problem, VRP*) proviene del TSP, y se trata de la distribución de bienes entre depósitos y usuarios finales (clientes). La primera publicación acerca de este problema fue la de Dantzing y Ramser (1959), en el que tratan el problema de despacho de camiones. La distribución de bienes se refiere al servicio, en un periodo de tiempo dado, a un conjunto de clientes por una flota de vehículos, los cuales se ubican originalmente en uno o más depósitos, son operados por una tripulación (conductores), y se trasladan usando una red de caminos. En particular, la solución de un problema de ruteo de vehículos consiste en la determinación de un conjunto de rutas, cada una recorrida por un único vehículo que comienza y termina en un depósito o, en su defecto, en dos centros distintos, de modo de cumplir con el requerimiento de cada uno de los clientes, satisfacer con todas las restricciones operacionales, y minimizar el objetivo, este último, por lo general, asociado a un costo de transporte. Algunas aplicaciones de las soluciones a estos problemas son, por ejemplo, recolección de desechos sólidos, limpieza de calles, ruteo de buses escolares, ruteo de unidades de mantención, transporte marítimo, entre otros.

La red de caminos, usada para el transporte de bienes, es descrita como un grafo, cuyos arcos representan las secciones de los caminos y cuyos vértices corresponden a las localizaciones de los

depósitos y clientes. El grafo puede ser *dirigido* o *no dirigido*, dependiendo si los arcos son atravesados en una sola dirección (por ejemplo, debido a la presencia de caminos con un solo sentido) o en ambas direcciones, respectivamente.

Típicamente las características de un cliente son: ubicación dentro del grafo (*nodo*); cantidad de bienes (*demanda*), la cual debe ser entregada o recogida; periodos (*ventanas de tiempo*) durante los cuales el cliente puede ser atendido; tiempo requerido para entregar o recoger los bienes (*tiempo de servicio*); y un subconjunto de vehículos que están disponibles para servir al cliente.

Algunas veces, no es posible satisfacer completamente la demanda de cada cliente, por lo que la cantidad a entregar o recolectar debe ser reducida, o puede que algunos clientes queden sin ser atendidos. Para tratar este tipo de situaciones pueden ser asignadas a los clientes, diferentes *prioridades* o *penalizaciones*, asociadas a la falta de servicio parcial o total.

Las rutas diseñadas para servir a los clientes comienzan y terminan en uno o más depósitos. Existe un número y también tipos de vehículos asociados a cada depósito, además de una cantidad determinada de bienes que pueden ser almacenados en este.

El transporte de carga se realiza usando una *flota* de vehículos, cuya composición y tamaño puede ser fija o definida de acuerdo a los requerimientos de los clientes. Los elementos que típicamente caracterizan un vehículo son: *depósito*, considerando la posibilidad de terminar el servicio en un depósito distinto del de salida; *capacidad*, expresado como la máxima carga, volumen, o número de bienes que el vehículo puede acarrear; posible subdivisión del vehículo en *compartimientos*, cada uno caracterizado por su capacidad y por el tipo de carga que puede ser almacenada; *dispositivos* disponibles para las operaciones de carga y descarga; *subconjunto de arcos* del grafo, los cuales pueden ser atravesados por el vehículo; *costos* asociados con la utilización del vehículo (por unidad de distancia, unidad de tiempo, etc.).

Los conductores que operan los vehículos deben satisfacer un conjunto de restricciones establecidas por acuerdos sindicales y regulaciones a la industria, como por ejemplo máxima cantidad de horas de trabajo en un periodo de tiempo, número y duración de descansos durante el servicio, máximo de horas de conducción, etc. Cuando se consideran estas restricciones en los problemas de ruteo de vehículos, por lo general se asocian estas restricciones a los mismos vehículos.

Las rutas deben satisfacer restricciones operacionales, las cuales dependen de la naturaleza de las cargas a transportar, de la calidad del servicio, y de las características de los clientes y vehículos. Algunas restricciones operacionales son: a lo largo de cada ruta, la carga asociada al vehículo no

puede exceder la capacidad de este; los clientes atendidos en una ruta pueden requerir sólo la entrega o recolección de bienes, o ambos servicios; y los clientes pueden ser atendidos sólo dentro de sus ventanas de tiempo y del tiempo de trabajo de los conductores de los vehículos que los visitan. Pueden establecerse *restricciones de precedencia*, en el orden en que los clientes son visitados en una ruta. Un tipo de restricción de precedencia es aquella que requiere que un cliente dado sea atendido en la misma ruta que un subconjunto de otros clientes, y que tal cliente sea visitado antes (o después) que los clientes pertenecientes al subconjunto asociado. Esta restricción está presente, por ejemplo, en los denominados *problemas de entrega y recolección (pickup and delivery problems)*, donde los bienes recogidos desde los *clientes pickup* deben ser transportados a los respectivos *clientes delivery* por el mismo vehículo. Este tema se abordará más adelante en este trabajo. Otro tipo de restricción de precedencia es aquella que impone que si clientes de distinto tipo son atendidos en la misma ruta, el orden en el cual los clientes son visitados es fijo. Tal es el caso, por ejemplo, del denominado *VRP con backhauls*, donde también en las rutas, se puede realizar tanto la tarea de recolección como de entrega de cargas, pero las restricciones asociadas con las operaciones de carga y descarga, y la dificultad de reacomodar las cargas de los vehículos a lo largo de la ruta, obligan a que todas las entregas deben ser realizadas antes que la recolecciones.

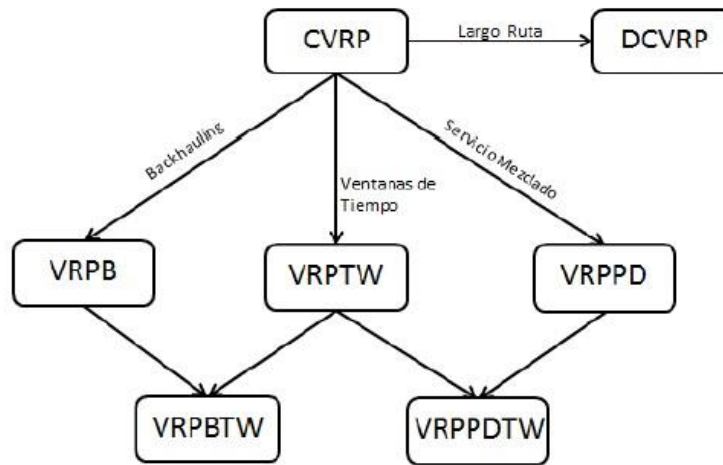
La evaluación del costo total de las rutas requiere del conocimiento del costo de viaje o del tiempo de viaje entre cada par de clientes, y entre los depósitos y los clientes. Para cada par de vértices  $i$  y  $j$  del grafo completo, se define un arco  $(i, j)$  cuyo costo  $c_{ij}$  es dado generalmente por la distancia del camino más corto entre ambos nodos en el grafo. El tiempo de viaje  $t_{ij}$ , asociado a cada arco  $(i, j)$  del grafo, es calculado como la suma de los tiempos de viaje de los arcos pertenecientes al camino más corto de  $i$  a  $j$ .

Los objetivos que se presentan con mayor frecuencia en la literatura son: minimización del *costo global de transporte*, dependiente de la distancia global recorrida (o el tiempo de viaje global) y los costos fijos asociados con el uso de vehículos (y con sus respectivos conductores); minimización del *número de vehículos* (o conductores) requeridos para atender a todos los clientes (e.g.); *balance de las rutas*, por el tiempo de viaje o la carga del vehículo; minimización de las *penalizaciones* asociadas con el servicio parcial de los clientes; o cualquier combinación ponderada de estos objetivos (Toth y Vigo, 2014).

En algunas aplicaciones, es necesario considerar versiones *estocásticas* o *dinámicas dependientes del tiempo* para el problema, es decir, para los cuales, a priori, existe sólo



conocimiento parcial de las demandas de los clientes o de los costos (y tiempos de viaje) asociados con los arcos de la red de caminos.



**Figura 3.4:** Variantes básicas del VRP y la relación entre ellas (Toth y Vigo, 2014).

En la Figura 3.4, se muestran las principales variantes del VRP y la relación entre ellas. El problema de ruteo de vehículos capacitado (*Capacitated Vehicle Routing Problem*, CVRP) consiste en minimizar el costo total de repartir una demanda determinística a cada cliente con una flota de vehículos idénticos, los que tienen una capacidad máxima y todos comienzan en un mismo depósito. Cuando se agrega la limitación de tiempo o distancia que cada vehículo puede emplear, corresponde a un problema de rutas de vehículos restringidos por capacidad y distancia (*Distance-Constrained CVRP*, DCVRP). El problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo (*VRP with Time Windows*, VRPTW), en donde cada cliente  $i$  tiene asociado un intervalo de tiempo  $[a_i, b_i]$ , y el vehículo debe atender a éste entre  $a_i$  y  $b_i$ , considerando además que el tiempo de servicio es  $s_i$ . Al incorporar restricciones de ventanas de tiempo a los problemas de ruteo de vehículos con *Pickup* y *Delivery* (VRPPD) y con *backhauls* (VRPB), se generan el VRPPDTW Y VRPBTW, respectivamente.

Dado que existe una amplia gama de estudios en cada una de las variantes del VRP, abarcando formulaciones matemáticas y métodos de solución, se entregarán detalles a continuación del problema de ruteo de vehículos con *pickup* y *delivery* y ventanas de tiempo (*Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery and Time Windows*, VRPPDTW), que es la base del presente estudio. Para mayor detalle acerca del resto de las variantes, se recomienda al lector Toth y Vigo (2014).

### 3.2.2 VRPPDTW

En el VRP con *Pickup y Delivery* (VRPPD), una flota heterogénea de vehículos dispersa en múltiples terminales debe satisfacer un conjunto de solicitudes de transporte. Cada solicitud se define por un punto de *pickup*, un correspondiente punto de *delivery*, y una demanda a ser transportada entre estas dos locaciones (Toth y Vigo, 2014). El VRPPD con ventanas de tiempo (VRPPD *with Time Windows*, VRPPDTW) es una generalización del VRPTW. Los problemas de esta clase involucran restricciones de tiempo que establecen intervalos durante los cuales el servicio debe llevarse a cabo en cada detención.

Además de las restricciones de ventanas de tiempo, el VRPPDTW involucra varios otros tipos de restricciones. Estas imponen visitar cada nodo *pickup* y *delivery* exactamente una vez, no exceder las capacidad de los vehículos, y acoplar las correspondientes detenciones de recolección y entrega en la misma ruta de un vehículo y considerando la precedencia que debe existir entre un nodo *pickup* y su correspondiente punto de reparto. Existen también restricciones de depósitos que aseguran el retorno al terminal correspondiente, y restricciones de recursos que tienen relación con el número de conductores y tipos de vehículos.

Las aplicaciones de los problemas de recolección y entrega surgen naturalmente en la planificación de servicios postales (Wasner y Zäphel, 2004) y en la distribución de bebidas donde botellas y envases llenos deben ser entregados a los clientes, y los contenedores vacíos deben ser recogidos y devueltos a los depósitos (Dethloff, 2001; Tang y Galvão, 2002, 2006). Privé et al. (2006) analiza un caso de estudio práctico considerando la ciudad de Quebec, Canadá. Gribkovskaia et al. (2007) describe una aplicación que surge en el abastecimiento de plataformas marinas de petróleo y gas.

Además, ha habido cobertura en la literatura sobre la coordinación de vehículos para problemas de logística que se puedan modelar como un VRPPDTW. En Lin (2011) se propone un modelo de ruteo de múltiples recursos, con el fin de mejorar el servicio en términos de cumplir con las entregas de recolección y entrega en las ventanas de tiempo especificadas, con un mínimo costo total, y dentro de un tiempo computacional aceptable. Este estudio se basa en la actividad de mensajería (*courier*) local de una empresa multinacional de logística que opera con distintos recursos de reparto (*vans*, *scooters* y mensajería a pie), y presenta una variante del VRPPDTW donde dos recursos se coordinan de acuerdo a una estrategia en particular.

A continuación se presenta un modelo matemático para el VRPPDTW, correspondiente a Desaulniers et al. (2002), sobre el cual se han basado otros más complejos.

Sea la solicitud  $i$ , identificada por dos nodos,  $i$  y  $n + i$ , correspondientes a las detenciones de *pickup* y de *delivery* de la solicitud  $i$ , respectivamente. Es posible que distintos nodos puedan representar la misma ubicación geográfica. Luego, se denota el conjunto de nodos *pickup* por  $P = \{1, \dots, n\}$  y el conjunto de nodos *delivery*  $D = \{n + 1, \dots, 2n\}$ . Además, se define  $N = P \cup D$ . Si la solicitud  $i$  consiste en transportar  $d_i$  unidades de  $i$  hasta  $n + i$ , se tiene que  $l_i = d_i$  y  $l_{n+i} = -d_i$ .

Sea  $K$  el conjunto de vehículos. Debido a que no todos los vehículos pueden atender todas las solicitudes, cada vehículo  $k$  tiene un conjunto específico  $N_k = P_k \cup D_k$  asociado a él, donde  $N_k$ ,  $P_k$  y  $D_k$  son subconjuntos de  $N$ ,  $P$  y  $D$ , respectivamente. Para cada vehículo  $k$ , se define ahora la red  $G_k = (V_k, A_k)$ . Sea  $V_k = N_k \cup \{\tau_k, \tau'_k\}$  el conjunto de nodos incluidos el origen,  $\tau_k$ , y el destino,  $\tau'_k$ , correspondientes a los depósitos del vehículo  $k$ . El subconjunto  $A_k$  de  $V_k \times V_k$  lo componen todos los arcos factibles. La capacidad del vehículo  $k$  está dado por  $C_k$ , y su tiempo de viaje y su costo entre los nodos  $i, j \in V_k$  están dados por  $t_{ijk}$  y  $c_{ijk}$ , respectivamente.

Se asume que el vehículo  $k$  deja sin carga su depósito de origen en el tiempo  $a_{\tau_k} = b_{\tau_k}$ . Cada ruta de *pickup* y *delivery* que sea válida para este vehículo corresponde a un camino factible desde  $\tau_k$  a  $\tau'_k$  en la red  $G_k$ , visitando cada nodo como máximo una vez. Si el vehículo visita al nodo  $i \in N$ , debe hacerlo dentro de la ventana de tiempo  $[a_i, b_i]$ , momento en el cual debe comenzar el tiempo de servicio  $s_i$ . En el caso en que el vehículo llegue antes de la apertura de la ventana de tiempo, es permitido que espere.

La formulación del modelo involucra tres tipos de variables de decisión: las variables binarias de flujo  $x_{ijk}$ , igual a 1 si el arco  $(i, j) \in A_k$  es usado por el vehículo  $k$ , y 0 en otros casos; las variables de tiempo  $T_{ik}$  que especifica cuándo el vehículo  $k$  comienza el servicio en el nodo  $i \in V_k$ ; y las variables  $L_{ik}$  que indican la carga del vehículo  $k$  luego de que el servicio en el nodo  $i \in V_k$  ha sido completado. La formulación es como se presenta a continuación:

$$\text{Min} \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A_k} c_{ijk} x_{ijk} \quad (3.3)$$

Sujeto a:

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in N_k \cup \{\tau'_k\}} x_{ijk} = 1 \quad \forall i \in P, \quad (3.4)$$

$$\sum_{j \in N_k} x_{ijk} - \sum_{j \in N_k} x_{j,n+i,k} = 0 \quad \forall k \in K, i \in P_k, \quad (3.5)$$

$$\sum_{j \in P_k \cup \{\tau'_k\}} x_{\tau_k, j, k} = 1 \quad \forall k \in K, \quad (3.6)$$

$$\sum_{i \in N_k \cup \tau_k} x_{ijk} - \sum_{i \in N_k \cup \{\tau'_k\}} x_{jik} = 0 \quad \forall k \in K, j \in N_k \quad (3.7)$$

$$\sum_{i \in D_k \cup \tau_k} x_{i, \tau'_k, k} = 1 \quad \forall k \in K, \quad (3.8)$$

$$x_{ijk}(T_{ik} + s_i + t_{ijk} - T_{jk}) \leq 0 \quad \forall k \in K, (i, j) \in A_k, \quad (3.9)$$

$$a_i \leq T_{ik} \leq b_i \quad \forall k \in K, \quad i \in V_k, \quad (3.10)$$

$$T_{ik} + t_{i, n+i, k} \leq T_{n+i, k} \quad \forall k \in K, i \in P_k, \quad (3.11)$$

$$x_{ijk}(L_{ik} + l_j - L_{jk}) = 0 \quad \forall k \in K, \quad (3.12)$$

$$l_i \leq L_{ik} \leq C_k \quad \forall k \in K, i \in P_k, \quad (3.13)$$

$$0 \leq L_{n+i, k} \leq C_k - l_i \quad \forall k \in K, n+i \in D_k \quad (3.14)$$

$$L_{\tau_k, k} = 0 \quad \forall k \in K \quad (3.15)$$

$$x_{ijk} \geq 0 \quad \forall k \in K, (i, j) \in A_k, \quad (3.16)$$

$$T_{ik}, L_{ik} \geq 0, \quad \forall k \in K, i \in P_k, \quad (3.17)$$

$$x_{ijk} \text{ binario} \quad \forall k \in K, (i, j) \in A_k. \quad (3.18)$$

La función objetivo (3.3) minimiza los costos de viaje. Las restricciones (3.4) y (3.5) aseguran que cada solicitud (es decir, los nodos de *pickup* y *delivery*) es atendida exactamente una vez y por el mismo vehículo. Las restricciones (3.6) ~ (3.8) caracterizan la estructura de los flujos en la red y aseguran que cada vehículo  $k$  comience en el nodo de origen,  $\tau_k$ , y termine en su vértice de destino,  $\tau'_k$ . En las restricciones (3.9) se establece compatibilidad entre requerimientos de rutas y de tiempos. En las restricciones (3.10) se verifica que se cumpla con los requerimientos de comenzar un servicio dentro de la ventana de tiempo correspondiente. Las restricciones (3.11) establecen que, para cada solicitud, el vehículo visite al nodo *pickup* antes que al *delivery*. En las restricciones (3.12) se establece compatibilidad entre requerimientos de rutas y de carga de los vehículos, mientras que (3.13) y (3.14) establecen los límites de carga del vehículo en los nodos *pickup* y *delivery*, respectivamente. La carga inicial de los vehículos está dada por las ecuaciones (3.15). Las restricciones (3.16) ~ (3.17) establecen las condiciones de no negatividad para las variables de decisión. Finalmente, las restricciones (3.18) establecen la naturaleza binaria de las variables de decisión de flujo en la red.

### 3.2.3 Métodos de resolución

Para el caso del VRPPDTW, existen varios métodos de resolución debido a que se trata de un problema ampliamente estudiado. Además, dado que el problema es NP-Difícil, se han implementado varias metaheurísticas para dar solución a instancias complejas en tiempos computacionales razonables.

Nanry y Barnes (2000) presentan una de las primeras metaheurísticas para la resolución del VRPPDTW. Su enfoque está basado en un algoritmo *tabu search* reactivo que combina varios vecindarios estándares. Para probar la heurística, los autores crean instancias para el VRPPDTW de un conjunto de problemas de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo (VRPTW) propuestos por Solomon (1987). La heurística es probada en instancias de hasta 50 solicitudes. Li y Lim (2001) usan una metaheurística híbrida para resolver el problema, la cual combina *simulated annealing* y *tabu search*. Este método es probado con las nuevas instancias más grandes de Nanry y Barnes (2000), y consideran 56 nuevas instancias basadas en las de Solomon (1987) para el VRPTW. Lau y Liang (2001) también aplican *tabu search* para resolver el VRPPDTW, y describen varias heurísticas constructivas para el problema.

Bent y Van Hentenryck (2003) proponen una heurística para el VRPPDTW basada en *large neighborhood search*. La heurística fue probada sobre las instancias propuestas por Li y Lim (2001).

Se han propuesto también muchos métodos de generación de columnas para el VRPPDTW, los que han tenido enfoques exactos y heurísticos. Dumas et al. (1991) fue el primero en utilizar generación de columnas para este tipo de problemas, para lo cual propone un *método branch & bound* que es capaz de trabajar con problemas de hasta 55 solicitudes.

Xu et al. (2003) considera un VRPPDTW con varias restricciones adicionales de la vida real, incluyendo múltiples ventanas de tiempo, restricciones de compatibilidad, y restricciones de máximo tiempo de conducción. El problema es resuelto usando una heurística de generación de columnas. El estudio considera instancias de hasta 500 solicitudes.

En Sigurd et al. (2004) se resuelve el VRPPDTW relacionado con el transporte de ganado. Esta situación involucra la introducción de restricciones adicionales, como relaciones de precedencia entre solicitudes, lo que significa que algunas deben ser atendidas antes que otras para evitar la propagación de enfermedades. El problema es resuelto usando generación de columnas, y las instancias más grandes resueltas contienen más de 200 solicitudes.

Ropke y Pisinger (2006) presentan una heurística basada en una extensión de la metaheurística *large neighborhood search* para resolver el problema. La heurística propuesta se compone de ciertas

subheurísticas que compiten, y que son usadas con una frecuencia que está relacionada con su desempeño histórico. Este enfoque general es conocido como *adaptive large neighborhood search*. La heurística es probada en más de 350 instancias de hasta 500 solicitudes.

En Gutierrez-Jarpa et al. (2010) se propone un algoritmo *branch-and-price* para el problema de ruteo de vehículos con deliveries, pickups selectivos y ventanas de tiempo (*Vehicle Routing Problem with Deliveries, Selective Pickups and Time Windows, VRPDSPTW*). En este caso particular de VRPPDTW, todas las entregas deben ser efectuadas, las recolecciones son selectivas, no pudiendo ser estas satisfechas en forma parcial.

En Subramanian et al. (2010) se propone un algoritmo paralelo para el problema de ruteo de vehículos con pickup y delivery simultáneos (*Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery, VRPSPD*). El VRPSPD es un caso particular de VRPPD, en el que en un mismo nodo puede haber mercancía para retirar y entregar al mismo tiempo. La principal característica del enfoque de resolución empleado es la calibración automática de algunos parámetros, lo que hace que el algoritmo sea auto-adaptativo. Este procedimiento se lleva a cabo bajo una heurística multi-arranque, la que consiste en un procedimiento *variable neighborhood descent* con un ordenamiento de vecindario aleatorio (*RVND*), integrado en un ILS. Esta heurística, denominada ILS-RVND, es una extensión del ILS-VND y fue probada con 256 núcleos. Las soluciones encontradas fueron muy competitivas especialmente en instancias grandes.

En Wang y Chen (2012) se presenta un algoritmo genético para resolver el problema de ruteo de vehículos con *pickup* y *delivery* simultáneos con ventanas de tiempo (VRPSPDTW). Las instancias de prueba utilizadas en esta investigación son obtenidas de Solomon (1987).

### **3.2.4 Consideraciones ambientales en los problemas de ruteo**

A pesar de que la mayor parte de la bibliografía acerca de los problemas de rutas se enfocan en la minimización de distancias, tiempos de viaje, entre otros objetivos, existen estudios realizados en los últimos años que se enfocan en la emisión de gases de efecto invernadero y que, implícitamente, asocian los costos directos del transporte a este objetivo.

Existen 7 estudios que son importantes considerar en la temática mencionada, pues éstos consideran los factores que tienen implicancia en la contaminación producida por la combustión de los motores.

En Kara et al. (2007) se propone el problema *Energy Minimizing Vehicle Routing Problem* (EMVRP), y considera no sólo la distancia recorrida por los vehículos de la flota, sino que además

incorpora el efecto que tiene la carga que éstos llevan para tener una mejor medición del consumo de energía. Para este fin, se define una función objetivo que considera la ecuación (3.19) como el costo asociado al arco  $(i, j)$ .

$$C_{ij} = [q_{ij} + q_0] \cdot d_{ij} \quad (3.19)$$

Donde,

$C_{ij}$ : es el costo asociado al arco  $(i, j)$ .

$q_{ij}$ : es la masa de la carga que transporta el vehículo sobre el arco  $(i, j)$ .

$q_0$ : es la masa del vehículo sin carga.

$d_{ij}$ : distancia del arco  $(i, j)$ .

En Xiao et al. (2012) se presenta un modelo de ruteo de vehículos considerando el consumo de combustible como objetivo, integrando la influencia que tiene la carga que llevan los vehículos. Este estudio se basa en la relación lineal que existe entre carga y el consumo de combustible. Se define la constante  $\alpha$  en la ecuación (3.20).

$$\alpha = \frac{\rho^* - \rho_0}{Q} \quad (3.20)$$

Donde,

$\rho^*$ : tasa de consumo de combustible del vehículo con carga completa (en  $L/Km$ ).

$\rho_0$ : tasa de consumo de combustible del vehículo sin carga (en  $L/Km$ ).

$Q$ : máxima carga que el vehículo puede llevar (en  $Kg$ ).

Luego, se establece que la tasa de consumo de combustible de un vehículo sobre el arco  $(i, j)$ ,  $\rho_{ij}$ , está dado por:

$$\rho_{ij} = \rho_0 + \alpha y_{ij} \quad (3.21)$$

Donde,

$\rho_{ij}$ : tasa de consumo de combustible sobre el arco  $(i, j)$  (en  $L/Km$ ).

$y_{ij}$ : masa de la carga sobre el arco  $(i, j)$  (en  $Kg$ ).

Finalmente, se define la función (3.22) como objetivo.

$$H(x_{ij}, y_{ij}) = \sum_{j=1}^n Fx_{0j} + \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n c_0 d_{ij} (\rho_0 x_{ij} + \alpha y_{ij}) \quad (3.22)$$

Donde,

$F$ : costo fijo de cada vehículo.

$c_0$ : costo unitario de combustible.

$d_{ij}$ : distancia del arco  $(i, j)$ .

$x_{ij}$ : variable de decisión que indica si el arco  $(i, j)$  pertenece a alguna ruta.

En Suzuki (2011) se propone un modelo de ruteo que también considera el uso de combustible como medida para disminuir la emisión de gases de efecto invernadero, en el cual además de la influencia de la carga del vehículo se incorpora el factor velocidad. Se hace un estudio sobre un caso de ruteo de camiones con ventanas de tiempo.

En Sánchez (2011) se presenta un modelo de VRPPDTW que considera una formulación con múltiples objetivos, proponiendo un balance entre la huella de carbono y los costos asociados de transporte usando la frontera de Pareto. Para resolver esto, utiliza instancias de Solomon (1987) tipo *cluster* utilizando *scatter search*, y estima la huella de carbono como una proporción de la distancia recorrida, por lo cual no evalúa la influencia de la carga en cada tramo. Además, utiliza la teoría de juegos para demostrar que es posible repartir la disminución de costos para cuatro empresas, al realizar las rutas de cada una en conjunto.

Bektas y Laporte (2011) proponen el problema de ruteo de la contaminación (*Pollution Routing Problem*, PRP), que es una variante del VRP que en su función objetivo considera los costos asociados al consumo de combustible y a los tiempos de viaje. Se propone un modelo de programación lineal entera que considera el caso con y sin ventanas de tiempo. Dentro de la función objetivo se incorporan la inclinación del camino, la interacción entre el suelo de la ruta y los neumáticos del vehículo, velocidad, naturaleza de la superficie frontal del móvil, etc. Los objetivos



de este trabajo consideran: describir un modelo para estimar y reducir la energía requerida en el ruteo de vehículos; definir el PRP y evaluar distintos casos de aplicación. Para validar el modelo y evaluarlo, se realizan pruebas con instancias de 10, 15 y 20 ciudades de Reino Unido. Entre las conclusiones se menciona que: minimizar sólo la distancia no implica necesariamente implica disminuir el costo por consumo de combustible; minimizar los costos no necesariamente minimizar la energía requerida; minimizar la carga no implica necesariamente minimizar energía, sobre todo cuando hay ventanas de tiempo.

En Pradenas et al. (2013) se describe el problema de ruteo de vehículo considerando *backhauls* y ventanas de tiempo, minimizando el consumo de energía incurrido por la flota de vehículos, resultado que tiene por objetivo evaluar la emisión de gases de efecto invernadero a la atmósfera. La función objetivo considerada para la formulación de este problema se basa en el estudio de Bektas y Laporte (2011). Este caso fue resuelto por medio de *scatter search* utilizando instancias de hasta 100 clientes. Uno de los resultados obtenidos es que la distancia recorrida aumenta cuando el consumo de energía disminuye, haciendo menor también la emisión de gases de efecto invernadero. Otro resultado obtenido es que, usando un enfoque de juegos cooperativos, distintas compañías de transporte disminuyen las emisiones de gases de efecto invernadero, así como decrecen los costos operativos, en la medida que operan conjuntamente.

Demir et al. (2014) estudia una extensión del *Pollution-Routing Problem* propuesto en Bekas et al. (2011), en el cual se consideran dos objetivos: minimización del consumo de combustible y el tiempo de manejo. Ambos objetivos presentan conflictos entre sí, por lo cual son considerados en forma separada. En el estudio se presenta la formulación matemática del problema como programación entera mixta, y se utiliza un algoritmo *adaptive large neighborhood search* (ALNS). Para los experimentos se utilizaron 13 conjuntos de 10 instancias cada uno, generadas por los autores a partir de información real acerca de las distancias de ciudades de Reino Unido seleccionadas aleatoriamente.

El consumo de combustible considerado en Demir et al. (2014) se basa en el modelo de emisiones descrito por Barth et al. (2005), Scora y Barth (2006), y Barth and Boriboonsomsin (2008), el cual estima el consumo de combustible en un tiempo determinado. De acuerdo a este modelo, el consumo de combustible está dado por la ecuación (3.23).

$$FR = \xi(kNV + P/\eta)/\kappa \quad (3.23)$$

Donde,

$FR$ : tasa de consumo de combustible.

$\xi$ : razón entre las masas de combustible y aire.

$k$ : factor de fricción del motor (en  $\frac{KJ}{\text{revoluciones}\cdot L}$ ).

$N$ : velocidad del motor (en *revoluciones/s*).

$V$ : desplazamiento del motor (en  $L$ ).

$P$ : potencia de salida del motor (en  $KW$ ).

$\eta$ : parámetro de eficiencia para motores diésel.

$\kappa$ : poder calorífico de un combustible diésel típico (en  $KJ/g$ ).

Además, la potencia de salida del motor puede ser calculada según se indica en la ecuación 3.24).

$$P = \frac{P_{tract}}{\eta_{tf}} + P_{acc} \quad (3.24)$$

Donde,

$P_{tract}$ : requerimiento total de potencia de tracción de las ruedas (en  $KW$ ).

$P_{acc}$ : demanda de potencia asociada a pérdidas por funcionamiento del motor y de operación de accesorios del vehículo, como aire acondicionado (en  $KW$ ).

$\eta_{tf}$ : eficiencia del tren de manejo del vehículo.

Finalmente, el requerimiento de potencia de tracción puede ser calculado según se indica en la ecuación (3.25).

$$P_{tract} = (M\tau + Mg \sin \theta + 0.5C_d\rho Av^2 + MgC_r \cos \theta)v/1000 \quad (3.25)$$

Donde,

$M$ : masa total del vehículo, considerando la carga (en  $Kg$ ).

