

**UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN - CHILE
FACULTAD DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL**

**Optimización en el Diseño de Redes de Transporte
Público con Objetivos Medioambientales Mediante
Algoritmos Evolutivos**

Por

Javier Vicente Durán Micco

Profesor Guía:
Dra. Lorena Pradenas Rojas

Concepción, Abril de 2016

Tesis presentada a la

**DIRECCIÓN DE POSTGRADO
UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN**



Para optar al grado de
MAGISTER EN INGENIERÍA INDUSTRIAL

Con apoyo parcial de: ECOS/CONICYT, N° C13E04; CONICYT-BASAL FB0816 y Beca
CONICYT-PCHA/MagísterNacional/2015 - 22151183

RESUMEN

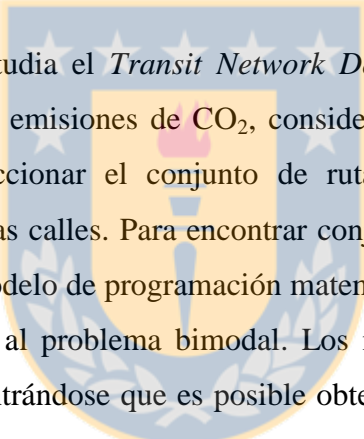
Optimización en el Diseño de Redes de Transporte Público con Objetivos Medioambientales Mediante Algoritmos Evolutivos

Javier Vicente Durán Micco

Abril 2016

PROFESORA GUÍA: **Dra. Lorena Pradenas Rojas**

PROGRAMA: **Magíster en Ingeniería Industrial**



En este trabajo se estudia el *Transit Network Design Problem* multiobjetivo, que minimiza tiempo de viaje y emisiones de CO₂, considerando congestión en los arcos. El problema consiste en seleccionar el conjunto de rutas, asignar sus frecuencias y la velocidad de operación en las calles. Para encontrar conjuntos de soluciones eficientes del problema, se formula un modelo de programación matemática y dos algoritmos evolutivos, el segundo correspondiente al problema bimodal. Los métodos se prueban en instancias pequeñas y medianas, encontrándose que es posible obtener importantes reducciones en la tasa de emisiones contaminantes, sin aumentar de forma drástica los tiempos de viaje y sin incurrir en costos económicos. Además, los algoritmos evolutivos proporcionan mejores resultados y en menor tiempo que el modelo de programación matemática y son competitivos con métodos previos de la literatura.

Palabras Claves: Diseño de redes de transporte público, gases de efecto invernadero, red bimodal, red con congestión, demanda elástica, programación entera mixta, algoritmo evolutivo, optimización multiobjetivo.

ABSTRACT

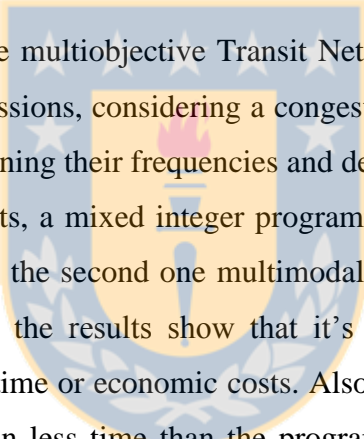
Optimization in the Design of Transit Networks with Environmental Objectives by Evolutionary Algorithms.

Javier Vicente Durán Micco

April 2016

THESIS SUPERVISOR: Lorena Pradenas Rojas

PROGRAM: Master in Industrial Engineering



This Thesis studies the multiobjective Transit Network Design, which minimize the travel time and the CO₂ emissions, considering a congested network. The problem consists on selecting the routes, assigning their frequencies and determining the speed on the streets. To find efficient solution sets, a mixed integer programming model and two evolutionary algorithms were formulated, the second one multimodal. The methods are tested on small and medium instances, and the results show that it's possible to reduce the emissions without affecting the travel time or economic costs. Also, the evolutionary algorithms used return better solutions and in less time than the programming model, and is competitive with previous approaches in the literature.

Keywords: Transit network design, greenhouse gases, multimodal network, congested network, elastic demand, mixed integer programming, evolutionary algorithm, multiobjective optimization.

Índice

Capítulo 1. Introducción	1
1.1 Objetivo general	1
1.2 Objetivos específicos.....	2
Capítulo 2. Contexto del TNDP	3
Capítulo 3. Revisión Bibliográfica y Marco Teórico	7
3.1 Transit Network Design Problem.....	7
3.1.1 Objetivos del TNDP	9
3.1.2 Submodelo de asignación.....	11
3.1.3 Modelos de sistemas multimodales.....	12
3.1.4 Restricciones de capacidad.....	13
3.1.5 Resolución del TNDP y formulaciones matemáticas.....	15
3.2 Minimización de emisiones.....	17
3.2.1 Minimización de emisiones en transporte de carga.....	17
3.2.2 Minimización de emisiones en transporte público	20
3.3 Métodos Optimización Multiobjetivo	23
3.3.1 Metaheurísticas multiobjetivo	26
Capítulo 4. Métodos de solución propuestos.....	29
4.1 Modelo de Programación Matemática	29
4.1.1 Construcción grafo de trayectorias.....	32
4.1.2 Formulación submodelo de asignación	34
4.1.3 Formulación del TNDP con objetivos medioambientales.....	35
4.2 Algoritmo evolutivo	39
4.2.1 Representación de la solución	40
4.2.2 Operadores de variación.....	41

4.2.3	Medida de <i>calidad</i>	43
4.2.4	Medida de <i>diversidad</i>	44
4.2.5	Selección	45
4.2.6	Reemplazo	45
4.2.7	Criterio de término	46
4.2.8	Evaluación unimodal	46
4.2.9	Evaluación bimodal	54
4.3	Generación conjunto de rutas	61
Capítulo 5. Instancias de prueba.....		63
5.1	Red de Cancela, Mauttone y Urquhart (Cancela et al., 2015).....	65
5.1.1	Instancias de prueba para el modelo de programación matemática, propuestas a partir de la red de Cancela, Mauttone y Urquhart	66
5.1.2	Instancia de prueba para algoritmo evolutivo unimodal, propuesta a partir de red de Cancela, Mauttone y Urquhart	68
5.2	Red de Wan y Lo (Wan and Lo, 2003)	68
5.2.1	Instancias de prueba para el modelo de programación matemática, propuestas a partir de la red de Wan y Lo	70
5.2.2	Instancia de prueba para algoritmo evolutivo unimodal, propuesta a partir de red de Wan y Lo.....	71
5.2.3	Instancia de prueba para algoritmo evolutivo bimodal, propuesta a partir de red de Wan y Lo	71
5.3	Red de Mandl (Mandl, 1980)	72
5.3.1	Instancia de prueba para el modelo de programación matemática, propuesta a partir de red de Mandl	75
5.3.2	Instancia de prueba para algoritmo evolutivo unimodal, propuesta a partir de red de Mandl	75

5.3.3	Instancia de prueba para algoritmo evolutivo bimodal, propuesta a partir de red de Mandl.....	76
Capítulo 6.	Resultados.....	77
6.1	Resultados para el modelo de programación matemática	77
6.1.1	Resultados para red de Cancela, Mauttone y Urquhart con modelo de programación matemática	77
6.1.2	Resultados red de Wan y Lo con modelo de programación matemática	81
6.1.3	Resultados red de Mandl con modelo de programación matemática.....	85
6.2	Parametrización del algoritmo evolutivo	85
6.3	Resultados algoritmo evolutivo unimodal.....	86
6.3.1	Resultados red de Cancela, Mauttone y Urquhart con algoritmo evolutivo unimodal.....	87
6.3.2	Resultados red de Wan y Lo con algoritmo evolutivo unimodal	89
6.3.3	Resultados red de Mandl con algoritmo evolutivo unimodal.....	91
6.4	Resultados algoritmo evolutivo bimodal.....	95
6.4.1	Resultados red de Wan y Lo con algoritmo evolutivo bimodal	95
6.4.2	Resultados red de Mandl con algoritmo evolutivo bimodal.....	97
Capítulo 7.	Análisis de resultados	101
7.1	Análisis de soluciones obtenidas.....	101
7.2	Desempeño computacional.....	105
Capítulo 8.	Conclusiones.....	108
Capítulo 9.	Referencias	110

Índice de Tablas

Tabla 3.1: Tasa de emisión promedio por velocidad y tipo de recorrido de buses (Zhai et al., 2008).	22
Tabla 4.1: Conjuntos de subíndices utilizados en modelo de programación matemática propuesto	30
Tabla 4.2: Variables utilizadas en modelo de programación matemática propuesto	30
Tabla 4.3: Parámetros utilizados en modelo de programación matemática propuesto	31
Tabla 4.4: Notación utilizada en procedimiento de evaluación unimodal	48
Tabla 4.5: Notación utilizada en procedimiento de evaluación bimodal	56
Tabla 5.1: Tasa de emisión promedio por velocidad de automóviles.	65
Tabla 5.2: Distancias entre nodos, red de Cancela, Mauttone y Urquhart (km).	65
Tabla 5.3: Capacidad de arcos, red de Cancela, Mauttone y Urquhart unimodal (buses/h).	66
Tabla 5.4: Demanda pares OD, red de Cancela, Mauttone y Urquhart (viajes/h).....	66
Tabla 5.5: Parámetros utilizados en instancias I1-I10, red de Cancela, Mauttone y Urquhart.....	67
Tabla 5.6: Parámetros utilizados en instancias I11-I13, red de Cancela, Mauttone y Urquhart.....	67
Tabla 5.7: Distancias entre nodos, red de Wan y Lo (km).	69
Tabla 5.8: Capacidad de arcos, red de Wan y Lo unimodal (buses/h).	69
Tabla 5.9: Capacidad de arcos, red de Wan y Lo bimodal (vehículos/h).....	69
Tabla 5.10: Demanda pares OD, red de Wan y Lo (viajes/h).	70
Tabla 5.11: Parámetros utilizados en instancias I14-I16, red de Wan y Lo.	70
Tabla 5.12: Distancias entre nodos, red de Mandl (km).	73
Tabla 5.13: Capacidad de arcos, red de Mandl unimodal (buses/h).....	73
Tabla 5.14: Capacidad de arcos, red de Mandl bimodal (vehículos/h).	74
Tabla 5.15: Demanda pares OD, red de Mandl (viajes/h).....	74
Tabla 6.1: Características modelos de instancias I1-I10.	78
Tabla 6.2: Soluciones encontradas para instancias I1-I10.	78
Tabla 6.3: Soluciones encontradas para instancias I11-I13.	80

Tabla 6.4: Características modelos de instancias I14-I16.	81
Tabla 6.5: Soluciones encontradas para instancias I14-I16.	82
Tabla 6.6: Detalle solución (a), instancia I16.	83
Tabla 6.7: Detalle solución (b), instancia I16.	84
Tabla 6.8: Valores de parámetros de control.	86
Tabla 6.9: Ejecuciones del algoritmo evolutivo unimodal en red de Cancela, Mauttone y Urquhart.	87
Tabla 6.10: Mejor conjunto de soluciones encontradas por algoritmo evolutivo unimodal en red de Cancela, Mauttone y Urquhart.	88
Tabla 6.11: Ejecuciones del algoritmo evolutivo unimodal en red de Wan y Lo.	90
Tabla 6.12: Mejor conjunto de soluciones encontradas por algoritmo evolutivo unimodal en red de Wan y Lo.	90
Tabla 6.13: Ejecuciones del algoritmo evolutivo unimodal en red de Mandl.	92
Tabla 6.14: Mejor conjunto de soluciones encontradas por algoritmo evolutivo unimodal en red de Mandl.	93
Tabla 6.15: Conjunto de soluciones encontradas por algoritmo evolutivo unimodal en red de Mandl, ejecución 14.	93
Tabla 6.16: Comparación entre resultados de algoritmo evolutivo unimodal y resultados de estudios anteriores, red de Mandl.	95
Tabla 6.17: Ejecuciones del algoritmo evolutivo bimodal en red de Wan y Lo.	96
Tabla 6.18: Mejor conjunto de soluciones encontradas por algoritmo evolutivo bimodal en red de Wan y Lo.	97
Tabla 6.19: Ejecuciones del algoritmo evolutivo bimodal en red de Mandl.	98
Tabla 6.20: Mejor conjunto de soluciones encontradas por algoritmo evolutivo bimodal en red de Mandl.	98
Tabla 6.21: Detalle solución 1 (menor emisiones) algoritmo evolutivo bimodal, red de Mandl.	99
Tabla 6.22: Detalle solución 15 (menor tiempo) algoritmo evolutivo bimodal, red de Mandl.	100

Índice de Figuras

Figura 2.1: Emisiones globales de combustibles fósiles por combustibles fósiles entre 1900-2008 (Boden, et al. 2010).....	3
Figura 2.2: Evolución de la Concentración Atmosférica Global de Dióxido de Carbono en el Tiempo (US EPA. Climate Change Division, 2015).	4
Figura 2.3: Emisiones globales de GEI por fuente (US EPA. Climate Change Division, 2014).....	5
Figura 2.4: Uso de energía en transporte por modo (U.S. Department of Energy, 2014).....	5
Figura 3.1: Etapas de proceso de diseño de sistemas de transporte público (Schöbel, 2011).....	8
Figura 3.2: Función típica de tiempo de viaje en presencia de congestión. (Patriksson, 1994).....	15
Figura 3.3: Esquema general algoritmo evolutivo.	27
Figura 3.4: (a) Ejemplo de hipervolumen unario para un conjunto de soluciones en un espacio biobjetivo. (b) Ejemplo de hipervolumen binario para dos conjuntos de soluciones en un espacio biobjetivo. (Talbi, 2009).....	28
Figura 4.1: Ejemplo de una red física.....	34
Figura 4.2: Ejemplo de una red de trayectorias.....	34
Figura 4.3 Red de trayectorias correspondiente a formulación lineal entera mixta.	38
Figura 4.4: Ejemplo bit flip mutation.....	42
Figura 4.5: Ejemplo one bit mutation.....	42
Figura 4.6: Ejemplo uniform crossover.....	42
Figura 4.7: Ejemplo one point crossover.....	43
Figura 4.8: Ejemplo two points crossover.....	43
Figura 4.9: Ejemplo de medida de calidad Dominance Depth. (Talbi, 2009).....	44
Figura 4.10: Ejemplo de medida de diversidad Crowding Distance. (Talbi, 2009).....	45
Figura 4.11: Procedimiento asignación bimodal.....	55
Figura 4.12: Ejemplo generación rutas entre nodos 1 y 8.	62
Figura 5.1: Red de Cancela, Mauttone y Urquhart.....	65
Figura 5.2: Red de Wan y Lo	68

Figura 5.3: Red de Mandl.....	72
Figura 6.1: Fronteras eficientes encontradas para instancias I7-I10.	80
Figura 6.2: Rutas solución (a), instancia I16.....	83
Figura 6.3: Rutas solución (b), instancia I16.....	84
Figura 6.4: Fronteras eficientes encontradas para red de Cancela, Mauttone y Urquhart.....	89
Figura 6.5: Fronteras eficientes encontradas para red de Wan y Lo.	91
Figura 6.6: Fronteras eficientes encontradas para red de Mandl.....	94



Capítulo 1. Introducción

Los sistemas de transporte público son relevantes en las ciudades modernas, fundamentales para permitir su normal funcionamiento y lograr equidad entre los habitantes de las mismas. Además, permiten reducir el uso de automóviles particulares, que corresponden a una de las fuentes más importantes en la generación de gases de efecto invernadero por lo que, los sistemas de transporte público son una efectiva manera de combatir y evitar el cambio climático.