$\tau$ : aceleración del vehículo (en  $m/s^2$ ).

$g$ : aceleración de gravedad (en  $m/s^2$ ).

$\theta$ : ángulo del camino.

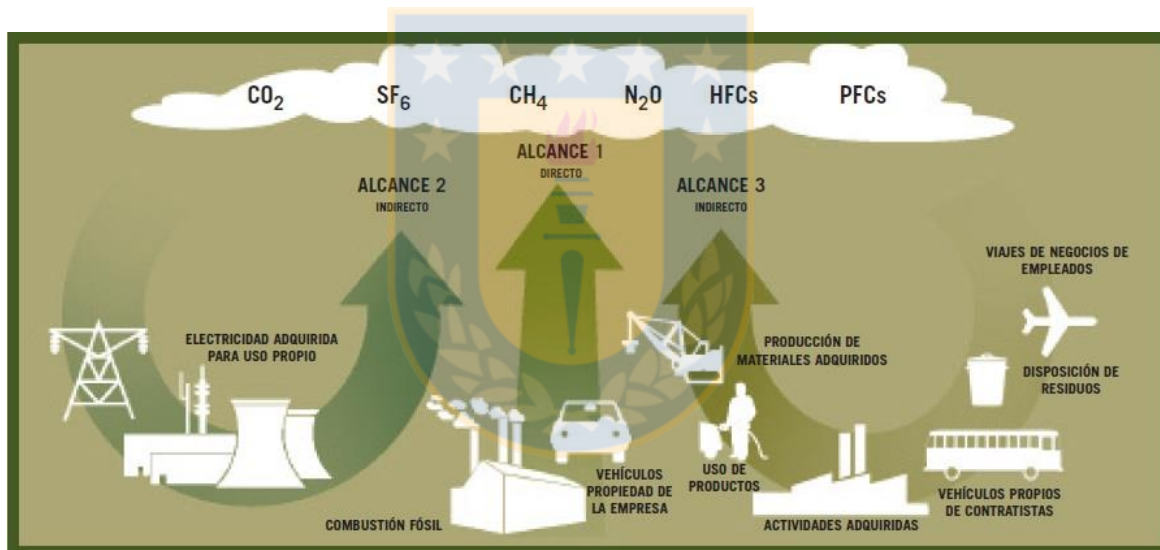
$C_d$ : coeficiente de arrastre aerodinámico para el vehículo.

$C_r$ : coeficiente de roce entre el neumático y el camino.

$v$ : velocidad del vehículo (en  $m/s$ ).

### 3.2.5 Huella de carbono y cálculo de emisiones en el transporte de carga

Los gases de efecto invernadero (GEI) son aquellos que, localizados en la atmósfera, absorben y emiten la radiación infrarroja proveniente de la superficie terrestre. Estos gases son producidos de forma natural y por la actividad humana. La huella de carbono fue creada para dimensionar las emanaciones de estos gases, y mide la totalidad de las emisiones de GEI causadas directa o indirectamente por un individuo, organización, evento, producto o servicio.



**Figura 3.5:** Diagrama de fuentes directas e indirectas de emisiones de GEI (WBCSD, 2005)

La huella de carbono se mide en unidades de masa de dióxido de carbono ( $KgCO_2$ ,  $tonCO_2$ ), y es posible utilizar esta unidad de medida para otros gases de efecto invernadero, utilizando el factor de emisión para obtener la equivalencia en base a este compuesto. Por ejemplo, a partir de la información de la tabla 3.1, la emisión de 1 tonelada de óxido nítrico a la atmósfera equivale a liberar 298 toneladas de dióxido de carbono. En la tabla 3.1 se muestra además grupos de GEI (CFC, HFC, PFC y HFE), de manera que se muestra el menor y mayor factor de emisión del grupo en estos casos.

**Tabla 3.1:** Factor de emisión para distintos GEI (BSI, 2011)

Gas de efecto invernadero	Fórmula química	Factor de emisión
Dióxido de carbono	$CO_2$	1
Metano	$CH_4$	25
Óxido nitroso	$N_2O$	298
Clorofluorocarbonos	CFC	4.750-14.400
Hidrofluorocarbonos	HFC	124-14.800
Compuestos perfluorados	PFC	7.390-22.800
Éteres fluorados	HFE	59-14.900

Ha habido esfuerzos en términos de internalizar la huella de carbono dentro de los costos asociados a las operaciones de las organizaciones. Uno de estos esfuerzos es la Iniciativa del Protocolo de Gases de Efecto Invernadero, que es una alianza que considera empresas, organizaciones no gubernamentales, gobiernos y otras entidades, que fue lanzada, en 1998, con la misión de desarrollar estándares de contabilidad y reporte para organizaciones aceptados internacionalmente y promover su adopción.

Esta iniciativa fue convocada por el Instituto de Recursos Mundiales (WRI), ONG radicada en Estados Unidos, y el Consejo Mundial Empresarial para el Desarrollo Sustentable (*World Business Council for Sustainable Development*, WBCSD), coalición formada por 170 empresas internacionales.

La Iniciativa de Protocolo de Gases de Efecto Invernadero comprende dos estándares que, si bien son distintos, están vinculados entre sí: Estándar Corporativo de Contabilidad y Reporte del Protocolo de GEI (ECCR) y Estándar de Cuantificación de Proyectos del Protocolo de GEI. El primero es una guía para empresas interesadas en cuantificar y reportar sus emisiones de GEI, y el segundo es una pauta para la cuantificación de reducciones de emisiones de GEI derivadas de proyectos específicos.

Específicamente, el Departamento de Medio Ambiente, Alimentación y Asuntos Rurales de Reino Unido (*Department for Environment, Food and Rural Affairs*, DEFRA) ha generado un rango de factores de emisión para distintos tipos de vehículos y de combustibles. La tabla 3.2 indica los factores de emisión para distintos vehículos y la tabla 3.3 para distintos tipos de combustible.

**Tabla 3.2:** Factores de conversión de GEI para distintos vehículos (DEFRA, 2011).

Tipo de vehículo	Carga (ton)	Combustible	<i>KgCO<sub>2</sub>e</i> por <i>Km</i> *
Camión Mediano	Hasta 1.305	Gasolina	0.20225
Camión Mediano	1.305 – 1.74	Gasolina	0.21273
Camión Mediano	1.74 – 3.5	Gasolina	0.25999
Camión Mediano	Hasta 1.305	Diésel	0.15678
Camión Mediano	1.305 – 1.74	Diésel	0.22655
Camión Mediano	1.74 – 3.5	Diésel	0.27011
Camión Grande Rígido	3.5 – 7.5	Diésel	0.59077
Camión Grande Rígido	7.5 – 17	Diésel	0.74871
Camión Grande Rígido	Mayor a 17	Diésel	0.97191
Camión Grande Articulado	3.5 – 33	Diésel	0.85971
Camión Grande Articulado	Mayor a 33	Diésel	0.99545

\*Los valores corresponden al promedio de carga de los vehículos en Reino Unido.

**Tabla 3.3:** Factores de conversión de GEI para distintos combustibles (DEFRA, 2011).

Tipo de combustible	Unidad	<i>KgCO<sub>2</sub>e</i> por unidad
Kerosene	Litro	2.2568
Gas Natural Comprimido	Litro	0.4738
Gas Natural Licuado	Litro	0.4738
Gas Natural	Metro Cúbico	2.0196
Diésel	Litro	2.6676
Gasolina	Litro	2.3117
Gas Licuado de Petróleo	Litro	1.4918

En Pan et al. (2013) se calculan y minimizan las emisiones de dióxido de carbono para dos tipos de transporte de carga: vehículos de carretera y trenes. Se usan datos reales de dos cadenas de *retail* francesas. Además, se estudia el caso en que ambos tipos de medios de transporte operan en conjunto. De los resultados, se concluye que: la emisión de dióxido de carbono es un objetivo en conflicto con los costos de transporte, y que el uso conjugado de los trenes y de vehículos de carretera permiten una disminución en las emisiones de  $CO_2$ .

### 3.3 Optimización multiobjetivo

El proceso de optimizar simultáneamente un conjunto de funciones objetivo, usualmente en conflicto, es llamado *optimización multiobjetivo* u *optimización vectorial* (Eschenauer et al., 1990). La primera referencia a la que usualmente se le atribuye el estudio de situaciones de objetivos en conflicto es de Pareto (1909), quien enunció:

*“Diremos que los miembros de una colectividad disfrutan del máximo bienestar en una cierta posición cuando es imposible encontrar una manera de moverse de esa posición muy ligeramente de tal manera que el bienestar en el que incurre cada individuo de esa colectividad se incremente o decrezca. Es decir, cualquier desplazamiento de abandono de esa posición necesariamente tiene el efecto de incrementar el bienestar del cual ciertos individuos disfrutan, y disminuir el que otros tienen, dejando conforme a algunos y a otros no”.*

En muchos problemas, las distintas alternativas de solución disfrutan de “máximo bienestar”, donde una de las funciones se incrementa, y otra disminuye. Debido al aporte de Pareto, estas alternativas son llamadas *soluciones Pareto óptimas* de problemas de optimización multicriterio. Éstas también son llamadas *soluciones eficientes*.

A continuación, se presenta una breve descripción acerca de tres aspectos importantes de la optimización multiobjetivo: modelo matemático multiobjetivo, concepto de conjunto eficiente y soluciones no dominadas, y algunos enfoques de solución para problemas de programación multiobjetivo.

#### 3.3.1 Modelo matemático multiobjetivo

Existe una clasificación para los problemas de optimización multicriterio, de acuerdo a la forma en que se evalúan las funciones objetivo.

Sea  $\chi \subseteq R^n$  la región factible de las variables de decisión. El espacio, del cual la región factible  $\chi$  es un subconjunto, es llamado *espacio decisión*. Dadas  $p$  funciones objetivos tal que se puede evaluar el valor del vector objetivo  $f(x) = (f_1(x), \dots, f_p(x))$ ,  $x \in \chi$ , se tiene que la imagen de  $\chi$  sobre el vector  $f = (f_1, \dots, f_p)$  es denotada por  $Y := f(\chi) := \{y \in R^p : y = f(x), \text{ para algún } x \in \chi\}$  y es llamado imagen del conjunto factible, o conjunto factible en el *espacio criterio* o *espacio objetivo*.

Sin embargo, en la optimización multicriterio, el vector  $f$  no siempre es evaluado en el espacio objetivo, es decir,  $Y \subseteq R^p$ . Por ejemplo, se puede plantear el problema (3.26).

$$\min_{x \in \chi} \max_{i=1, \dots, p} f_i(x) \quad (3.26)$$

En este caso, se ha usado la relación  $\theta: R^p \rightarrow R$ , donde  $\min$  en (3.26) es definido por el orden canónico sobre  $R$ .

En general, los vectores de funciones objetivos son relacionados desde  $R^p$  hasta un espacio ordenado, por ejemplo  $(R^p, \preceq)$ , donde las comparaciones son hechas usando la relación de orden  $\preceq$ . Esta relación es denominada *relación del modelo*,  $\theta$ .

Luego, los elementos de un problema de optimización multicriterio son: la región factible  $\chi$ , el vector de funciones objetivo  $f = (f_1, \dots, f_p): \chi \rightarrow R^p$ , el espacio objetivo  $R^p$ , el conjunto ordenado  $(R^p, \preceq)$  y la relación del modelo  $\theta$ .

La región factible, el vector de funciones objetivo, y el espacio objetivo son datos del problema de optimización multicriterio. La relación del modelo es la unión entre el espacio objetivo y el conjunto ordenado, en el cual, finalmente, se define el criterio de optimización. Así, con los tres datos del modelo, la relación del modelo, y el conjunto ordenado, la clasificación  $(\chi, f, R^p) | \theta | (R^p, \preceq)$  describe completamente un problema de optimización multicriterio.

Por ejemplo, para el problema (3.27), el problema es clasificado como  $(R_{\geq}, f, R^2) | \theta(y) = y | (R^2, \leq)$ .

$$\min_{x \geq 0} (\sqrt{x+1}, x^2 - 4x + 1) \quad (3.27)$$

En este caso,  $\chi = \{x: x \geq 0\} = R_{\geq}$  es la región factible,  $f = (f_1, f_2) = (\sqrt{x+1}, x^2 - 4x + 1)$  es el vector de funciones objetivos, y  $R^p = R^2$  es el espacio objetivo. Debido a que compara cada componente del vector de funciones objetivo, la relación del modelo está dada por  $\theta(y) = y$ . El conjunto ordenado es entonces  $(R^p, \preceq) = (R^2, \leq)$ .

Los modelos multiobjetivo asociados a la programación matemática son de la clase  $(\chi, f, R^p) | \theta(y) = y | (R^p, \leq)$ , descrito en (3.28) y (3.29).

$$\min(f_1(x), \dots, f_p(x)) \tag{3.28}$$

$$\text{sujeto a: } x \in \chi \tag{3.29}$$

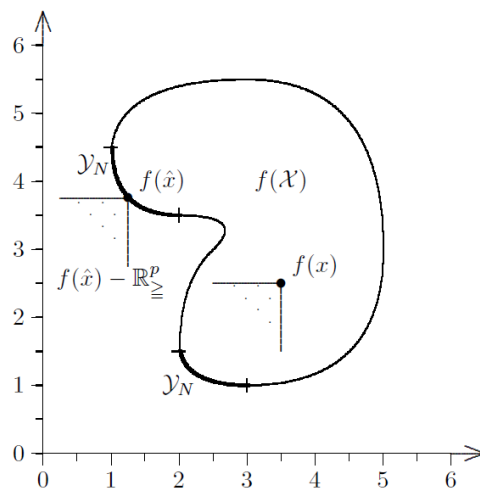
En este tipo de problemas, la optimalidad se entiende en el sentido de eficiencia.

### 3.3.2 Soluciones no dominadas y conjunto eficiente

Una solución factible  $x^* \in \chi$  se denomina solución óptima de un problema de optimización multicriterio  $(\chi, f, \mathbb{R}^p) | \theta | (\mathbb{R}^l, \leq)$  si no existe  $x \in \chi, x \neq x^*$  tal que

$$\theta(f(x)) \leq \theta(f(x^*)) \tag{3.30}$$

Para un problema del tipo  $(\chi, f, \mathbb{R}^p) | \theta | (y) = y | (\mathbb{R}^p, \leq)$ , representado por (3.28) y (3.29), dada una región factible  $\chi$  y su respectiva imagen  $Y$ , se tiene que una solución factible  $\bar{x} \in \chi$  es eficiente o Pareto óptima, si no hay otro  $x \in \chi$  tal que  $f(x) \leq f(\bar{x})$ . Es decir,  $\bar{x} \in \chi$  es eficiente si  $\nexists x \in \chi$  tal que  $f_k(x) \leq f_k(\bar{x})$  para  $k = 1, \dots, p$  y  $f_i(x) < f_i(\bar{x})$  para algún  $i \in \{1, \dots, p\}$ . Si  $\bar{x}$  es eficiente,  $f(\bar{x})$  se llama punto no dominado. Si  $x_1, x_2 \in \chi$  y  $f(x_1) \leq f(x_2)$  se dice que  $x_1$  domina a  $x_2$ , y que  $f(x_1)$  domina a  $f(x_2)$ . El conjunto de todas las soluciones eficientes  $\bar{x} \in \chi$  se denota por  $\chi_E$  y se denomina conjunto eficiente. El conjunto de todos los puntos no dominados  $\bar{y} = f(\bar{x}) \in Y$ , donde  $\bar{x} \in \chi_E$ , se denota  $Y_N$  y es llamado conjunto no dominado (Ehrgott, 2005).



**Figura 3.6:** Ilustración de conjunto no dominado (Ehrgott, 2005).



En la figura 3.6, se muestra el espacio de soluciones y los segmentos correspondientes al conjunto no dominado, correspondiente a la imagen de las soluciones eficiente para un problema de minimización.

Los puntos no dominados o soluciones no dominadas son definidos componente a componente en  $R^p$ . Además, existen soluciones débilmente eficientes y estrictamente eficientes. Una solución factible  $\bar{x} \in \chi$  se denomina débilmente eficiente (débilmente Pareto óptima) si no existe  $x \in \chi$  tal que  $f(x) < f(\bar{x})$ , es decir,  $f_k(x) < f_k(\bar{x})$ , para todo  $k = 1, \dots, p$ . El punto  $\bar{y} = f(\bar{x})$  es llamado débilmente no dominado.

Existen dos definiciones equivalentes para definir eficiencia débil. Una solución factible  $\bar{x} \in \chi$  es débilmente eficiente si y sólo si  $\nexists x \in \chi$  tal que  $(f(\bar{x}) - f(x)) \in \text{int}\{R_{\geq}^p\} = R_{>}^p$ , donde  $R_{\geq}^p := \{y \in R^p: y \geq 0\}$  y  $R_{>}^p := \{y \in R^p: y > 0\} = \text{int}\{R_{\geq}^p\}$ . Otra definición es:  $\bar{x} \in \chi$  si y sólo si  $(f(\bar{x}) - R_{>}^p) \cap Y = \emptyset$ .

Una solución factible  $\bar{x} \in \chi$  se denomina estrictamente eficiente (estrictamente Pareto óptima) si no existe  $x \in \chi$ ,  $x \neq \bar{x}$ , tal que  $f(x) \leq f(\bar{x})$ . Los conjuntos débilmente (estrictamente) eficiente y no dominado son denotados por  $\chi_{WE}(\chi_{SE})$  y  $Y_{WN}(Y_{SN})$ .

De las definiciones anteriores, se deduce que  $Y_N \subset Y_{WN}$  y que  $\chi_{SE} \subset \chi_E \subset \chi_{WE}$ .

### 3.3.3 Enfoques de solución para el problema de programación multiobjetivo

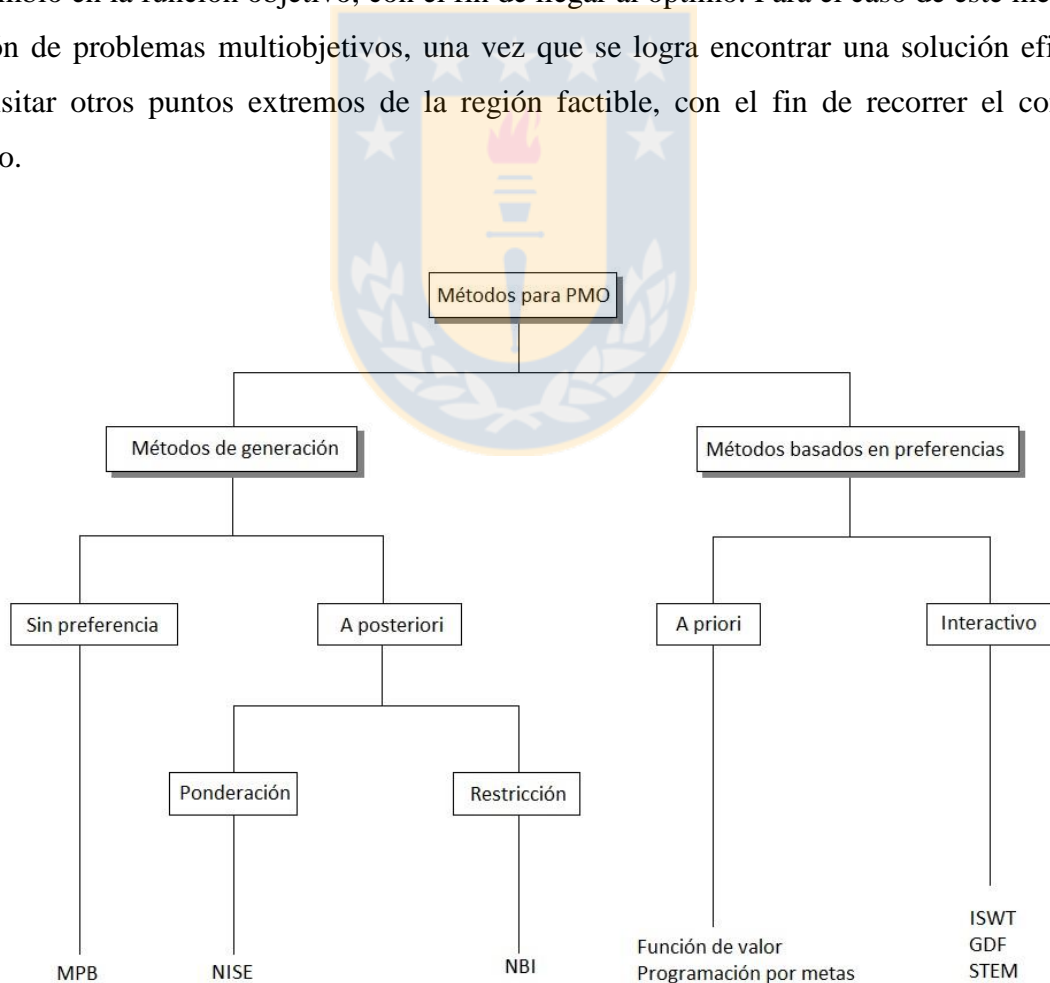
En general, los métodos de optimización multiobjetivo se dividen en dos tipos básicos: métodos basados en preferencias y métodos de generación. Los métodos basados en preferencias cuantifican las prioridades del tomador de decisiones (*decision maker*, DM), y con esta información, se identifica la solución que mejor satisfaga la preferencia del tomador de decisiones. Los métodos de generación han sido desarrollados para encontrar la frontera de Pareto exacta o una aproximación de ésta, y luego elegir una solución de este conjunto para que se implemente. Ambos tipos de métodos exhiben fortalezas y debilidades, y ninguno de éstos es mejor que el otro en todos los aspectos (Diwekar, 2007). En la figura 3.7, se muestra un diagrama con la clasificación de métodos de resolución de problemas multiobjetivo.

Como se muestra en la figura 3.7, las técnicas de generación se dividen en dos subclases: métodos sin preferencia y métodos a posteriori. Los métodos sin preferencia, incluyen *multiobjective proximal bundle* (MPB), *compromise programming*, y métodos basados en factibilidad, como los métodos de investigación de espacio paramétrico (*parameter space*

*investigation methods*, PSI), y se enfocan en generar una solución factible o todas las soluciones factibles, en vez de la frontera de Pareto. Por otra parte, los métodos a posteriori, dentro de los cuales están los métodos de escalarización, pueden obtener cada punto de la frontera de Pareto.

Las técnicas de escalarización consisten en transformar un problema multiobjetivo a otro con un objetivo, con el fin de encontrar soluciones no dominadas. Dentro de este tipo de métodos se encuentran: el método de suma ponderada (o método de los pesos), el método de la  $\epsilon$  –restricción, el método híbrido, el método de la restricción elástica, el método de Benson, entre otros.

Para problemas de optimización multiobjetivo lineales es posible aplicar el método simplex multiobjetivo con el fin de encontrar puntos no dominados. El algoritmo simplex, que se utiliza en problemas lineales de optimización con un objetivo, visita soluciones, que se encuentran en los extremos de la región factible, guiados por el costo reducido de la variable no básica que genere el mejor cambio en la función objetivo, con el fin de llegar al óptimo. Para el caso de este método en la resolución de problemas multiobjetivos, una vez que se logra encontrar una solución eficiente, se puede visitar otros puntos extremos de la región factible, con el fin de recorrer el conjunto no dominado.



**Figura 3.7:** Clasificación de los métodos de resolución de problemas multiobjetivo (Diwekar, 2007).

A continuación, se describirán las dos técnicas de escalarización más básicas: el método de la suma ponderada y el método de la  $\varepsilon$ -restricción.

### 3.3.3.1 Método de la suma ponderada

En el método de la suma ponderada, un problema de optimización multiobjetivo de la clase  $(\chi, f, R^p) | \theta(y) = y | (R^p, \leq)$ , descrito por (3.28) y (3.29), se soluciona (es decir, se encuentran sus soluciones eficientes) resolviendo un problema con un único objetivo, del tipo:

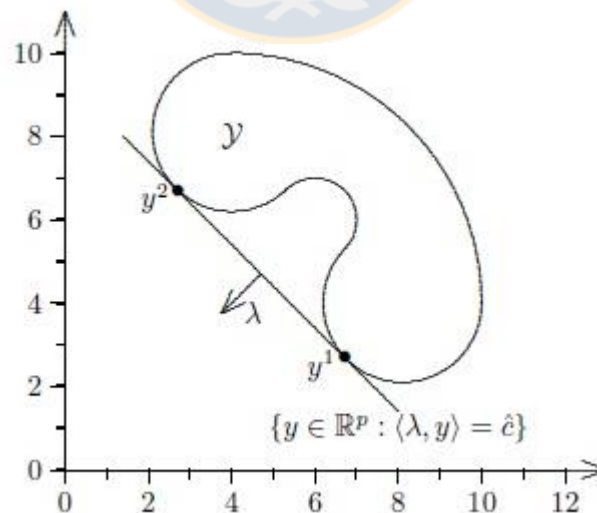
$$\min_{x \in \chi} \sum_{k=1}^p \lambda_k f_k(x) \quad (3.31)$$

Por lo tanto, el problema de optimización multicriterio original se transforma a uno de clase  $(\chi, f, R^p) | \langle \lambda, \cdot \rangle | (R, \leq)$ , donde  $\langle \lambda, \cdot \rangle$  denota el producto escalar en  $R^p$  (Ehrgott, 2005).

Sea  $Y \in R^p$ . Para un  $\lambda \in R_{\geq}^p$  fijo se tiene la siguiente notación:

$$S(\lambda, Y) := \left\{ \bar{y} \in Y : \langle \lambda, \bar{y} \rangle = \min_{y \in Y} \langle \lambda, y \rangle \right\} \quad (3.32)$$

Donde  $S(\lambda, Y)$  es el conjunto de puntos de  $Y$  con respecto a  $\lambda$ .



**Figura 3.8:** Un conjunto  $S(\lambda, Y)$  (Ehrgott, 2005).

En la figura 3.8, se muestra un ejemplo de conjunto  $S(\lambda, Y)$ , que consiste en dos puntos:  $y^1$  e  $y^2$ . Estos puntos corresponden a la intersección entre el conjunto de imágenes y la recta  $\{y \in R^p: \langle \lambda, y \rangle = \bar{c}\}$ . Luego, considerando  $c$  como un parámetro, y la familia de rectas  $\{y \in R^p: \langle \lambda, y \rangle = c\}$ , se puede ver en la figura 3.8 que  $\bar{c}$  es elegido como el menor valor de  $c$  tal que la intersección de la recta con  $Y$  es distinto de vacío.

Notar que debido a la definición de puntos no dominados, se tiene que sólo se deben considerar vectores de ponderación no negativos, es decir,  $\lambda \in R_{\geq}^p$ .

En definitiva, el teorema que justifica el método de escalarización por suma ponderada sostiene que si  $\bar{x} \in \chi$  es una solución óptima del problema (3.31), con  $\lambda \in R_{\geq}^p$ , las siguientes condiciones se cumplen:

- i) Si  $\lambda \in R_{\geq}^p$ , entonces  $\bar{x} \in \chi_{WE}$ .
- ii) Si  $\lambda \in R_{>}^p$ , entonces  $\bar{x} \in \chi_E$ .
- iii) Si  $\lambda \in R_{\geq}^p$ , y  $\bar{x}$  es la única solución óptima de (3.31), entonces  $\bar{x} \in \chi_{SE}$ .

Este método, por lo tanto, permite el cálculo de soluciones eficientes y débilmente eficientes variando el valor de  $\lambda$  (Ehrgott, 2005).

### 3.3.3.2 Método de la $\varepsilon$ -restricción

Junto con el enfoque de la suma ponderada, el método de la  $\varepsilon$ -restricción es la técnica más conocida para resolver problemas de optimización multicriterio. Este método fue introducido por Haimes et al. (1971), y consiste en mantener uno de los objetivos originales del problema en el modelo, mientras que el resto es transformado en restricciones.

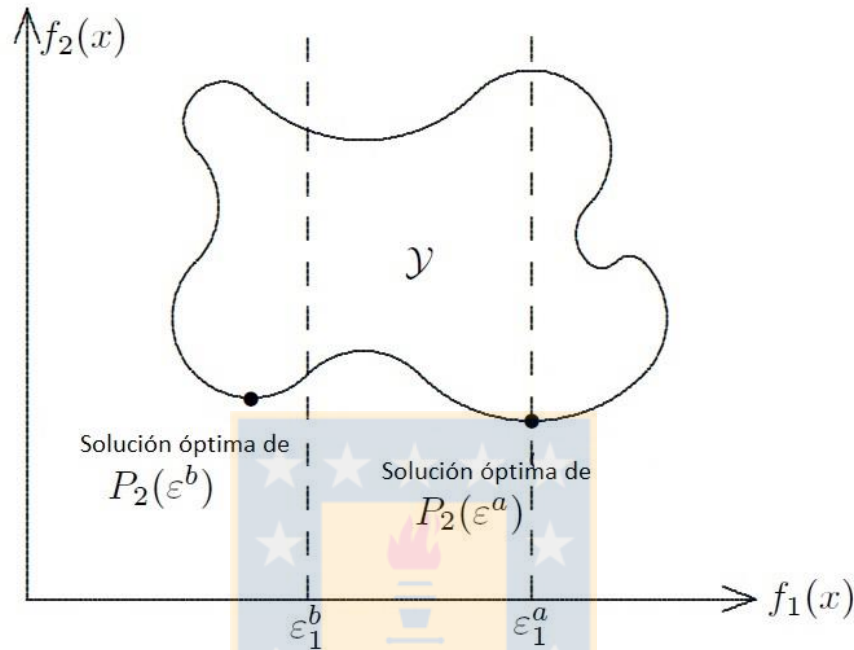
En este método, el problema multiobjetivo descrito en (3.28) y (3.29) es sustituido por el problema de  $\varepsilon$ -restricción que es representado por (3.33) y (3.34).

$$\min_{x \in \chi} f_j(x) \tag{3.33}$$

$$\text{sujeto a: } f_k(x) \leq \varepsilon_k \quad k = 1, \dots, p \quad k \neq j \tag{3.34}$$

En (3.34), se tiene que  $\varepsilon \in R^p$ . La componente  $\varepsilon_j$  es irrelevante, pero la convención de incluirla es conveniente.

La figura 3.9 muestra el espacio criterio de un problema con dos objetivos, donde se incorpora una cota superior a  $f_1(x)$ . En este caso, se indican los valores óptimos del problema que incluye (3.33) y (3.34), con  $j = 2$  para dos valores de  $\varepsilon_1$ .



**Figura 3.9:** Soluciones óptimas de un problema  $\varepsilon$ -restricción (Ehrgott, 2005).

Las soluciones óptimas encontradas con este método son, al menos, débilmente eficientes. Es decir, sea  $\bar{x} \in \chi$  una solución óptima de (3.33) y (3.34) para algún  $j \in \{1, \dots, p\}$ , luego  $\bar{x}$  es débilmente eficiente.

La demostración del enunciado anterior se menciona a continuación por medio de reducción al absurdo. Asumir que  $\bar{x} \notin \chi_{wE}$ . Luego, existe  $x \in \chi$  tal que  $f_k(x) < f_k(\bar{x})$  para todo  $k = 1, \dots, p$ . En particular,  $f_j(x) < f_j(\bar{x})$ . Como  $f_k(x) < f_k(\bar{x}) \leq \varepsilon_k$  para  $k \neq j$ , la solución  $x$  es factible para (3.34), lo cual es una contradicción dado que  $\bar{x}$  es solución óptima.

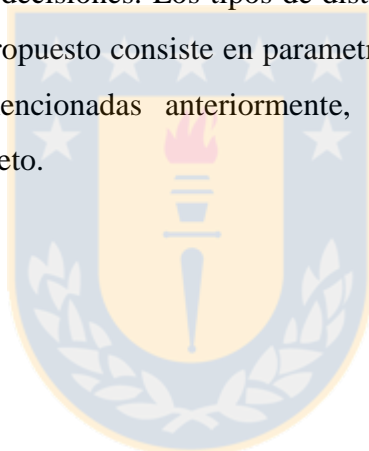
Además, si  $\bar{x}$  es solución óptima única de (3.33) sujeto a (3.34) para algún  $j \in \{1, \dots, p\}$ , entonces  $\bar{x} \in \chi_{sE}$  (y por lo tanto  $\bar{x} \in \chi_E$ ).

Más aún, la solución  $\bar{x} \in \chi$  es eficiente si y sólo si existe un  $\bar{\varepsilon} \in R^p$  tal que  $\bar{x}$  es una solución óptima de (3.33) sujeto a (3.34) para todo  $j \in \{1, \dots, p\}$  (Ehrgott, 2005).

Una aspecto interesante del método de la  $\varepsilon$ -restricción es que funciona para problemas generales y no necesita que el espacio criterio sea convexo.

Los dos métodos descritos anteriormente son básicos y ampliamente utilizados. Existen otros métodos también. Ehrgott (2005) presenta diversas técnicas, tales como: el método híbrido, que combina los métodos de suma ponderada y el de la  $\varepsilon$ -restricción; el método de la restricción elástica, que es una relajación del método de la  $\varepsilon$ -restricción, en el que se da la posibilidad de no cumplir con el acotamiento de las funciones objetivo, pero se penaliza; y el método de Benson (Benson, 1978), que comienza con una solución factible inicial, y si ésta no es eficiente, encuentra una solución tal que la distancia entre la imagen de ésta y la de la solución inicial sea maximizada, resultando una solución eficiente.

Uno de los últimos aportes en el desarrollo de métodos de escalarización fue presentado por Nikulin et al. (2012). En este trabajo se presenta una función de logro escalarizada (*Achievement Scalarizing Function*), en la cual se minimiza la distancia a un punto de referencia, que puede ser proporcionado por el tomador de decisiones. Los tipos de distancias consideradas son: lineal ( $L_1$ ) y de Chebyshev ( $L_\infty$ ). El método propuesto consiste en parametrizar la ponderación de cada distancia a minimizar, entre las dos mencionadas anteriormente, y así obtener distintas soluciones pertenecientes a la frontera de Pareto.



## Capítulo 4.- Modelamiento matemático.

En este capítulo se propone de un modelo de programación matemática para el VRPPDTW', con flota heterogénea y múltiples objetivos, entre los cuales se considera la emisión de gases de efecto invernadero. Primero, se define la notación con la cual se definirá el modelo, y luego se expondrá la formulación matemática del problema.

El siguiente modelo comprende una formulación del VRP con *pickup and delivery*, ventanas de tiempo y flota heterogénea. Además, considera múltiples objetivos. El modelo se basa fundamentalmente en el estudio de Ropke y Pisinger (2006), en donde se describe una formulación matemática para el VRP con *pickup and delivery*, considerando ventanas de tiempo y flota heterogénea. Adicionalmente, en este estudio, se incorpora la función objetivo propuesta por Demir et al. (2014), adaptada para el estudio.

El primer objetivo tiene relación con la huella de carbono de la flota de vehículos. La tasa de emisión instantánea  $E$  de un GEI (como  $CO$ ,  $HC$  o  $NO_x$ ) generada por el motor, en gramos por segundo ( $g/s$ ), está relacionada directamente con la tasa de consumo de combustible,  $FR$  ( $g/s$ ), a través de la relación  $E = \delta_1 FR + \delta_2$ , donde  $\delta_1$  y  $\delta_2$  son parámetros de emisión específica del GEI.

### 4.1 Construcción de las redes

Se identifica la solicitud  $i$  por dos nodos,  $i$  y  $n + i$ , correspondientes a las detenciones de solicitud para recoger y entregar carga, respectivamente. Es posible que nodos diferentes puedan representar la misma ubicación geográfica. Luego, se denota el conjunto de nodos *pickup* por  $P = \{1, \dots, n\}$  y el conjunto de nodos *delivery* por  $D = \{n + 1, \dots, 2n\}$ . Además, se define  $N = P \cup D$ . Si la solicitud  $i$  consiste en transportar  $d_i > 0$  unidades de  $i$  a  $n + i$ , se tiene  $l_i = d_i$  y  $l_{n+i} = -d_i$ .

Sea  $K$  el conjunto de vehículos. Dado que no todos los vehículos pueden atender todas las solicitudes, cada vehículo  $k$  tiene un conjunto específico  $N_k = P_k \cup D_k$  asociado a él, donde  $N_k$ ,  $P_k$  y  $D_k$  son subconjuntos de  $N$ ,  $P$  y  $D$ , respectivamente. Para cada vehículo  $k$ , se define el grafo  $G_k = (V_k, A_k)$ , que comprende todos los nodos que el vehículo puede visitar. El conjunto  $V_k = N_k \cup \{\tau_k, \tau'_k\}$  es el conjunto de nodos incluyendo el origen,  $\tau_k = 2n + k$ , y el destino,  $\tau'_k = 2n + m + k$ , para el vehículo  $k$ , respectivamente. El subconjunto  $A_k$  de  $V_k \times V_k$  lo componen todos los arcos posibles. La capacidad del vehículo  $k$  está dada por  $C_k$ , y la distancia entre dos nodos distintos,  $i, j \in V_k$ , por  $d_{ij}$ . El grafo  $G = (V, A)$  consiste en los nodos  $V = N \cup \{\tau_1, \dots, \tau_m\} \cup \{\tau'_1, \dots, \tau'_m\}$  y

los arcos  $A = V \times V$ , donde  $V_k \subseteq V$ . Por otra parte,  $K_i$  es el conjunto de vehículos que pueden atender la solicitud  $i \in P$ .

El vehículo  $k$  está habilitado para dejar el depósito de origen sin carga en el tiempo  $a_{\tau_k}$ . Cada ruta de *pickup* y *delivery* para el vehículo corresponde a un camino factible de  $\tau_k$  a  $\tau'_k$  en la red  $G_k$ , visitando cada nodo como máximo una vez. Si el vehículo visita el nodo  $i \in N$ , debe hacerlo dentro de la ventana de tiempo  $[a_i, b_i]$ , comenzando el servicio en el tiempo  $S_i$ . Si el vehículo llega antes de que comience la ventana de tiempo, se permite que éste espere.

Además, se incluye en el modelo la velocidad como variable de decisión. Por razones prácticas, se asume que en la ruta de un vehículo todos los parámetros permanecen constantes en un arco dado (pero la carga y la velocidad pueden cambiar de un arco a otro). En otras palabras, se asume que el vehículo viaja a una velocidad promedio  $v = v_{ij}$  (m/s) en el arco  $(i, j)$  de una distancia  $d_{ij}$  (m), con un ángulo del camino de  $\theta = \theta_{ij}$  (rad), y llevando una carga total de  $M_{ij} = w_k + f_{ij}$ , donde  $w_k$  es la masa del vehículo vacío y  $f_{ij}$  es la carga del vehículo sobre el arco  $(i, j)$ .

La velocidad  $v_{ij}$  se hace discreta para evitar no linealidad. Primero, se asume que las limitaciones de velocidad de un arco son las mismas, es decir,  $l_{ij} = l$  y  $u_{ij} = u \forall (i, j) \in A$ , donde  $l_{ij}$  y  $u_{ij}$  son el límite inferior y superior de la velocidad en el arco  $(i, j)$ , respectivamente. Luego, se define un conjunto de niveles de velocidad  $R = \{1, 2, \dots, r, \dots\}$ , donde cada  $r \in R$  para un arco  $(i, j)$  dado corresponde al intervalo de velocidad  $[l^r, u^r]$ , con  $l^1 = l$  y  $u^{|R|} = u$ . Consecuentemente, se calcula la velocidad promedio como  $\bar{v}^r = (l^r + u^r)/2$  para cada nivel  $r \in R$ .

## 4.2 Modelo de programación matemática

La formulación matemática propuesta involucra seis tipos de variables de decisión: variables binarias de flujo  $x_{ijk}$ , igual a 1 si el arco  $(i, j) \in A_k$  es usado por el vehículo  $k$ , y 0 en otros casos; las variables de tiempo  $S_{ik}$  especifican cuándo el vehículo  $k$  comienza el servicio en el nodo  $i \in V_k$ ; las variables  $L_{ik}$  indican la carga del vehículo  $k$  una vez completado el servicio en el nodo  $i \in V_k$ ; las variables  $f_{ij}$  corresponden a números no negativos que indican la carga que está siendo transportada a través del arco  $(i, j) \in V$ ;  $z_i, i \in P$ , son variables binarias que indican si la solicitud  $i$  es atendida por algún vehículo; las variables  $v_{ijr}$  son del tipo binario, y toman valor 1 cuando un vehículo recorre el arco  $(i, j) \in V$  a una velocidad  $\bar{v}^r$  y 0 en otros casos.

En la tabla 4.1 se muestran los parámetros del modelo:



**Tabla 4.1:** Parámetros usados en el modelo de programación matemática.

Notación	Descripción
$h$	Factor de fricción del motor [ $KJ/(revoluciones \cdot L)$ ]
$N$	Velocidad del motor [ $revoluciones/s$ ]
$V$	Desplazamiento del motor [ $L$ ]
$\lambda$	Constante que relaciona el consumo de combustible y la energía [ $L/KJ$ ]
$d_{ij}$	Distancia del arco $(i, j)$ [ $m$ ]
$\bar{v}^r$	Velocidad promedio del intervalo de velocidad [ $l^r, u^r$ ] [ $m/s$ ]
$w_k$	Masa del vehículo sin carga [ $Kg$ ]
$\gamma$	Constante que incorpora el rendimiento del vehículo [ $1/1000$ ]
$\alpha_{ij}$	Constante específica del vehículo-arco [ $m/s^2$ ]
$\beta_k$	Constante específica del vehículo [ $Kg/m$ ]
$a_i$	Tiempo en el que puede comenzar el servicio en el nodo $i$ [ $s$ ]
$b_i$	Tiempo máximo en el que puede terminar el servicio en el nodo $i$ [ $s$ ]
$s_i$	Tiempo de servicio en el nodo $i$ [ $s$ ]
$l_i$	Demanda del nodo $i$ [ $Kg$ ]
$C_k$	Capacidad de carga del vehículo $k$ [ $Kg$ ]

El modelo matemático se presenta a continuación:

$$\begin{aligned}
 Min Z_1 = & \sum_{(i,j) \in A} \left[ hNV\lambda d_{ij} \sum_{r \in R} \frac{v_{ijr}}{\bar{v}^r} \right] + \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A_k} w_k \gamma \lambda \alpha_{ij} d_{ij} x_{ijk} + \sum_{(i,j) \in A} \gamma \lambda \alpha_{ij} d_{ij} f_{ij} \\
 & + \sum_{(i,j) \in A} \left[ \beta_k \gamma \lambda d_{ij} \sum_{r \in R} v_{ijr} (\bar{v}^r)^2 \right]
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

$$Min Z_2 = \sum_{k \in K} (S_{\tau'_{k,k}} - a_{\tau_k}) \tag{4.2}$$

$$Min Z_3 = \sum_{i \in P} z_i \tag{4.3}$$

Sujeto a:

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in N_k} x_{ijk} + z_i = 1 \quad \forall i \in P \quad (4.4)$$

$$\sum_{j \in V_k} x_{ijk} - \sum_{j \in V_k} x_{j,n+i,k} = 0 \quad \forall k \in K, \forall i \in P_k \quad (4.5)$$

$$\sum_{j \in P_k \cup \{\tau'_k\}} x_{\tau_k, j, k} = 1 \quad \forall k \in K \quad (4.6)$$

$$\sum_{i \in D_k \cup \{\tau'_k\}} x_{i, \tau'_k, k} = 1 \quad \forall k \in K \quad (4.7)$$

$$\sum_{i \in V_k} x_{ijk} - \sum_{i \in V_k} x_{jik} = 0 \quad \forall k \in K, \forall j \in N_k \quad (4.8)$$

$$S_{ik} + s_i + d_{ij} \sum_{r \in R} \frac{v_{ijr}}{\bar{v}^r} \leq S_{jk} + M(1 - x_{ijk}), M \gg 0 \quad \forall k \in K, \forall (i, j) \in A_k \quad (4.9)$$

$$a_i \leq S_{ik} \leq b_i \quad \forall k \in K, \forall i \in V_k \quad (4.10)$$

$$S_{ik} \leq S_{n+i,k} \quad \forall k \in K, \forall i \in P_k \quad (4.11)$$

$$L_{ik} + l_j \leq L_{jk} + M(1 - x_{ijk}), M \gg 0 \quad \forall k \in K, \forall (i, j) \in A_k \quad (4.12)$$

$$L_{ik} \leq C_k \quad \forall k \in K, \forall i \in V_k \quad (4.13)$$

$$L_{\tau_k, k} = L_{\tau'_k, k} = 0 \quad \forall k \in K \quad (4.14)$$

$$\sum_{k \in K} x_{ijk} = \sum_{r \in R} v_{ijr} \quad \forall (i, j) \in A \quad (4.15)$$

$$L_{ik} \leq f_{ij} + M(1 - x_{ijk}), M \gg 0 \quad \forall k \in K, \forall (i, j) \in A_k \quad (4.16)$$

$$\sum_{j \in N_k \cup \{\tau'_k\}} x_{ijk} \leq 1 \quad \forall i \in N, \forall k \in K_i \quad (4.17)$$

$$\sum_{i \in N_k \cup \{\tau_k\}} x_{ijk} \leq 1 \quad \forall j \in N, \forall k \in K_j \quad (4.18)$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\} \quad \forall k \in K, \forall (i, j) \in A_k \quad (4.19)$$

$$z_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \in P \quad (4.20)$$

$$v_{ijr} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A, \forall r \in R \quad (4.21)$$

$$S_{ik} \geq 0 \quad \forall k \in K, \forall i \in V_k \quad (4.22)$$

$$L_{ik} \geq 0 \quad \forall k \in K, \forall i \in V_k \quad (4.23)$$

$$f_{ij} \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A \quad (4.24)$$

A continuación se explicará detalladamente el modelo.

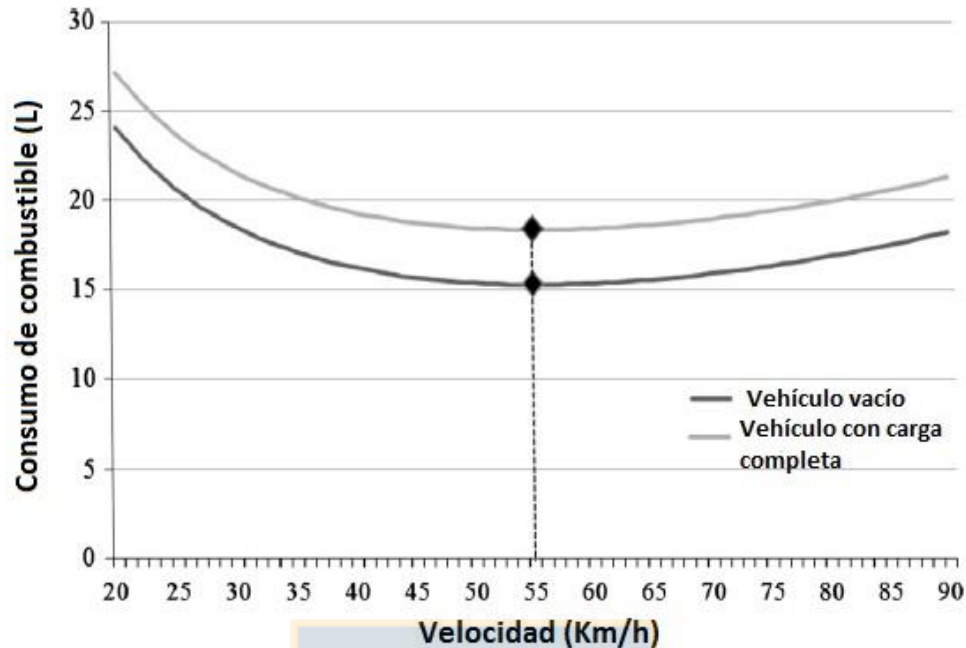
#### 4.2.1 Función objetivo de consumo de combustible

El objetivo de consumo de combustible, que se plantea en la ecuación (4.1), está basado en el modelo comprensivo de emisiones descrito por Barth et al. (2005), Scora y Barth (2006), y Barth and Boriboonsomsin (2008), el cual estima el consumo de combustible en un tiempo determinado. Este modelo queda descrito por las ecuaciones (3.23), (3.24) y (3.25).

Para un arco  $(i, j)$  dado, de longitud  $d_{ij}$ , sea  $v_{ij}$  la velocidad con la que algún vehículo viaja sobre el arco  $(i, j)$ . Para simplificar la notación, sea  $\lambda = \xi/(\kappa\psi)$  y  $\gamma = 1/(\eta_{tf}\eta)$  constantes, donde  $\psi$  es el factor de conversión de combustible de gramos/segundo a litros/segundo. Además, se define  $\alpha_{ij} = \tau_{ij} + g \sin \theta_{ij} + gC_r \cos \theta_{ij}$ , correspondiente a una constante específica del vehículo-arco, y  $\beta_k = 0.5C_{d_{ijk}}\rho A_k$ , correspondiente a una constante específica del vehículo. Entonces, el consumo de combustible del vehículo  $k$  en el arco  $(i, j)$  en función de la velocidad,  $v_{ij}$ , y la carga,  $f_{ij}$ , está dada por la ecuación (4.25).

$$F(v_{ij}, f_{ij}) = \lambda(hNV + w_k\gamma\alpha_{ij}v_{ij} + \gamma\alpha_{ij}f_{ij}v_{ij} + \beta_k\gamma v_{ij}^3)d_{ij}/v_{ij} \quad (4.25)$$

En la figura 4.1 se muestra el comportamiento del consumo de combustible ( $L/100 Km$ ) con respecto a la velocidad ( $Km/h$ ) para un vehículo medio vacío y cargado completamente usando la expresión (4.25). En este caso, para los valores que se consideraron, la velocidad que minimiza el consumo de combustible es aproximadamente  $55 Km/h$ , el cual se mantiene para el caso en que el vehículo se encuentra vacío y en el que está con carga completa.



**Figura 4.1:** Consumo de combustible vs velocidad (Demir et al., 2014).

De acuerdo a lo anterior, y dado que la velocidad en el arco  $(i, j)$  se define conjuntamente por la variable de decisión  $v_{ijr}$  y el parámetro  $\bar{v}^r$ , y en consecuencia la aceleración  $\tau_{ij}$  es cero (debido a que se considera constante la velocidad en un arco), la función objetivo que considera el consumo de combustible en el diseño de rutas para los vehículos de la flota está dado por la expresión (4.1). Cabe agregar también que en el modelo considerado en la ecuación (3.24),  $P_{acc} = 0$ , puesto que  $P_{acc}$  representa la demanda de potencia del motor asociadas a pérdida de funcionamiento del motor y a la operación de accesorios del vehículo como aire acondicionado.

En definitiva, la función (4.1) considera el consumo de combustible para los vehículos de la flota que recorren las rutas, con el fin de disminuir las emisiones de gases de efecto invernadero a la atmósfera. Dentro de los factores considerados en el consumo de combustible están: el trabajo que involucra variar la energía potencial del vehículo cuando se desplaza entre dos nodos a distinta altura, el trabajo que realiza la fuerza del vehículo contraria a la fuerza de arrastre, el trabajo que involucra la interacción entre los neumáticos y la superficie del camino, y el factor  $kNV$  que denota característica propias del motor.

#### 4.2.2 Función objetivo de tiempo total recorrido por la flota

La función objetivo (4.2) que corresponde al tiempo total de conducción es la suma del tiempo de viaje de cada vehículo. El tiempo de recorrido que resulte para un vehículo es la diferencia entre el tiempo de llegada al depósito sumidero y el tiempo en el que comienza la ruta.

Este objetivo tiene estrecha relación con los costos asociados al pago de conductores, pues, en general, cuando se incorpora la minimización del sueldo a choferes en los modelos que se exhiben en la literatura, el pago se realiza con respecto al tiempo de manejo.

#### 4.2.3 Función objetivo de solicitudes sin atender

Una de las particularidades del modelo propuesto es que una de las variables de decisión consideradas es  $z_i$ ,  $i \in P$ , que permite no atender ciertas solicitudes. La función (4.3) considera el total de solicitudes sin servir, y tiene estrecha relación con la calidad del servicio brindado por la organización que opera la flota de vehículos.

Los tres objetivos planteados en el modelo, y representados por las funciones (4.1), (4.2) y (4.3) presentan conflictos entre sí. El tiempo total de conducción es disminuido al aumentar la velocidad, sin embargo, en la medida que ésta aumenta a partir de cierto valor, el consumo de combustible se hace mayor. Por otra parte, entre menos sean las solicitudes que no se atienden, es decir, entre más nodos sean visitados, se incurrirá en un mayor consumo de combustible y, a su vez, en un mayor tiempo total de recorrido de los vehículos.

#### 4.2.4 Restricciones

Muchas de las restricciones incorporadas en el modelo fueron presentadas en la sección 3.2.2, dado que se trata de un problema de VRPPDTW. Sin embargo, se tuvo que agregar algunas desigualdades y modificar otras, para incorporar variables que no han sido consideradas para este tipo de problemas.

Denomínese *banco de solicitudes* al conjunto de solicitudes que no son atendidas. Luego, la restricción (4.4) impone que cada nodo *pickup* sea visitado o que, en su defecto, la solicitud correspondiente sea agregada al banco de solicitudes. Las restricciones (4.5) establecen que un nodo *delivery* es visitado en el caso de que el nodo *pickup* correspondiente también lo haya sido, y que por ambos nodos pase el mismo vehículo. Las restricciones (4.6) y (4.7) aseguran que cada vehículo deje su nodo fuente (o depósito de origen) y que llegue a su nodo sumidero (o depósito de destino).

La restricción (4.8) permite que exista un camino consecutivo entre  $\tau_k$  y  $\tau'_k$  para cada vehículo  $k \in K$ .

Las desigualdades (4.9) representan las restricciones (4.26), y están elaboradas con el fin de evitar no linealidad en el modelo. En (4.9),  $M$  es un número grande y  $d_{ij} \sum_{r \in R} \frac{v_{ijr}}{\bar{v}^r}$  es el tiempo que demora el vehículo en recorrer el arco  $(i, j)$ . El objetivo de esta restricción es asegurar que  $S_{ik}$ , con  $k \in K$  y  $i \in V_k$ , tome valores coherentes de acuerdo a las rutas.

$$x_{ijk} \left( S_{ik} + s_i + d_{ij} \sum_{r \in R} \frac{v_{ijr}}{\bar{v}^r} \right) \leq S_{jk}, \forall k \in K, \forall (i, j) \in A_k \quad (4.26)$$

Las restricciones (4.10) aseguran que el tiempo en el que comienza el servicio en un nodo esté dentro de la ventana de tiempo. Las inecuaciones (4.11) obligan a que el nodo *pickup* sea atendido antes que el cliente *delivery* correspondiente.

Las restricciones (4.12), (4.13) y (4.14) aseguran que la variable  $L_{ik}$ , con  $k \in K$  y  $i \in V_k$ , sea asignada correctamente a lo largo de las rutas. Esta variable permite que exista un control sobre la carga que llevan los vehículos, haciendo que la carga con la que sale un vehículo de un nodo sea de acuerdo a la demanda, y que no se exceda la capacidad del móvil. Las desigualdades (4.12) corresponden una modificación a las restricciones (4.27), y tienen como fin evitar no linealidad.

$$x_{ijk} (L_{ik} + l_j) \leq L_{jk}, \forall k \in K, \forall (i, j) \in A_k \quad (4.27)$$

Las restricciones del tipo (4.15) hacen coherente la velocidad con la que los vehículos recorren los arcos. Con (4.15) el modelo asegura que exactamente un intervalo de velocidades del conjunto  $R = \{1, 2, \dots, r, \dots\}$  es seleccionado, en el caso de que el arco  $(i, j)$  forme parte de la ruta de un vehículo de la flota.

Las restricciones (4.16) acotan las variables de decisión  $f_{ij}$ , con  $(i, j) \in V$ . Si bien es posible incorporar la carga que es transportada a lo largo del arco  $(i, j)$  al modelo usando sólo las variables de decisión  $L_{ik}$  y  $L_{jk}$ , sería necesario incurrir en una función objetivo no lineal, dado que la equivalencia entre ambos tipos de variables de decisión está dada por una ecuación no lineal, tal como lo muestra la ecuación (4.28).

$$f_{ij} = \sum_{k \in K} (L_{jk} - L_{ik}) \cdot x_{ijk}, \forall (i, j) \in A \quad (4.28)$$

Las restricciones (4.17) y (4.18) aseguran que, como máximo, salga y llegue una vez algún vehículo, respectivamente.

Es sabido que para los problemas de rutas, es necesario agregar restricciones que eliminen los *subtours*, con el fin de evitar estancamiento en el recorrido de un vehículo. En este modelo, las restricciones de tiempo y de carga son las que permiten continuidad en las rutas generadas. Luego, las restricciones (4.9) ~ (4.16) evitan los *subtours*.

Finalmente, las restricciones del tipo (4.19) ~ (4.24) indican la naturaleza de las variables de decisión.



## Capítulo 5.- Instancias del problema.

En el presente capítulo se describen las instancias utilizadas para validar el modelo matemático propuesto para el VRPPDTW con flota heterogénea considerando las emisiones de gases de efecto invernadero. Además, se generan instancias complejas para la implementación computacional de un algoritmo evolutivo.

Los datos utilizados para la validación del modelo de programación matemática fueron elaborados a partir de las instancias utilizadas por Bektas y Laporte (2011) y Demir et al. (2014), las cuales fueron modificadas para ser utilizadas en este problema en particular. Además, se utilizó en algunas instancias especificaciones de modelos de camiones que actualmente están en circulación.

Para el caso de las instancias complejas, estas fueron generadas de forma aleatoria según ciertos rangos entre los que se definió debían fluctuar los datos de entrada.

Las instancias a usar son siete. La primera corresponde a un modelo de cinco solicitudes con flota homogénea en la que existe un solo depósito, que actúa como nodo fuente y sumidero de todos los vehículos. Existen dos instancias de cinco solicitudes que consideran flota heterogénea, en la que no sólo existe diferencia de masa y capacidad entre los vehículos, sino que también cada uno tiene un conjunto de servicios a los que puede atender y que es distinto al del resto de los vehículos. Además, en estas dos instancias a cada vehículo le corresponde un nodo de fuente y sumidero diferente. Se elaboraron dos instancias de 10 solicitudes cada una, una de 15 solicitudes y, finalmente, una de 20 solicitudes, y en todos ellos se consideró flota heterogénea. Para la generación de instancias heterogéneas, se consideró siempre el depósito de la instancia original como el primer nodo. Por ejemplo, en el caso de I4, se eliminó el nodo 50, pues el origen más los 49 nodos siguientes formaban la red que se necesitaba.

En cada instancia se presentarán los valores correspondientes a los parámetros de entrada del problema: número de nodos ( $2n$ ), número de vehículos ( $m$ ), velocidad máxima ( $u$ ), velocidad mínima ( $l$ ), intervalos para convertir la velocidad a forma discreta ( $r$ ), parámetro de eficiencia para motores diésel ( $\eta$ ), eficiencia del tren de manejo del vehículo ( $\eta_{tf}$ ), razón entre la masa de combustible y la de aire ( $\xi$ ), poder calorífico del combustible ( $\kappa$ ), factor de fricción del motor ( $h$ ), velocidad del motor ( $N$ ), desplazamiento del motor ( $V$ ), factor de conversión de L/s a g/s ( $\psi$ ), capacidad de carga de los vehículos ( $C_k$ ), masa de cada vehículo sin carga ( $w_k$ ), coeficiente de roce aerodinámico del vehículo ( $C_{d_k}$ ), área frontal del vehículo ( $A_k$ ), matriz de distancias ( $d_{ij}$ ), ángulo del camino ( $i, j$ ) ( $\theta_{ij}$ ), coeficiente de roce entre el neumático y el camino en el arco ( $i, j$ ) ( $C_{r_{ij}}$ ),



tiempo de servicio de cada nodo ( $s_i$ ), apertura de la ventana de tiempo de cada nodo ( $a_i$ ), cierre de la ventana de tiempo de cada nodo ( $b_i$ ), demanda de cada nodo ( $l_i$ ), constante gravitacional ( $g$ ) y la matriz que asocia las solicitudes a los distintos vehículos. Además, considerar  $M \gg 0$ .