El diseño de sistemas de transporte urbano eficientes requiere la consideración de múltiples aspectos. Por un lado, se tienen que conjugar distintos objetivos en conflicto entre sí, entre los que destacan: los intereses de los usuarios, del operador, trabajadores y la necesidad de minimizar externalidades negativas, como la contaminación. Por otro lado, se deben considerar variadas restricciones, como: la capacidad de vehículos y calles, la satisfacción de la demanda y la dificultad de predecir el comportamiento y decisiones de los potenciales pasajeros.

Este problema se aborda en la investigación de operaciones con el nombre de *Transit Network Design Problem* (TNDP). Hasta hoy, ha sido tratado desde distintos enfoques en la literatura, pero que en general no considera, objetivos medioambientales. Es un problema de alta complejidad y que puede entregar antecedentes importantes, como soporte para decisiones relacionadas al diseño de redes de transporte público reales.

A continuación se establece el objetivo general y los objetivos específicos del presente estudio.

1.1 Objetivo general

Proponer y resolver un modelo de programación matemática y dos algoritmos evolutivos biobjetivo, que permitan decidir un conjunto de rutas y frecuencias para conformar una red de transporte público compuesta por buses tradicionales y considerando el interés de los usuarios, la minimización de emisiones contaminantes y restricciones presupuestarias, entre otras.

1.2 Objetivos específicos

- a) Revisar el estado del arte sobre el tema.
- b) Definir y/o describir el problema.
- c) Proponer un modelo de programación matemática multiobjetivo para el TNDP
- d) Elaborar un conjunto de instancias de prueba de tamaño pequeño y medio.
- e) Proponer dos algoritmos evolutivos multiobjetivo para resolver el problema, el primero en el caso unimodal y el segundo en el caso bimodal.
- f) Resolver las instancias de prueba propuestas mediante un método exacto y mediante los algoritmos evolutivos.
- g) Comparar resultados con estudios anteriores.

La tesis se estructura de la siguiente manera: en el capítulo 2, se presenta una descripción detallada del contexto sobre el TNDP tratado en este estudio. En el capítulo 3, se realiza una revisión del estado del arte relacionado al tema. En el capítulo 4, se presenta el modelo de programación matemática propuesto y el algoritmo evolutivo desarrollado. En el capítulo 5, se detallan las instancias construidas para probar el modelo propuesto. En el capítulo 6, se presentan los resultados obtenidos para el conjunto de instancias propuestas. En el capítulo 7, se realiza un análisis de los resultados. Finalmente, en el capítulo 8 se entregan los principales hallazgos y conclusiones del estudio.

Capítulo 2. Contexto del TNDP

Uno de los mayores problemas que amenaza a la sociedad es el calentamiento global, del que ya existen severas consecuencias en el clima del planeta. Este fenómeno se produce por la acumulación de gases de efecto de invernadero (GEI) en la atmosfera, lo que genera un aumento en la temperatura promedio en la tierra y consecuentemente: sequías, tormentas intensas, inundaciones, aumento del nivel de los océanos, etc.

Si bien este fenómeno ha ocurrido de forma natural en periodos geológicos anteriores, existe consenso de que el proceso actual se debe en gran medida, al actuar de la humanidad, la que tras la revolución industrial del siglo XIX aceleró dramáticamente el aumento de la concentración de CO₂ atmosférico, principal componente de los GEI. Esto se debe fundamentalmente a las emisiones generadas por la quema de combustibles fósiles, las que según mediciones históricas aumentaron en 16 veces entre 1900 y 2008. Este crecimiento se ha visto acelerado, y solo entre 1990 y 2008 las emisiones aumentaron en 1,5 veces (Boden, et al. 2010). El crecimiento exponencial se muestra en la Figura 2.1.

El nivel de emisiones actual, ha llevado a concentraciones de CO₂ sin precedentes en cientos de miles de años. En marzo de 2015 los niveles de CO₂ alcanzaron las 400 ppm. a nivel global por primera vez, desde que se tienen registros, tal como se observa en la Figura 2.2. El hito simbólico, ha sido una señal de alerta por lo cual se deben tomar medidas urgentes, para disminuir las emisiones contaminantes.

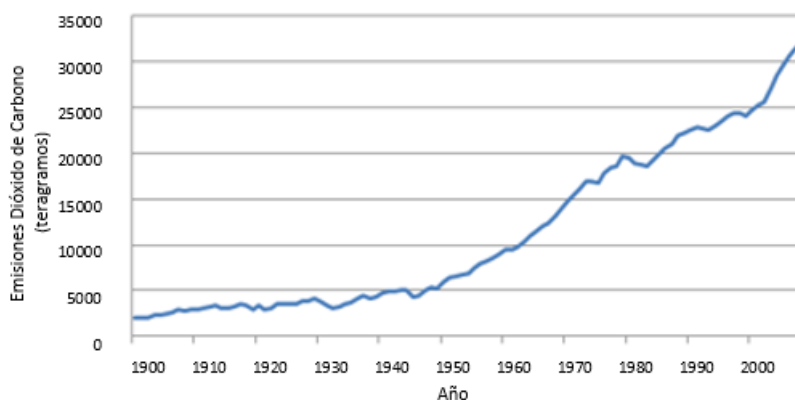


Figura 2.1: Emisiones globales de combustibles fósiles por combustibles fósiles entre 1900-2008 (Boden, et al. 2010).

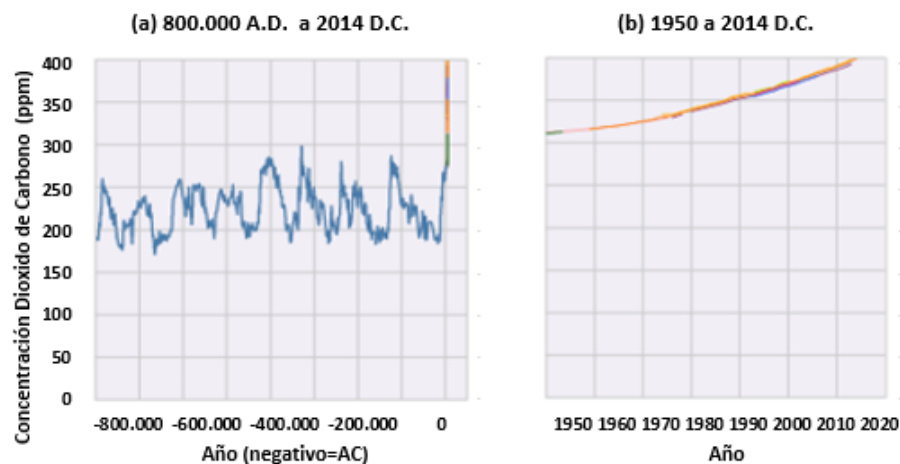


Figura 2.2: Evolución de la Concentración Atmosférica Global de Dióxido de Carbono en el Tiempo (US EPA. Climate Change Division, 2015).

La consecuencia directa de la acumulación de GEI es un aumento en la temperatura global, que ya experimentó un crecimiento de $0,5^{\circ}\text{C}$ en el último siglo y se espera que aumente entre 1 y 6°C en los próximos 100 años. Este cambio, amenaza seriamente a especies y ecosistemas naturales, que podrían sufrir dramáticas disminuciones poblacionales, adicionales a las ya experimentadas por otras causas (McCarty, 2001). Además, el calentamiento global puede tener serios impactos sobre la población humana a través de: mayores y más frecuentes desastres naturales, tales como huracanes, ciclones y sequías; pérdida de extensiones de tierras aptas para cultivos y escasez de agua dulce, lo que coloca en riesgo el acceso a alimentos de millones de personas fundamentalmente, en las regiones más pobres; efectos en la salud de la población; entre otros. (Anthes et al., 2006; Bruce et al., 1996; Olesen y Bindi, 2002)

Lo anterior implica la necesidad urgente, de reducir las emisiones de GEI, lo que solo se logra mediante medidas integrales que afectan múltiples aspectos de la vida humana. Tal como se aprecia en la Figura 2.3, el sector del transporte, que utiliza casi exclusivamente combustibles fósiles para su funcionamiento, representa un 13% de las emisiones globales de GEI, por lo que no se puede ignorar cuando se buscan soluciones. Considerando además, que el 53% de la población mundial vive en áreas urbanas, cifra que en países desarrollados asciende al 77%, el transporte al interior de las ciudades, tanto particular como público, toma mayor relevancia (Population Reference Bureau, 2014).

En la Figura 2.4, se muestra la distribución de las emisiones totales según el tipo de medio de transporte en Estados Unidos, tendencia que se mantiene en otros países con algunas variaciones. Se observa, que la mayor parte de la contaminación se debe a vehículos ligeros, esto es, automóviles particulares, mientras que la participación del transporte público, incluido en buses, tren y otros, es menor (U.S. Department of Energy, 2014). Sin embargo, ambos sistemas de transporte están estrechamente interrelacionados, por lo que las características y decisiones que se tomen sobre uno influyen en el otro.

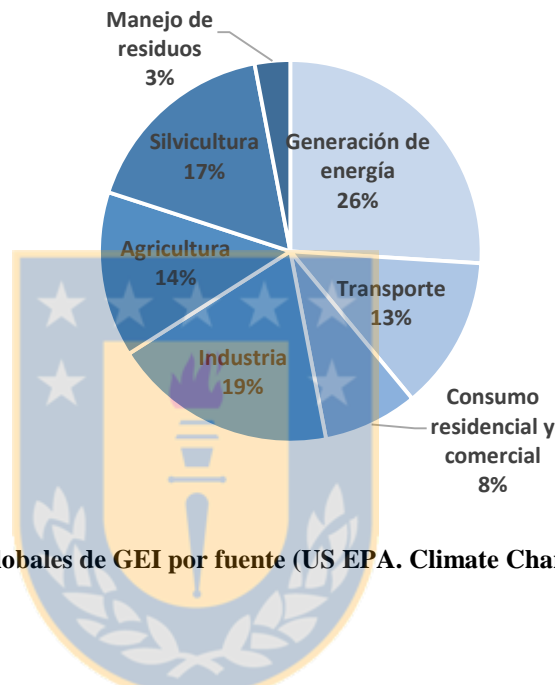


Figura 2.3: Emisiones globales de GEI por fuente (US EPA. Climate Change Division, 2014).

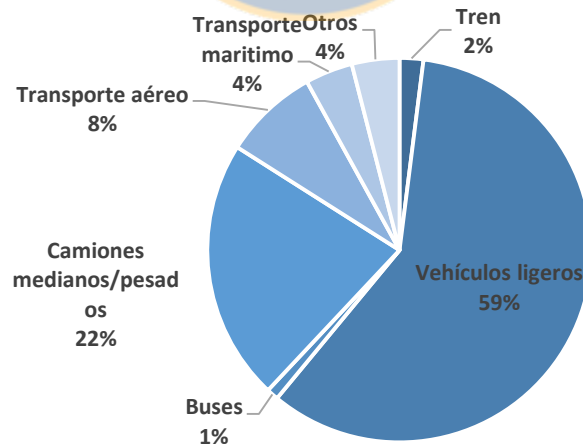


Figura 2.4: Uso de energía en transporte por modo (U.S. Department of Energy, 2014).

Para disminuir las emisiones producidas por el transporte de pasajeros al interior de las ciudades, sobretodo de las grandes ciudades, una de las medidas que entrega mejores resultados es la implementación de sistemas de transporte público de alta calidad. Estos sistemas, llevan a la reducción de emisiones, mediante diversos mecanismos, tales como: atracción de pasajeros que de otra forma utilizarían vehículos particulares, generando mayor emisiones; reducen la congestión, por lo que los automóviles que continúan circulando contaminan menos; reducen el espacio necesario para calles y autopistas respecto a los automóviles, generando mejor uso de suelos; los vehículos de transporte público en general son sometidos a mejores procesos de mantención y tienen mayor vida útil que los automóviles particulares; entre otros (Chester y Horvath, 2008; Gallivan et al., 2015). Shapiro et al., (2002) estimaron, que los sistemas de transporte público consumen aproximadamente la mitad de energía y emiten un 50% de CO₂ por pasajero-milla que un automóvil promedio, aunque estos niveles dependen fuertemente del factor de uso del sistema, ya que redes que atienden zonas de baja demanda pueden tener niveles mayores de emisión por pasajero.