### 5.1 Instancia con flota homogénea (I1)

La primera instancia, I1, consiste en una red donde existe un depósito del cual salen y llegan todos los vehículos, el que es representado por 6 nodos, de tal manera de cumplir con las restricciones del modelo propuesto. Existen 5 solicitudes por lo que el grafo cuenta con 10 clientes: 5 clientes *pickup* y sus correspondientes clientes *delivery*. Los valores de los datos, correspondientes a distancias y características de los vehículos y los caminos, se obtuvieron de Demir et al. (2014), específicamente de la instancia UK10\_01. Debido a que el problema estudiado por Demir et al. (2014) no considera la restricción de clientes *pickup* y *delivery*, se modificó la demanda asociadas a los nodos. A continuación los valores:



**Tabla 5.1:** Valores de parámetros de I1.

<b>Notación</b>	<b>Descripción</b>	<b>Valor</b>
$2n$	Número de nodos del grafo	16
$2m$	Número de depósitos	6
$m$	Número de vehículos	3
$u$	Velocidad máxima [Km/h]	100
$l$	Velocidad mínima [Km/h]	20
$r$	Intervalos de velocidades	16
$g$	g [ $m/s^2$ ]	9,81
$\rho$	Densidad del aire [ $Kg/m^3$ ]	1,2041
$\eta$	Parámetro de eficiencia para motores diésel	0,9
$\eta_{tf}$	Eficiencia del tren de manejo	0,4
$\xi$	Razón entre las masas de combustible y aire	1
$\kappa$	Poder calorífico de un típico combustible diésel [ $KJ/g$ ]	44
$h$	Factor de fricción del motor [ $KJ/(rev \cdot L)$ ]	0,2
$N$	Velocidad del motor [ $rev/s$ ]	33
$V$	Desplazamiento del motor [ $L$ ]	5
$\psi$	Factor de conversión (de L/s a g/s) [ $g/L$ ]	737
$C_k$	Capacidad del vehículos [ $Kg$ ]	3650
$w_k$	Masa del vehículo sin carga [ $Kg$ ]	6350
$A_k$	Área de la superficie frontal del vehículo ( $m^2$ )	3,912
$C_{dk}$	Coefficiente de arrastre aerodinámico del vehículo	0,7
$C_{rij}$	Coefficiente de roce neumático-cemento	0,1

**Tabla 5.2:** Matriz de distancias entre ciudades de I1 (m).

Nodo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\tau_1$	$\tau_2$	$\tau_3$	$\tau'_1$	$\tau'_2$	$\tau'_3$
1	M	51980	32800	99870	42210	75660	63880	24350	72070	26250	M	M	M	40660	40660	40660
2	51780	M	61520	74050	12890	69270	52590	42910	73400	76700	M	M	M	25010	25010	25010
3	32750	61560	M	77030	51930	42930	31920	49480	39500	29500	M	M	M	54270	54270	54270
4	100030	74070	76930	M	81260	55600	46100	1E+05	61700	106350	M	M	M	94930	94930	94930
5	42600	12880	52340	81050	M	78000	61320	33730	82130	67520	M	M	M	15830	15830	15830
6	75700	69300	43030	55210	78040	M	17200	90550	6520	68800	M	M	M	88751	88751	88751
7	63440	52480	31830	46430	61220	17130	M	75520	21260	61250	M	M	M	73340	73340	73340
8	24350	43780	49530	1E+05	34010	90550	75740	M	88960	48920	M	M	M	25990	25990	25990
9	71740	73420	39430	61390	82160	6550	21320	88830	M	64010	M	M	M	88411	88411	88411
10	26250	76760	29330	106070	66990	68760	61180	48920	64080	M	M	M	M	65440	65440	65440
$\tau_1$	41150	25680	54200	95380	15910	88960	74120	26010	88181	66070	M	M	M	0	M	M
$\tau_2$	41150	25680	54200	95380	15910	88960	74120	26010	88181	66070	M	M	M	M	0	M
$\tau_3$	41150	25680	54200	95380	15910	88960	74120	26010	88181	66070	M	M	M	M	M	0
$\tau'_1$	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M
$\tau'_2$	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M
$\tau'_3$	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M

**Tabla 5.3:** Ángulo de los arcos (rad) en I1.

Nodo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\tau_1$	$\tau_2$	$\tau_3$	$\tau'_1$	$\tau'_2$	$\tau'_3$
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\tau_1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\tau_2$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\tau_3$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\tau'_1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\tau'_2$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\tau'_3$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

**Tabla 5.4:** Tiempos de servicio, ventanas de tiempo y demandas para cada nodo de I1.

Nodo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\tau_1$	$\tau_2$	$\tau_3$	$\tau'_1$	$\tau'_2$	$\tau'_3$
$s_i$ (s)	1442	1628	1240	622	334	1026	1136	1526	1116	1272	0	0	0	0	0	0
$a_i$ (s)	2171	644	1049	5119	2338	3675	4401	3485	3740	5284	0	0	0	0	0	0
$b_i$ (s)	22139	21053	20424	24241	21697	24120	25046	24335	24049	26222	32400	32400	32400	32400	32400	32400
$l_i$ (Kg)	1721	1814	1620	1311	1167	-1721	-1814	-1620	-1311	-1167	0	0	0	0	0	0

**Tabla 5.5:** Asociación vehículo – solicitud de I1.

	Solicitud 1	Solicitud 2	Solicitud 3	Solicitud 4	Solicitud 5
Vehículo 1	1	1	1	1	1
Vehículo 2	1	1	1	1	1
Vehículo 3	1	1	1	1	1

En la tabla 5.1 se indican los valores de los parámetros de entrada correspondientes a las características del grafo y los vehículos, los cuales fueron obtenidos del estudio de Demir et al. (2014).

En la tabla 5.2 se muestra la matriz de distancias, del tipo desde/hacia, entre los distintos nodos de la red, incluidos los depósitos de cada uno de los tres vehículos:  $\tau_1$ ,  $\tau_2$ ,  $\tau_3$ ,  $\tau'_1$ ,  $\tau'_2$  y  $\tau'_3$ . En esta tabla,  $M$  es igual a 999.999.999.999 (medido en  $m$ ), lo cual indica que no existe un arco que una los nodos involucrados. Por ejemplo, en la red no se considera un arco que forme un *loop* en el mismo nodo, ni tampoco existe un camino que salga de los depósitos de destino. Por el contrario, en el caso de los arcos que representan el camino entre los depósitos de origen y de destino, es decir,  $(\tau_1, \tau'_1)$ ,  $(\tau_2, \tau'_2)$  y  $(\tau_3, \tau'_3)$ , la distancia entre ambos es cero, debido a que todos los vehículos deben salir del nodo fuente hacia algún otro vértice del grafo, y en caso de que no sean seleccionados para atender alguna solicitud, se deben dirigir al nodo sumidero correspondiente.

La tabla 5.3 muestra los ángulos de inclinación de cada camino, que en este caso es  $0 \text{ rad}$  para cada arco, valor que también está considerado en Demir et al. (2014).

En la tabla 5.4 se indican: los tiempos de servicio ( $s_i$ ) en cada nodo, medidos en segundos; ventanas de tiempo de cada nodo ( $a_i$  y  $b_i$ ), medidas en segundos; y demanda ( $l_i$ ) de cada nodo, medida en  $Kg$ . Este último parámetro fue modificado con respecto a la instancia UK10\_01 de Demir et al. (2014) para hacer coherente las restricciones de *pickup* y *delivery*, es decir,  $l_i = -l_{n+i}$ , por lo que se le adicionó  $1000 \text{ Kg}$  a la demanda de los cinco primeros nodos de la instancia.

La tabla 5.5 muestra la matriz que relaciona cada vehículo con cada solicitud. Cuando la celda adquiere valor 1 indica que la solicitud puede ser atendida por el vehículo, y 0 en otros casos. Esta

última matriz es relevante pues muestra la morfología del grafo. Para la instancia I1, cualquiera de los 3 vehículos puede atender cualquiera de las 5 solicitudes.

## 5.2 Instancias con flota heterogénea

Para las seis instancias con flota heterogéneas consideradas para este estudio se hizo algunas modificaciones con respecto a algunas instancias de Demir et al. (2014). En particular, se modificaron: las masas de los vehículos y sus capacidades, los ángulos de los caminos, las ventanas de tiempo, los intervalos de velocidad y la matriz que asocia los vehículos a las solicitudes. Esto último se realiza para que cada vehículo tenga distintas disponibilidades de atención de solicitudes con respecto a los demás.

### 5.2.1 Instancia I2

Esta instancia fue elaborada a partir de la instancia UK15\_01 de Demir et al. (2014), la cual considera 16 nodos. Debido a que en Demir et al. (2014) se trabaja con flota homogénea, es decir, todos los vehículos son iguales y pueden atender a los mismos clientes, se modificaron las masas de los tres vehículos considerados, así como su capacidad de carga máxima. Además se establecieron las solicitudes que pueden ser atendidas por cada vehículo.

En cuanto a las masas de los vehículos sin carga y sus respectivas capacidades, se consideró información real, específicamente se elaboraron a partir de las características de tres camiones marca Hyundai: modelo HD 65 (vehículo 1), HD 78 (vehículo 2) y HD 120 (vehículo 3).

Las características de los vehículos se muestran en la tabla 5.6.

**Tabla 5.6:** Características de los vehículos en I2.

Parámetro	Vehículo 1	Vehículo 2	Vehículo 3
Capacidad del vehículo, $C_k$ [Kg]	5600	4200	8215
Masa del vehículo sin carga, $w_k$ [Kg]	7800	6500	12520

En la tabla 5.7 se muestran parámetros necesarios para caracterizar la instancia I2, los cuales fueron obtenidos de Demir et al. (2014), a excepción de la velocidad mínima, la cual fue obtenida de Bektas y Laporte (2011), y el número de intervalos que no mencionaba en ningún estudio.

**Tabla 5.7:** Valores de parámetros de I2.

Notación	Descripción	Valor
$2n$	Número de nodos del grafo	16
$2m$	Número de depósitos	6
$m$	Número de vehículos	3
$u$	Velocidad máxima [ $Km/h$ ]	120
$l$	Velocidad mínima [ $Km/h$ ]	40
$r$	Intervalos de velocidades	10
$g$	$g$ [ $m/s^2$ ]	9,81
$\rho$	Densidad del aire [ $Kg/m^3$ ]	1,2041
$\eta$	Parámetro de eficiencia para motores diésel	0,9
$\eta_{tf}$	Eficiencia del tren de manejo	0,4
$\xi$	Razón entre las masas de combustible y aire	1
$\kappa$	Poder calorífico de un típico combustible diésel [ $KJ/g$ ]	44
$h$	Factor de fricción del motor [ $KJ/(rev \cdot L)$ ]	0,2
$N$	Velocidad del motor [ $rev/s$ ]	33
$V$	Desplazamiento del motor [ $L$ ]	5
$\psi$	Factor de conversión (de $L/s$ a $g/s$ ) [ $g/L$ ]	737
$A_k$	Área de la superficie frontal del vehículo ( $m^2$ )	3,912
$C_{d_k}$	Coefficiente de arrastre aerodinámico del vehículo	0,7
$C_{r_{ij}}$	Coefficiente de roce neumático-cemento	0,1

En la tabla 5.8 se muestra la matriz de distancias, del tipo desde/hacia, entre los distintos nodos de la red. Tal como en I1,  $M = 999.999.999.999$ , y adopta ese valor cuando no existe un arco entre los nodos indicados. La información de las distancias corresponden es real y corresponde a longitudes entre distintas ciudades de Reino Unido, datos recopilados por Demir et al. (2014). En esta instancia, hay 5 solicitudes, por lo que son 10 clientes en la red y 6 depósitos asociados a los tres vehículos.

**Tabla 5.8.** Matriz de distancias para I2 e I3 (m).

Nodo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\tau_1$	$\tau_2$	$\tau_3$	$\tau'_1$	$\tau'_2$	$\tau'_3$
1	M	50941	92751	91440	96450	75910	76210	49310	69650	64640	49720	24280	44970	91230	81440	94581
2	51061	M	137773	103641	92220	82280	52100	15280	45540	59500	21230	72601	23220	83460	57960	142902
3	92801	137743	M	140991	111514	94983	144893	132233	137923	137732	128923	69441	122493	114864	133533	31220
4	90990	103631	141351	M	202421	162160	149801	115361	143241	50070	120501	89141	117041	193391	157061	118581
5	96200	91870	111305	202802	M	23070	59960	79550	52810	149200	72530	115100	71390	9820	42090	135015
6	75930	82130	94894	162320	23080	M	56290	69810	48910	135520	62790	94830	59680	20620	40530	118604
7	76390	52140	144795	149631	60440	56260	M	39820	8040	109170	32800	100020	33360	52320	20600	166484
8	49450	15280	132263	115381	79900	69960	39780	M	33220	71240	8910	73080	10980	71140	45640	143381
9	69770	45520	137774	143011	53160	48980	8010	33200	M	102550	26180	93400	26740	45040	14050	159864
10	64610	59100	137842	50100	149170	135780	108720	70830	102160	M	77850	69990	78550	140500	114580	135311
$\tau_1$	49430	21240	128745	120011	72830	62890	32710	8920	26150	78270	M	M	M	0	M	M
$\tau_2$	24310	72661	69411	89141	115520	94980	100060	73160	93500	69950	M	M	M	M	0	M
$\tau_3$	45090	23200	122215	116961	71200	59800	33450	11010	26890	78940	M	M	M	M	M	0
$\tau'_1$	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M
$\tau'_2$	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M
$\tau'_3$	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M

En el caso del ángulo de los caminos representados por los arcos, se generó aleatoriamente ángulos entre  $0$  y  $\pi/9$  radianes (entre  $0^\circ$  y  $20^\circ$ ), para poder tener resultados incorporando la influencia de la inclinación. Los ángulos generados entre los distintos nodos clientes se muestran en la tabla 5.9. Las celdas que no tienen ángulo en la matriz desde/hacia corresponden a los casos donde no hay arcos.

En la tabla 5.10 se indican: los tiempos de servicio ( $s_i$ ) en cada nodo, medidos en segundos; ventanas de tiempo de cada nodo ( $a_i$  y  $b_i$ ), medidas en segundos; y demanda ( $l_i$ ) de cada nodo, medida en  $Kg$ . Los tres primeros parámetros fueron obtenidos de Demir et al. (2014), de acuerdo a la información de la instancia UK15\_01, sin embargo, debido a que la capacidad máxima de carga de los vehículos fue modificada, también debió cambiarse la demanda de los clientes. Esta fue generada aleatoriamente para los 5 clientes *pickup* con valores entre  $3.000\ Kg$  y  $5.000\ Kg$ , luego se les asignó el valor opuesto a la demanda a los clientes *delivery*.

La tabla 5.11 tiene el mismo formato que la tabla 5.5, mostrando las posibles asignaciones que se establecen entre cada vehículo y servicio. Es decir: el vehículo 1 puede atender sólo las solicitudes 1, 2 y 3; el vehículo 2 puede atender sólo las solicitudes 2 y 4; y el vehículo 3 puede atender sólo las solicitudes 1, 3, 4 y 5.

**Tabla 5.9:** Ángulos de los arcos para I2 (rad).

o	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\tau_1$	$\tau_2$	$\tau_3$	$\tau'_1$	$\tau'_2$	$\tau'_3$
1	----	0,2641199	0,2212635	0,2837416	0,1863221	0,2531792	0,0111881	0,1142744	0,0769226	0,3323829	0,1955505	0,0585513	0,1026813	0,2198596	0,1450495	0,1227838
2	0,2571261	----	0,2667891	0,0169917	0,193285	0,2458032	0,2795429	0,139722	0,1424306	0,2828464	0,2456971	0,1007981	0,1947499	0,313309	0,1148416	0,062684
3	0,3299218	0,1275238	----	0,2986817	0,1569079	0,251321	0,1971558	0,022144	0,3284359	0,133757	0,0237177	0,3212529	0,0956478	0,0388519	0,3171134	0,1531869
4	0,2489141	0,2087281	0,2706462	----	0,2309403	0,0436132	0,0817606	0,2212213	0,306749	0,147821	0,0550454	0,3346078	0,1944637	0,2416289	0,0732581	0,0145233
5	0,3015647	0,0770313	0,2539	0,3301071	----	0,3237012	0,0953028	0,290604	0,1863701	0,1243227	0,0467326	0,2348461	0,21462	0,0241889	0,0524786	0,3092162
6	0,1781301	0,1292281	0,2204231	0,0197075	0,0236757	----	0,0787267	0,0759568	0,1506175	0,2431374	0,1182837	0,2102836	0,0410016	0,2589234	0,3392664	0,2778609
7	0,1018223	0,0144124	0,2214011	0,216068	0,2491613	0,1916489	----	0,3152349	0,0843887	0,2579168	0,2638177	0,3377516	0,0654436	0,2103086	0,2601699	0,1894052
8	0,2423426	0,3390143	0,3105553	0,021365	0,1585396	0,2001008	0,2755113	----	0,0622063	0,2688506	0,0039183	0,1144133	0,2951814	0,1987003	0,1727148	0,0172942
9	0,3029379	0,3234665	0,2275756	0,25189	0,2809947	0,1515704	0,0790204	0,1383369	----	0,1120529	0,2790952	0,3323617	0,1371876	0,1011497	0,0972042	0,1177979
10	0,3413775	0,2587746	0,2716578	0,265648	0,1643833	0,093238	0,3139911	0,2932782	0,0786716	----	0,2291864	0,2471585	0,2638974	0,2267032	0,0387622	0,2875423
$\tau_1$	0,0910321	0,1539607	0,1517218	0,0619538	0,312245	0,2477345	0,1955993	0,0462153	0,1492391	0,1028542	----	----	----	0,0605768	----	----
$\tau_2$	0,1279471	0,3311241	0,1636584	0,0513497	0,3272137	0,2622655	0,3262514	0,1744913	0,231228	0,0528827	----	----	----	----	0,2832189	----
$\tau_3$	0,1957212	0,0343351	0,1843266	0,2329868	0,0852349	0,0958373	0,1652841	0,1154642	0,269135	0,1177946	----	----	----	----	----	0,052403
$\tau'_1$	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----
$\tau'_2$	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----
$\tau'_3$	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----



**Tabla 5.10:** Tiempos de servicio, ventanas de tiempo y demandas para los nodos en las instancias I2 e I3.

Nodo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\tau_1$	$\tau_2$	$\tau_3$	$\tau'_1$	$\tau'_2$	$\tau'_3$
$s_i$ (s)	1606	1218	432	690	1496	946	206	972	820	1254	0	0	0	0	0	0
$a_i$ (s)	4536	4302	746	2949	2827	5217	3514	1517	4745	3881	0	2118	2997	2954	4246	4758
$b_i$ (s)	25159	24706	20998	22103	22474	25832	22139	21662	23584	24864	32400	32400	32400	32400	32400	32400
$l_i$ (Kg)	3369	3456	4228	4585	3598	-3369	-3456	-4228	-4585	-3598	0	0	0	0	0	0

**Tabla 5.11:** Asociación vehículo – solicitud para las instancias I2 e I3.

	Solicitud 1	Solicitud 2	Solicitud 3	Solicitud 4	Solicitud 5
Vehículo 1	1	1	1	0	0
Vehículo 2	0	1	0	1	0
Vehículo 3	1	0	1	1	1

### 5.2.2 Instancia I3

Esta instancia también fue elaborada a partir de la información de UK15\_01 de Demir et al. (2014). Las características de masa y capacidad de carga de los vehículos fueron obtenidas de Haldane y Bunker (2002), las que se detallan en la tabla 5.12.

**Tabla 5.12.** Características de los vehículos en I3.

Parámetro	Vehículo 1	Vehículo 2	Vehículo 3
Capacidad del vehículo, $C_k$ [Kg]	46210	33060	33060
Masa del vehículo sin carga, $w_k$ [Kg]	71860	52054	52054

En la tabla 5.13 se indican parámetros necesarios para caracterizar la instancia I3. A excepción de los límites de velocidad y el número de intervalos, todos estos parámetros fueron obtenidos de Demir et al. (2014).

En la tabla 5.8 se muestran las distancias entre cada par de nodos, en forma de matriz desde/hacia. En la tabla 5.14 se muestran los ángulos de los respectivos caminos, indicados en la matriz desde/hacia. Estos valores fueron generados aleatoriamente y muestran ángulos entre 0 y  $\pi/18$  radianes (entre  $0^\circ$  y  $10^\circ$ ). Las celdas en las que no aparecen ángulos en la matriz corresponden a los casos en que no hay arcos. En la tabla 5.10 se muestran: los tiempos de servicio ( $s_i$ ) en que incurren los vehículos en cada nodo, medidos en segundos; ventanas de tiempo ( $a_i$  y  $b_i$ ), es decir, intervalos de tiempo entre los cuales es posible atender a un cliente, medidas en segundos; y demanda de cada nodo ( $l_i$ ), medida en Kg. En la tabla 5.11 se indican con 1 las posibles relaciones

que se pueden establecer entre vehículos y solicitudes, y con 0 cuando no se puede realizar la asociación.

**Tabla 5.13:** Valores de parámetros de I3.

Notación	Descripción	Valor
$2n$	Número de nodos del grafo	16
$2m$	Número de depósitos	6
$m$	Número de vehículos	3
$u$	Velocidad máxima [ $Km/h$ ]	100
$l$	Velocidad mínima [ $Km/h$ ]	40
$r$	Intervalos de velocidades	10
$g$	$g$ [ $m/s^2$ ]	9,81
$\rho$	Densidad del aire [ $Kg/m^3$ ]	1,2041
$\eta$	Parámetro de eficiencia para motores diésel	0,9
$\eta_{tf}$	Eficiencia del tren de manejo	0,4
$\xi$	Razón entre las masas de combustible y aire	1
$\kappa$	Poder calorífico de un típico combustible diésel [ $KJ/g$ ]	44
$h$	Factor de fricción del motor [ $KJ/(rev \cdot L)$ ]	0,2
$N$	Velocidad del motor [ $rev/s$ ]	33
$V$	Desplazamiento del motor [ $L$ ]	5
$\psi$	Factor de conversión (de $L/s$ a $g/s$ ) [ $g/L$ ]	737
$A_k$	Área de la superficie frontal del vehículo ( $m^2$ )	3,912
$C_{d_k}$	Coefficiente de arrastre aerodinámico del vehículo	0,7
$C_{r_{ij}}$	Coefficiente de roce neumático-cemento	0,1

Tabla 5.14: Ángulos de los arcos para I3 (rad).

Nodo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\tau_1$	$\tau_2$	$\tau_3$	$\tau'_1$	$\tau'_2$	$\tau'_3$
1	----	0,0054673	0,1248298	0,0053359	0,0936891	0,1363066	0,1153742	0,1639663	0,1413493	0,0422063	0,0379416	0,018957	0,0197312	0,0199388	0,0512242	0,0032676
2	0,0854012	----	0,0871698	0,0621754	0,0222849	0,016933	0,1116947	0,0534855	0,0793633	0,1363558	0,099716	0,0021136	0,1124141	0,0562646	0,1485197	0,0429212
3	0,1340364	0,0351352	----	0,1650237	0,0972343	0,0306935	2,575E-06	0,1223637	0,0890145	0,1604784	0,0849973	0,1017685	0,0500548	0,0487802	0,1011778	0,1090585
4	0,0170298	0,116448	0,1068456	----	0,1392838	0,070431	0,155959	0,1574744	0,0388773	0,1229191	0,1126001	0,0755206	0,0958317	0,0775738	0,0673838	0,1711375
5	0,0900665	0,0672137	0,1599352	0,1435965	----	0,1416773	0,1402512	0,0697653	0,10212	0,1567757	0,0544052	0,083914	0,0560825	0,1187121	0,0620769	0,090046
6	0,0171924	0,057373	0,0368148	0,0795	0,0179146	----	0,1173023	0,1053404	0,1099005	0,0448204	0,1219436	0,0784092	0,1571892	0,0732118	0,1566689	0,1477161
7	0,0541923	0,0427786	0,0061253	0,0304858	0,0898737	0,0242424	----	0,1147359	0,1441788	0,1362513	0,0202304	0,1742717	0,0543587	0,1118531	0,0097544	0,0473516
8	0,099252	0,0978441	0,0408097	0,1478432	0,1101521	0,1152059	0,0207925	----	0,0270831	0,1523204	0,016611	0,0738038	0,0429859	0,0536387	0,1176165	0,1559457
9	0,096701	0,0987487	0,0410562	0,0913917	0,1351334	0,1025014	0,1007853	0,0866171	----	0,0282165	0,1638599	0,1208057	0,1256354	0,1172129	0,0793928	0,0004782
10	0,1638233	0,0476214	0,116921	0,0472984	0,0451117	0,0548159	0,1572122	0,0258421	0,0587878	----	0,0099698	0,0188804	0,1269081	0,0671701	0,1030028	0,0785129
$\tau_1$	0,0186961	0,1576557	0,1441567	0,1632909	0,1460901	0,0118871	0,1560221	0,11562552	0,0156784	0,1697908	----	----	----	0,0679127	----	----
$\tau_2$	0,1228765	0,1138685	0,0335887	0,0772781	0,1577159	0,0114826	0,0297161	0,0575181	0,0679284	0,0580952	----	----	----	----	0,000439	----
$\tau_3$	0,1274747	0,1688405	0,1474714	0,0492328	0,095007	0,0787593	0,1092496	0,0252397	0,0958962	0,0827838	----	----	----	----	----	0,0611115
$\tau'_1$	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----
$\tau'_2$	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----
$\tau'_3$	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

### 5.2.3 Instancia I4

Este problema consta de 50 nodos, de los cuales 10 corresponden a depósitos, es decir, es un problema de 20 solicitudes y 5 vehículos. Esta instancia fue desarrollada considerando como base UK50\_02 de Demir et al. (2014). Al igual que I2, las características de masa y capacidad de los vehículos fueron obtenidas a partir de las especificaciones de camiones marca Hyundai modelos: HD 65 (vehículo 2), HD 78 (vehículos 1 y 5) y HD 120 (vehículos 3 y 4). En las tablas 5.15 y 5.16 se muestran las características de los vehículos y parámetros del problema, respectivamente.

**Tabla 5.15:** Característica de los vehículos en I4 ,I5 e I6.

Parámetro	Vehículo 1	Vehículo 2	Vehículo 3	Vehículo 4	Vehículo 5
Capacidad del vehículo, $C_k$ [Kg]	5600	4200	8215	8215	5600
Masa del vehículo sin carga, $w_k$ [Kg]	7800	6500	12520	12520	7800

**Tabla 5.16:** Valores de parámetros de I4.

Notación	Descripción	Valor
$2n$	Número de nodos del grafo	50
$2m$	Número de depósitos	10
$m$	Número de vehículos	5
$u$	Velocidad máxima [Km/h]	100
$l$	Velocidad mínima [Km/h]	40
$r$	Intervalos de velocidades	10
$g$	$g$ [ $m/s^2$ ]	9,81
$\rho$	Densidad del aire [ $Kg/m^3$ ]	1,2041
$\eta$	Parámetro de eficiencia para motores diésel	0,9
$\eta_{tf}$	Eficiencia del tren de manejo	0,4
$\xi$	Razón entre las masas de combustible y aire	1
$\kappa$	Poder calorífico de un típico combustible diésel [ $KJ/g$ ]	44
$h$	Factor de fricción del motor [ $KJ/(rev \cdot L)$ ]	0,2
$N$	Velocidad del motor [ $rev/s$ ]	33
$V$	Desplazamiento del motor [L]	5
$\psi$	Factor de conversión (de L/s a g/s) [ $g/L$ ]	737
$A_k$	Área de la superficie frontal del vehículo ( $m^2$ )	3,912
$C_{d_k}$	Coefficiente de arrastre aerodinámico del vehículo	0,7
$C_{r_{ij}}$	Coefficiente de roce neumático-cemento	0,1

La cota superior para la velocidad que se muestra en la tabla 5.16 corresponde a la utilizada en Demir et al. (2014), mientras que la cota inferior es la usada en Bektas y Laporte (2011). El intervalo de velocidades se estableció es 10 para contraponer el efecto que tiene la gran cantidad de nodos en el número de variables de decisión.

Debido a que existe un gran número de nodos, no se escribirá la matriz correspondiente a las distancias de cada arco, sin embargo, los valores fueron obtenidos de UK50\_02 de Demir et al. (2014). Se consideró como los respectivos depósitos de origen de los vehículos 1, 2, 3, 4 y 5 a los nodos desde el 40 hasta el 44, respectivamente. Por su parte, los depósitos terminales de cada vehículo se establecieron desde el nodo 45 al 49. El grafo de I4 no es completo ya que ningún arco sale de los nodos sumidero, ningún arco entra a los nodos fuente, y no existe un arco entre el depósito de origen de un auto en particular con el depósito terminal de otro. Debido a lo anterior, se establece que la distancia entre los arcos correspondientes a dichas situaciones tienen una distancia  $M$  (tal como se hizo en las instancias previamente mencionadas), equivalente a un número muy grande. En particular, se consideró  $M = 999.999.999.999$ .

La matriz desde/hacia que indica el ángulo del arco que lleva desde un nodo a otro es igual a  $[0]_{50 \times 50}$ , igual que en Demir et al. (2014).

En la tabla 5.17 se muestra la matriz que indica 1 cuando es posible que un cierto vehículo (fila) atienda una determinada solicitud (columna), y 0 en otros casos. Por ejemplo, el vehículo 1 puede atender a las solicitudes 1, 2, 5, 6, 8, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 18 y 20, es decir, puede visitar a los nodos 1, 2, 5, 6, 8, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 18, 20, 21, 22, 25, 26, 28, 30, 31, 33, 34, 36, 37, 38 y 40.

**Tabla 5.17:** Asociación vehículo – solicitud de I4.

Solicitud \ Vehículo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1
2	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1
3	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1
4	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1
5	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0

En la tabla 5.18 se indican: los tiempos de servicio ( $s_i$ ) para cada nodo, medidos en segundos; los intervalos de tiempo ( $a_i$  y  $b_i$ ) dentro de los cuales puede ser llevado a cabo el servicio en un

nodo, medidos en segundos; y la demanda de cada nodo, medida en  $Kg$ , considerada positiva para los clientes *pickup*, y negativa para los *delivery*. Estos parámetros se basaron en la información de Demir et al. (2014).



**Tabla 5.18:** Tiempos de servicio, ventanas de tiempo y demandas para cada nodo de I4.

Nodo	$s_i$ (s)	$a_i$ (s)	$b_i$ (s)	$l_i$ (Kg)
1	646	2132	22029	1615
2	1550	1414	21445	3875
3	924	1060	21675	2310
4	1186	3501	23440	2965
5	1398	4117	23769	3495
6	1050	5211	25059	525
7	720	2980	23155	1800
8	794	1363	21724	1985
9	228	4314	24253	570
10	658	3508	22576	1645
11	730	5214	25039	1825
12	252	4151	23112	4095
13	1638	4364	24723	3000
14	1200	1479	20701	1312
15	1312	5098	26349	330
16	660	2475	22437	556
17	782	2796	21612	598
18	252	2693	21342	1953
19	390	1399	20653	559
20	254	910	20888	740
21	818	2835	21991	-1615
22	1408	4011	24061	-3875
23	470	4020	22496	-2310
24	1212	2073	22922	-2965
25	1376	4879	25991	-3495
26	718	3891	24572	-525
27	1566	2102	23379	-1800
28	1354	2921	24031	-1985
29	294	2106	21756	-570
30	522	1003	21191	-1645
31	850	1063	21815	-1825
32	1112	1769	22546	-4095
33	1196	1185	21819	-3000
34	368	2521	21800	-1312
35	1302	1832	22676	-330
36	818	2633	22684	-556
37	610	4737	24483	-598
38	352	3674	23083	-1953
39	1486	2961	23010	-559
40	1118	4264	25101	-740
$\tau_1$	0	0	32400	0
$\tau_2$	0	0	32400	0
$\tau_3$	0	0	32400	0
$\tau_4$	0	0	32400	0
$\tau_5$	0	0	32400	0
$\tau'_1$	0	0	32400	0
$\tau'_2$	0	0	32400	0
$\tau'_3$	0	0	32400	0
$\tau'_4$	0	0	32400	0
$\tau'_5$	0	0	32400	0

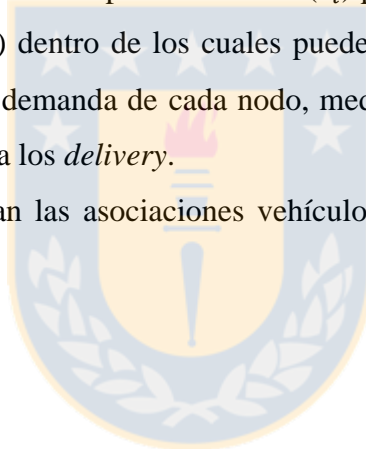
#### 5.2.4 Instancia I5

Esta instancia contiene 40 nodos: 30 clientes y 10 depósitos. De acuerdo a esto, el problema consta de 15 solicitudes y 5 vehículos, siendo éstos últimos los mismos a los usados en I4, por lo que sus características de masa y capacidad están documentadas en la tabla 5.15. Con respecto a los parámetros de la instancia I4 que se especifican en la tabla 5.16, sólo hay modificación en el número de nodos (40).

Con respecto a la matriz de distancias de los arcos, ésta se elaboró a partir de la instancia UK50\_02 de Demir et al. (2014), considerando los 40 primeros nodos. Al igual que en los casos anteriores, se reemplazó por  $M = 999.999.999.999$  la distancia de aquellos arcos que no existen en la red. La matriz desde/hacia que indica el ángulo del arco que lleva desde un nodo a otro es  $[0]_{40 \times 40}$ .

En la tabla 5.19 se indican: los tiempos de servicio ( $s_i$ ) para cada nodo, medidos en segundos; los intervalos de tiempo ( $a_i$  y  $b_i$ ) dentro de los cuales puede ser llevado a cabo el servicio en un nodo, medidos en segundos; y la demanda de cada nodo, medida en  $Kg$ , considerada positiva para los clientes *pickup*, y negativa para los *delivery*.

En la tabla 5.20 se muestran las asociaciones vehículo-solicitud, tal como en las instancias previamente mencionadas.





**Tabla 5.19:** Tiempos de servicio, ventanas de tiempo y demandas para cada nodo de 15.

Nodo	$s_i$ (s)	$a_i$ (s)	$b_i$ (s)	$l_i$ (Kg)
1	646	2132	22029	1615
2	1550	1414	21445	3875
3	924	1060	21675	2310
4	1186	3501	23440	2965
5	1398	4117	23769	3495
6	1050	5211	25059	525
7	720	2980	23155	1800
8	794	1363	21724	1985
9	228	4314	24253	570
10	658	3508	22576	1645
11	730	5214	25039	1825
12	252	4151	23112	4095
13	1638	4364	24723	3000
14	1200	1479	20701	1312
15	1312	5098	26349	330
16	660	2475	22437	-1615
17	782	2796	21612	-3875
18	252	2693	21342	-2310
19	390	1399	20653	-2965
20	522	1003	21191	-3495
21	850	1063	21815	-525
22	1112	1769	22546	-1800
23	1196	1185	21819	-1985
24	368	2521	21800	-570
25	1302	1832	22676	-1645
26	818	2633	22684	-1825
27	610	4737	24483	-4095
28	352	3674	23083	-3000
29	1486	2961	23010	-1312
30	1118	4264	25101	-330
$\tau_1$	0	0	32400	0
$\tau_2$	0	0	32400	0
$\tau_3$	0	0	32400	0
$\tau_4$	0	0	32400	0
$\tau_5$	0	0	32400	0
$\tau'_1$	0	0	32400	0
$\tau'_3$	0	0	32400	0
$\tau'_3$	0	0	32400	0
$\tau'_4$	0	0	32400	0
$\tau'_5$	0	0	32400	0

**Tabla 5.20:** Asociación vehículo – solicitud de I5.

Solicitud Vehículo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0
2	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0
3	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0
4	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0
5	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1

### 5.2.5 Instancia I6

Esta instancia contiene 30 nodos: 20 clientes y 10 depósitos. La capacidad y masa de los vehículos se indican en la tabla 5.15. Los parámetros utilizados para esta instancia son los mismos que en 5.16, a excepción del número de nodos (30).

Las distancias entre los nodos fueron obtenidas a partir de la instancia UK50\_02 de Demir et al. (2014), considerando el depósito y los 29 primeros nodos. Al igual que en los casos anteriores, se reemplazó por  $M = 999.999.999.999$  la distancia de aquellos arcos que no existen en la red. La matriz desde/hacia que indica el ángulo del arco que lleva desde un nodo a otro es  $[0]_{30 \times 30}$ .

En la tabla 5.21 se indican: los tiempos de servicio ( $s_i$ ) para cada nodo, medidos en segundos; los intervalos de tiempo ( $a_i$  y  $b_i$ ) dentro de los cuales puede ser llevado a cabo el servicio en un nodo, medidos en segundos; y la demanda de cada nodo, medida en  $Kg$ , considerada positiva para los clientes *pickup*, y negativa para los *delivery*.

En la tabla 5.22 se muestra la matriz que relaciona los vehículos con las solicitudes.

**Tabla 5.21:** Tiempos de servicio, ventanas de tiempo y demandas para cada nodo de I6.

Nodo	$s_i$ (s)	$a_i$ (s)	$b_i$ (s)	$l_i$ (Kg)
1	646	2132	22029	1615
2	1550	1414	21445	3875
3	924	1060	21675	2310
4	1186	3501	23440	2965
5	1398	4117	23769	3495
6	1050	5211	25059	525
7	720	2980	23155	1800
8	794	1363	21724	1985
9	228	4314	24253	570
10	658	3508	22576	1645
11	730	5214	25039	-1615
12	252	4151	23112	-3875
13	1638	4364	24723	-2310
14	1200	1479	20701	-2965
15	1312	5098	26349	-3495
16	660	2475	22437	-525
17	782	2796	21612	-1800
18	252	2693	21342	-1985
19	390	1399	20653	-570
20	522	1003	21191	-1645
$\tau_1$	0	0	32400	0
$\tau_2$	0	0	32400	0
$\tau_3$	0	0	32400	0
$\tau_4$	0	0	32400	0
$\tau_5$	0	0	32400	0
$\tau'_1$	0	0	32400	0
$\tau'_3$	0	0	32400	0
$\tau'_3$	0	0	32400	0
$\tau'_4$	0	0	32400	0
$\tau'_5$	0	0	32400	0

**Tabla 5.22:** Asociación vehículo – solicitud de I6.

Solicitud Vehículo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1
2	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0
3	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1
4	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1
5	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0

### 5.2.6 Instancia I7

Esta instancia contiene 26 nodos: 20 clientes y 6 depósitos. La capacidad y masa de los vehículos se indican en la tabla 5.6. Los parámetros utilizados para esta instancia son los mismos que en 5.16, a excepción del número de nodos (26), el número de depósitos (6) y el número de vehículos (3).

Las distancias entre los nodos fueron obtenidas a partir de UK50\_02 de Demir et al. (2014), considerando sólo el depósito y los 25 primeros nodos. Al igual que en los casos anteriores, se reemplazó por  $M = 999.999.999.999$  la distancia de aquellos arcos que no existen en la red. La matriz desde/hacia que indica el ángulo del arco que lleva desde un nodo a otro es  $[0]_{26 \times 26}$ .

En la tabla 5.23 se indican: los tiempos de servicio ( $s_i$ ) para cada nodo, medidos en segundos; los intervalos de tiempo ( $a_i$  y  $b_i$ ) dentro de los cuales puede ser llevado a cabo el servicio en un nodo, medidos en segundos; y la demanda de cada nodo, medida en  $Kg$ , considerada positiva para los clientes *pickup*, y negativa para los *delivery*.

**Tabla 5.23:** Tiempos de servicio, ventanas de tiempo y demandas para cada nodo de I7.

Nodo	$s_i$ (s)	$a_i$ (s)	$b_i$ (s)	$l_i$ (Kg)
1	646	2132	22029	1615
2	1550	1414	21445	3875
3	924	1060	21675	2310
4	1186	3501	23440	2965
5	1398	4117	23769	3495
6	1050	5211	25059	525
7	720	2980	23155	1800
8	794	1363	21724	1985
9	228	4314	24253	570
10	658	3508	22576	1645
11	730	5214	25039	-1615
12	252	4151	23112	-3875
13	1638	4364	24723	-2310
14	1200	1479	20701	-2965
15	1312	5098	26349	-3495
16	660	2475	22437	-525
17	782	2796	21612	-1800
18	252	2693	21342	-1985
19	390	1399	20653	-570
20	522	1003	21191	-1645
$\tau_1$	0	0	32400	0
$\tau_2$	0	0	32400	0
$\tau_3$	0	0	32400	0
$\tau'_1$	0	0	32400	0
$\tau'_3$	0	0	32400	0
$\tau'_3$	0	0	32400	0

En la tabla 5.24 se muestra la matriz que relaciona los vehículos con las solicitudes.

**Tabla 5.24:** Asociación vehículo – solicitud de I7.

Solicitud \ Vehículo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1
2	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0
3	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1

### 5.3 Resumen de las instancias I1-I7

En las secciones anteriores se describieron las diversas instancias que se utilizarán para validar el modelo, las cuales se resuelven en el siguiente capítulo. Se muestra un resumen de las características de las instancias en la tabla 5.25. Como indicadores de tamaño y complejidad de las instancias, se analizará el número de variables de decisión y la cantidad de restricciones que poseen. Aunque estos indicadores no sean concluyentes para determinar el orden de dificultad entre las instancias, son parámetros útiles de resumen y referencia. Estos datos se presentan en la tabla 5.26.

**Tabla 5.25:** Resumen de los parámetros de entrada de las instancias.

Instancia	N° de solicitudes	N° de vehículos	Tipo de flota
I1	5	3	Homogénea
I2	5	3	Heterogénea
I3	5	3	Heterogénea
I4	20	5	Heterogénea
I5	15	5	Heterogénea
I6	10	5	Heterogénea
I7	10	3	Heterogénea

**Tabla 5.26:** Resumen de las variables y restricciones de las instancias generadas para el modelo.

Instancia	N° de variables totales	N° de variables binarias	N° de restricciones
I1	2.321	2.114	3.946
I2	1.459	1.252	2.219
I3	1.459	1.252	2.219
I4	15.726	14.217	25.312
I5	9.929	8.933	15.701
I6	5.464	4.881	8.338
I7	4.061	3.632	5.789

#### 5.4 Instancias complejas

En esta sección, se presentan las instancias generadas para implementar el algoritmo evolutivo, basadas en la complejidad de las instancias consideradas en Demir et al. (2014).

Las instancias generadas son denominadas I8, I9 e I10. Las tres presentan una red de 180 nodos, de los cuales 100 corresponden a clientes y 80 a depósitos asociados a una flota de 40 vehículos.

En las tablas 5.27 y 2.28, se presentan las características comunes de las tres instancias complejas.

**Tabla 5.27:** Característica de los vehículos en I8, I9 e I10.

Parámetro	Vehículo tipo 1	Vehículo tipo 2	Vehículo tipo 3
Capacidad del vehículo, $C_k$ [Kg]	4200	5600	8215
Masa del vehículo sin carga, $w_k$ [Kg]	6500	7800	12520

La Tabla 5.27, muestra el rango de valores de las características para los distintos tipos de vehículos que forman la flota.

**Tabla 5.28:** Valores de parámetros de I8, I9 e I10.

Notación	Descripción	Valor
$2n$	Número de nodos del grafo	100
$2m$	Número de depósitos	80
$m$	Número de vehículos	40
$u$	Velocidad máxima [ $Km/h$ ]	100
$l$	Velocidad mínima [ $Km/h$ ]	20
$r$	Intervalos de velocidades	80
$g$	$g$ [ $m/s^2$ ]	9,81
$\rho$	Densidad del aire [ $Kg/m^3$ ]	1,2041
$\eta$	Parámetro de eficiencia para motores diésel	0,9
$\eta_{tf}$	Eficiencia del tren de manejo	0,4
$\xi$	Razón entre las masas de combustible y aire	1
$\kappa$	Poder calorífico de un típico combustible diésel [ $KJ/g$ ]	44
$h$	Factor de fricción del motor [ $KJ/(rev \cdot L)$ ]	0,2
$N$	Velocidad del motor [ $rev/s$ ]	33
$V$	Desplazamiento del motor [ $L$ ]	5
$\psi$	Factor de conversión (de $L/s$ a $g/s$ ) [ $g/L$ ]	737
$A_k$	Área de la superficie frontal del vehículo ( $m^2$ )	3,912
$C_{d_k}$	Coefficiente de arrastre aerodinámico del vehículo	0,7
$C_{r_{ij}}$	Coefficiente de roce neumático-cemento	0,1

La Tabla 5.29, muestra el resto de característica de las instancias. La instancia I8 no considera ángulo de elevación de los arcos, la instancia I9 considera elevaciones en los arcos que varían entre los  $0^\circ$  y los  $5^\circ$ , mientras que la instancia I10, adicional al desnivel, tiene restricciones respecto de los requerimientos que pueden atender algunos vehículos.

**Tabla 5.29:** Otros parámetros de las instancias I8, I9 e I10.

<b>Instancia</b>	<b>Descripción</b>	<b>Valor/rango</b>
I8	Demandas de los requerimientos [Kg]	360
	Tiempo de servicio [s]	100
	Apertura ventanas de tiempo [s]	0-5.000
	Cierre ventanas de tiempo [s]	50.000
	Matriz disponibilidad vehículo-requerimiento	[1]
	Distancias [m]	5.000-100.000
	Ángulos de los arcos [rad]	0
I9	Demandas de los requerimientos [Kg]	340-410
	Tiempo de servicio [s]	100-200
	Apertura ventanas de tiempo [s]	0-5.000
	Cierre ventanas de tiempo [s]	50.000
	Matriz disponibilidad vehículo-requerimiento	[1]
	Distancias [m]	5.000-100.000
	Ángulos de los arcos [rad]	$\pi/36$
I10	Demandas de los requerimientos [Kg]	340-410
	Tiempo de servicio [s]	100-200
	Apertura ventanas de tiempo [s]	0-5.000
	Cierre ventanas de tiempo [s]	50.000
	Matriz disponibilidad vehículo-requerimiento	[0-1]
	Distancias [m]	5.000-100.000
	Ángulos de los arcos [rad]	$\pi/36$



## Capítulo 6.- Métodos de resolución.

En el capítulo 3 se establecieron las bases teóricas para los métodos de resolución de problemas con múltiples objetivos. Específicamente, la sección 3.3.3 presenta una reseña de los métodos de resolución de problemas de optimización multiobjetivo. A continuación, se explica la aplicación del método de la  $\varepsilon$ - restricción al modelo matemático multiobjetivo propuesto para el VRPPDTW. A pesar de ser un enfoque básico, sirve para el propósito de validar y obtener resultados para el modelo propuesto. Luego, se presenta el algoritmo evolutivo propuesto para resolver el problema en instancias complejas.

### 6.1 Escalarización y método de la $\varepsilon$ – restricción

Como se menciona en el capítulo 3, se denomina escalarización a toda técnica que transforme un problema multiobjetivo en uno de un objetivo único (Ehrgott, 2005). De esta forma, el problema en estudio se puede resolver usando métodos tradicionales para un objetivo. En la sección 3.3.3 se describió el método de la suma ponderada y el de la  $\varepsilon$ -restricción. Ambos métodos son conocidos, simples y se basan en teoremas que los validan para encontrar soluciones no dominadas.

Debido a las características del modelo, el método de la  $\varepsilon$ -restricción hace fácil la manipulación de los parámetros  $Z_2$  y  $Z_3$ , de tal manera que éstos se pueden acotar, lo cual permite encontrar de manera rápida un punto no dominado dentro de una región del espacio criterio.

El método de la  $\varepsilon$ -restricción se basa en los teoremas 6.1 y 6.2 (Ehrgott, 2005).

Sea (6.1) y (6.2) el problema de la  $\varepsilon$ -restricción, donde  $\varepsilon \in R^p$ .

$$\min_{x \in \chi} f_j(x) \tag{6.1}$$

$$\text{sujeto a } f_k(x) \leq \varepsilon_k \quad k = 1, \dots, p \quad k \neq j, \tag{6.2}$$

- Sea  $\bar{x}$  una solución óptima del problema (6.1)-(6.2) para algún  $j$ . Luego,  $\bar{x}$  es débilmente eficiente.
- Sea  $\bar{x}$  la única solución óptima de (6.1)-(6.2) para algún  $j$ . Luego,  $\bar{x} \in \chi_{SE}(y)$ , por lo tanto,  $\bar{x} \in \chi_E$
- La solución factible  $\bar{x} \in \chi$  es eficiente si y sólo si existe un  $\bar{\varepsilon} \in R^p$  tal que  $\bar{x}$  es una solución óptima de (6.1)-(6.2) para todo  $j = 1, \dots, p$ .

**Teorema 6.1:** Justificación de la eficiencia de las soluciones del método de la  $\varepsilon$ -restricción.

El teorema 6.2 establece la relación entre el método de la suma ponderada y el de la  $\varepsilon$ -restricción.

- Suponer que  $\bar{x}$  es una solución óptima de  $\min_{x \in \chi} \sum_{k=1}^p \lambda_k f_k(x)$ . Si  $\lambda_j > 0$ , existe  $\bar{\varepsilon}$  tal que  $\bar{x}$  es una solución óptima de (6.1)-(6.2) también.
- Suponer que  $\chi$  es un conjunto convexo y  $f_k: R^n \rightarrow R$  son funciones convexas. Si  $\bar{x}$  es una solución óptima de (6.1)-(6.2) para algún  $j$ , existe  $\bar{\lambda} \in R_{\geq}^p$  tal que  $\bar{x}$  es óptima para  $\min_{x \in \chi} \sum_{k=1}^p \bar{\lambda}_k f_k(x)$ .

**Teorema 6.2:** Teorema de Chankong y Haimes (1983).

El teorema 6.1 asegura que las soluciones óptimas del problema obtenidas con el método de la  $\varepsilon$ -restricción son, cuando menos, débilmente eficientes y, en consecuencia, los valores en las funciones objetivos corresponden en el peor de los casos a puntos débilmente no dominados. Cuando las soluciones óptimas del problema obtenidas con el método de la  $\varepsilon$ -restricción son únicas, se tendrán soluciones no dominadas del problema original. Por lo tanto, es posible encontrar soluciones para validar el modelo propuesto usando este método. A continuación, se presenta la escalarización del modelo matemático multiobjetivo descrito en la sección 4.2, con  $Z_1$  como objetivo único, y las funciones  $Z_2$  y  $Z_3$  como restricciones, acotadas por los parámetros  $\varepsilon_1$  y  $\varepsilon_2$ , respectivamente.

$$\begin{aligned} \text{Min } Z = Z_1 = & \sum_{(i,j) \in A} \left[ kNV\lambda d_{ij} \sum_{r \in R} \frac{v_{ijr}}{\bar{v}^r} \right] + \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A_k} w_k \gamma \alpha_{ij} d_{ij} x_{ijk} \\ & + \sum_{(i,j) \in A} \gamma \lambda \alpha_{ij} d_{ij} f_{ij} + \sum_{(i,j) \in A} \left[ \beta \gamma \lambda d_{ij} \sum_{r \in R} v_{ijr} (\bar{v}^r)^2 \right] \end{aligned} \quad (6.3)$$

Sujeto a:

$$Z_2 = \sum_{k \in K} (S_{\tau'_{k,k}} - a_{\tau_k}) \leq \varepsilon_1 \quad (6.4)$$

$$Z_3 = \sum_{i \in P} z_i \leq \varepsilon_2 \quad (6.5)$$

$$\sum_{k \in K_i} \sum_{j \in N_k} x_{ijk} + z_i = 1 \quad \forall i \in P, \quad (6.6)$$

$$\sum_{j \in V_k} x_{ijk} - \sum_{j \in V_k} x_{j,n+i,k} = 0 \quad \forall k \in K, \forall i \in P_k, \quad (6.7)$$

$$\sum_{j \in P_k \cup \{\tau'_k\}} x_{\tau_k, j, k} = 1 \quad \forall k \in K, \quad (6.8)$$

$$\sum_{i \in D_k \cup \{\tau'_k\}} x_{i, \tau'_k, k} = 1 \quad \forall k \in K, \quad (6.9)$$

$$\sum_{i \in V_k} x_{ijk} - \sum_{i \in V_k} x_{jik} = 0 \quad \forall k \in K, \forall j \in N_k, \quad (6.10)$$

$$S_{ik} + s_i + \frac{d_{ij}}{\sum_{r \in R} \bar{v}^r v_{ijr}} \leq S_{jk} + M(1 - x_{ijk}) \quad , M \gg 0 \quad \forall k \in K, \forall (i, j) \in A_k, \quad (6.11)$$

$$a_i \leq S_{ik} \leq b_i \quad \forall k \in K, \forall (i, j) \in A_k \quad (6.12)$$

$$S_{ik} \leq S_{n+i, k} \quad \forall k \in K, \forall i \in P_k, \quad (6.13)$$

$$L_{ik} + l_j \leq L_{jk} + M(1 - x_{ijk}) \quad , M \gg 0 \quad \forall k \in K, \forall (i, j) \in A_k, \quad (6.14)$$

$$L_{ik} \leq C_k \quad \forall k \in K, \forall i \in V_k, \quad (6.15)$$

$$L_{\tau_k, k} = L_{\tau'_k, k} = 0 \quad \forall k \in K, \quad (6.16)$$

$$\sum_{k \in K} x_{ijk} = \sum_{r \in R} v_{ijr} \quad \forall (i, j) \in A, \quad (6.17)$$

$$L_{ik} \leq f_{ij} + M(1 - x_{ijk}) \quad , M \gg 0 \quad \forall k \in K, \forall (i, j) \in A_k, \quad (6.18)$$

$$\sum_{j \in N_k \cup \{\tau'_k\}} x_{ijk} \leq 1 \quad \forall i \in N, \forall k \in K_i, \quad (6.19)$$

$$\sum_{i \in N_k \cup \{\tau_k\}} x_{ijk} \leq 1 \quad \forall j \in N, \forall k \in K_j, \quad (6.20)$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\} \quad \forall k \in K, \forall (i, j) \in A_k, \quad (6.21)$$

$$z_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \in P, \quad (6.22)$$

$$v_{ijr} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A, \forall r \in R, \quad (6.23)$$

$$S_{ik} \geq 0 \quad \forall k \in K, \forall i \in V_k, \quad (6.24)$$

$$L_{ik} \geq 0 \quad \forall k \in K, \forall i \in V_k, \quad (6.25)$$

$$f_{ij} \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A. \quad (6.26)$$

Como se explicó en la sección 3.3.3.2, el método de la  $\varepsilon$ -restricción acota el espacio criterio según las funciones que se transformen en restricciones. En este problema, el espacio criterio es

tridimensional, con los objetivos  $Z_1$ ,  $Z_2$  y  $Z_3$  a minimizar, y los distintos valores que se consideren para  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$  acotarán  $(Z_2, Z_3)$  mientras se minimiza  $Z_1$ .

En general, el método de la  $\varepsilon$ -restricción se aplica primero optimizando cada objetivo por separado, y de esta forma conocer el rango de valores que toma cada objetivo. Luego, se considera distintos valores que podrían tomar las funciones que pasan a ser restricciones, y así se obtienen distintos valores de  $\varepsilon_r, r \in \{1, \dots, p\}$  para encontrar soluciones.

En el caso de este estudio, si se considera sólo  $Z_2$  como objetivo, y considerando que es posible dejar sin servicio todas las solicitudes, el mínimo de la suma los tiempos de recorrido es 0 para todas las instancias propuestas. En el caso de considerar sólo  $Z_3$  como objetivo, el mínimo número de clientes sin atender es también 0 en todas las instancias propuestas.

Para el caso de  $\varepsilon_1$ , este tomó diferentes valores en cada instancia tomando como referencia el cierre de la ventana de tiempo del depósito terminal de cada vehículo. Se hizo una prueba en cada instancia y se consideró sumar los tiempos en los que se cerraban las ventanas de tiempos de todos los depósitos de los vehículos, dado que este valor corresponde a una cota superior de la función objetivo  $Z_2$ . Para encontrar una cota superior de  $\varepsilon_1$ , se probó este valor para cada  $\varepsilon_2$  considerado, de tal modo de encontrar un rango de  $\varepsilon_1$  en torno al cual generar soluciones computacionalmente.

Respecto a los valores de  $\varepsilon_2$  considerados, se eligió  $\varepsilon_2 = 3$  como un máximo, dado que esta cantidad corresponde a un 60% de solicitudes sin atender, lo cual equivale a un estándar de calidad poco deseable. En la mayoría de los casos se utilizó cantidades iguales o menores a 2 para  $\varepsilon_2$ .

Para cada instancia propuesta, se establecieron distintos valores de  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ . En las tablas 6.1, 6.2 y 6.3 se detallan los valores usados para los parámetros.

**Tabla 6.1:** Valores de  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$  para I1.

Experimento $\varepsilon_r$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\varepsilon_1$ [s]	50.000	20.000	50.000	40.000	35.000	25.000	30.000	30.000	22.000	22.000
$\varepsilon_2$ [un]	3	3	0	0	1	1	0	2	2	1

**Tabla 6.2:** Valores de  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$  para I2.

Experimento $\varepsilon_r$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\varepsilon_1$ [s]	90.000	25.000	50.000	35.000	60.000	50.000	35.000	40.000	45.000
$\varepsilon_2$ [un]	2	2	1	1	0	0	0	0	0

**Tabla 6.3:** Valores de  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$  para I3.

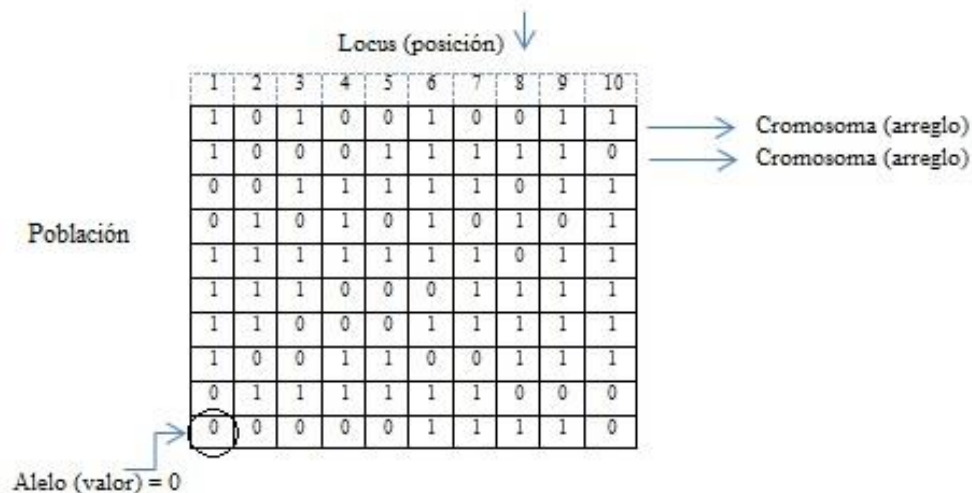
Experimento	1	2	3	4	5
$\varepsilon_1$ [s]	50.000	25.000	40.000	60.000	55.000
$\varepsilon_2$ [un]	2	2	1	0	0

Como se explicará en el siguiente capítulo, cuando se realizaban experimentos para buscar los valores de  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$  para I4, I5, I6 e I7, no se pudo ejecutar el programa por falta de memoria.

En la siguiente sección se presentan los resultados obtenidos de las instancias propuestas para el problema, mediante el método explicado en esta sección.

## 6.2 Algoritmo evolutivo

Los algoritmos evolutivos corresponden a metaheurísticas que consideran una población de individuos, los cuales corresponden a soluciones codificadas para un problema (e.g Holland, 1975; Rechenberg, 1965; Fogel et al., 1966). La representación más común para un individuo es un arreglo, el que corresponde al genotipo, en una analogía con la biología. Este genotipo define un organismo individual cuando es decodificado, generando así el fenotipo. El genotipo se compone de uno o más cromosomas, donde cada uno es formado por genes separados, los que toman ciertos valores (alelos) de algún alfabeto genético. El locus identifica la posición del gen dentro del cromosoma. Así, cada individuo se decodifica en un conjunto de parámetros, que son usados para ser ingresados a una función en estudio, para así ser evaluada. Finalmente, el conjunto de cromosomas es denominado población. Estos conceptos son graficados en la figura 6.1.



**Figura 6.1:** Estructura de datos y terminología de un algoritmo evolutivo general.

Un algoritmo evolutivo, consta de 4 pasos básicos. Para explicarlos, primero se definirá un algoritmo evolutivo, de acuerdo a Coello et al. (2007).

Sea  $I$  un conjunto no vacío correspondiente al espacio de individuos,  $\{\mu^{(i)}\}_{i \in \mathbb{N}}$  una secuencia en  $\mathbb{Z}^+$  (población de padres),  $\{\mu'^{(i)}\}_{i \in \mathbb{N}}$  una secuencia en  $\mathbb{Z}^+$  (población de descendiente),  $\Phi: I \rightarrow \mathbb{R}$  una función *fitness*,  $\tau: \bigcup_{i=1}^{\infty} (I^{\mu})^{(i)} \rightarrow \{\text{verdadero}, \text{falso}\}$  (criterio de término),  $\chi \in \{\text{verdadero}, \text{falso}\}$ ,  $r$  una secuencia  $\{r^{(i)}\}$  de operadores de recombinación  $r^{(i)}: \mathbb{X}_r^{(i)} \rightarrow \Gamma(\Omega_r^{(i)}, \Gamma(I^{\mu^{(i)}}, I^{\mu'^{(i)}}))$ ,  $m$  una secuencia  $\{m^{(i)}\}$  de operadores de mutación  $m^{(i)}: \mathbb{X}_m^{(i)} \rightarrow \Gamma(\Omega_m^{(i)}, \Gamma(I^{\mu^{(i)}}, I^{\mu'^{(i)}}))$ ,  $s$  una secuencia  $\{s^{(i)}\}$  de operadores de selección  $s^{(i)}: \mathbb{X}_s^{(i)} \times \Gamma(I, \mathbb{R}) \rightarrow \Gamma(\Omega_s^{(i)}, \Gamma(I^{\mu^{(i)} + \chi \mu'^{(i)}}, I^{\mu^{(i+1)}}))$ ,  $\theta_r^{(i)} \in \mathbb{X}_r^{(i)}$  los parámetros de recombinación,  $\theta_m^{(i)} \in \mathbb{X}_m^{(i)}$  los parámetros de mutación, y  $\theta_s^{(i)} \in \mathbb{X}_s^{(i)}$  los parámetros de selección. Luego, el algoritmo que se muestra en la figura 6.2 es el denominado algoritmo evolutivo.

```

t:= 0;
inicializar  $P(0) := \{a_1(0), \dots, a_{\mu}(0)\} \in I^{\mu^{(0)}}$ ;
while ( $\tau(\{P(0), \dots, P(t)\}) \neq \text{verdadero}$ ) do
    recombinar:  $P'(t) := r_{\theta_r^{(t)}}^{(t)}(P(t))$ ;
    mutar:  $P''(t) := m_{\theta_m^{(t)}}^{(t)}(P'(t))$ ;
    seleccionar:
        if  $\chi$ 
            then  $P(t+1) := s_{(\theta_s^{(t)}, \Phi)}^{(t)}(P''(t))$ ;
        else  $P(t+1) := s_{(\theta_s^{(t)}, \Phi)}^{(t)}(P''(t) \cup P(t))$ ;
    t = t + 1;
End

```

**Figura 6.2:** pseudocódigo algoritmo evolutivo.

De lo anterior, para definir el algoritmo evolutivo a utilizar, es necesario definir, tanto la estructura de los cromosomas, como los operadores de recombinación, mutación y selección.

### 6.2.1 Representación de los individuos

La representación de las distintas soluciones en el algoritmo evolutivo propuesto, considera dos arreglos: uno que almacena las rutas de los distintos vehículos de la flota, y otro que guarda las velocidades de desplazamiento en los respectivos arcos.