Además, los sistemas de transporte público tienen otros beneficios, tales como: menor contaminación de agua por derrames de combustibles y aceites; menores tiempos de viaje promedio para los habitantes de la ciudad, mejores niveles de salud, tanto por menor contaminación como por el incentivo al uso de bicicletas y de realizar tramos caminando, reducción de costos por construcción y mantención de calles y lugares de estacionamiento, disminución en la ocurrencia de accidentes, entre otros (Litman, 2010).

Por todo lo anterior, es de gran interés el diseño y operación de redes de transporte público que balanceen los niveles de emisiones de GEI del sistema y la calidad del servicio, ya que con mayor calidad se puede lograr una mayor reducción indirecta de emisiones por el menor uso de automóviles entre otros. Además, en el diseño se debe considerar los costos y la eficiencia en el uso de recursos, considerando que la mayor parte de los sistemas de este tipo funcionan en base a subsidios estatales por no disponer de autofinanciamiento.

Capítulo 3. Revisión Bibliográfica y Marco Teórico

En este capítulo se realiza una revisión del estado del arte referente al estudio, es decir, el diseño de redes de transporte público con objetivos medioambientales. El capítulo se estructura de la siguiente manera: en la primera sección se revisa el *Transit Network Design Problem*, proporcionando la descripción general y las principales diferencias entre los modelos y/o métodos desarrollados. La segunda sección, describe la forma en que se aborda la minimización de emisiones contaminantes en problemas de ruteo. Finalmente, en la tercera sección se presenta una breve descripción de los problemas de optimización multiobjetivo y los métodos de solución más comunes.

3.1 Transit Network Design Problem

El *Transit Network Design Problem* (TNDP) ha sido ampliamente estudiado en la literatura, debido a que combina dificultades teóricas y una alta aplicabilidad práctica. La dificultad se deriva a que es un problema altamente combinatorio, siendo una variante compleja del problema de diseño de redes generalizado, el cual pertenece a la clase NP-Hard (Magnanti y Wong, 1984).

Además, el TNDP es inherentemente multiobjetivo, ya que se debe complementar objetivos de: los usuarios del sistema, los operadores que incurren en costos económicos, la sociedad que desea evitar externalidades, etc., los cuales en general son conflictivos entre sí. Esto lo transforma en un problema de optimización combinatoria multiobjetivo (MOCO), los que en su gran mayoría han demostrado pertenecer a la clase NP-Hard (Ehrgott y Gandibleux, 2004).

El diseño de una red de transporte público, en general se realiza por fases siguiendo el orden mostrado en la Figura 3.1. Se inicia con el diseño físico de la infraestructura (calles en el caso de autobuses y rieles para trenes, metro y tranvías). Luego, se definen las líneas o servicios para finalmente determinar los horarios específicos para asignar los vehículos y la tripulación. El TNDP, asume que la infraestructura está disponible y se ocupa principalmente, de la determinación de las líneas o servicios apropiados y de las frecuencias respectivas para optimizar los objetivos propuestos.

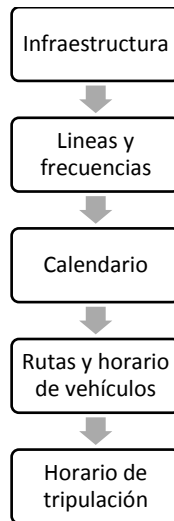


Figura 3.1: Etapas de proceso de diseño de sistemas de transporte público (Schöbel, 2011).

En los estudios actualmente disponibles, no existe un único modelo definido sino que, se trabajan múltiples variantes respecto de: los objetivos a optimizar; las variables de decisión consideradas; los parámetros y restricciones; metodologías de solución desarrolladas, etc. (Kepaptsoglou y Karlaftis, 2009).

En esta sección, se realiza un análisis general del desarrollo histórico de estos problemas para luego, analizar en mayor detalle las contribuciones de los últimos años en la materia.

En el estudio de Kepaptsoglou y Karlaftis, (2009) se realiza una revisión detallada de estudios referentes al TNDP. Los autores constatan que el desarrollo comienza en los comienzos de los 60's, pero no fue sino hasta la década del 2000, que su estudio tomó más relevancia. Esto se debe en parte a la complejidad del problema, al avance en capacidad computacional y el desarrollo de nuevos algoritmos, que permitieron el diseño y solución de modelos más acabados. Por esta razón, la mayor parte de los estudios utiliza métodos heurísticos, si bien existen también algunos modelos exactos.

El enfoque más utilizado para encontrar soluciones factibles del TNDP, son los modelos bi-etapa o bi-nivel (Farahani et al., 2013). El nivel superior representa las decisiones del gobierno o agente operador del sistema, quien toma decisiones estratégicas del diseño del sistema, tales como: la estructura de las rutas; localización de las paradas; determinación de los terminales; entre otros. Por su parte, el nivel inferior representa las decisiones de los usuarios, quienes en base a la estructura del sistema (del nivel superior), escogen el modo de

transporte y la ruta a seguir, determinando aspectos como: frecuencia, congestión, tiempos de viaje, entre otros. Este último problema es el que requiere de un mayor esfuerzo computacional, por la complejidad que representan las decisiones humanas frente a múltiples alternativas.

En las siguientes subsecciones, se presentan aspectos relevantes que diferencian a los modelos desarrollados del TNDP y los principales aportes de estudios recientes. Primero, se analizan los objetivos y se mencionan algunos modelos multiobjetivo. Luego, se presentan las características de los submodelos de asignación. Posteriormente, se describe la consideración de sistemas multimodales y la inclusión de capacidad del sistema dentro de las restricciones. Finalmente, se mencionan las características principales de los mecanismos para resolver el TNDP con énfasis, en los modelos de programación matemática.

3.1.1 **Objetivos del TNDP**

Como es constatado por Kepaptsoglou y Karlaftis (2009) en su revisión, los principales objetivos de decisión que presentan los estudios, se clasifican en seis categorías:

- a) Maximización de beneficio de los usuarios.
- b) Minimización de costos del operador.
- c) Maximización del bienestar total de la sociedad, el que puede considerar interés de usuarios, operadores y externalidades, positivas o negativas, del sistema.
- d) Maximización de la capacidad del sistema.
- e) Conservación de la energía o protección del medioambiente.
- f) Optimización de parámetros individuales.

La mayoría de los estudios publicados, tiene como objetivo maximizar el bienestar total, específicamente minimizando el tiempo de viaje de los usuarios y el costo de los operadores. El tiempo de viaje en general, se compone de: tiempo de espera, tiempo en vehículo y penalizaciones por los transbordos entre líneas. En el caso del costo de operadores, el cálculo varía de estudio a estudio, siendo generalmente aproximado por la longitud total de la red y el número de buses necesarios para satisfacer la demanda, aunque algunos sólo consideran el tamaño de la flota como un indicador de este costo (Mauttone y Urquhart, 2009; Nikolić y Teodorović, 2014).

La tendencia de utilizar los objetivos mencionados se ha repetido en los estudios de los últimos años, salvo algunos casos. Curtin y Biba (2011) formulan, un modelo para determinar la estructura de una única línea de buses, que forma parte de una red mayor, con el objetivo de maximizar el nivel de servicio bajo restricciones de costo, el que es determinado por la cantidad de paradas seleccionadas. Por otro lado, en el modelo propuesto por Szeto y Jiang (2014), el objetivo busca minimizar sólo el número total de transbordos en la red, considerando a éste como un indicador de la calidad del servicio. Otros estudios incluyen la minimización de externalidades negativas, pero sin especificar cuáles ni hacer un cálculo detallado de su valor (Beltran et al., 2009; Gallo et al., 2011; Zhang et al., 2014). Finalmente, en Griswold et al. (2013) y Pternea et al. (2015) incluyen, la minimización de emisiones dentro de los objetivos, determinadas por la longitud de las respectivas rutas.

A pesar de la naturaleza multiobjetivo del TNDP, que combina intereses de usuarios, operadores y de la sociedad en general, escasos estudios han considerado múltiples objetivos en su resolución. Desde el inicio de los estudios del TNDP y aún en los últimos años, la mayoría optimiza un único objetivo ponderando el tiempo total de viaje y el costo de operadores (Beltran et al., 2009; Daganzo, 2010; Estrada et al., 2011) o sólo el tiempo de viaje (Asadi Bagloee y Ceder, 2011; Cancela et al., 2015; Nayeem et al., 2014; Nikolić y Teodorović, 2013). En cambio en Nikolić y Teodorović (2014) formulan un modelo con tres objetivos: minimizar pasajeros rechazados, minimizar tiempo de viaje y minimizar tamaño de flota. Se utiliza, una metaheurísticas de colonia de abejas que prioriza los objetivos por orden lexicográfico para resolver éste modelo. Por su parte, Mauttone y Urquhart (2009) resuelven un problema bi-objetivo (minimizar tiempo de viaje y tamaño de la flota) mediante un algoritmo GRASP que entrega una aproximación de la curva de Pareto óptima. Arbex y da Cunha (2015), desarrollan un modelo con el mismo par de objetivos pero lo resuelven con un algoritmo genético que alterna los objetivos en las sucesivas iteraciones, encontrando un conjunto de soluciones No Dominadas. Finalmente, Griswold et al. (2013) utilizan una aproximación continua para encontrar, la curva de Pareto y los *tradeoffs* entre el tiempo de viaje y las emisiones, para distintos medios de transporte público.

3.1.2 Submodelo de asignación

Farahani et al. (2013) mencionan en su artículo de revisión, que el proceso que requiere un mayor esfuerzo computacional y que representa la mayor complejidad al modelar el TNDP es el correspondiente al nivel inferior, esto es, asignar o distribuir la demanda como flujos de usuarios por las distintas rutas que conforman la red de transporte. Por lo tanto, a pesar de ser uno de los elementos de mayor relevancia al evaluar una solución factible, ha sido sujeto a fuertes supuestos, con el fin de simplificarlo. El submodelo de asignación es fundamental para determinar medidas de desempeño de las redes propuestas, tales como: los tiempos de viaje, utilización de los vehículos, etc.

Los submodelos de asignación desarrollados en la literatura, se pueden distinguir según el nivel de detalle en la información utilizada. Los modelos basados en calendarios requieren los horarios detallados de cada línea y la distribución de la demanda en el tiempo. Por su parte, los modelos basados en frecuencias consideran sólo, las frecuencias promedio de la línea y demandas aproximadas. El primer tipo, se ha utilizado para analizar el desempeño de líneas particulares mientras que, para el diseño de redes, dada la complejidad del problema, se utilizan los modelos basados en frecuencia. (Fu et al., 2012)

Los submodelos de asignación de demanda más comúnmente utilizados se pueden dividir en tres categorías según el comportamiento supuesto para los usuarios: *User Equilibrium* (UE) cuando, se asume que los usuarios tienen información perfecta y escogen la ruta más corta; *Stochastic User Equilibrium* (SUE) cuando, los usuarios buscan la ruta más corta, pero no saben con exactitud el tiempo de viaje para cada ruta; y *System Optimal* (SO) cuando, se asumen usuarios cooperativos que buscan la solución donde el costo total sea el menor. De éstos, el enfoque más repetido en la literatura del TNDP es el primero, para el que existen distintos tipos de algoritmos que se diferencian por su nivel de precisión y el esfuerzo computacional requerido (Perederieieva et al., 2015).

Entre los modelos SO, destaca el modelo de estrategias óptimas propuesto por Spiess y Florian (1989), que resuelve el problema de asignación para un conjunto dado de rutas de transporte público sin considerar congestión. Su complejidad crece de forma lineal respecto al

tamaño de la red y puede ser resuelto en tiempo polinomial. Este modelo ha sido utilizado repetidamente en la literatura del TNDP y sus expresiones también se utilizan en modelos UE.

En el trabajo de Baaj y Mahmassani (1991) se propone un método UE, que se ha repetido en numerosos estudios posteriores. Se trata de un proceso iterativo, en el que progresivamente se ajustan las frecuencias de las distintas rutas y los flujos de pasajeros asignados a cada una. En cada iteración, se tiene una frecuencia inicial por cada ruta, a partir de las cuales se calcula el número de usuarios que utiliza cada ruta. Luego, se actualizan las frecuencias de tal manera que se tenga una cantidad suficiente de buses para transportar a los pasajeros asignados. Debido a que la actualización de las frecuencias impacta los tiempos de espera, esto altera las trayectorias seleccionadas por los pasajeros, por lo que el proceso se repite hasta que estos valores converjan. Si bien la convergencia de este proceso no está asegurada, los resultados de los estudios muestran que en la mayoría de los casos se alcanza la estabilidad en pocas iteraciones.

El proceso de asignar los flujos de pasajeros entre las distintas rutas considerando las frecuencias fijas, bajo los supuestos de UE, es de por sí un problema complejo. Por lo anterior, en general se utilizan métodos aproximados, que no consideran todas las trayectorias posibles sino que solo las más favorables. En este sentido, Nikolić y Teodorović (2014) utilizan un proceso que funciona de la siguiente manera: por cada par Origen-Destino se buscan en primer lugar los caminos sin transbordos, y si existen, se distribuye la demanda entre ellos dependiendo de la frecuencia de las rutas. En caso contrario, se buscan los caminos que impliquen solo un transbordo, dividiendo las demandas dependiendo de las frecuencias de las rutas que conforman el primer tramo. En caso de no existir caminos que conecten los nodos de origen y destino con un o ningún transbordos, se considera que la demanda no es satisfecha. Este método forma parte de un proceso iterativo como el descrito anteriormente, para determinar de manera conjunta los flujos de pasajeros y las frecuencias de las rutas.

3.1.3 Modelos de sistemas multimodales

Se dice que un modelo es multimodal cuando se considera distintos medios de transporte, tanto público como privado, y las decisiones sobre la estructura u operación de un modo influye en la forma de utilización de algún otro modo. Si bien, éste es un aspecto inherente a las redes de transporte público, ya que en general están compuestos por sistemas

integrados de distintos medios de transporte y su estructura influye también en el uso de vehículos particulares, escasos estudios lo han considerado, debido en parte a la complejidad que presenta, al aumentar sustancialmente las variables del modelo, y a las dificultades de modelar las decisiones de los usuarios, ya no solo respecto a la ruta a tomar, sino que también, al medio de transporte a utilizar, entre otros.

Entre los estudios que utilizan modelos multimodales, se tiene el trabajo de Beltran et al. (2009), quienes diseñan una red de buses considerando tanto buses de “cero” emisiones como buses tradicionales, y además de dividir la demanda entre éstos, se divide entre transporte público y automóviles particulares. Otro ejemplo, es el trabajo de Zhang et al. (2014), que buscan una red óptima de buses, pero considerando que la demanda se distribuye entre el transporte público y vehículos particulares. Por otro lado, Gallo et al. (2011) determinan la frecuencia óptima en una línea de metro, considerando que esta determina la distribución de los viajes entre la red de metro, red de autobuses y el transporte privado. Finalmente, Wan y Lo (2009) desarrollan una metodología para diseñar redes multimodales, considerando los efectos de la congestión e integración entre los distintos modos.

El proceso de dividir la demanda entre los distintos medios de transporte se conoce como *modal split*, que en general considera los tiempos de viaje y costos relativos de los distintos medios disponibles. Además, se pueden considerar características socioeconómicas de los usuarios y el motivo de los viajes, a fin de obtener estimaciones más precisas. El enfoque más usual en estos casos son los modelos *Logit*, que permiten representar la decisión de los usuarios entre posibilidades discretas, a partir de funciones de utilidad relativamente simples. En caso de considerar dos medios de transporte se trata de modelos binomiales, mientras que si se considera un número mayor o igual a tres medios se denominan modelos multinomiales. (Patriksson, 1994)

3.1.4 Restricciones de capacidad

Otro aspecto importante en el modelo de asignación es incluir o no la congestión en arcos y nodos de las redes. Para el caso de redes de transporte público, generalmente se considera que esta congestión puede ser al interior de los vehículos o en las calles. En el primer caso, más abordado en el TNDP, los efectos más relevantes son debido a la

imposibilidad de los usuarios de subir al vehículo deseado, lo que genera la necesidad de una nueva decisión por parte del usuario (Fu et al., 2012) y puede ser tratado con modelos probabilísticos. Para evitar este problema, la mayoría de los estudios consideran que una vez asignada la demanda a las rutas, se determinan las frecuencias a fin de evitar la congestión. Es decir, se determina la capacidad de las líneas en base a los flujos de pasajeros y no los flujos de pasajeros en base a la capacidad del sistema.

La congestión en las calles ha sido menos abarcada en los estudios del TNDP, debido a que está fuertemente relacionado con redes multimodales, donde distintos medios de transporte comparten las mismas rutas, tema que ha sido poco estudiado dada la complejidad de su resolución. Gallo et al. (2011) y Zhang et al. (2014) formulan, modelos que consideran congestión en calles utilizadas por autobuses y automóviles, utilizándose metaheurísticas en ambos estudios para buscar soluciones. Por su parte, Cancela et al. (2015) formulan un modelo de programación matemática que incluye capacidades en las calles, pero sólo consideran autobuses, por lo que es una limitación al número de rutas disponibles en cada calle.

En general el comportamiento de los tiempos de viaje en los arcos se modela mediante funciones positivas, no lineales y estrictamente crecientes, como la que se muestra en la Figura 3.2. Estas curvas representan que a mayor flujo de vehículos la congestión en las calles limita la velocidad de los mismos, hasta un punto en que la velocidad es prácticamente cero, por lo que el tiempo de desplazamiento tiende a infinito. Si bien existen múltiples modelos para representar esta situación, los aspectos fundamentales que estos consideran son: el tiempo de viaje, el flujo de vehículos, el tiempo de viaje libre de congestión y la capacidad ‘práctica’ del arco, a partir de la cual los tiempos de viaje comienzan a crecer aceleradamente.

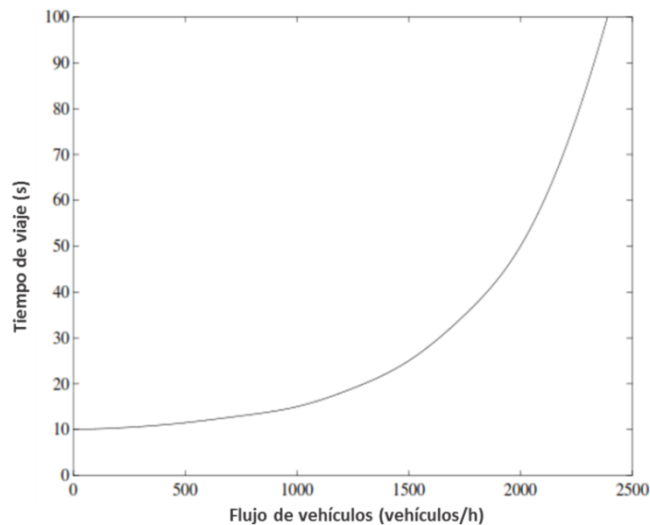


Figura 3.2: Función típica de tiempo de viaje en presencia de congestión. (Patriksson, 1994)

3.1.5 Resolución del TNDP y formulaciones matemáticas

Respecto a los métodos de solución, la mayoría de los estudios publicados durante los últimos años utiliza métodos heurísticos para encontrar soluciones subóptimas, dada la complejidad de los modelos desarrollados y por tanto, la imposibilidad de encontrar la solución óptima, para instancias de tamaño medio o grande, en tiempos computacionales razonables. En este ámbito, los más populares han sido los algoritmos genéticos, caracterizados por abarcar amplias zonas de la región factible. Sin embargo, también se han usado otras metaheurísticas tales como: Colonia de Abejas (Nikolić y Teodorović, 2014, 2013; Szeto y Jiang, 2014), *Simulated Annealing* (Asadi Bagloee y Ceder, 2011), GRASP (Mauttone y Urquhart, 2009), entre otros.

Entre los pocos trabajos que han utilizado métodos exactos para resolver el TNDP durante los últimos años se tiene los realizados por Daganzo (2010), Estrada et al. (2011) y Griswold et al. (2013), quienes resolvieron modelos de aproximaciones continuas, caracterizadas por redes simplificadas y demanda uniformemente distribuida, en ciudades idealizadas. Si bien es aplicable a instancias de gran tamaño, las soluciones solo sirven como base para posteriormente diseñar redes de transporte más detalladas. Zhang et al. (2014) también, buscan una solución óptima a través de un algoritmo *Active Set*, para resolver su modelo matemático de una red multimodal, donde además de rutas y frecuencias, consideran la optimización de las tarifas del transporte público. Por su parte, Cancela et al. (2015)

formulan un modelo de programación matemática para determinar las rutas y frecuencias de un sistema de autobuses, encontrando la solución óptima del mismo. El modelo considera: el comportamiento de los usuarios; interés de los operadores; restricciones respecto al número de transbordos; capacidad de calles y capacidad de vehículos. Sin embargo, los tres últimos aspectos no fueron abordados en los experimentos numéricos por la complejidad que implican.

Los dos últimos modelos solo son aplicados a instancias de tamaño pequeño, dado el crecimiento exponencial del esfuerzo computacional necesario para resolver instancias de mayor tamaño. Borndörfer et al. (2007), Schöbel y Scholl (2006) logran, aplicar modelos de programación matemática a instancias de mayor tamaño, que representan ciudades de tamaño medio, gracias al desarrollo de algoritmos de generación de columnas especialmente diseñados. La limitante de estos modelos, es que no consideran el tiempo de espera en la elección de rutas por parte de los usuarios, por lo que no se refleja adecuadamente el comportamiento de estos.

Otros estudios, han desarrollado modelos de programación matemática, pero no han buscado la solución óptima sino que han utilizado métodos heurísticos, que aprovechan ciertas propiedades de dichos modelos. En el caso del trabajo de Szeto y Jiang (2014), se propone un modelo bi-nivel entero mixto no lineal, el cual resuelven con un algoritmo híbrido de colonia de abejas. El objetivo en el nivel superior es minimizar el número de transbordos asegurando, la optimización en los tiempos de viaje de los pasajeros.

En el trabajo de Gallo et al. (2011), también se formula un modelo de programación matemática que es aplicado a instancias de mayor tamaño mediante un algoritmo de *Scatter Search*. Si bien el objetivo es optimizar las frecuencias de una línea de metro, en el modelo se considera su interacción con el tránsito vehicular y una red de transporte público compuesta por buses, con demanda elástica. En los objetivos se ponderan, los costos de los distintos actores del sistema así como las externalidades negativas del mismo, lo que incluye implícitamente la contaminación.

Finalmente, Pternea et al. (2015) también presentan un modelo de programación matemática, que resuelven con un algoritmo genético híbrido. El modelo tiene entre los objetivos la minimización de las emisiones de gases de efecto invernadero, que son calculadas por un factor multiplicado por la distancia recorrida. El modelo considera: el diseño de rutas;

asignación de frecuencias e incorporación de buses eléctricos con sus limitaciones de alcance y necesidad de recarga. Es de los pocos trabajos en usar objetivos medioambientales además de la minimización del tiempo total de viaje pero, lo hace mediante una suma ponderada de los objetivos.

3.2 Minimización de emisiones

Tal como se expresó en secciones anteriores, la acumulación de gases de efecto invernadero en la atmosfera terrestre trae graves consecuencias en el clima planetario mediante el calentamiento global, que impactará de forma severa la vida de generaciones futuras si la sociedad actual no hace nada al respecto. De estas emisiones, gran parte se debe al sector transporte, principalmente por las emisiones de los combustibles fósiles utilizados. Además, los sistemas de transporte pueden también generar un gran impacto local debido a las emisiones de material particulado y agentes químicos que afectan la salud de la población cercana.

Debido a lo anterior, en la literatura reciente se verifica un creciente interés por estudios que permitan reducir las emisiones contaminantes del sector de transporte, siendo una de las áreas de investigación la programación matemática. Sin embargo, la mayor parte de estos estudios se concentra en el sector de transporte de carga terrestre, mientras que el transporte público ha sido objeto de escasas investigaciones.

3.2.1 Minimización de emisiones en transporte de carga

Probablemente el problema más importante y estudiado de programación matemática relacionado al transporte es el Problema de Ruteo de Vehículos (VRP por su sigla en inglés), el que fue introducido por primera vez por Dantzig y Ramser (1959), que básicamente consiste en seleccionar las rutas para una flota de vehículos que permita visitar a una serie de clientes minimizando los costos totales. Se trata de un modelo altamente combinatorio y ampliamente estudiado también, en la literatura y la industria debido a los importantes beneficios que implica para la planificación de la distribución de bienes y gestión logística.

En las últimas décadas, se han generado múltiples variantes del VRP derivadas de la adición de múltiples restricciones, las que tienen el objetivo de disponer de una representación matemática más cercana a la realidad. Entre las variantes más importantes se tiene el VRP

capacitado (CVRP), el VRP con restricciones de distancia y capacidad (DCVRP), VRP con ventanas de tiempo (VRPTW), VRP con recolección y entrega (VRPPD), VRP multidepósito (MDVRP), VRP con flota heterogénea (MFVRP), entre muchas otras, además de las combinaciones de las anteriores. (Daneshzand, 2011; Toth y Vigo, 2014)

En su forma clásica, la función objetivo del VRP consiste en minimizar los costos totales únicamente, bajo criterios económicos. Sin embargo, dada la creciente preocupación global por la contaminación, la acumulación de gases de efecto invernadero y la comprensión sobre el rol que tiene el sistema de transportes en este ámbito, en los últimos años ha habido una tendencia creciente de considerar aspectos medioambientales en el problema de ruteo, surgiendo así el *Green Vehicle Routing Problem* (GVRP).

Lin et al. (2014) analizaron, los estudios referentes a este nuevo tratamiento del problema con antecedentes hasta el año 2013, encontrando que las variantes del *Green VRP* mayoritariamente incorporan la minimización del consumo de combustible o de la emisión de gases de efecto invernadero. Estos objetivos en general son equivalente al considerarse una relación lineal entre ellos.

Toth y Vigo (2014) identifican los métodos utilizados en el GVRP para estimar las emisiones contaminantes, los que difieren considerablemente en su precisión y complejidad de cálculo.

El caso más simple, corresponde al modelo de factor de emisión, el cual asigna una relación directa entre la distancia recorrida, dependiendo este factor del peso, tipo de vehículo u otras características. Este tipo de modelo es apto para estudios de macro escala, cuando se dispone de escasa información.

Los modelos de velocidad promedio, utilizan métodos de regresión para considerar el impacto de los cambios en la velocidad del vehículo sobre el nivel de emisiones, considerando otras características del vehículo. Es apto para redes de carreteras, donde se dispone de tramos en que la velocidad es relativamente constante.