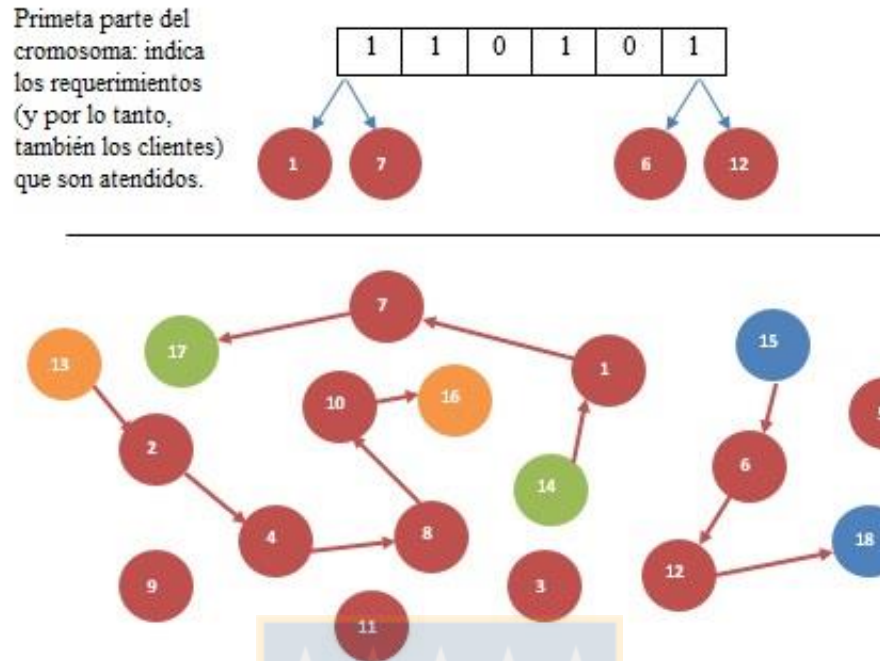
#### 6.2.1.1 Representación de las rutas

Basado en la representación clásica de soluciones para el VRP en metaheurísticas (e.g Pradenas et al., 2013), cada solución es un vector de números enteros, donde cada cliente estará asociado a un número distinto de cero, ya que éste representa a los distintos depósitos, actuando también como separador de rutas. La particularidad considerada en el presente algoritmo es que, dado que no necesariamente todos los clientes son visitados, hay bits del arreglo que adquieren valor -1, para representar dichos nodos.

Además, usando la misma notación que en el modelo de programación matemática propuesto, explicado en el capítulo 4, el arreglo que representa las rutas tiene  $3n + m - 1$  bits. Los  $n$  primeros bits tienen elementos del tipo binario, donde cada uno indica si el requerimiento es atendido por algún vehículo de la flota, adquiriendo valor 1 si se incorpora, y 0 en caso contrario. Los  $2n + m - 1$  bits restantes son llenados para indicar el recorrido de los vehículos, con números de 1 al  $n$  para indicar clientes *pickup*, de  $n + 1$  a  $2n$  para los clientes *delivery*, 0 para separar las rutas de los distintos vehículos y -1 para completar las celdas vacías por la no atención de ciertos clientes.

Por ejemplo, considérese el vector solución  $S := \{1,1,0,1,0,1,2,4,8,10,0,1,7, -1, -1,0, -1,6, -1,12\}$ .

El vector mencionado corresponde a una solución para un problema que considera 6 requerimientos ( $n = 6$ ) y 3 vehículos en la flota ( $m = 6$ ). De lo anterior, los 6 primeros elementos, del tipo binario, indican que los requerimientos 1, 2, 4 y 6 son atendidos, mientras que los requerimientos 3 y 5 no lo son. A partir de lo anterior, los 14 elementos siguientes, indican las rutas asociadas a los distintos requerimientos que son atendidos, resultando que el primer vehículo visita, consecutivamente, a los clientes 2, 4, 8 y 10, de la misma forma el segundo vehículo visita los nodos 1 y 7, y el tercer vehículo al 6 y 12. Cada vehículo comienza su recorrido en su respectivo depósito fuente y llega al correspondiente nodo sumidero. La figura 6.3 grafica lo descrito anteriormente.



**Figura 6.3:** Representación gráfica del arreglo  $S := \{1,1,0,1,0,1,2,4,8,10,0,1,7, -1, -1,0, -1,6, -1,12\}$ .

### 6.2.1.2 Representación de las velocidades

A diferencia de la mayoría de los problemas de rutas, una de las variables de decisión a considerar es la velocidad media con la que se movilizan los vehículos a lo largo de los arcos que forman las rutas. En la sección anterior se explicó la representación de las rutas para las distintas soluciones, sin embargo, sin las velocidades correspondientes a cada arco éstas no quedan definidas cabalmente.

Las velocidades se representan por medio de un arreglo de longitud  $2n + m$ , siendo este número igual a la cantidad de arcos en el caso de atender todos los requerimientos, es decir, si se generan rutas tal que todos los clientes son visitados.

Al igual que en la representación de las rutas, aquellos arcos que no existen (debido a la no inclusión de algún nodo) generan un bit en el arreglo con valor -1.

La unidad de medida de la velocidad almacenada en el vector es  $m/s$ .

Por ejemplo, considerando la solución  $S := \{1,1,0,1,0,1,2,4,8,10,0,1,7, -1, -1,0, -1,6, -1,12\}$ , y sea el vector  $V := \{10,15,22,25,18,20,17,14,9,26,24,12,18,20,22\}$  el arreglo de velocidad asociado a las rutas descritas en  $S$ , se tiene que al arco  $\{13,2\}$  está en la ruta del vehículo 1, y es recorrido a una



velocidad de  $10\text{ m/s}$ , el arco  $\{2,4\}$  pertenece a la misma ruta y es recorrido a una velocidad de  $15\text{ m/s}$ , y así sucesivamente. Las velocidades generadas en el arreglo y que corresponden a arcos virtuales, es decir, aquellos relacionados con los valores  $-1$  generados en  $S$ , no son utilizados por el algoritmo.

### 6.2.2 Generación de la población inicial

Antes de la generación de la población inicial, y de forma similar al método de  $\varepsilon$ -restricción, se debe definir una cota inferior para el número de requerimientos atendidos. Esto se debe a que el algoritmo puede retornar soluciones no dominadas dentro de la población considerada, pero que para el tomador de decisiones son poco útiles, considerando que en la industria se debe satisfacer un porcentaje mínimo de cumplimiento en la atención de clientes. Para efectos de evaluación del algoritmo, se establecerá un porcentaje de cumplimiento de requerimientos en 90%.

Se genera una población de un tamaño determinado,  $P$ . La generación se realiza utilizando un algoritmo constructivo, dividido en cuatro etapas que se repiten hasta coincidir con una solución factible. Se procede a utilizar este procedimiento debido a que en instancias complejas, los prolongados tiempos de búsqueda de una solución factible de forma aleatoria, hacen poco útil esta vía.

- **Elección de los requerimientos que no se atenderán**

Considerando que se definió una cierta cantidad mínima de requerimientos a atender, el remanente de solicitudes tienen igual probabilidad de ser o no atendidas. A medida que se define aleatoriamente los requerimientos que no serán atendidos, se elige también de forma aleatoria la solicitud que no se incorporará en las rutas. La figura 6.4 describe el pseudocódigo de este procedimiento.

```

tot_req: requerimientos totales
min_req: mínimo de requerimientos a atender
random_prob(): función que genera una probabilidad de forma aleatoria
sel_req(): función que selecciona aleatoriamente un requerimiento
A: conjunto que contiene los requerimientos que no se atenderán

Inicializar  $A = \emptyset$ ;
for  $k := 0: (tot_{req} - min_{req})$  do
    if random_prob() < 0,5
         $A \leftarrow A \cup sel\_req()$ ;
    end for

```

**Figura 6.4:** pseudocódigo de algoritmo que define los requerimientos sin atender.

- **Definición de longitud de las rutas**

De forma aleatoria, se define la longitud de las rutas de los distintos vehículos. La longitud de las rutas debe ser un número par de nodos, considerando la restricción que establece que los respectivos clientes *pickup* y *delivery* deben estar en la misma ruta.

Para efectuar este paso en la representación propuesta para las rutas, se generan aleatoriamente las posiciones en que deben ubicarse los elementos 0 (es decir, los depósitos) en las rutas, a fin de que las longitudes sean pares.

- **Generación de clientes**

El siguiente paso consiste en asignar aleatoriamente los requerimientos que se atenderán en las distintas rutas, dada la longitud que se estableció para cada una.

- **Generación de velocidades**

Una vez que se definen las distintas rutas, se prueba la factibilidad para las restricciones de ventanas de tiempo, asignando la máxima velocidad considerada para el problema a cada arco. Lo anterior implica que existe al menos un vector de velocidades que hace la solución factible.

De ser factible la solución asignando la máxima velocidad a cada arco, para cada uno se genera aleatoriamente una velocidad según alguna distribución de probabilidades, hasta encontrar un

vector de velocidades que sea factible. La distribución de probabilidad utilizada en este estudio es uniforme discreta.

### 6.2.3 Selección

El método de selección propuesto es el de ponderación del ranking, también llamado método de ponderación de ruleta. Este enfoque asigna una probabilidad de ser elegido en base al ranking, el que se obtiene luego de ordenar la población de acuerdo a su no dominancia.

En la figura 6.5 se muestra el algoritmo presentado en Coello et al. (2007) para la asignación de ranking a los distintos individuos de la población, que es utilizado en este estudio.

```
curr_rank: ranking que se le asigna a los individuos en cada iteración,  
N: tamaño de la población.  
xu: vector objetivo de la solución x en la generación t.  
rank(x, t): ranking de la solución x en la generación t  
  
curr_rank = 1;  
m = N;  
while N ≠ 0 do  
    for i = 1: m do  
        if xu es no dominado  
            rank(x, t) = curr_rank;  
        end for  
    for i = 1: m do  
        if rank(x, t) = curr_rank  
            Almacenar x en población temporal;  
            N = N - 1;  
        end for  
    curr_rank = curr_rank + 1;  
    m = N;  
end while
```

**Figura 6.5:** Algoritmo de asignación de ranking.

Luego, sea  $R$  la cantidad de rankings generados. Así, se le asigna una probabilidad de selección a cada uno de los  $R$  conjuntos que contienen individuos con el mismo ranking. Luego, para el conjunto clasificado con ranking  $n$ , la probabilidad  $P_n$  de escoger algún elemento de dicho conjunto es:

$$P_n = \frac{R - n + 1}{R}$$

Según la probabilidad asignada a cada conjunto, se escoge uno aleatoriamente. Así, la selección del primer individuo de la población es de forma aleatoria dentro de ese conjunto. El segundo elemento seleccionado se elige aplicando el mismo proceso anterior, desde la elección de un nuevo conjunto.

#### 6.2.4 Cruce

El método de recombinación propuesto para el algoritmo evolutivo considera un operador de cruce para cada arreglo que representa el cromosoma.

El operador de cruce para el vector que representa las rutas, se describe a continuación:

- Considerar para el cruce, sólo la parte del cromosoma que especifica las rutas, dejando de lado los primeros  $n$  bits (donde  $n$  es el número de requerimientos).
- Elegir aleatoriamente una posición para los dos arreglos de rutas correspondientes a los individuos seleccionados.
- Para el descendiente 1, asignar los mismos elementos del padre 1 en dichas posiciones hasta el bit donde se produce el cruce. Para la segunda parte del vector del descendiente 1, ir asignando los elementos del padre 2 desde la primera posición del vector de rutas de éste, de tal forma de que los clientes no se repitan más de una vez, y que el número de 0's no sean mayor a  $m - 1$  (donde  $m$  es el número de vehículos).
- Realizar lo mismo para el descendiente 2, invirtiendo el orden de los padres.
- Llenar en cada descendiente la primera parte del cromosoma, según los requerimientos que resultaron ser atendidos luego del cruce.

Considerar el siguiente ejemplo. Sean  $S_1 := \{1,1,1,2,5,0,1,3,4,6\}$  y  $S_2 := \{0,1,1,2,5,3,6,0,-1,-1\}$  dos individuos seleccionados para el cruce. Luego, según el operador descrito anteriormente, se elige aleatoriamente la posición 7 en ambos cromosomas para realizar el cruce. Los descendientes obtenidos, entonces, son  $H_1 := \{1,1,1,2,5,0,1,3,6,-1\}$  y  $H_2 := \{1,1,1,2,5,3,6,0,1,4\}$ .

El operador de cruce para el vector que representa las velocidades en los arcos, corresponde a un operador de cruce en un punto (*single-point crossover*).

El cruce se realiza según una probabilidad de cruce, que es un parámetro de entrada para el algoritmo.

### 6.2.5 Mutación

La mutación, al igual que el cruce, se realiza según una probabilidad, que es un parámetro de entrada para el algoritmo.

En ambos arreglos, tanto para las rutas como para las velocidades, la mutación consiste en el intercambio de dos posiciones elegidas aleatoriamente dentro del arreglo, denominado como operador de mutación basado en cambios.

### 6.2.6 Actualización de la población

Lo último que se realiza en cada iteración, en el caso de que se haya efectuado un cruce, es evaluar la factibilidad de los descendientes resultantes. Luego, con cada descendiente factible, se realiza el siguiente procedimiento:

- Se asigna un ranking al descendiente dentro de la población.
- Si el ranking obtenido corresponde al peor dentro de la población, no ingresa. En caso contrario, reemplaza a cualquier individuo dentro del conjunto de cromosomas con peor ranking.

## Capítulo 7.- Resultados.

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos, tanto para la validación del modelo de programación matemática propuesto para el VRPPDTW, como para el algoritmo evolutivo propuesto.

### 7.1 Resultados de la escalarización

El modelo matemático presentado en la sección fue implementado en C++ y resuelto usando CPLEX 12.1. Todas las instancias fueron resueltas en este ambiente, en un computador con procesador Intel® Core™ i5, 3.20 GHz y 4.00 GB de memoria RAM instalada.

Para cada instancia, se entrega una tabla con la numeración del punto, los valores de  $\varepsilon_1$  y  $\varepsilon_2$  usados, su valor de costo total en  $Z_1$ ,  $Z_2$  y  $Z_3$ , la distancia total recorrida, las emisiones de  $CO_2e$  y el tiempo que tardó el programa en encontrar cada resultado. Para el cálculo de emisiones, se asume que 1 litro de combustible diésel produce 2,6676 kilogramos de  $CO_2e$ , información que fue obtenida de la tabla 3.3.

Además, con el fin de realizar un mejor análisis en el siguiente capítulo, se modifica el modelo propuesto, de tal modo que se considera como objetivo único la distancia total recorrida por los vehículos, como se muestra en la expresión (7.1). Debido a que el modelo permite no atender clientes, se acota superiormente la cantidad de solicitudes no atendidas usando los valores de  $\varepsilon_2$  considerados en las distintas instancias, con el fin de que la distancia total recorrida resultante sea distinta de cero. Es decir, se incorpora la restricción (6.5) a esta nueva formulación. Luego, se ejecuta este modelo para cada instancia, y se muestra una tabla con la denominación del punto, los valores de  $\varepsilon_2$  utilizados, los valores de  $Z_1$ ,  $Z_2$  y  $Z_3$  obtenidos, la distancia total recorrida, las emisiones de  $CO_2$  y el tiempo que tardó el programa en encontrar cada resultado.

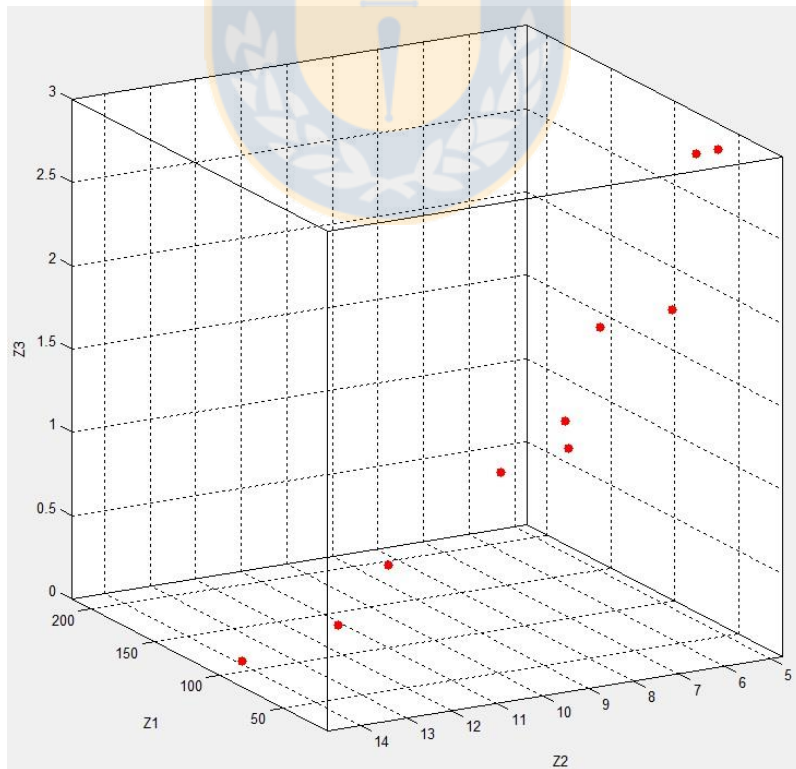
$$\min Z_4 = \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{k \in K} d_{ij} x_{ijk} \quad (7.1)$$

Finalmente, a modo de ilustración, se presentan los valores de las variables de decisión obtenidas en I3, y se muestra el detalle de las rutas resultantes en tal caso.

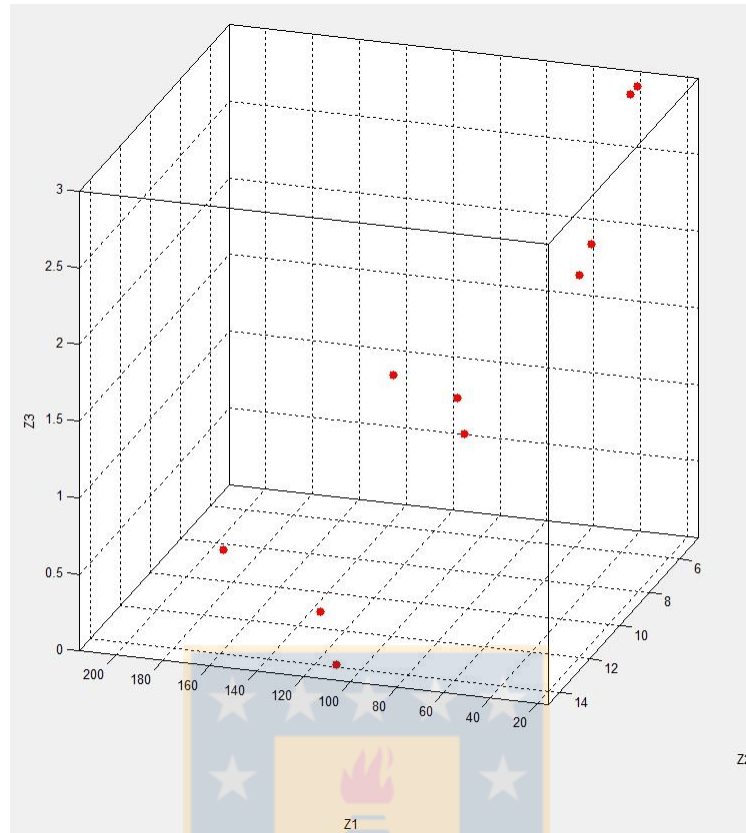
### 7.1.1 Resultado instancia I1

**Tabla 7.1:** Resultados I1 para el modelo propuesto.

Punto de la frontera	$\varepsilon_1$ [s]	$\varepsilon_2$ [s]	Espacio criterio				Emisiones de $CO_2e$ [Kg]	Duración CPLEX [s]
			$Z_1$ [L]	$Z_2$ [s]	$Z_3$ [un]	$Z_4/1000$ [Km]		
1	50.000	3	35,9	21.758	3	172,7	95,7	0,9
2	20.000	3	36,1	19.988	3	172,7	96,4	1,6
3	50.000	0	111,3	50.000	0	509,2	296,8	424,4
4	40.000	0	135,7	40.000	0	509,2	362,1	1128,0
5	35.000	1	88,8	31.872	1	350,6	236,8	571,0
6	25.000	1	103,9	25.000	1	331,9	277,2	642,6
7	30.000	0	194,8	30.000	0	489,3	519,7	8552,8
8	30.000	2	46,1	28.356	2	217,6	122,9	14,3
9	22.000	2	52,0	22.000	2	217,6	138,8	26,1
10	22.000	1	136,4	22.000	1	331,9	363,9	6039,9



**Figura 7.1:** Resultados instancia I1 para el modelo propuesto en el espacio objetivo – vista 1.



**Figura 7.2:** Resultados instancia I1 para el modelo propuesto en el espacio objetivo - vista2.

**Tabla 7.2:** Resultados I1 considerando sólo la distancia total recorrida como objetivo.

Punto	$\varepsilon_2$ [un]	Objetivos del modelo propuesto				Emisiones de $CO_2e$ [Kg]	Duración CPLEX [s]
		$Z_1$ [L]	$Z_2/3600$ [s]	$Z_3$ [un]	$Z_4/1000$ [Km]		
1	3	64,2	32.400	3	172,7	171,2	0,6
2	2	82,9	32.400	2	217,6	221,2	1,3
3	1	131,2	32.400	1	331,2	350,1	21,3
4	0	192,7	32.400	0	489,3	514,1	293,4



## 7.1.2 Resultado instancia I2

Tabla 7.3: Resultados I2 para el modelo propuesto.

Punto de la frontera	$\varepsilon_1$ [s]	$\varepsilon_2$ [un]	Espacio criterio			$Z_4/1000$ [Km]	Emisiones de $CO_2e$ [Kg]	Duración CPLEX [s]
			$Z_1$ [L]	$Z_2$ [s]	$Z_3$ [un]			
1	90.000	2	759,6	28.465	2	501,3	2.026,2	0,5
2	25.000	2	863,2	21.111	2	501,3	2.302,6	2,5
3	50.000	1	1.575,1	47.872	1	888,1	4.201,8	5,4
4	35.000	1	2.004,3	32.872	1	825,9	5.346,6	69,9
5	60.000	0	2.088,5	56.025	0	979,4	5.571,3	18,6
6	50.000	0	2.132,2	47.872	0	979,4	5.688,0	26,2
7	35.000	0	No factible	No factible	No factible	----	----	201,9
8	40.000	0	No factible	No factible	No factible	----	----	71,9
9	45.000	0	2.207,8	42.872	0	979,4	5.889,6	26,3

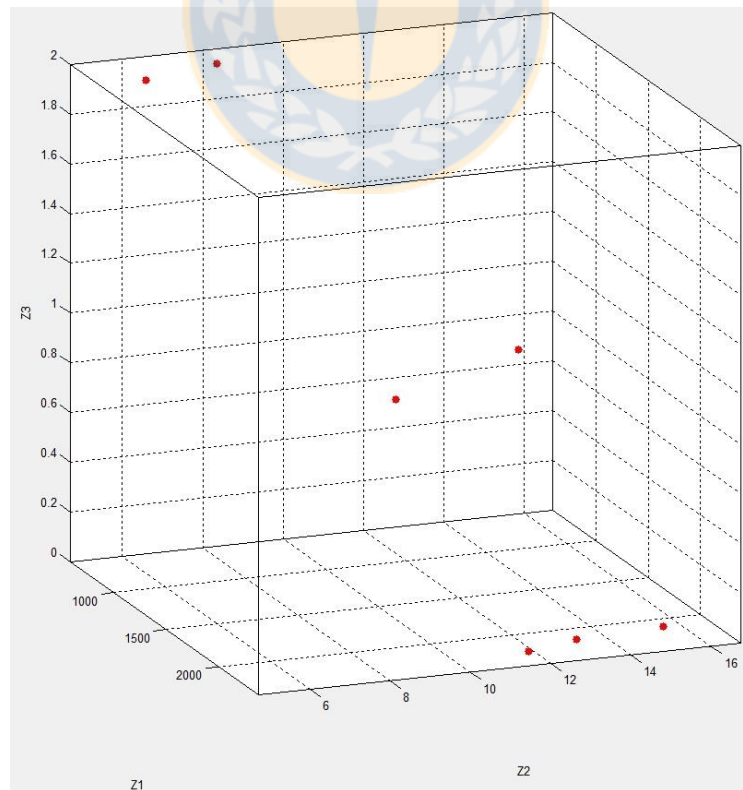
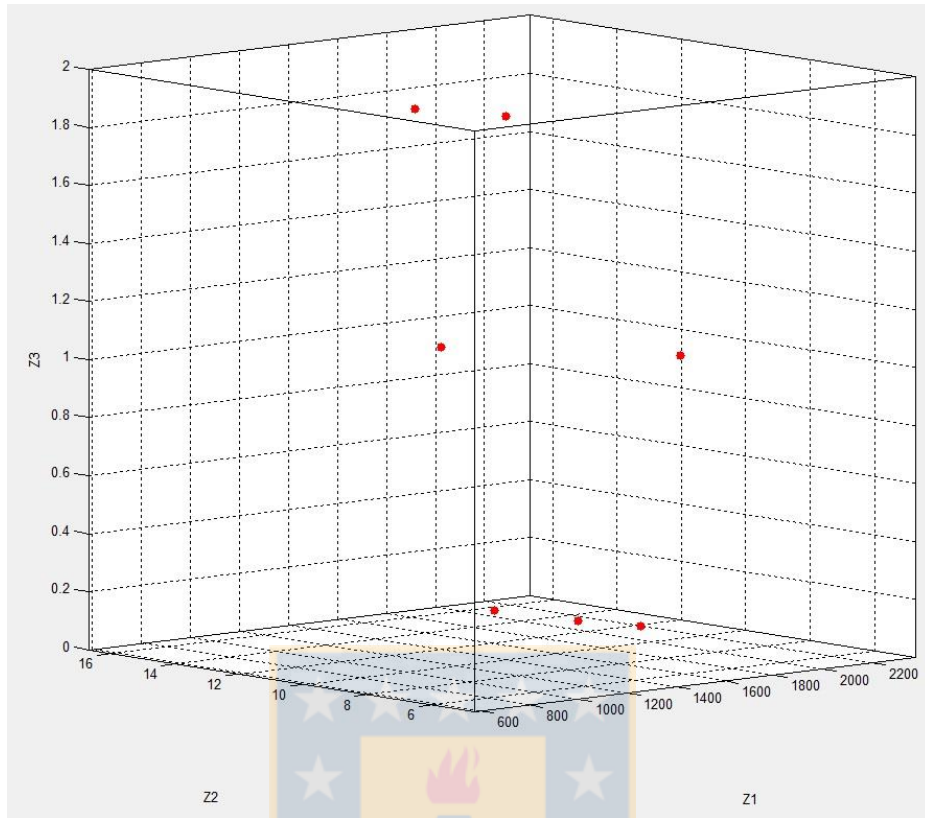


Figura 7.3: Resultados instancia I2 para el modelo propuesto en el espacio objetivo – vista 1.



**Figura 7.4:** Resultados instancia I2 para el modelo propuesto en el espacio objetivo – vista 2.

**Tabla 7.4:** Resultados I2 considerando sólo la distancia total recorrida como objetivo.

Punto	$\varepsilon_2$ [un]	Objetivos del modelo propuesto			$Z_4/1000$ [Km]	Emisiones de $CO_2e$ [Kg]	Duración CPLEX [s]
		$Z_1$ [L]	$Z_2$ [s]	$Z_3$ [un]			
1	2	843,1	32.400	2	472,2	2.249,1	0,9
2	1	2.402,9	61.803	1	667,7	6.409,9	2,4
3	0	3.132,1	61.803	0	973,6	8.355,2	3,7

### 7.2.3 Resultados instancia I3

Tabla 7.5: Resultados I3 para el modelo propuesto.

Punto de la frontera	$\varepsilon_1$ [s]	$\varepsilon_2$ [un]	Espacio criterio			$Z_4/1000$ [Km]	Emisiones de $CO_2e$ [Kg]	Duración CPLEX [s]
			$Z_1$ [L]	$Z_2$ [s]	$Z_3$ [un]			
1	50.000	2	541,4	47.872	2	666,3	1444,4	2,7
2	35.000	2	585,7	28.504	2	496,4	1562,3	3,2
3	40.000	1	996,0	37.046	1	687,4	2656,9	51,5
4	60.000	0	1.303,8	57.795	0	1070,0	3478,0	57,0
5	55.000	0	1.352,7	52.872	0	1070,0	3608,4	67,4

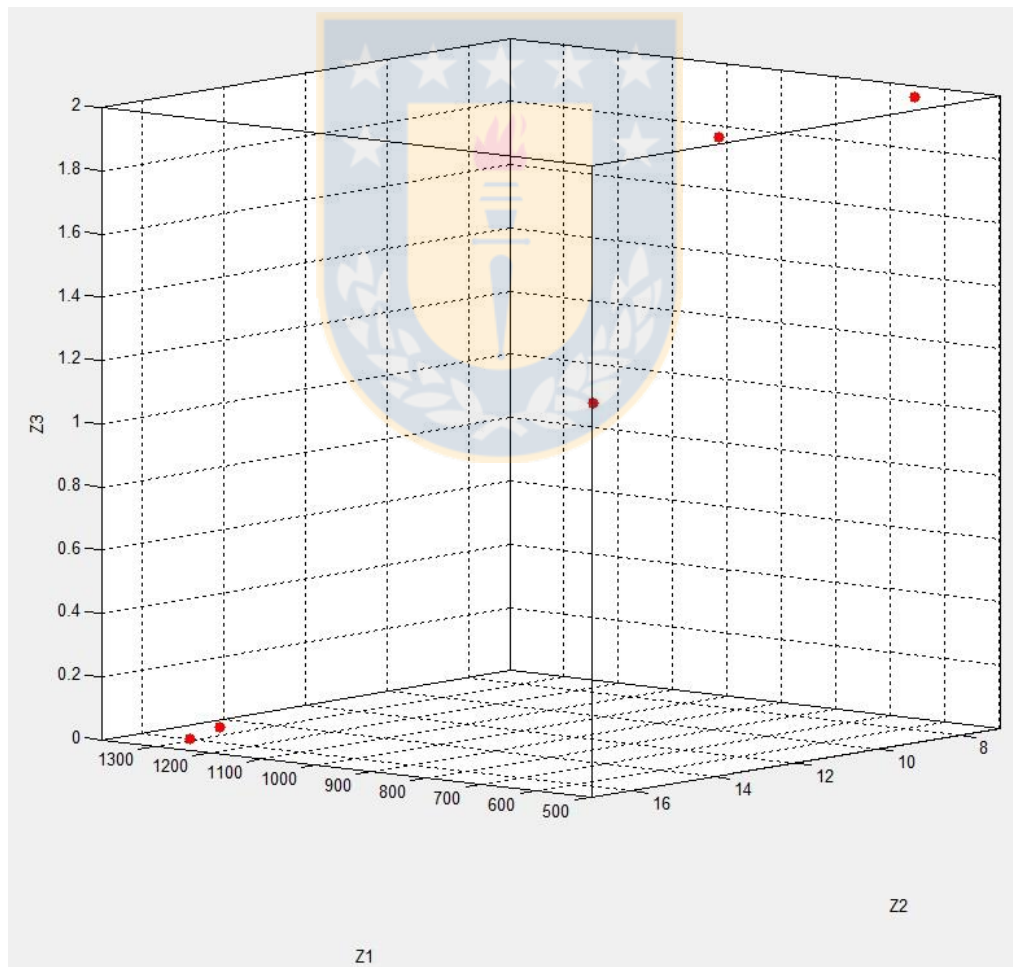
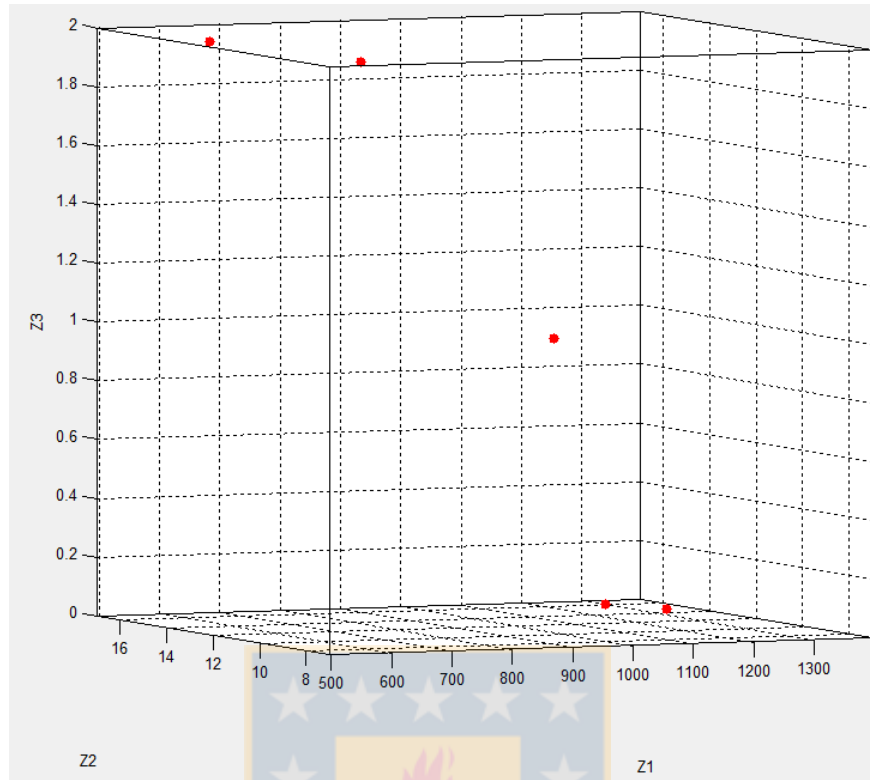


Figura 7.5: Resultados instancia I3 para el modelo propuesto en el espacio objetivo – vista 1.