Finalmente, se tiene modelos que utilizan información detallada sobre los vehículos y las rutas, tales como: pendientes, aceleraciones, viento, características de la superficie, etc.

Estos entregan estimaciones precisas a micro escala, pero requieren de grandes volúmenes de información instantánea, por lo que no es factible de utilizar en la mayoría de los estudios.

Además de identificar los métodos para estimar las emisiones, Toth y Vigo (2014) presentan dos clasificaciones importantes según la formulación del GVRP. En primer lugar se diferencian los modelos que consideran velocidad fija, con los que utilizan velocidad variable, siendo el primer caso más sencillo al considerar ésta como un factor exógeno que no es necesario optimizar.

En segundo lugar, se diferencian los modelos entre los independientes y los dependientes del tiempo, siendo la principal implicancia si se considera o no la congestión vehicular variables en distintos periodos horarios, con sus correspondientes implicancias en la velocidad y por tanto, en el consumo de combustible y emisiones contaminantes.

Por su parte, los autores Demir et al. (2014) estudiaron los artículos referidos específicamente al transporte terrestre verde, también enmarcados en el *Green VRP*, publicados hasta el año 2013. Ellos llegaron a la conclusión de que los aspectos que brindan mejores oportunidades a las futuras investigaciones son:

- a) La mayor parte de los estudios realizados hasta el 2013 se habían enfocado en unos pocos factores que determinan el nivel de emisiones o consumo de combustibles, en general la carga y la distancia recorrida. Por tanto, incluir otros factores como, la velocidad o pendiente, puede llevar a mejores resultados.
- b) El desarrollo de modelos de optimización multiobjetivo, entrega una flexibilidad muy beneficiosa para el análisis y toma de decisiones que compatibilicen factores ambientales y económicos.
- c) La mayoría de los modelos incluyen solo los aspectos de ruteo, sin considerar la localización de instalaciones, siendo que este aspecto tiene una importancia fundamental en el desarrollo de sistemas de distribución.

Estos aspectos son relevantes también en el modelamiento de sistemas de transporte público, por lo que resulta valioso incluirlo en las metodologías para diseñar dichas redes.

3.2.2 Minimización de emisiones en transporte público

Como se mencionó anteriormente, son escasos los estudios que integran el diseño de redes de transporte público mediante técnicas de optimización con la minimización de emisiones contaminantes. Sin embargo, estos temas han sido ampliamente estudiados de forma separada.

Como es de esperar, uno de los aspectos más relevante en el nivel de emisiones de un sistema de transporte público compuesto por buses es el tipo de combustible utilizado, lo que depende más de la tecnología utilizada que de características topológicas de la red. Sin embargo, aspectos operacionales también tienen relevancia en el nivel de emisiones, principalmente la velocidad promedio y el número de frenadas y aceleraciones durante un recorrido, lo que si puede depender de cómo se configuren las líneas de buses y la forma en que se relacionen con el entorno. La carga transportada por los vehículos, es un aspecto fundamental en el cálculo de emisiones en el transporte de carga, pero en el caso del transporte urbano no es tan importante si se miden las emisiones totales del sistema, pero sí si se considera la contaminación por pasajero (Alam y Hatzopoulou, 2014a, 2014b).

Dentro de los trabajos que consideran la minimización de emisiones al TNDP se encuentra el de Beltran et al. (2009). Los autores incluyen la decisión de asignar un número limitado de buses de baja o cero emisión de contaminantes entre las líneas de la red, problema que se da en ciudades en que se impone un mínimo de buses amigables con el medio ambiente en conjunto con los buses tradicionales. El modelo minimiza: costo del sistema, costos de los usuarios (dado por el tiempo) y externalidades negativas, donde se incluye la contaminación, objetivos que se suman ponderadamente. Otro aspecto relevante del modelo es que es multimodal, con demanda elástica entre automóviles particulares, autobuses tradicionales y autobuses de baja o cero emisión. El problema se resuelve mediante un algoritmo genético, utilizando un conjunto de rutas generadas previamente.

Griswold et al., (2013) plantean, un modelo de aproximación continua biobjetivo en el que se minimiza la suma ponderada del costo total del sistema con el tiempo total de los viajes, además de las emisiones totales de CO₂ del sistema, con el fin de encontrar los *tradeoffs*, entre ambas funciones. Las emisiones se obtienen mediante un factor multiplicado

por la distancia total de la red, el que considera las emisiones de todo el ciclo de vida del sistema. Se comparan redes compuestas por cuatro medios de transporte distintos: autobús convencional, *bus rapid transit* (BRT), tren ligero y metro. Cada medio se modela por separado, por lo que no se abarca las interrelaciones entre ellos. Las conclusiones del estudio indican que para la mayoría de las ciudades una red de autobuses es la alternativa costo más eficiente, excepto en ciudades grandes con gran densidad. Sin embargo, estos resultados son en base a una ciudad idealizada, de demanda uniformemente distribuida, con redes rígidas de transporte y sin considerar relaciones entre distintos modos.

Más recientemente, Pternea et al. (2015) formulan, un modelo de programación matemática que maximiza el bienestar general en el diseño de una red de buses, incluyendo la minimización de las emisiones e incorporando también, la asignación de buses eléctricos bajo restricciones de distancia y necesidad de centros de recarga. El método para calcular las emisiones, es un modelo de factor de emisión dependiente de la distancia recorrida, por lo que no considera ni la velocidad ni congestión de las calles, aspectos fundamentales en la estimación de las emisiones de un sistema de transporte público. Otra de las distinciones de este trabajo, es que las rutas son generadas por el mismo algoritmo, en vez de requerir la creación previa de un conjunto de rutas factibles, como la mayoría de los modelos anteriores. Los autores usan un algoritmo genético híbrido, que considera demanda inelástica, capacidad de los vehículos y un número máximo de transbordos entre rutas por parte de los pasajeros.

Zhai et al. (2008) realizan, una estimación de la tasa promedio de emisiones de buses de transporte público con motores diésel en un tramo, basado en la velocidad promedio y tipo de ruta. El modelo usa la Potencia Especifica Vehicular (VSP), que es un factor que incorpora distintas variables del vehículo y ambiente. Como resultado, obtienen que la tasa de emisiones es sensible a la velocidad, pero no al tipo de recorrido. Tras discretizar la velocidad, las emisiones se pueden estimar mediante la relación (3.1).

$$TE_k = \bar{E}_k T_k \quad (3.1)$$

Donde:

- TE_k es la emisión total de un trayecto para el rango de velocidad k.
- \bar{E}_k tasa de emisión promedio del trayecto para el rango de velocidad k.
- T_k es el tiempo de viaje del trayecto para el rango de velocidad k.

Las tasa de emisión promedio de distintos contaminantes obtenidos en el estudio, según la velocidad promedio y el tipo de trayecto, se muestran en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1: Tasa de emisión promedio por velocidad y tipo de recorrido de buses (Zhai et al., 2008).

Contaminante	Rango de velocidad (km/h)	Tipo de recorrido		
		Troncal principal	Troncal menor	Recorrido local
		Tasa promedio (g/s)	Tasa promedio (g/s)	Tasa promedio (g/s)
CO ₂	8-16	-	-	6,3
	16-24	8,7	8,9	8,7
	24-32	10,7	10,4	10,6
	32-40	11,9	10,9	11,5
	40-48	12,5	13,1	-
CO	8-16	-	-	0,024
	16-24	0,031	0,032	0,032
	24-32	0,038	0,037	0,039
	32-40	0,042	0,037	0,042
	40-48	0,044	0,044	-
NO _x	8-16	-	-	0,092
	16-24	0,111	0,114	0,115
	24-32	0,132	0,131	0,135
	32-40	0,147	0,136	0,145
	40-48	0,154	0,156	-
HC	8-16	-	-	0,0014
	16-24	0,0015	0,0015	0,0015
	24-32	0,0016	0,0016	0,0016
	32-40	0,0016	0,0016	0,0016
	40-48	0,0017	0,0017	-

3.3 Métodos Optimización Multiobjetivo

En la mayoría de los problemas de decisión no se tiene un único objetivo, sino que diversos objetivos y muchas veces, en conflicto entre sí. Los modelos que reflejan dicha situación se denominan multiobjetivo y se caracterizan por no poseer una única solución óptima, sino que poseen un conjunto de *Soluciones Eficientes* o *Soluciones No Dominadas*. La posibilidad de trabajar con modelos multiobjetivo brinda flexibilidad, ya que se retira la condición de representar los objetivos en una única función, lo que muchas veces conduce a simplificaciones erradas, pero esta mayor flexibilidad genera una mayor complejidad en la resolución. Este tipo de problemas ha sido ampliamente estudiado, y para revisiones más detalladas de definiciones, métodos y aplicaciones se puede acudir a (Collette y Siarry, 2004; Ringuest, 2012).

En el caso de un problema con sólo un objetivo se tiene la siguiente situación:

$$\text{Optimizar: } Z(\mathbf{x}) \quad (3.2)$$

$$\text{Sujeto a: } \mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq 0 \quad (3.3)$$

$$\mathbf{x} \geq 0 \quad (3.4)$$

Donde:

- $Z(\mathbf{x})$ es una función objetivo.
- $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ es el conjunto de restricciones.
- \mathbf{x} es el vector de variables de decisión.

Por otro lado, un problema multiobjetivo con k objetivos tiene la siguiente estructura:

$$\text{Optimizar: } [Z_1(\mathbf{x}), Z_2(\mathbf{x}), \dots, Z_k(\mathbf{x})] = \mathbf{Z}(\mathbf{x}) \quad (3.5)$$

$$\text{Sujeto a: } \mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq 0 \quad (3.6)$$

$$\mathbf{x} \geq 0 \quad (3.7)$$

Donde:

- $Z(\mathbf{x})$ define el conjunto de las distintas funciones objetivo.
- $Z_h(\mathbf{x})$ es una función objetivo en particular, con $h=1,2,\dots,k$.

En este caso no se dispone de una sola solución óptima, ya que una solución factible \mathbf{x}_1 puede ser mejor que otra solución \mathbf{x}_2 de acuerdo al objetivo Z_1 , pero peor según el objetivo Z_2 , por lo que, sin una jerarquización clara de las funciones objetivo no se puede determinar qué solución es mejor. Así es como se definen las soluciones no dominadas, encontrándose que \mathbf{x}_1 es dominada por \mathbf{x}_2 si y solo si se cumple:

$$Z_h(\mathbf{x}_2) \geq Z_h(\mathbf{x}_1); h = 1, 2, \dots, k \quad (3.8)$$

$$Z_h(\mathbf{x}_2) > Z_h(\mathbf{x}_1); \text{Para al menos algún } h. \quad (3.9)$$

En otras palabras, \mathbf{x}_2 domina a \mathbf{x}_1 si es mejor o igual de acuerdo a todas las funciones objetivo y estrictamente mejor para al menos un objetivo.

Luego, se dice que una solución factible es eficiente si no es dominada, por ninguna otra solución. El conjunto de soluciones eficientes también se llama conjunto de Pareto.

Para seleccionar una única solución del conjunto de Pareto, se debe asignar algún valor de comparación entre los distintos objetivos. Según la etapa en que se realice dicho proceso, los métodos de solución de problemas multiobjetivo, se dividen en tres familias:

- Métodos de optimización A Priori: La comparación o ponderación entre los objetivos se realiza antes de la ejecución de la optimización. Así, se tiene que realizar solo un proceso de búsqueda, que entregará la solución que represente las prioridades asignadas en un principio. El hecho de realizar solo una búsqueda implica un menor esfuerzo, pero se debe tener en cuenta el trabajo de realizar las ponderaciones antes de la optimización.
- Métodos de Optimización Progresivos: Se requiere participación del tomador de decisiones durante el proceso de optimización para guiar el proceso de búsqueda, según sus preferencias respecto a los objetivos. Es difícil ejecutar este tipo de métodos

por la necesidad de monopolizar la atención del tomador de decisiones por un prolongado periodo de tiempo.

- c) Métodos de Optimización A Posteriori: Se busca un conjunto de soluciones que están igualmente espaciados dentro del conjunto de Pareto, para luego seleccionar una solución desde este conjunto generado. Estos métodos requieren de un mayor esfuerzo al realizarse múltiples procesos de búsqueda, pero evitan la necesidad de modelar las preferencias del tomador de decisiones.

Existen múltiples métodos para resolver modelos multiobjetivos, no pudiendo clasificarse unos como mejores que otros y habiendo muchos específicos para casos particulares.

Entre los métodos más utilizados están, los métodos de escalarización. Estos métodos consisten en convertir el problema multiobjetivo en un problema con un objetivo, el que se resuelve para encontrar soluciones eficientes. Dentro de este grupo destacan los métodos de la suma ponderada y el método de la ε -restricción.

El método de la suma ponderada consiste en sumar las funciones en una única función, con ponderaciones que pueden ser obtenidas según distintos criterios. Dado que las preferencias del decisor se asignan antes del proceso de optimización, corresponde a un método de optimización A Priori. Sin embargo, repitiendo el proceso sucesivamente con distintas ponderaciones para los objetivos, se pueden obtener distintas soluciones pertenecientes al conjunto de Pareto.

El método de la ε -restricción consiste en dejar uno de los objetivos, convertir los otros en restricciones y resolver el problema resultante. Cambiando los valores de las restricciones se pueden ir obteniendo distintos puntos del conjunto de Pareto. Es por tanto un método de optimización A Posteriori, ya que se obtiene un conjunto de soluciones eficientes sin considerar las preferencias del tomador de decisiones.

Es importante destacar que para problemas no combinatorios, estos métodos son capaces de entregar todos los puntos de la frontera de Pareto, si se consideran los parámetros adecuados. Sin embargo, para problemas combinatorios multiobjetivos, existen soluciones eficientes o no dominadas que, no pueden ser encontradas por métodos de escalarización. Esta

es una de las complejidades que presentan los problemas combinatorios multiobjetivos. (Ehrgott y Gandibleux, 2000)

3.3.1 Metaheurísticas multiobjetivo

Debido a la complejidad de los problemas combinatorios multiobjetivo, es muy difícil resolverlos en forma exacta, por lo que en general se usan métodos para encontrar aproximaciones de la frontera de Pareto, principalmente metaheurísticas.

Las metaheurísticas son estrategias de alto nivel para explorar el espacio solución de un problema, mediante la operación en forma iterativa de heurísticas subordinadas. Estos algoritmos pueden ser adaptados y aplicados a un gran número de problemas distintos por lo que han sido ampliamente estudiados durante los últimos años, demostrando su capacidad de resolver problemas complejos. (Osman y Laporte, 1996; Talbi, 2009)

Los algoritmos evolutivos (AE) han sido especialmente exitosos en la aplicación a problemas multiobjetivo, ya que al trabajar con poblaciones de soluciones en vez de soluciones particulares, permiten encontrar conjuntos de soluciones no dominadas diversas en una sola ejecución. Estos algoritmos se caracterizan por aplicar conceptos de la evolución natural de las especies al campo de la optimización.

Los AE corresponden a metaheurísticas basadas en población capaces de resolver problemas combinatorios de alta complejidad, siendo especialmente apropiados para la resolución de problemas multiobjetivo, por su habilidad de encontrar conjuntos de soluciones no dominadas en una única ejecución.

En la Figura 3.3 se observa el esquema general de un AE. A partir de una población inicial, generada mediante un proceso de inicialización determinado, se inicia el proceso iterativo. En cada iteración o generación, y mientras no se alcance la condición de término, se seleccionan las soluciones ‘padres’, que a través de operadores de cruzamiento y mutación dan origen a la descendencia. Luego, cada una de las nuevas soluciones debe ser evaluada y posteriormente se procede a una nueva etapa de selección y reemplazo, en la que se debe considerar factores de calidad y diversidad.

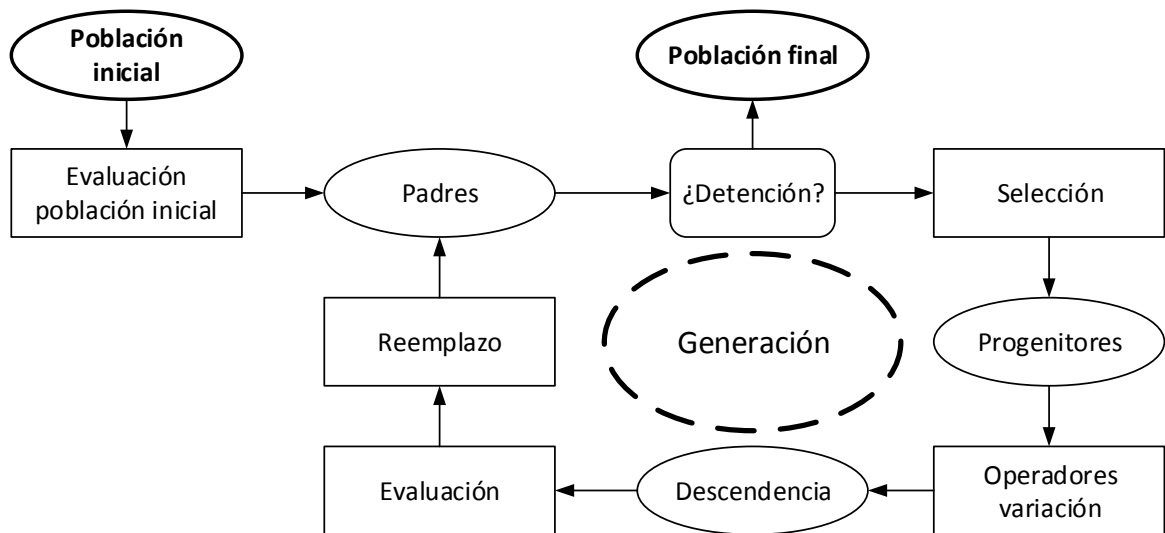


Figura 3.3: Esquema general algoritmo evolutivo.

La principal diferencia entre los AE simples y multiobjetivos es que en los últimos se busca tanto la convergencia de la solución (cercanía a la frontera de Pareto real), como la diversidad de la misma (que el conjunto de soluciones encontrado se encuentre bien distribuido sobre la frontera de Pareto). Lo anterior convierte a las metaheurísticas multiobjetivo en problemas biobjetivos por sí mismos. (Talbi, 2009)

Existen distintos indicadores para determinar la calidad de un conjunto de soluciones, así como comparar el desempeño de distintos algoritmos. Estos se pueden dividir entre indicadores basados en convergencia, indicadores basados en diversidad e indicadores híbridos. Dada la naturaleza biobjetivo de estos métodos, por lo general se utiliza más de un indicador.

Uno de los indicadores híbridos más utilizados es el hipervolumen, el que consta de una versión unaria y una versión binaria. En el primer caso, tal como se observa en la Figura 3.4 (a), se tiene un punto de referencia (Z_{ref}), el que determina de manera arbitraria, a partir del cual se calcula la porción del espacio solución dominada débilmente por un conjunto de soluciones (puntos negros). En el caso binario, mostrado en la Figura 3.4 (b), se tiene un conjunto de soluciones de referencia y el indicador corresponde a la porción del espacio dominada por este conjunto de referencia y no dominada por el conjunto a evaluar. La ventaja

de este tipo de indicadores es que en un valor incluyen tanto la calidad como la diversidad de una solución.

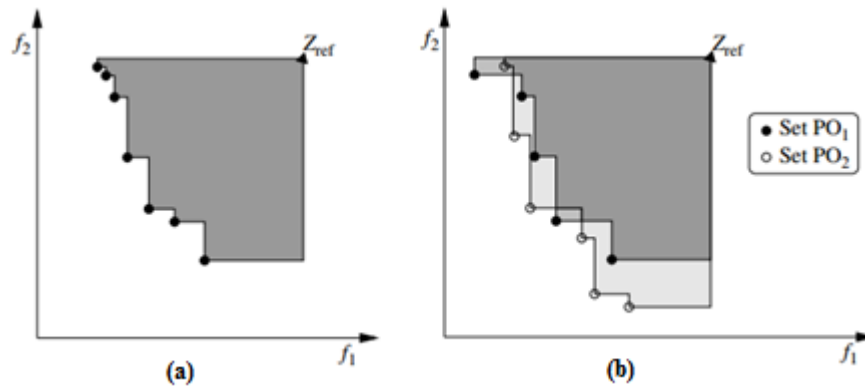


Figura 3.4: (a) Ejemplo de hipervolumen unario para un conjunto de soluciones en un espacio biobjetivo.
(b) Ejemplo de hipervolumen binario para dos conjuntos de soluciones en un espacio biobjetivo.
(Talbi, 2009)



Capítulo 4. Métodos de solución propuestos

En este capítulo se detallan los tres métodos de solución propuestos para resolver el problema del TNDP biobjetivo, con objetivos medioambientales. Estos métodos varían en los aspectos del problema considerados, la precisión de las soluciones encontradas y el tamaño de las instancias en las que pueden ser aplicados.

En primer lugar, se formula un modelo de programación matemática, el que puede ser resuelto de manera exacta. En éste modelo sólo se incluyen buses como medio de transporte, sin considerar la capacidad de los vehículos, una matriz de demanda inelástica y congestión en las calles.

En segundo lugar, se formula un algoritmo evolutivo que resuelve el mismo problema que el modelo de programación matemática, es decir un problema unimodal, pero considerando la capacidad dentro de los buses.

Finalmente, se desarrolla un algoritmo evolutivo en el que se considera un problema bimodal, en que además de buses se tiene automóviles particulares como opción de transporte, con una distribución de demanda elástica entre ambos modos.

En las siguientes secciones, se presentará en detalle cada uno de los modelos propuestos.

4.1 Modelo de Programación Matemática

En la presente sección se presenta el modelo de programación matemática propuesto para resolver el TNDP con objetivos medioambientales. El modelo se basa en el trabajo de Cancela et al. (2015), el que minimiza el tiempo total de viaje sujeto a un tamaño máximo de la flota de buses. En este estudio se modifica dicho modelo para incluir los aspectos de congestión y emisiones contaminantes. Este modelo utiliza un conjunto de rutas factibles generadas previamente para seleccionar las rutas a incluir en la solución. La notación utilizada en el desarrollo del modelo se resume en las Tablas 4.1, 4.2 y 4.3.

Tabla 4.1: Conjuntos de subíndices utilizados en modelo de programación matemática propuesto

Conjunto	Elemento genérico	Descripción
$G(V,E)$	-	Red que representa la infraestructura física del sistema
V	$v(i, j)$	Conjunto de vértices de la red física (paradas)
E	E	Conjunto de aristas de la red física
$G^T(N,A)$	-	Red de trayectorias que representa flujos de pasajeros
N	n	Conjunto de nodos de la red de trayectorias
A	a	Conjunto de aristas de la red de trayectorias
Θ	F	Conjunto de frecuencias
K	k	Conjunto de pares OD
U	u	Conjunto rangos de velocidad
R	r	Conjunto de rutas posibles
$A^V(A^W, A^D)$	a	Conjunto de arcos de viaje (espera, destino)
$A_n^+(A_n^-)$	a	Conjunto de arcos salientes (entrantes) desde (hacia) nodo n
A_n^{W+}	a	Conjunto arcos de espera salientes de nodo n
E_r	e	Conjunto de aristas que conforma ruta r

Tabla 4.2: Variables utilizadas en modelo de programación matemática propuesto

Variable	Tipo	Descripción
x_r	binaria	Indica si ruta r es parte de la solución
y_{rf}	binaria	Indica si frecuencia θ_f se asigna a ruta r
z_{eu}	binaria	Indica si arista e opera en rango de velocidad u
z_{refu}	binaria	Indica si a ruta r se asigna frecuencia θ_f e incluye a la arista e operando a nivel u
v_{ak}	positiva	Cantidad de pasajeros que transitan por arco a (pas/h) correspondiente al par OD_k
w_{nk}	positiva	Tiempo de espera multiplicado por demanda en nodo n correspondiente al par OD_k

Tabla 4.3: Parámetros utilizados en modelo de programación matemática propuesto

B	Límite superior tamaño de flota (buses)
d_{ij}	Cantidad de viajes desde i a j (pas/h)
c_a	Costo de arco a (h)
l_e	Distancia de arista e (km)
θ_f	Valor de frecuencia f (buses/h)
κ_e	Capacidad de arista e (buses/h)
u_{re}	Velocidad de operación de ruta r en arista e (km/h)
φ_u	Velocidad promedio de rango u (km/h)
π_u	Factor de capacidad de la calles correspondiente a velocidad promedio u
E_u	Tasa de emisión de CO ₂ de bus a operando a velocidad u (kg/h)
f_a	Valor de frecuencia de la línea correspondiente al arco a (buses/h)
$f_{(a)}$	Índice en Θ de la frecuencia correspondiente al arco de espera a
$r_{(a)}$	Ruta correspondiente al arco a
$e_{(a)}$	Arista e correspondiente al arco de viaje a
$u_{(a)}$	Velocidad u correspondiente al arco de viaje a
$O_k(D_k)$	Nodo origen (destino) del par OD_k
δ_k	Cantidad de viajes del par OD_k (pas/h)
b_{nk}	Demanda de nodo n correspondiente al par OD_k (pas/h)
p	Penalización por transbordos (h)

El modelo considera un grafo $G = (V, E)$ que representa la red física de infraestructura sobre la que opera el sistema de transporte público. En este trabajo se considera una versión simplificada de la red, en la que cada nodo $v \in V$ representa una parada, los que están unidos por aristas que representan calles bi-direccionales. Cada arista $e = (i, j) \in E$ tiene asociado una distancia l_e y una capacidad κ_e , que indica el número de buses que puede circular por la calle por unidad de tiempo.

La demanda por viajes se considera inelástica y está dada por una matriz Origen-Destino (OD) denominada $D = (d_{ij})$, donde i y j son nodos del tipo parada y el valor d_{ij} indica el número de pasajeros a transportar desde el vértice i al vértice j por unidad de tiempo. En la notación, particular utilizada más adelante, la demanda OD se representa por un vector K , donde cada par OD tiene asociado un $k \in K$, definiendo $\delta_k = d_{ij}$ e identificando los vértices de origen y destino por $O_k = i$ y $D_k = j$ respectivamente.

Sobre la red física, se definen las rutas o líneas como secuencias de nodos adyacentes, considerándose que estas circulan en ambas direcciones por las aristas que unen dichos nodos. De esta manera, no se permite rutas circulares, rutas que circulen más de una vez por un mismo nodo en un recorrido ni otras estructuras particulares. Además, no se consideran nodos terminales como decisiones o restricciones dentro de la formulación.

Como se mencionó anteriormente, para representar el comportamiento de los pasajeros y su decisión sobre la ruta a tomar para llegar a su destino, se debe desarrollar un modelo de asignación. En este trabajo se utiliza un modelo de asignación de estrategias óptimas, cuyo fundamento se basa en Spiess and Florian (1989). En este modelo, para cada par OD $k \in K$, se define una estrategia, esto es, un conjunto de trayectorias posibles para alcanzar el destino, a través de las rutas existentes, que permitan minimizar el tiempo total de viaje. Se trata de un modelo probabilístico, que permite que distintos usuarios pertenecientes a un par OD tomen distintos caminos. Se asume que los pasajeros seleccionan un conjunto de rutas atractivas, antes de abandonar su lugar de origen y así tomar el primer bus perteneciente a las rutas atractivas que pase por la parada. Además, se asume que los pasajeros tienen información perfecta al momento de tomar su decisión, respecto de tiempos de viaje y espera para cada ruta, lo que en la realidad puede no ser cierto.