**Figura 7.6:** Resultados instancia I3 para el modelo propuesto en el espacio objetivo – vista 2.

**Tabla 7.6:** Resultados I3 considerando sólo la distancia total recorrida como objetivo.

Punto	$\varepsilon_2$ [un]	Objetivos del modelo propuesto			$Z_4/1000$ [Km]	Emisiones de $CO_2e$ [Kg]	Duración CPLEX [s]
		$Z_1$ [L]	$Z_2$ [s]	$Z_3$ [un]			
1	2	589,0	32.400	2	496,3	1571,3	0,7
2	1	1028,3	57.600	1	667,7	2743,1	2,9
3	0	1479,5	61.803	0	1070,0	3946,7	4,9

#### 7.1.4 Resultados instancia I4, I5, I6 e I7

Como se mencionó en la sección 6.1, las distintas soluciones obtenidas con el modelo se obtienen conforme se modifique el par  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ . Para el caso de las instancias I4, I5, I6 e I7, no fue posible encontrar ninguna solución para ningún valor de  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ . Se intentó con varios valores de estos parámetros, y en todos los casos el programa se quedó sin memoria para seguir ejecutando el algoritmo.

Se insertó al código del programa los comandos *WorkMem*, *WorkDir* y *NodeFileInd* con distintos parámetros, para I4, I5, I6 e I7, que usualmente se utilizan para resolver el error *Out of memory* (Error 1001). Además se probó con el comando *MemoryEmphasis* con parámetro 1, cuya función es hacer que CPLEX utilice técnicas como compresión de datos y almacenamiento en disco para datos calculados con el algoritmo simplex y optimizadores de MIP, mejorando así el uso de la memoria. Sin embargo, no hubo cambios en la salida del programa. Este error se origina cuando el algoritmo que ejecuta CPLEX llega a ser tan extenso que no existe memoria suficiente para resolver los subproblemas continuos de la ramificación. Hay casos también en que este mensaje de error aparece cuando las dimensiones del modelo son muy grandes y esto provoca el consumo de memoria.

Además, cuando se ejecutó el programa que resuelve el modelo que considera la minimización de la distancia total recorrida, usando I4, I5 e I6, tampoco hubo resultado, por falta de memoria.

### 7.1.5 Ejemplo de rutas

A modo de explicación acerca del significado de las variables de decisión, en esta subsección se muestra una de las rutas obtenidas. Este caso corresponde a la instancia I3, es decir, un grafo de 16 nodos y una flota heterogénea de 3 vehículos. Para este ejemplo, se consideró el experimento 3, o sea,  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = (40.000, 1)$ .

En las tablas 7.7 ~ 7.12 se muestran los valores de las variables de decisión de la solución encontrada. Las variables de decisión están agrupadas por tipo. En la tabla 7.7 se muestran las variables del tipo  $x_{ijk}$ , con  $k \in K$  y  $(i, j) \in A_k$ , y sólo se incorporaron aquellas que tomaron valor 1 debido a la gran cantidad de variables que representa este tipo. En la tabla 7.8 se muestran las variables del tipo  $z_i$ , con  $i \in P$ . En la tabla 7.9 se indican las variables del tipo  $S_{ik}$ , con  $k \in K$  e  $i \in V_k$ , donde sólo se incorporaron aquellas relevantes para las rutas que fueron generadas. En la tabla 7.10 se indican las variables del tipo  $L_{ik}$ , con  $k \in K$  e  $i \in V_k$ , y también se muestran sólo aquellas relevantes para las rutas que fueron generadas. En la tabla 7.11 se muestran las variables del tipo  $f_{ij}$ , con  $(i, j) \in V$ , con valores distintos de 0. En la tabla 7.12 se indican las variables del tipo  $v_{ijr}$ , con  $(i, j) \in V$  y  $r \in R$ , que resultaron con valor 1.

**Tabla 7.7:** Valores de variables  $x_{ijk}$ .

Variable	Valor
$x_{1,3,3}$	1
$x_{2,7,2}$	1
$x_{3,6,3}$	1
$x_{5,8,3}$	1
$x_{6,5,3}$	1
$x_{7,15,2}$	1
$x_{8,10,3}$	1
$x_{10,16,3}$	1
$x_{11,14,1}$	1
$x_{12,2,2}$	1
$x_{13,1,3}$	1

**Tabla 7.8:** Valores de variables  $z_i$ .

Variable	Valor
$z_1$	0
$z_2$	0
$z_3$	0
$z_4$	1
$z_5$	0

**Tabla 7.9:** Valores de variables tipo  $S_{ik}$ .

Variable	Valor
$S_{1,3}$	4906,69
$S_{2,2}$	5206,28
$S_{3,3}$	10182
$S_{5,3}$	16231,7
$S_{6,3}$	14372,7
$S_{7,2}$	8798,46
$S_{8,3}$	20874,8
$S_{10,3}$	24864
$S_{11,1}$	0
$S_{12,2}$	2118
$S_{13,3}$	2997
$S_{14,1}$	2954
$S_{15,2}$	9876,93
$S_{16,3}$	32284,1

**Tabla 7.10:** Valores de variables  $L_{ik}$ .

Variable	Valor
$L_{1,3}$	3369
$L_{2,2}$	3456
$L_{3,3}$	7597
$L_{5,3}$	7826
$L_{6,3}$	4228
$L_{7,2}$	0
$L_{8,3}$	3598
$L_{10,3}$	0
$L_{11,1}$	0
$L_{12,2}$	0
$L_{13,3}$	0
$L_{14,1}$	0
$L_{15,2}$	0
$L_{16,3}$	0

**Tabla 7.11:** Valores de variables  $f_{ij}$ .

Variable	Valor
$f_{1,3}$	3369
$f_{2,7}$	3456
$f_{3,6}$	7597
$f_{5,8}$	7826
$f_{6,5}$	4228
$f_{8,10}$	3598

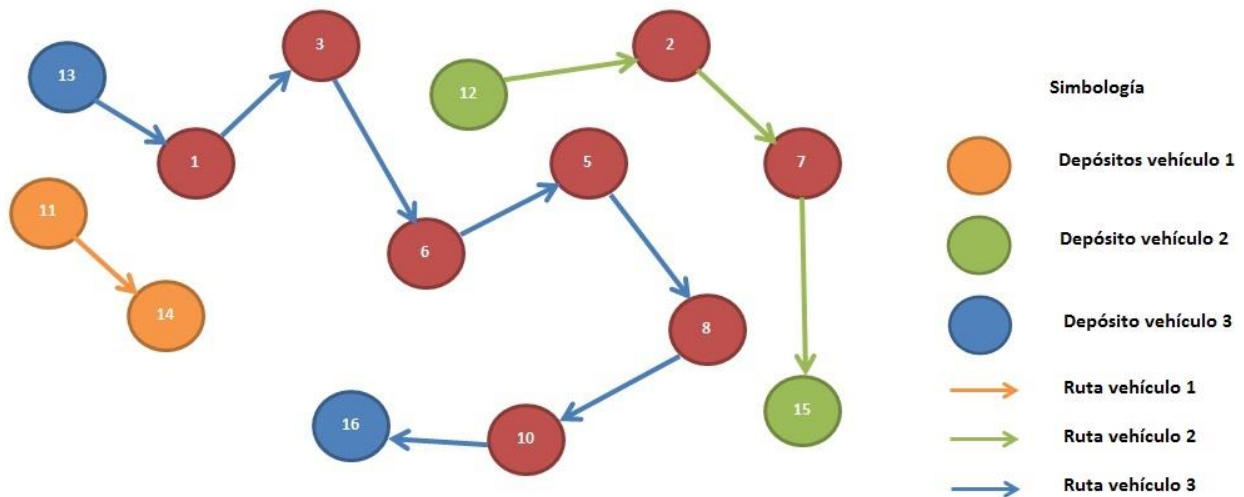
**Tabla 7.12:** Valores de variables  $v_{ijr}$ .

Variable	Valor
$v_{1,3,9}$	1
$v_{2,7,7}$	1
$v_{3,6,9}$	1
$v_{5,8,9}$	1
$v_{6,5,9}$	1
$v_{7,15,8}$	1
$v_{8,10,8}$	1
$v_{10,16,7}$	1
$v_{11,14,6}$	1
$v_{12,2,8}$	1
$v_{13,1,8}$	1

Del valor de las variables  $x_{ijk}$ , con  $k \in K$  y  $(i, j) \in A_k$ , se obtiene el grafo que se muestra en la figura 7.7. Por ejemplo, la variable  $x_{1,3,3}$  indica que el vehículo 3 pasa por el arco (1,3). En resumen, las rutas que se generan son: el vehículo 1 no se utiliza para atender clientes, por lo que realiza sólo el trayecto desde los depósitos de origen y terminal, cuya distancia es 0 m; el vehículo 2 visita a los clientes 2 y 7; y el vehículo 3 visita a los clientes 1, 3, 6, 5, 8 y 10. En el caso de las variables  $z_i$ ,  $i \in P$ , éstas indican cuáles solicitudes quedan sin ser atendidas. Luego, como  $z_4 = 1$ , la solicitud 4 no es servida, por lo que ningún vehículo visita los nodos 4 y 9. Respecto de las variables  $S_{ik}$ ,  $k \in K$  y  $i \in V_k$ , éstas indican el tiempo en el que los vehículos comienzan el servicio en los distintos nodos. En la solución encontrada,  $S_{1,3} = 4906,69$ , indica que el vehículo 3 comienza el



servicio en el cliente 1 en el tiempo  $t = 4.906,69$  s. El valor que tenga esta variable es consecuente con la ruta encontrada como solución, puesto que el tiempo de visita a los distintos nodos debe ser temporalmente consistente con el orden en el que el vehículo visita a los clientes, tal como sucede en este caso. Algo parecido sucede con la variable  $L_{ik}$ ,  $k \in K$  e  $i \in V_k$ , que lleva el control de la carga con la que salen los vehículos de los nodos en base a su capacidad y la demanda de los distintos clientes. De la figura 7.7, se puede apreciar que el vehículo 3 comienza su ruta en el nodo 13, el cual deja el depósito sin carga,  $L_{13,3} = 0$ , tal como se desprende de la tabla 7.10. Luego, visita al nodo 1 (cliente *pickup*), cuya demanda es 3.369 Kg, por lo que el vehículo deja el nodo con 3.369 Kg de carga, es decir,  $L_{1,3} = 3.369$ . Este comportamiento se ve a lo largo de toda la ruta del vehículo 3, hasta llegar al nodo sumidero (nodo 16), donde  $L_{16,3} = 0$ . Las variables  $f_{ij}$ , con  $i, j \in V_k$ , que indican el flujo de carga en cada arco, muestran que: entre los nodos 1 y 3, se transportan 3.369 Kg de carga ( $f_{1,3} = 3.369$ ); entre los nodos 3 y 6, se transportan 7.597 Kg de carga ( $f_{3,6} = 7.597$ ); entre los nodos 5 y 8, se transportan 7.826 Kg de carga ( $f_{5,8} = 7.826$ ); entre los nodos 6 y 5, se transportan 4.228 Kg ( $f_{6,5} = 4.228$ ); entre los nodos 8 y 10, se transportan 3.598 Kg de carga ( $f_{8,10} = 3.598$ ); y entre los nodos 2 y 7, se transportan 3.456 Kg de carga ( $f_{2,7} = 3.456$ ). Finalmente, las variables  $v_{ijr}$ , con  $(i, j) \in A$  y  $r \in R$ , indican la velocidad a la cual se transportan los vehículos en los distintos segmentos de la ruta. Para esta instancia, se consideró que el número de intervalos de velocidad con los que se trabajaría serían 10, considerando como velocidad mínima 40 Km/h ( $11, \bar{1} m/s$ ) y 100 Km/h ( $27, \bar{7} m/s$ ) como velocidad máxima. Los valores de la velocidad media de cada intervalo ( $\bar{v}^r$ ) se muestran en la tabla 6.16, así como los extremos de cada intervalo ( $l^r$  y  $u^r$ ). Luego, a partir de las soluciones mostradas en la tabla 7.12,  $v_{1,3,9} = 1$  indica que el vehículo que recorre el arco (1,3) lo hace a una velocidad media de  $25,2\bar{7} m/s$ ;  $v_{2,7,7} = 1$  indica que el vehículo que recorre el arco (2,7) a una velocidad de  $21,2\bar{4} m/s$ ; y así sucesivamente.



**Figura 7.7:** Grafo de la solución de I3 con  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = (40.000, 1)$ .

**Tabla 7.13:** Intervalos de velocidad en I3.

Intervalo	$l^r$ [ $\frac{m}{s}$ ]	$u^r$ [ $\frac{m}{s}$ ]	$\bar{v}^r = \frac{(l^r + u^r)}{2}$ [ $\frac{m}{s}$ ]
1	11,1111111	12,7777778	11,9444444
2	12,7777778	14,4444444	13,6111111
3	14,4444444	16,1111111	15,2777778
4	16,1111111	17,7777778	16,9444444
5	17,7777778	19,4444444	18,6111111
6	19,4444444	21,1111111	20,2777778
7	21,1111111	22,7777778	21,9444444
8	22,7777778	24,4444444	23,6111111
9	24,4444444	26,1111111	25,2777778
10	26,1111111	27,7777778	26,9444444

Cabe destacar que las rutas satisfacen todas las restricciones planteadas en el modelo propuesto. Por ejemplo, existe consistencia en que un cliente *pickup* debe ser atendido antes que un cliente *delivery*, y que ambos tienen que estar en la misma ruta. Además, se satisfacen las restricciones de ventanas de tiempo dadas para la instancia.

## 7.2 Resultado del algoritmo propuesto

La ejecución del algoritmo, en todos los casos, fue en un computador con procesador Intel® Core™ i7-3.30 GHz, memoria RAM instalada de 8,00 GB, sistema operativo Windows 7 Professional, Service Pack 1, de 64 bits.

### 7.2.1 Establecimientos de parámetros del algoritmo evolutivo

El algoritmo evolutivo implementado tiene cuatro parámetros de control, cuyos valores adecuados deben calcularse mediante experimentación. Estos son: tamaño de la población ( $N_{pob}$ ), probabilidad de cruce ( $P_{cruce}$ ), probabilidad de mutación ( $P_{mut}$ ) y número de evoluciones ( $N_{evol}$ ).

Con el fin de facilitar la definición de valores adecuados para los parámetros, se diseñó y efectuó un experimento multifactorial (Montgomery, 1991), con dos niveles para cada factor, considerando valores extremos que en la literatura generan buenos resultados (e.g Haupt y Haupt, 2004) y de experimentos previamente hechos.

Ciertos estudios que consideran la evaluación en varios objetivos en el estudio de parámetros (e.g Haupt y Haupt, 2004) mencionan un rango de valores entre 20 y 80 individuos en la población para obtener buenos resultados en las valores de los objetivos. Sin embargo, para un tamaño de población de 80 individuos, sobre las 800 iteraciones, los tiempos de ejecución de la computadora no son competitivos (sobre 2.000 segundos). Además, es usual utilizar altas probabilidades de cruce y bajas de mutación. Para este problema en particular, considerando que existen muchas restricciones y que, dependiendo la instancia, es difícil generar soluciones factibles, se mantuvo la tendencia de mantener una probabilidad de mutación baja. Por otra parte, se privilegió utilizar dos niveles distantes para el número de evoluciones, para tener así una alguna conclusión acerca de la rapidez de convergencia a una frontera del algoritmo.

Luego, los niveles escogidos para  $N_{pob}$  fueron 30 y 55 individuos. Para la probabilidad de cruce, los valores fueron 0,8 y 0,95. Para la probabilidad de mutación, los niveles se establecieron en 0,05 y 0,15. Por último, se fijó en 500 y 1.000 los niveles para  $N_{evol}$ .

Las instancias utilizadas para el análisis factorial fueron I1, I8 e I9, es decir, se ejecutó 3 réplicas del experimento para cada combinación de factor (48 ejecuciones del algoritmo).

Se comparó la influencia de los 4 parámetros en el máximo *gap* entre los individuos mejor evaluados (ranking 1) de las poblaciones inicial y final. El resultado obtenido, con un 95% de

confianza, es que no se puede asegurar que existe un efecto en el *gap* en estudio producido por alguno de los parámetros o combinación de éstos.

En un segundo análisis, se evaluó la influencia de estos factores, por sí solos y la interacción de cada uno de éstos con el resto. La conclusión del análisis factorial es igual a la anterior, sin embargo, para un nivel de confianza levemente menor, el efecto de  $N_{evol}$  sí provocaría un mayor tiempo de ejecución.

En Anexo 1 y Anexo 2 se detalla el análisis factorial.

De lo anterior, los parámetros utilizados para utilizar el algoritmo se establecieron en  $N_{pob} = 55$ ,  $P_{cruce} = 0,95$ ,  $P_{mut} = 0,95$  y  $N_{evol} = 500$ .

### 7.2.2 Soluciones

De la tabla 7.14 a la 7.22 se muestran los resultados obtenidos para las instancias generadas con los parámetros escogidos. En ellas se muestran los valores de los objetivos: consumo de combustible, tiempo total de recorrido y número de clientes atendidos, para los distintos puntos de la aproximación de la frontera eficiente encontrados. Además, tal cual como se hizo con los resultados en CPLEX, se muestran las emisiones de  $CO_2e$  correspondiente a la emisión de gases calculada para cada solución. En todas las tablas se muestra el tiempo total de ejecución del algoritmo.

Sólo se efectuó una ejecución del algoritmo para las instancias I1 a I7, sin encontrar soluciones factibles en las instancias I4, I5, I6 e I7.

Para las instancias complejas (I8, I9 e I10), se ejecuta el algoritmo 2 veces en cada una de ellas, debido a que la metaheurística fue implementada para resolver este tipo de problemas y de esta forma se puede obtener más información para un posterior análisis.

Para la instancia I1, se acotó inferiormente el número de requerimientos atendidos en 2, para mostrar soluciones comparables a las obtenidas con CPLEX. El mismo criterio se aplica para I2 e I3. Para las instancias I8 a I10, se acotó inferiormente en 45 los requerimientos a ser atendidos, para hacer más específica la búsqueda. Se establece una cota inferior para direccionar de forma más rápida la búsqueda de soluciones para el tomador de decisión, por lo que no es un parámetro del algoritmo en sí, sino más bien una restricción para disminuir el espacio solución.

**Tabla 7.14:** resultados para I1.

Notación de la solución	Consumo de combustible [L]	Tiempo total de recorrido [s]	Clientes atendidos [un]	Emisión de $CO_2e$ [Kg]
1	42,6	40.406	4	113,7
2	25,9	49.893	4	69,2
3	54,7	51.191	5	145,9
Tiempo de ejecución CPU [s]				474

**Tabla 7.15:** resultados para I2.

Notación de la solución	Consumo de combustible [L]	Tiempo total de recorrido [s]	Clientes atendidos [un]	Emisión de $CO_2e$ [Kg]
1	549,1	26.631	2	1.464,7
2	829,6	35.134	3	2.213,1
Tiempo de ejecución CPU [s]				525

**Tabla 7.16:** resultados para I3.

Notación de la solución	Consumo de combustible [L]	Tiempo total de recorrido [s]	Clientes atendidos [un]	Emisión de $CO_2e$ [Kg]
1	237,8	62.688	4	634,4
Tiempo de ejecución CPU [s]				559

**Tabla 7.17:** resultados para I6.

Notación de la solución	Consumo de combustible [L]	Tiempo total de recorrido [s]	Clientes atendidos [un]	Emisión de $CO_2e$ [Kg]
1	140,3	96.703	7	374,4
Tiempo de ejecución CPU [s]				2.622

**Tabla 7.18:** resultado ejecución 1 para I8.

Notación de la solución	Consumo de combustible [L]	Tiempo total de recorrido [s]	Clientes atendidos [un]	Emisión de $CO_2e$ [Kg]
1	266,5	214.276	48	710,8
2	296,8	213.631	48	791,8
3	301,5	209.675	47	804,3
Tiempo de ejecución CPU [s]				1.442

**Tabla 7.19:** resultado ejecución 2 para I8.

<b>Notación de la solución</b>	<b>Consumo de combustible [L]</b>	<b>Tiempo total de recorrido [s]</b>	<b>Clientes atendidos [un]</b>	<b>Emisión de CO<sub>2</sub>e [Kg]</b>
1	382,1	244.399	48	1019,2
2	338,0	260.308	48	901,5
3	261,4	214.231	45	697,4
4	382,3	244.779	48	1019,7
5	265,1	214.045	45	707,2
6	381,6	245.655	48	1018,0
7	381,9	244.235	48	1018,8
8	316,5	242.282	49	844,3
9	259,5	212.538	45	692,2
10	262,3	215.082	45	699,7
11	320,8	245.296	49	855,7
12	257,9	231.051	47	688,0
13	318,6	244.094	49	849,9
14	254,3	227.839	47	678,4
15	263,7	230.354	47	703,4
Tiempo de ejecución CPU [s]				699

**Tabla 7.20:** resultado ejecución 1 para I9.

<b>Notación de la solución</b>	<b>Consumo de combustible [L]</b>	<b>Tiempo total de recorrido [s]</b>	<b>Clientes atendidos [un]</b>	<b>Emisión de CO<sub>2</sub>e [Kg]</b>
1	565,4	216.828	46	1.508,3
Tiempo de ejecución CPU [s]				1.407

**Tabla 7.21:** resultado ejecución 2 para I9.

<b>Notación de la solución</b>	<b>Consumo de combustible [L]</b>	<b>Tiempo total de recorrido [s]</b>	<b>Clientes atendidos [un]</b>	<b>Emisión de CO<sub>2</sub>e [Kg]</b>
1	743,8	260.164	49	1.984,1
2	746,3	241.245	47	1.990,8
3	677,4	225.453	46	1.807,0
Tiempo de ejecución CPU [s]				1.116

**Tabla 7.22:** resultado ejecución 1 para I10.

<b>Notación de la solución</b>	<b>Consumo de combustible [L]</b>	<b>Tiempo total de recorrido [s]</b>	<b>Cientes atendidos [un]</b>	<b>Emisión de <math>CO_2e</math> [Kg]</b>
1	568,1	207.681	48	1515,4
2	648,1	245.863	49	1728,9
Tiempo de ejecución CPU [s]				1.650

**Tabla 7.23:** resultado ejecución 2 para I10.

<b>Notación de la solución</b>	<b>Consumo de combustible [L]</b>	<b>Tiempo total de recorrido [s]</b>	<b>Cientes atendidos [un]</b>	<b>Emisión de <math>CO_2e</math> [Kg]</b>
1	804,8	269.739	50	2.146,9
2	755,2	235.516	49	2.014,6
3	798,5	263.394	50	2.130,2
4	574,5	207.020	47	1.532,5
5	552,4	220.343	48	1.473,6
6	723,7	206.233	47	1.930,6
7	771,7	236.064	49	2.058,7
8	659,5	203.412	47	1.759,4
9	572,7	224.873	48	1.527,7
Tiempo de ejecución CPU [s]				1.439

En el siguiente capítulo, se analizan los resultados obtenidos, en base a la hipótesis planteada en un comienzo.

## Capítulo 8.- Análisis de resultados.

A continuación se discuten los resultados de las instancias propuestas en el capítulo 5 y resueltas en el capítulo 7, así como del modelo de programación matemática y algoritmo evolutivo propuestos y la búsqueda de información en la bibliografía. La discusión se centra en cinco aspectos a analizar: revisión bibliográfica actualizada, el tamaño de las instancias, la no resolución de algunas instancias, la relación entre los objetivos considerados, y la aplicabilidad del modelo.

Unos de los objetivos específicos de este estudio es realizar un análisis acerca del estado del arte del ruteo de vehículo y, en específico, la vinculación de éste con los efectos en el medio ambiente que produce la cadena de suministro. En este punto, se afirma que el cambio climático existe, y es un problema medioambiental que causa gran preocupación a gobiernos y organizaciones. Debido a lo anterior es que se han generado distintas iniciativas para mitigar el impacto producido por las distintas actividades, como sistemas de gestión y leyes. Una actividad que genera un importante impacto ambiental negativo es el transporte, lo cual se debe a la emisión de gases de efecto invernadero que se origina por la combustión. A su vez, el transporte es indispensable en la logística de las organizaciones, pues permite el flujo de materiales a través de todos los niveles de la cadena de suministro. Por lo anterior, durante los últimos años, la logística se ha estudiado desde un punto de vista ambiental, analizando distintos problemas asociados a este campo, con el fin de mitigar los efectos que las distintas actividades producen en el ambiente. El ruteo de vehículos ha sido un problema de estudio, y se ha concluido, en distintas publicaciones, que es posible disminuir las emisiones de gases de efecto invernadero por medio de la generación de rutas que sean elaboradas de manera adecuada. En la medida que se ha estudiado más el VRP desde un enfoque ambiental, se han incorporado nuevas variables y restricciones a los modelos. Además, se han estudiado nuevos algoritmos, principalmente metaheurísticas, que consideran la emisión de gases de efecto invernadero, con el fin de resolver problemas más grandes, y con esto generar la posibilidad de que organizaciones con cadena de suministros más complejas puedan disminuir su huella de carbono.

Respecto a lo anterior, previo a este estudio no existía algún modelo que describiera el problema VRPPDTW que tuviese como objetivo la minimización de la emisión de gases de efecto invernadero con el modelo exhaustivo. Además, tomando en cuenta la presente investigación, si bien ya se tiene al menos un estudio de cada variante del VRP que considere la emisión de gases de efecto invernadero con el modelo exhaustivo, que se elabora a partir del consumo de combustible de



los vehículos, es posible incorporar nuevas condiciones y objetivos al problema, de tal manera de representar situaciones más complejas presentes en la industria. Por ejemplo, no se ha generado algún modelo que considere restricciones asociadas a la tripulación a alguna variante del VRP y que considere la emisión de gases de efecto invernadero. Además, hay muchos objetivos que no han sido tratados en conjunto a la emisión de GEI. A saber, el presente estudio es el segundo que considera la función del modelo exhaustivo de emisión de gases de efecto invernadero en conjunto con otro objetivo.

Para probar la validez y efectividad del modelo matemático para el VRPPDTW propuesto, se elaboró una implementación en CPLEX, se eligió un enfoque de solución para problemas de optimización multiobjetivo y se generó un conjunto de instancias pequeñas con las características necesarias para usarse como datos de entrada para el programa.

La formulación multiobjetivo propuesta se basa en modelos de programación matemática presentes en la literatura. A pesar de esto, en este modelo se incorporaron variables que previo a este estudio no estaban consideradas conjuntamente, como es el caso del número de solicitudes sin atender y la velocidad con que los vehículos recorren los arcos. Por esta misma razón, la formulación obtenida, genera un gran número de variables de decisión y restricciones para una instancia pequeña. En particular, las variables del tipo  $v_{ijr}$ , con  $(i, j) \in A$  y  $r \in R$ , son las más numerosas en todas las instancias propuestas, y son importantes para el modelo pues de esta depende el consumo de combustible y el tiempo de viaje entre cada par de nodos.

Sólo a través de las instancias más pequeñas, es decir, I1, I2 e I3, se verificó la validez del modelo propuesto. Gracias a esto, es posible aceptar la hipótesis de este estudio, cuyo cuestionamiento es la posibilidad de formular matemáticamente el VRPPDTW, considerando flota heterogénea, múltiples objetivos, que permita minimizar la emisión de gases de efecto invernadero, y útil para instancias pequeñas. Luego, se cumplió el objetivo de generar un modelo matemático multiobjetivo, que considerara las restricciones mencionadas, de modo tal de representar el problema analíticamente.

Como se indicó en el capítulo anterior, con el resto de las instancias no fue posible obtener resultados numéricos con la programación matemática, debido a la falta de memoria del programa. Este evento deja abierta la posibilidad de ocupar el presente modelo matemático con técnicas computacionales más avanzadas, o que el programa elaborado sea implementado con una mejor tecnología. A partir de este evento, también es posible justificar el uso de metaheurísticas para la búsqueda de soluciones para instancias medianas y grandes de este problema. Sin embargo, como se

mencionará más adelante, es posible que la no resolución de las instancias por medio del método de la  $\varepsilon$  –restricción no se deba a la no funcionalidad de CPLEX, sino, más bien, a la posible no factibilidad del problema.

A pesar de lo anterior, el desempeño de la formulación es bueno al compararlo con el elaborado en Bektas y Laporte (2011), el predecesor de este modelo en la literatura. En Bektas y Laporte (2011) se considera instancias de 11, 16 y 21 nodos (incluyendo el depósito) y son resueltas usando un computador con características similares al utilizado en este trabajo.

La formulación propuesta en este trabajo, que considera más restricciones, variables y objetivos que el de su predecesor, funcionó sin problemas al ser implementado y probado con instancias de hasta 16 nodos, y sólo tuvo problemas de memoria a partir de instancias con 26 nodos.