En este trabajo, no se considera límites de capacidad ni congestión dentro de los buses, ya que esto aumentaría sustancialmente la complejidad del modelo de programación matemática, por requerir una modelación bi-nivel (Cancela et al., 2015). Bajo este supuesto, se puede calcular por separado, los flujos de cada par OD, para finalmente agregarlos a la solución global.

4.1.1 Construcción grafo de trayectorias

Para modelar el problema de asignación, se debe construir una nueva red en base a la red física $G = (V, E)$ y a un conjunto de rutas factibles R (con sus correspondientes frecuencias y velocidades de operación). Se trata de la red de trayectorias $G^T = (N, A)$, que permite representar los flujos de pasajeros en la red. Esta red está conformado por nodos y arcos específicos para cada ruta, y arcos que representan las esperas.

El conjunto de nodos N se construye de la siguiente manera. Por cada ruta $r \in R$ que pasa por un vértice $v \in V$ se genera un nodo $n_{rv} \in N$. Además, para cada par OD $k \in K$ se generan sus respectivos nodos de origen y destino, denominados $O_k^T, D_k^T \in N$

Por otro lado, los arcos $a \in A$ se dividen en tres grupos excluyentes entre si.

- a) Arcos de viaje A^V , que modelan el movimiento de los pasajeros dentro de los buses que recorren sus respectivas rutas entre los vértices de G .
- b) Arcos de espera A^W , que modelan a los pasajeros esperando una ruta específica en un vértice de G .
- c) Arcos de destino A^D , que representan el fin de un viaje.

El conjunto $A = A^V \cup A^W \cup A^D$, se construye de la siguiente manera. Por cada ruta que pasa por una arista $e = (i, j) \in E$, se generan los arcos de viaje de ida y vuelta, $\vec{a}_{re} = (n_{ri}, n_{rj})$ y $\tilde{a}_{re} = (n_{rj}, n_{ri})$ respectivamente, cuyos costos son tal que $c_{\vec{a}_{re}} = c_{\tilde{a}_{re}} = \frac{l_e}{u_{re}}$, donde u_{re} es la velocidad de operación de la ruta r en la arista e . Además, se generan arcos de espera (O_k^T, n_{rO_k}) , entre el nodo de origen y los nodos correspondientes a las distintas rutas que pasan por el vértice respectivo. De forma análoga se generan los arcos de destino (n_{rD_k}, D_k^T) . Tanto los arcos de origen como los de destino tienen $c_a = 0$. Finalmente, en los vértices por los que pasa más de una ruta se generan arcos de espera, entre cada par de nodos $(n_{r_{iv}}, n_{r_{jv}})$, en ambos sentidos, que representan transbordos entre distintas rutas durante un trayecto, por lo que se les asigna un costo $c_a = p$, que representa un tiempo de penalización por transbordos.

En la Figura 4.1 se observa una red física con 5 vértices y 6 aristas, sobre la que se definen 3 rutas. En la Figura 4.2 se presenta la red de trayectorias correspondiente a un par OD.

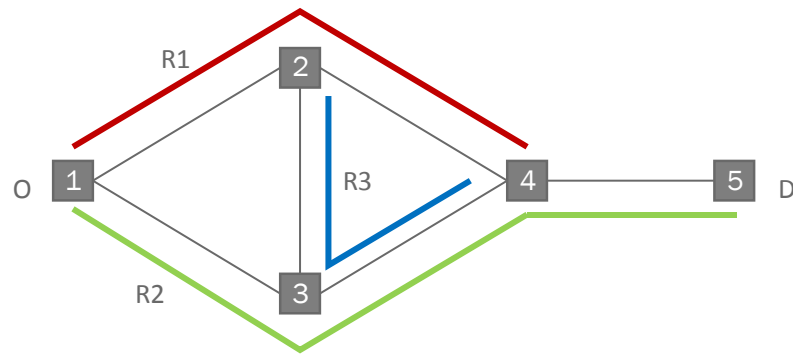


Figura 4.1: Ejemplo de una red física.

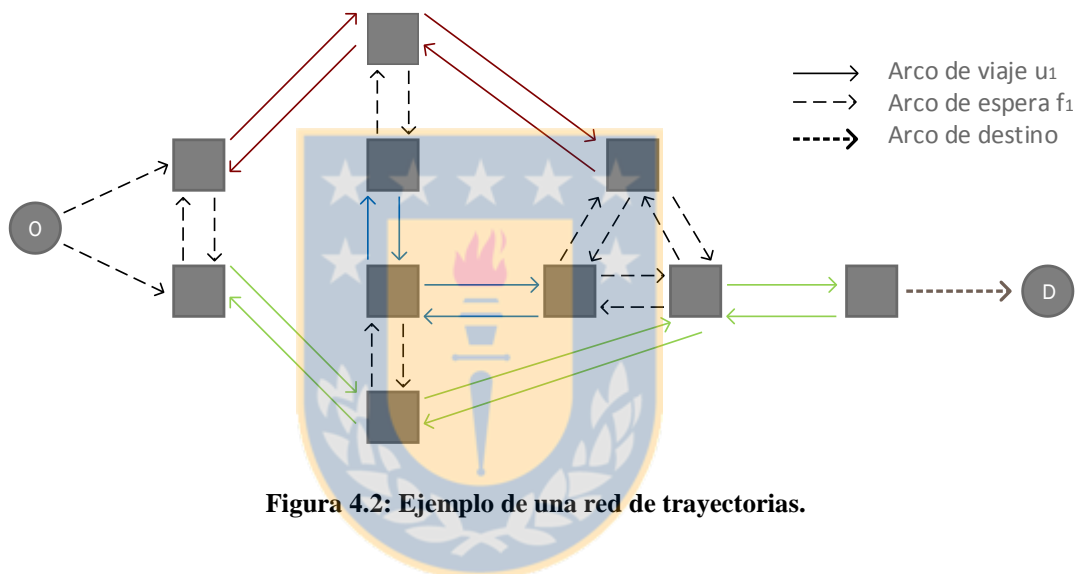


Figura 4.2: Ejemplo de una red de trayectorias.

La red de trayectorias permite dividir los flujos de pasajeros en distintas trayectorias según los tiempos de espera, los que a su vez dependen de las frecuencias de las rutas. Además, permite un número ilimitado de transbordos, pero estos solo se realizan entre rutas que pasa por una misma parada.

4.1.2 Formulación submodelo de asignación

El modelo de asignación, para un par OD $k \in K$, se obtiene definiendo un problema de minimización sobre la red de trayectorias, cuya estructura se muestra en las expresiones (4.1)-(4.5).

$$\text{Min}_{v,w} \quad \sum_{a \in A} c_a v_{ak} + \sum_{n \in N} w_{nk} \quad (4.1)$$

$$\text{S. a.} \quad \sum_{a \in A_n^+} v_{ak} - \sum_{a \in A_n^-} v_{ak} = b_{nk} \quad \forall n \in N \quad (4.2)$$

$$v_{ak} \leq f_a w_{nk} \quad \forall a \in A_n^{w+}, n \in N \quad (4.3)$$

$$v_{ak} \geq 0 \quad \forall a \in A \quad (4.4)$$

$$w_{nk} \geq 0 \quad \forall n \in N \quad (4.5)$$

La expresión (4.1) representa la minimización del tiempo total de viaje, donde el primer término incluye los tiempos de viaje al interior de vehículos y tiempos de transbordo, mientras que en el segundo término, se suman los tiempos de espera por el flujo en cada nodo. Las restricciones de tipo (4.2) corresponden al balance de cada uno de los nodos, para lo cual se definen los conjuntos A_n^+ y A_n^- como los arcos entrantes y salientes de cada nodo n , y el parámetro b_{nk} que toma valor δ_k para el nodo origen, $-\delta_k$ para el nodo destino y cero para nodos intermedios. Las restricciones de tipo (4.3), dividen los flujos entre las distintas rutas en relación a los tiempos de espera, donde el conjunto A_n^{w+} corresponde a los arcos de espera salientes del nodo n , y f_a es la frecuencia de la ruta que da origen a estos arcos.

4.1.3 Formulación del TNDP con objetivos medioambientales

La formulación (4.1)-(4.5) es lineal, ya que las velocidades de operación (y por tanto los costos de los arcos de viaje) y las frecuencias de las rutas no son variables de decisión, sino que se asumen como parámetros para los usuarios del sistema. Sin embargo, al momento de formular el TNDP, las velocidades y frecuencias se tornan variables de decisión, por lo que se deben discretizar, con el objetivo de que el modelo sea lineal.

Para las frecuencias, se asigna un nuevo conjunto de parámetros $\Theta = \{\theta_1, \dots, \theta_f, \dots, \theta_F\}$, que indica los posibles valores de frecuencia a asignar en las rutas. Así, en vez de tener una variable f_a , se tiene la variable binaria y_{rf} , que toma valor 1 si la ruta r tiene frecuencia f , y 0 en otro caso. Luego, para reescribir la restricciones de tipo (4.3) en función de la variable y_{rf} , se debe modificar la red de trayectorias, agregando arcos de espera paralelo por cada elemento en Θ , es decir, por cada posible frecuencia.

De forma análoga, para las velocidades se debe generar, un conjunto $\Phi = \{\varphi_1, \dots, \varphi_u, \dots, \varphi_U\}$, que contiene los valores posibles de velocidad promedio, en orden decreciente, y un conjunto de factores de utilización de la capacidad de las calles $\Pi = \{\pi_1 = 1, \dots, \pi_u, \dots, \pi_U\}$, mayores que 1, ordenados de forma creciente. Se asume que la velocidad está restringida por la capacidad de las calles. Así, cada calle (arista) tiene una capacidad nominal κ_e , a la cual las líneas pueden operar a una velocidad óptima φ_1 . Si se quiere aumentar la utilización de la capacidad en un factor de π_u , entonces la velocidad de operación de todas las rutas en esa arista disminuirá al valor φ_u respectivo. Luego, en vez de una variable u_{re} se tiene la variable binaria z_{eu} , que toma valor 1 si en la arista e el factor de utilización es π_u , lo que implica que la capacidad de la arista aumenta a $\kappa_{eu} = \pi_u \kappa_e$, y 0 en otro caso. Este cambio requiere agregar arcos de viaje paralelos para cada uno de los valores posibles de velocidad (y capacidad), siendo el costo de cada uno de ellos igual a $c_{areu} = \frac{l_e}{\varphi_u}$. Luego, se define la variable binaria z_{eu} que toma valor 1 si las rutas que circulan por la arista e lo hacen a velocidad correspondiente al rango u (por tanto el factor de utilización es π_u); y 0 en otro caso.

Adicionalmente, se define la variable binaria z_{refu} , que toma valor 1, si a la ruta r se le asigna frecuencia f y en la arista e lo opera a la velocidad correspondiente al rango u , y 0 en otro caso.

La Figura 4.3 muestra la red de trayectoria del ejemplo anterior adaptado para la formulación lineal. Se consideran dos rangos de velocidad y dos frecuencias posibles.

Considerando el grafo de trayectorias previamente descrito, se puede formular el TNDP con objetivos medioambientales con las ecuaciones (4.6)-(4.25), la cual se explica en detalle más adelante.

$$\text{Min}_{x,y,z,w,u} \quad Z_1 = \sum_{k \in K} \left(\sum_{a \in A} c_{at} v_{ak} + \sum_{n \in N} w_{nk} \right) \quad (4.6)$$

$$\text{Min}_{x,y,z,w,u} \quad Z_2 = 2 \sum_{e \in E} \sum_{u \in \Phi} \sum_{r \in R_e} \sum_{f \in \Theta} E_u \frac{l_e}{\varphi_u} \theta_f z_{refu} \quad (4.7)$$