Se observó una relación inversa entre el consumo de combustible y el tiempo total de recorrido de los vehículos. La explicación de este hecho radica en la influencia que tiene el factor velocidad en ambas funciones. Al aumentar un vehículo la velocidad en un arco, el desplazamiento se efectúa en un menor tiempo, sin embargo, su consumo de combustible aumenta en cierto intervalo de velocidad. Por otra parte, cuando se mantiene constante el tiempo total de recorrido o varía cercanamente en torno a un valor (lo cual se puede manipular manteniendo constante  $\varepsilon_1$ ), la relación entre consumo de combustible y número de solicitudes sin atender es también inversa. La explicación es más evidente aún, y se justifica con el hecho de que al disminuir el número de nodos a visitar en la red, las rutas tienen una menor duración.

Además de generar los resultados obtenidos con el modelo propuesto, también se programó una formulación con las mismas restricciones pero minimizando únicamente la distancia total recorrida por la flota (acotando el número de solicitudes sin atender), con el objetivo de comparar el desempeño de ambos modelos en consumo de combustible, solicitudes sin atender, tiempo total de recorrido de la flota, emisiones de gases de efecto invernadero y distancia total de las rutas. En las tablas 7.1, 7.2 y 7.3, se presentan las diferencias porcentuales entre los valores observados en las medidas de desempeño mencionadas, correspondientes al modelo propuesto, para cada par  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ , y los valores obtenidos con el modelo cuyo objetivo es la minimización de la distancia total recorrida, en las instancias I1, I2 e I3, respectivamente. Cabe agregar que la comparación se realiza para un mismo valor de  $\varepsilon_2$  en ambos modelos.

**Tabla 8.1:** Variación porcentual de las distintas medidas de desempeño para I1 en el modelo propuesto, para cada  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ , con respecto modelo que minimiza distancia total recorrida.

Punto de la frontera	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_2$	$\Delta\%$ Consumo de combustible	$\Delta\%$ Servicios no atendidos	$\Delta\%$ Tiempo total recorrido	$\Delta\%$ Distancia total recorrida	$\Delta\%$ Emisiones de $CO_2e$
1	50.000	3	-44,1	0	-32,8	0	-44,1
2	20.000	3	-43,7	0	-38,3	0	-43,7
3	50.000	0	-42,3	-	54,3	4,1	-42,3
4	40.000	0	-29,6	-	23,5	4,1	-29,6
5	35.000	1	-32,4	0	-1,6	5,8	-32,4
6	25.000	1	-20,8	0	-22,8	0,2	-20,8
7	30.000	0	1,1	-	-7,4	0	1,1
8	30.000	2	-44,4	0	-12,5	0	-44,4
9	22.000	2	-37,2	0	-32,1	0	-37,2
10	22.000	1	3,9	0	-32,1	0,2	3,9

**Tabla 8.2:** Variación porcentual de las distintas medidas de desempeño para I2 en el modelo propuesto, para cada  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ , con respecto modelo que minimiza distancia total recorrida.

Punto de la frontera	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_2$	$\Delta\%$ Consumo de combustible	$\Delta\%$ Servicios no atendidos	$\Delta\%$ Tiempo total recorrido	$\Delta\%$ Distancia total recorrida	$\Delta\%$ Emisiones de $CO_2e$
1	90.000	2	-9,9	0	-12,1	6,2	-9,9
2	25.000	2	2,4	0	-34,8	6,2	2,4
3	50.000	1	-34,4	0	-22,5	33,0	
4	35.000	1	-16,6	0	-46,8	23,7	-16,6
5	60.000	0	-33,3	-	-9,3	0,6	-33,3
6	50.000	0	-32	-	-23	1	-32
7	35.000	0	-	-	-	-	-
8	40.000	0	-	-	-	-	-
9	45.000	0	-29,5	-	-30,6	0,6	-29,5

**Tabla 8.3:** Variación porcentual de las distintas medidas de desempeño para I3 en el modelo propuesto, para cada  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ , con respecto modelo que minimiza distancia total recorrida.

Punto de la frontera	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_2$	$\Delta\%$ Consumo de combustible	$\Delta\%$ Servicios no atendidos	$\Delta\%$ Tiempo total recorrido	$\Delta\%$ Distancia total recorrida	$\Delta\%$ Emisiones de $CO_2e$
1	50.000	2	-8,1	0	47,8	34,2	-8,1
2	25.000	2	-0,6	0	-12,0	0,0	-0,6
3	40.000	1	-3,1	0	-42,8	3,0	-3,1
4	60.000	0	-11,9	-	-6,5	0	-11,9
5	55.000	0	-8,6	-	-14,5	0	-8,6

En las instancias I1, I2 e I3, se tiene que, para la mayoría de los valores de  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ , existe un menor consumo de combustible usando el modelo propuesto, sin embargo, cuando se restringe demasiado el tiempo de recorrido total de los vehículos (es decir, cuando  $\varepsilon_1$  adquiere valores reducidos), los vehículos deben incrementar la velocidad, provocando un aumento en el uso combustible. Debido a que en el modelo que minimiza la distancia total recorrida por los vehículos,

la velocidad no tiene influencia en la función objetivo, esta variable toma valores que únicamente satisfagan las restricciones de ventanas de tiempo. El comportamiento del tiempo de recorrido total de los vehículos es también menor en la mayoría de los casos usando el modelo multiobjetivo propuesto. Sin embargo, dado que las variables  $S_{ik}$ , con  $i \in N$  y  $k \in K$ , no influyen en la función objetivo del modelo que minimiza la distancia total recorrida, éstas adquieren valores mayores a los que tendrían si influyeran en el objetivo, haciendo mayor el tiempo de recorrido de la flota. Se tiene entonces que, si bien la inclusión de ciertas variables al modelo permiten detallar con más recursos el comportamiento de la flota en las posibles rutas, éstas deben estar relacionadas con el objetivo de tal manera de brindar coherencia a los resultados.

Por otra parte, en la mayoría de los casos, usando el modelo multiobjetivo propuesto, se obtiene una distancia recorrida total igual o levemente mayor a la que resulta de la formulación que minimiza este objetivo, tomando en cuenta que al mismo tiempo se está mejorando en alguna otra medida de desempeño. Además, cuando la distancia total recorrida es la misma usando ambos modelos (es decir, variación porcentual cero), las rutas óptimas resultantes de la formulación multiobjetivo propuesta tienen mejor desempeño en el tiempo total recorrido por los vehículos, en el consumo de combustible y en la emisión de  $CO_2$ .

Finalmente, el modelo generado es útil como representación de problemas que son observables en distintas industrias: recolección de desechos, servicios postales, entre otros. Una aplicación evidente que se puede apreciar, dada la condición de flota heterogénea, es el diseño de una red de logística reversa, dado que algunos nodos *pickup* pueden representar puntos de recolección de productos desechados y los respectivos nodos *delivery* se pueden establecer como puntos de tratamiento de productos devueltos, los cuales pueden ser recorridos por un vehículo, mientras que el resto de la flota se encarga de recorrer las rutas de logística de directa.

Con respecto a los resultados obtenidos con la metaheurística propuesta, se prueba la hipótesis que es posible implementar un algoritmo evolutivo al VRPPDTW con las funciones de objetivos planteadas. Además, es posible obtener soluciones para problemas de una red 180 nodos, equivalente en este caso a 100 clientes, que es el orden de problemas complejos que son resueltos en la literatura.

Dentro de la literatura, ninguna publicación considera el VRPPDTW con los mismos objetivos del presente estudio, por lo que queda abierta la posibilidad de comparar los resultados obtenidos con estas instancias a futuro.

Con respecto a estudios que consideran objetivos similares, el caso más cercano es el de Demir et al. (2013), que si bien obtiene mejores tiempos de ejecución y en los objetivos, no posee restricciones de clientes *pickup* y *delivery*, que restringen la cantidad de soluciones factibles.

Dentro de los resultados obtenidos en todas las ejecuciones del algoritmo evolutivo en instancias pequeñas, a saber I1, I2 e I3, todos los puntos de la aproximación a la frontera de Pareto que se encontraron no son dominados por ninguna solución encontrada con CPLEX, aspecto que es importante, pues es la única comparación con algún modelo exacto.

Además, las instancias que no pudieron resolverse con programación matemática, tampoco pudieron ser resueltos por el algoritmo evolutivo, a excepción de I6, lo que puede ser causa de una no factibilidad de las instancias, o que el complejo nivel de restricciones inherentes al problema provoquen una lenta búsqueda de soluciones iniciales por una región factible muy acotada.



## Capítulo 9.- Conclusiones.

En este estudio, se plantea el problema de ruteo de vehículos con *pickup y delivery* y ventanas de tiempo, con flota heterogénea, y considerando múltiples objetivos, entre los cuales se tiene la emisión de gases de efecto invernadero a la atmósfera. El VRP y sus variantes son problemas altamente combinatorios, y corresponden a la representación abstracta de situaciones a la que se enfrentan las organizaciones dentro de sus operaciones.

De la revisión bibliográfica, se desprende que un porcentaje no menor de las emisiones de gases de efecto invernadero se produce debido al transporte, por lo que es interesante resolver problemas relacionados, considerando el aspecto ambiental. En particular, dentro de la logística se han realizado estudios incorporando el impacto ambiental, dentro de los cuales se ha tratado el problema del ruteo de vehículos. Una variante del VRP que no había sido considerada, antes de este estudio, desde un enfoque verde es el VRPPDTW. Más aún, sólo un modelo multiobjetivo reciente había considerado la emisión de gases de efecto invernadero en un problema de ruteo de vehículos. Entonces el objetivo del estudio es alcanzado ya que se propone y resuelve un modelo matemático multiobjetivo para el VRPPDTW que considera el aspecto ambiental. Además, cabe agregar que este problema tiene muchas aplicaciones en la industria, como por ejemplo, logística reversa.

Respecto a las funciones objetivo consideradas en el modelo, éstas corresponden a: consumo de combustible de la flota de vehículos, número de solicitudes sin atender y tiempo total de recorrido de los vehículos. Los objetivos están en conflicto entre sí, lo cual es predecible y lo confirman los resultados obtenidos para las instancias más pequeñas generadas.

Dado que no existen instancias para probar el modelo propuesto, en este estudio se elaboró un conjunto de éstas, de distintos tamaños. Este fue un aporte complementario al modelo, y que queda disponible para futuras investigaciones.

El modelo matemático multiobjetivo propuesto cumple con las metas planteadas. Se encontraron puntos en el espacio objetivo que corresponden, a lo menos, a soluciones débilmente eficientes. Es decir, las soluciones encontradas son exactas y la frontera obtenida es una buena aproximación a la frontera eficiente, cuyos puntos son infinitos.

El modelo propuesto es implementado computacionalmente en CPLEX 12.1 usando lenguaje de programación C++. Los resultados alcanzados con el conjunto de instancias generado son satisfactorios y reflejan la importancia del uso de la componente ambiental en este tipo de problemas.

El algoritmo evolutivo implementado fue desarrollado usando lenguaje C++. Se concluye que el algoritmo es aplicable para resolver el problema del VRPPDTW con los objetivos estudiados.

De lo anterior, se propone como tema de continuidad de esta línea de investigación el uso de algoritmos que permitan encontrar soluciones para este problema en un mejor tiempo computacional, como por ejemplo, usando alguna técnica para mejorar los tiempos de selección de individuos, en el caso de algoritmos evolutivos. También se deja abierta la posibilidad de seguir mejorando la implementación del modelo de programación matemática por medio de un mejor uso de la tecnología de ejecución, como el uso de equipos más sofisticados o técnicas computacionales más avanzadas.



## Capítulo 10.- Referencias.

- Aminu, U. F., y Eglese, R. W. (2006). A constraint programming approach to the Chinese postman problem with time windows. *Computers & Operations Research*, 33, 3423-3431.
- Archetti, C., y Speranza, M. G. (2004). Vehicle routing in the 1-skip collection problem. *Journal of the Operational Research Society*, 55(7), 717-727.
- Baldacci, R. y Maniezzo, V. (2006). Exact methods based on node-routing formulations for undirected arc routing problems. *Networks*, 47, 52-60.
- Barth, M., y Boriboonsomsin, K. (2008). Real-world CO<sub>2</sub> impacts of traffic congestion. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, 2058(1), 163-171.
- Barth, M., Younglove, T., y Scora, G. (2005). Development of a heavy-duty diesel modal emissions and fuel consumption model. Technical report, UC Berkeley: California Partners for Advanced Transit and Highways (PATHS).
- Bektas, T. y Laporte, G. (2011). The Pollution-Routing Problem. *Transportation Research Part B*, 45, 1232-1250.
- Benavent, E., Campos, V., y Corberán, A. (1992). The capacitated arc routing problem: Lower bounds. *Networks*, 22, 669-690.
- Benson, H. (1978). Existence of efficient solutions for vector maximization problems. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 26(4), 569-580.
- Bent, R., y Van Hentenryck, P. (2003). A two-stage hybrid algorithm for pickup and delivery vehicle routing problems with time windows. *Lecture Notes in Computer Science*, Vol. 2833, *Proc. International Conference Constraint Programming (CP-2003)*, 123-137.
- Beullens, P., Muyldermans, L., Cattrysse, D., y Van Oudheusden, D. (2003). A guided local search heuristic for the capacitated arc routing problem. *European Journal of Operational Research*, 147, 629-643.
- Bodin, L., Mingozzi, A., Baldacci, R., y Ball, M. (2000). The rollon-rolloff vehicle routing problem. *Transportation Science*, 34, 271-288.
- Brandão, J., y Eglese, R. W. (2006). A deterministic tabu search algorithm for the capacitated arc routing problem. *Computers & Operations Research*, 35(4), 1112-1126.
- BSI (2011). Specification for the assessment of the life cycle greenhouse gas emissions of good and services. Reino Unido.



- CMMAD (1987): “Informe Brundtland: Nuestro futuro común”. Nueva York, Estados Unidos.
- CICCIP (2010): “Libro Verde de Transporte y Cambio Climático”. Madrid, España.
- Coello, C., Lamont, G., y Van Veldhuizen, D. (Eds.) (2007). *Evolutionary algorithms for solving multi-objectives problems, 2nd eds.* Nueva York, Springer.
- Coyle, Langley, Novack, Gibson (2013): “Administración de la Cadena de Suministro: Una Perspectiva Logística”. Cengage Learning.
- Dekker, R., Fleischmann, M., Inderfurth, K., y Van Wassenhove, L. N. (Eds.) (2004). *Reverse logistics: Quantitative models for closed-loop supply chains.* Berlin: Springer.
- Dellaert, N., y Jeunet, J. (2000). Solving large unconstrained multilevel lot-sizing problems using a hybrid genetic algorithm. *International Journal of Production Research*, 38(5), 1083-1099.
- De Meulemeester, L., Laporte, G., Louveaux, F. V., y Semet, F. (1997). Optimal sequencing of skip collections and deliveries. *Journal of Operational Research Society*, 48, 57-64.
- Demir, E., Bektas, T., y Laporte, G. (2014). The bi-objective Pollution-Routing Problem. *European Journal of Operational Research*, 232, 464-478.
- Department for Environment Food and Rural Affairs (2011). Guidance on measuring and reporting Greenhouse Gas (GHG) emissions from freight transport operations. Reino Unido.
- Desaulniers, G., Desrosiers, J., Erdmann, A., Solomon, M., y Soumis, F. (2002). The VRP with pickup and delivery. P. Toth, D. Vigo, eds. *The Vehicle Routing Problem. SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications*, Vol. 9. SIAM, Philadelphia, PA, 225-242.
- Dethloff, J. (2001). Vehicle routing and reverse logistics: The vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up. *Operations Research Spectrum*, 23, 79-96.
- Diwekar, U. (2007). Introduction to Applied Optimization (2<sup>nd</sup> ed.). New York, Springer Science+Business.
- Dowlatshahi, S. (2000). Developing a theory of reverse logistics. *Interfaces*, 30(3), 143-155.
- Dumas, Y., Desrosiers, J., y Soumis, F. (1991). The pickup and delivery problem with time windows. *European Journal of Operational Research*, 54, 7-22.
- Ehrgott, M. (2005). Multicriteria Optimization (2<sup>nd</sup> ed.). Berlin, Springer-Verlag.

- Eschenauer, H., Koski, J., y Osyczka, A. (1990). *Multicriteria Design Optimization*. Berlin, Springer-Verlag.
- Fleischmann, M., Bloemhof-Ruwaard, J. M., Dekker, R., Van Der Laan, E. A., Van Nunen, J. A. E. E., y Van Wassenhove, L. N. (1997). Quantitative models for reverse logistics: A review. *European Journal of Operational Research*, 103, 1-17.
- Fleischmann, M., Krikke, H. R., Dekker, R., y Flapper, S. D. P. (2000). A characterisation of logistics networks for product recovery. *OMEGA-International Journal of Management Science*, 28(6), 653-666.
- Fogel, L., Owens, A. y Walsh, M. (1966). *Artificial Intelligence Through Simulated Evolution*. Wiley.
- Georgiadis, P. y Vlachos, D. (2004). The effect of environmental parameters on product recovery. *European Journal of Operational Research*. 157. 449-464.
- Giannikos, I. (1998). A multi-objective programming model for locating treatment sites and routing hazardous wastes. *European Journal of Operational Research*, 104, 333-342.
- Ginsburg, J. (2001). Once is not enough. *Business Week*.
- Golden, B. L. y Wong, R. T. (1981). Capacitated arc routing problem. *Networks*, 11, 305-315.
- Greistorfer, P. (2003). A tabu scatter search metaheuristic for the arc routing problem. *Computers and Industrial Engineering*, 44(2), 249-266.
- Gribkovskaia, I., Halskau, O., Laporte, G., Vlček, M. (2007). General solutions to the single vehicle routing problem with pickups and deliveries. *European Journal of Operational Research*, 180, 568-584.
- Gutiérrez-Jarpa, G., Desaulniers, G., Laporte, G., y Marianov, V. (2010). A branch-and-price algorithm for the Vehicle Routing Problem with Deliveries, Selective Pickups and Time Windows. *European Journal of Operational Research*, 206, 341-349.
- Haimes, Y., Lasdon, L., y Wismer, D. (1971). On a bicriterion formulation of the problems of integrated system identification and system optimization. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 1, 296-297
- Haldane, M., y Bunker, J. (2002). Examining the impact of large freight vehicles on signalized intersection operation. In Sullivan, Dan (Ed.) AITPM National Conference - 2002 - Travelator, 7-9 August, Perth
- Haupt, R. y Haupt S. (2004). *Practical Genetic Algorithms* (2<sup>nd</sup> ed.). New Jersey, Wiley.

- Hertz, A., Laporte, G., y Mittaz, M. (2000). A tabu search heuristic for the capacitated arc routing problem. *Operations Research*, 48(1), 129-135.
- Hertz, A., Laporte, G., y Mittaz, M. (2001). A variable neighborhood descent algorithm for the undirected capacitated arc routing problem. *Transportation Science*, 35, 425-434.
- Holland, J. (1975). *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. University of Michigan Press, Ann Arbor, Michigan.
- Jayaraman, V. (2006). Production planning for closed-loop supply chains with product recovery and reuse: an analytical approach. *International Journal of Product Research*, 44, 981-998.
- Kara, I., Kara, B., Yetis, M. (2007). Energy minimizing Vehicle Routing Problem. *Computer Science*, 4616, 62-71.
- Kazimieras, J. (2012). Sustainable consumption and production: how to make it possible. *Clean Technology and Environmental Policy*. 14 (6). 1015-1022.
- Knörr, W. (2008). *EcoTransIT: ecological transport information tool – environmental methodology and data. Tech. rep., Institut für Energie (ifeu) und Umweltforschung Heidelberg GMBH* [http://www.ecotransit.org/download/ecotransit\\_background\\_report.pdf](http://www.ecotransit.org/download/ecotransit_background_report.pdf).
- Lacomme, P., Prins, C., y Ramdane- Cherif, W. (2004). Competitive memetic algorithms for arc routing problems. *Annals of Operations Research*, 131(1-4), 159-185.
- Lau, H., y Liang, Z. (2001). Pickup and delivery with time windows: Algorithms and test case generation. *ICTAI-2001, 13th IEEE Conference Tools Artificial Intelligence*, Dallas, TX, 333-340.
- Li, H., y Lim, A. (2001). A metaheuristic for the pickup and delivery problem with time windows. *ICTAI-2001, 13th IEEE Conference Tools Artificial Intelligence*, Dallas, TX, 160-170.
- Lin, C. (2011). A vehicle routing problem with pickup and delivery time windows, and coordination of transportable resources. *Computers & Operations Research*, 38, 1596-1609.
- Longo, H., Poggi de Aragão, M., y Uchoa, E. (2006). Solving capacitated arc routing problems using a transformation to the CVRP. *Computers & Operations Research*, 33, 1823-1837.
- McKinsey & Company (2009). *Roads toward a low-carbon future: Reducing CO2 emissions from passenger vehicles in the global road transportation system*.

- McKinnon, A. (2007). *CO2 Emissions from freight transport in the UK. Tech. rep., Prepared for the Climate Change Working Group of the Commission for Integrated Transport, London, UK. [www.isotrak.com/news/press/CO2\\_emissions\\_freight\\_transport.pdf](http://www.isotrak.com/news/press/CO2_emissions_freight_transport.pdf)*
- Ministerio de Transportes y Telecomunicaciones de Chile. (2010). *Análisis y Desarrollo de una Metodología de Estimación de Consumos Energéticos y Emisiones para el Transporte. Secretaría de Planificación de Transporte, Santiago, Chile.*
- Montgomery, D. (1991). *Diseño y análisis de experimentos. Mexico, Grupo Editorial Iberoamérica.*
- Mourão, M.C., y Almeida, T. (2000). Lower-bounding and heuristic methods for a refuse collection vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research, 121*, 420-434.
- Naciones Unidas (1992): “Convención Marco de las Naciones Unidas Sobre el Cambio Climático”, Nueva York, Estados Unidos.
- Nanry, W. P., y Barnes, J. W. (2000). Solving the pickup and delivery problem with time windows using reactive tabu search. *Transportation Research Part B, 34*, 107-121.
- Nema, A. K. y Gupta, S. K. (1999). Multiobjective risk analysis and optimization of regional hazardous waste management system. *Practice Periodical of Hazardous, Toxic and Radioactive Waste Management, 7*, 69-77.
- Nema, A. K. y Gupta, S. K. (2003). Optimization of regional hazardous waste management systems: an improved formulation. *Waste Management, 19*, 441-451.
- Nikulin, Y., Miettinen, K., Makela, M. (2012). A new achievement scalarizing function based on parametrization in multiobjective optimization. *OR Spectrum, 34*, 69-87.
- IPCC (2007): “Cambio climático 2007: Informe de síntesis”. IPCC. Ginebra. Suiza.
- Ohnishi, H. (2008). *Ohnishi, H., 2008. Greenhouse Gas Reduction Strategies in the Transport Sector: Preliminary Report. Tech. rep., OECD/ITF Joint Transport Research Centre Working Group on GHG Reduction Strategies in the Transport Sector, OECD/ITF, Paris. <http://www.internationaltransportforum.org/Pub/pdf/08GHG.pdf>*
- Organización Internacional de Estandarización (2004): “Norma Internacional ISO 14.001”.
- Pan, S., Ballot, E., y Fontane, F. (2013). The reduction of greenhouse gas emissions from freight transport by pooling supply chains. *Int. J. Production Economics, 143*, 86-94.
- Pareto, V. (1909). *Manual of Political Economy. English translation by A.M. Kelley, New York, 1971.*

- Pradenas, L., Oportus, B., y Parada, V. (2013). Mitigation of greenhouse gas emissions in vehicle routing problems with backhauling. *Expert Systems with Applications*, 40, 2985-2991.
- Privé, J., Renaud, J., Boctor, F., y Laporte, G. (2006). Solving a vehicle routing problema arising in soft-drink distribution. *Journal of the Operational Rresearch Society*, 57, 1045-1052.
- Quariguasi, J., Bloemhof-Ruwaard, J., Van Nunen, J., y Van Heck, E. (2008). Designing and evaluating sustaintable logistics networks. *International Journal of Production Economics*, 111, 195-208.
- Rechenberg, I. (1965). Cybernetic solution path of an experimental problem. Technical Report, Royal Aircraft Establishment Library Translation No. 1112, Farnborough, UK.
- Ropke, S., y Pisinger, D. (2006). An adaptive large neighborhood search heuristic for the pickup and delivery problem with time windows. *Transportation Science*, 40(40), 455-472.
- Sahoo, S., Kim, S., Kim, B., Kraas, B., y Popov, A. (2005). Routing optimization for waste management. *Interfaces*, 35(1), 24-36.
- Sánchez, M. (2011). General Basis for reducing Carbon Footprint in GSCM Transport Network. *Tesis de Magíster. Departamento de Ingeniería Industrial, Facultad de Ingeniería, Universidad de Concepción.*
- Sbihi, A., y Eglese, R. (2010). Combinatorial optimization and Green Logistics. *Annals of Operations Research*. 175. 159-175.
- Scora, M., y Barth, G. (2006). Comprehensive modal emission model (CMEM), version 3.01, user's guide. Technical report.
- Shih, L., y Lin, Y. (2003). Multicriteria optimization for infectious medical waste collection system planning. *Practice Periodical of Hazardous, Toxic and Radioactive Waste Management*, 7, 78-85.
- Sigurd, M., Pisinger, D., y Sig, M. (2004). The pickup and delivery problem with time windows and precedences. *Transportation Science*, 38, 197-209.
- Solomon, M. (1987). Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time windows constraints. *Operations Research*, 35, 254-265.
- Srivastava, S. (2007): "Green supply chain management: A state-of-the-art literature review". *International Journal of Management Reviews*, vol 9, pp. 53-80.

- Steuer, R., y Piercy, C. (2005). A regression study of the number of efficient extreme point in multiple objective linear programming. *European Journal of Operational Research*, 162, 484-496.
- Subramanian, A., Drummond, L., Bentes, C., Ochi, L., y Farias, R. (2010). A parallel heuristic for the Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery. *Computers & Operations Research*, 37, 1899-1911.
- Sundarakani, B., Souza, R., Goh, M., Wagner, S., y Manikandan, S. (2010). Modeling carbon footprints across the supply chain. *International Journal of Production Economics*, 128, 43-50.
- Suzuki, Y. (2011). A new truck-routing approach for reducing fuel consumption and pollutants emission. *Transportation Research Part D*, 16, 73-77.
- Tang, F., Galvão, R. (2002). Vehicle routing problems with simultaneous picku-up and delivery service. *Opsearch*, 39, 19-33.
- Tang, F., Galvão, R. (2006). A tabu search algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery service. *Computers and Operations Research*, 33, 595-619.
- Teunter, R. H., Bayindir, Z. P., y Van Den Heuvel, W. (2006). Dynamic lot sizing with product returns and remanufacturing. *International Journal of Production Research*, 40(20), 4377-4400.
- Toth, P., y Vigo, D. (2014). Vehicle Routing: problems, methods and applications, 2<sup>nd</sup> ed. *MOS-SIAM Series on Optimization*.
- Wagner, H., y Whitin, T. (1958). A dynamic version of the economic lot size model. *Management Science*, 5, 86-96.
- Wang, H., y Chen, Y. (2012). A genetic algorithm for the simultaneous delivery and pickup problems with time window. *Computers & Industrial Engineering*, 62, 84-95.
- Wasner, M., Zäphel, G. (2004). An integrated multi-depot hub-location vehicle routing model for network planning of parcel service. *Computers and Operations Research*, 3, 403-419.
- White, C. D., Masnet, E., Meisner Rosen, C., y Beckman, S. L. (2003). Product recovery with some byte: an overview of management challenges and environmental consequences in reverse manufacturing for computer industry. *Journal of Cleaner Production*, 11, 445-458.

- World Business Council for Sustainable Development (2005). Protocolo de Gases de Efecto Invernadero.
- Xiao, Y., Zhao, Q., Kaku, I., y Xu, Y. (2012). Development of a fuel consumption optimization model for the capacitated vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, 39, 1419-1431.
- Xu, H., Chen, Z., Rajagopal, S., y Arunapuram, S. (2003). Solving a practical pickup and delivery problem. *Transportation Science*, 37, 347-364.



## Capítulo 11.- Anexos.

### 11.1 Análisis factorial sobre el máximo *gap* entre los mejores individuos de las poblaciones inicial y final

**Tabla 11.1:** Factores y valores en los niveles bajo y alto de los factores.

Factores	Nivel bajo	Nivel alto
A: N_pob	30	55
B: P_cruce	0,8	0,95
C: P_mut	0,05	0,15
D: N_evol	500	1000

**Tabla 11.2:** Tabla de análisis factorial.

Factor	SS (Sum cuad)	GL	CM (Cuad. Medio)	F0
A	0,084859371	1	0,084859371	0,72282304
B	0,218824953	1	0,218824953	1,86392754
C	0,00610494	1	0,00610494	0,05200123
D	0,051312751	1	0,051312751	0,43707652
AB	0,103848947	1	0,103848947	0,88457422
AC	0,021447019	1	0,021447019	0,18268341
AD	0,063369928	1	0,063369928	0,53977827
BC	0,018943946	1	0,018943946	0,16136251
BD	0,190054738	1	0,190054738	1,61886592
CD	0,041506543	1	0,041506543	0,35354829
ABC	0,001060175	1	0,001060175	0,00903046
ABD	0,001244161	1	0,001244161	0,01059763
ACD	0,03221387	1	0,03221387	0,2743943
BCD	0,00124086	1	0,00124086	0,01056952
ABCD	0,003207203	1	0,003207203	0,02731862
Error	3,757	32,000	0,117399925	
Total	4,596	47,000		



**Tabla 11.3:** Información para el análisis factorial.

Variable	Valor
Réplicas	3
Factores	4
F (0.95,1,32)	4,149
Promedio GAP	17,25%

## 11.2 Análisis factorial sobre el tiempo de ejecución del algoritmo

**Tabla 11.4:** Factores y valores en los niveles bajo y alto de los factores.

Factores	Nivel bajo	Nivel alto
A: N_pob	30	55
B: P_cruce	0,8	0,95
C: P_mut	0,05	0,15
D: N_evol	500	1000

**Tabla 11.5:** Tabla de análisis factorial.

Factor	SS (Sum cuad)	GL	CM (Cuad. Medio)	F0
A	4601647	1	4601646,75	2,53784527
B	2626416	1	2626416,333	1,44848977
C	141267	1	141267	0,07790989
D	6297354	1	6297354,083	3,47304153
AB	81510	1	81510,08333	0,04495347
AC	6030	1	6030,083333	0,00332564
AD	330672	1	330672	0,18236827
BC	97200	1	97200	0,05360658
BD	225721	1	225721,2385	0,12448708
CD	21760	1	21760,08333	0,01200086
ABC	16354	1	16354,08333	0,00901941
ABD	60492	1	60492	0,03336183
ACD	69312	1	69312	0,03822613
BCD	6394	1	6394,083333	0,00352639
ABCD	41067	1	41067	0,02264878
Error	58022724	32	1813210,132	
Total	72645921			

**Tabla 11.6:** Información para el análisis factorial.

<b>Variable</b>	<b>Valor</b>
Réplicas	3
Factores	4
F (0.95,1,32)	4,149
Promedio tiempo	1057