S. a.

$$2 \sum_{f \in \Theta} \theta_f \sum_{a \in A^V} \frac{l_e(a)}{\varphi_u(a)} z_{r(a)e(a)fu(a)} \leq B \quad (4.8)$$

$$\sum_{a \in A_n^+} v_{ak} - \sum_{a \in A_n^-} v_{ak} = b_{nk} \quad \forall n \in N, k \in K \quad (4.9)$$

$$v_{ak} \leq \theta_{f(a)} w_{nk} \quad \forall a \in A_n^{w+}, n \in N, k \in K \quad (4.10)$$

$$v_{ak} \leq \delta_k x_{r(a)} \quad \forall a \in A, k \in K \quad (4.11)$$

$$v_{ak} \leq \delta_k z_{e(a)u(a)} \quad \forall a \in A^V, k \in K \quad (4.12)$$

$$v_{ak} \leq \delta_k y_{r(a)f(a)} \quad \forall a \in A^W, k \in K \quad (4.13)$$

$$\sum_{r \in R_e} \sum_{f \in \Theta} y_{rf} \theta_f \leq \kappa_e \sum_{u \in \Phi} z_{eu} * \pi_u \quad \forall e \in E \quad (4.14)$$

$$\sum_{f \in \Theta} y_{rf} = x_r \quad \forall r \in R \quad (4.15)$$

$$\sum_{u \in \Phi} z_{refu} = y_{rf} \quad \forall r \in R, \forall f \in \Theta, \forall e \in E_r \quad (4.16)$$

$$\sum_{f \in \Theta} z_{refu} \leq z_{eu} \quad \forall e \in E, \forall u \in \Phi, \forall r \in R_e \quad (4.17)$$

$$\sum_{u \in \Phi} z_{eu} \leq \sum_{r \in R_e} x_r \quad \forall e \in E \quad (4.18)$$

$$\sum_{u \in \Phi} z_{eu} \leq 1 \quad \forall e \in E \quad (4.19)$$

$$v_{ak} \geq 0 \quad \forall a \in A, k \in K \quad (4.20)$$

$$w_{nk} \geq 0 \quad \forall n \in N, k \in K \quad (4.21)$$

$$x_r \in \{0,1\} \quad \forall r \in R \quad (4.22)$$

$$y_{rf} \in \{0,1\} \quad \forall r \in R, f \in \Theta \quad (4.23)$$

$$z_{eu} \in \{0,1\} \quad \forall e \in E, u \in \Phi \quad (4.24)$$

$$z_{refu} \in \{0,1\} \quad \forall e \in E, u \in \Phi \quad (4.25)$$

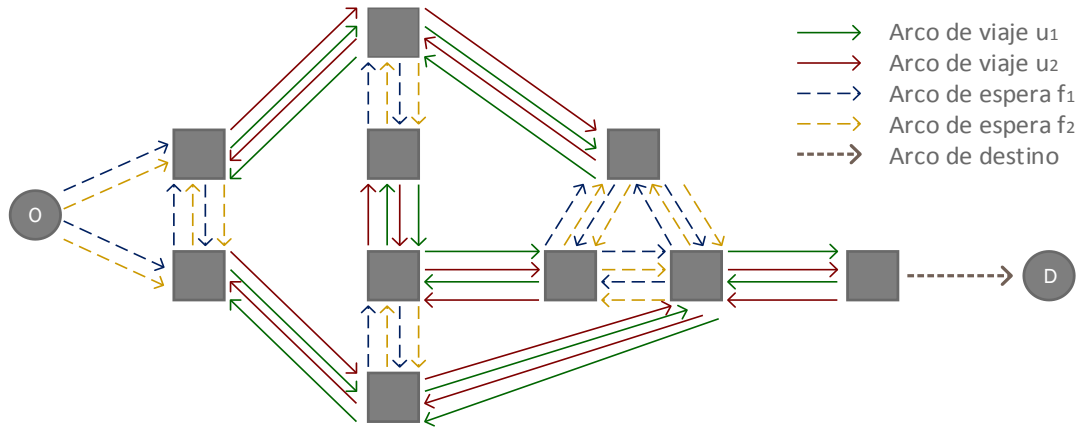


Figura 4.3 Red de trayectorias correspondiente a formulación lineal entera mixta.

La formulación tiene dos objetivos, que representan los intereses de los pasajeros y cuidado del medioambiente respectivamente. La función objetivo (4.6) representa la minimización del tiempo total de viaje y es idéntica a la del subproblema de asignación planteado previamente. Por otro lado, la función (4.7) establece, la minimización de la tasa emisiones de gases de efecto invernadero del sistema, específicamente CO_2 . Esta función se basa en la ecuación (3.1) y corresponde a la suma de las emisiones en cada arista producida por las rutas seleccionadas, la que se multiplica por 2 ya que se consideran rutas bidireccionales. Se considera solo minimización de la tasa de emisiones de CO_2 , por ser éste el gas de efecto invernadero de mayor impacto, pero fácilmente se podría minimizar la suma de todos los gases, mediante la conversión de la masa de los otros gases a kg. de CO_2 equivalentes.

Las restricciones (4.8) establecen un límite máximo al tamaño de la flota de buses necesaria para operar el sistema. Esta restricción representa de forma indirecta una restricción presupuestaria, ya que la mayor parte de los costos del sistema se relacionan de forma directa con el número de buses necesarios. Las restricciones de tipo (4.9) y (4.10) corresponden al subproblema de asignación y determinan las trayectorias que seguirán los pasajeros. Las restricciones de tipo (4.11) y (4.13) aseguran que los pasajeros solo utilizaran las rutas seleccionadas en la solución, de acuerdo a las velocidades y frecuencias respectivas. Las restricciones (4.14) corresponden a la utilización de la capacidad de las calles, la que varía según el rango de velocidad seleccionado para cada una. Las restricciones (4.15), indican que

para cada ruta seleccionada se debe asignar una frecuencia. Las restricciones (4.16)-(4.19), aseguran la coherencia de los valores de la variable z_{refu} y z_{eu} . Finalmente, las condiciones del tipo (4.20)-(4.25) indican los valores que pueden tomar cada una de las variables.

4.2 Algoritmo evolutivo

En este capítulo se presentan los algoritmos evolutivos propuestos para resolver el TNDP biobjetivo, que busca minimizar el tiempo total de viaje de los usuarios y las emisiones de dióxido de carbono totales del sistema. Se desarrollaron dos algoritmos para resolver dos casos del mismo problema. En el primero se aborda el problema unimodal, que considera demanda de viajes inelástica satisfecha solamente por buses, mientras que en el segundo caso se aborda un problema bimodal, en el que la demanda se divide entre automóviles y buses dependiendo de la configuración de la red de transporte público.

El algoritmo propuesto para el problema unimodal, al igual que el modelo de programación matemática propuesto y presentado en la sección 4.1, resuelve el problema de seleccionar un conjunto de rutas que conformaran una red de transporte público operada por buses tradicionales, asigna la frecuencia de cada una de estas rutas y determina la velocidad media de operación en los arcos de la red, considerando como objetivos el tiempo total de viaje y la tasa de emisiones de dióxido de carbono del sistema completo. Entre las restricciones, se incluyen una matriz de demanda inelástica y capacidad en las calles. Como en el método anterior, las rutas que conforman la solución se seleccionan de un conjunto de rutas factibles generadas previamente. A diferencia del modelo de programación matemática, en este método las frecuencias y velocidades de operación son continuas y se considera la capacidad de los vehículos.

En el algoritmo propuesto para el problema bimodal, también se busca seleccionar las rutas que conforman una red de transporte público y sus frecuencias, pero la demanda de viajes de la red de buses varía según la configuración de la misma. Considerando una demanda total fija, los pasajeros que no viajan en bus lo hacen en automóvil particular, los que comparten las calles (arcos) con los buses, por lo que existe una estrecha relación entre el uso de ambos medios de transporte. Este es un problema más complejo que el unimodal, pero que representa de mejor manera la realidad, ya que medidas que implican una disminución en la calidad del servicio ofrecido a los usuarios del sistema de transporte público, pueden llevar a

mayores tasas de emisiones debido al aumento de vehículos en las calles, lo que no se refleja en los modelos que resuelven el problema unimodal.

Bajo el enfoque de los algoritmos evolutivos, el TNDP se aborda en este estudio mediante un proceso bi-nivel, donde los operadores de variación determinan las rutas que conforman cada solución y luego, en la etapa de evaluación, se resuelve el problema de asignación correspondiente a cada solución, el que permite determinar: las frecuencias, las velocidades y el valor de las funciones objetivo. De esta manera, la primera etapa corresponde a decisiones del operador del sistema de transporte público, mientras que la segunda corresponde a las decisiones de los usuarios o pasajeros.

Los dos algoritmos propuestos en este estudio, se diferencian únicamente en la etapa de evaluación, es decir, en la asignación de los flujos de pasajeros dado un conjunto de rutas y en la forma de cálculo de las funciones objetivo.

A continuación, se detallan cada uno de los aspectos a considerar para desarrollar un algoritmo evolutivo aplicable a un problema particular, como los expuestos en esta Tesis. En primer lugar, se describen todos los aspectos comunes para ambos algoritmos, presentándose en última instancia los métodos de evaluación para los problemas unimodal y bimodal respectivamente.

4.2.1 Representación de la solución

Como en todas las metaheurísticas, la definición de la representación de la solución (cromosoma), es un factor crítico que entre otros aspectos, determina los posibles operadores de cruzamiento y mutación que se puedan adoptar.

En este estudio, cada solución se representa por un vector binario con longitud igual al número de rutas factibles que conforman el conjunto generado previamente. Así, cada elemento del vector (gen), corresponde a una ruta particular, tomando valor 1 si dicha ruta se incluye en la solución y 0 en otro caso.

Si bien ésta representación tiene la desventaja de ser propensa a generar soluciones poco apropiadas, por permitir un número excesivo o muy pequeño de rutas, tiene la ventaja de

permitir una cantidad variable de rutas, a diferencia de otros enfoques en que el número de rutas debe ser fijado con antelación.

4.2.2 Operadores de variación

Los operadores de variación son los que permiten que el algoritmo evolutivo explore de manera eficiente el espacio solución en busca de buenas soluciones. Son los encargados de mantener la diversidad en la población para las sucesivas generaciones, así como de explorar nuevas zonas del espacio solución (diversificación).

La principal clasificación corresponde al número de soluciones padres o progenitores, a partir de las cuales se genera la descendencia. Aquellos operadores que implican un único progenitor, se denominan operadores de mutación, mientras que los que involucran dos o más, se denominan operadores de cruzamiento.

En este estudio, se seleccionan pares de soluciones (progenitores) y bajo cierta probabilidad se efectúa un operador de cruzamiento que genera dos soluciones hijos. Luego, a cada solución hijo, bajo cierta probabilidad, se le aplica un operador de mutación.

A continuación se presentan los operadores utilizados en los algoritmos propuestos.

4.2.2.1 Operadores de mutación

Se consideran dos operadores de mutación. Entonces, cuando una solución es seleccionada para ser mutada, se determina en forma aleatoria el operador a utilizar. El primero se denomina *bit flip mutation*, y considera que cada gen del vector solución tiene una pequeña probabilidad de cambiarse de 0 a 1 o viceversa. En la Figura 4.4 se muestra un ejemplo de este procedimiento.

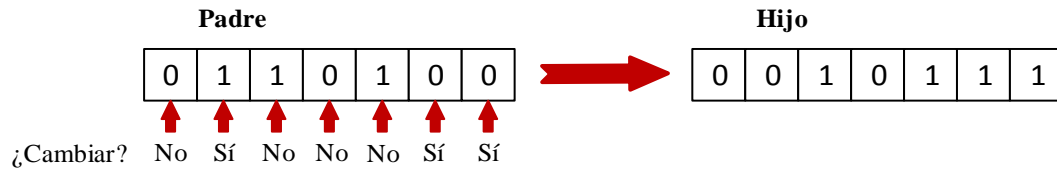


Figura 4.4: Ejemplo *bit flip mutation*.

El segundo método se denomina *one bit mutation*, y consiste en que exactamente un gen del vector, seleccionado aleatoriamente, cambia de 0 a 1 o viceversa. En la Figura 4.5 se muestra un ejemplo de este procedimiento.

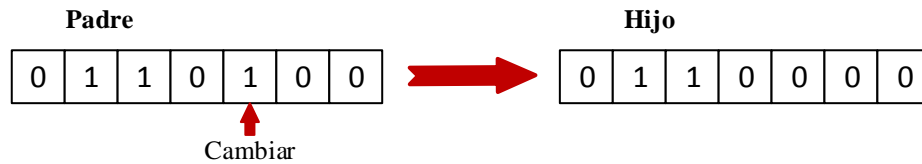


Figura 4.5: Ejemplo *one bit mutation*.

4.2.2.2 Operadores de cruzamiento

Al igual que los operadores de mutación, los algoritmos propuestos incluyen más de un operador de cruzamiento, específicamente tres, los que se combinan con diferentes probabilidades. El primero se denomina *uniform crossover*, donde cada gen del vector se intercambia entre los padres con una probabilidad determinada. Si esta probabilidad es cercana a 0,5, cada hijo tendrá aproximadamente el 50% de los genes de cada padre. En la Figura 4.6 se observa un ejemplo de este procedimiento.

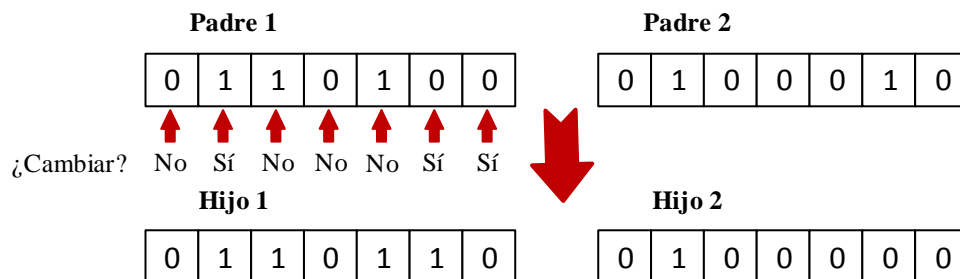


Figura 4.6: Ejemplo *uniform crossover*

El segundo método se denomina *one point crossover* y consiste en seleccionar un punto aleatorio del vector solución, intercambiando el segmento de genes a la derecha de dicho punto entre ambos padres. En la Figura 4.7 se observa un ejemplo de este procedimiento.

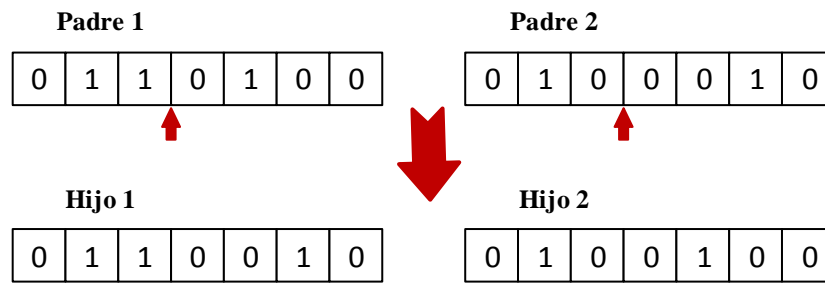


Figura 4.7: Ejemplo one point crossover

El tercer método, se denomina *two point crossover* y consiste en seleccionar dos puntos del vector solución, intercambiando el segmento de genes resultante, entre ambos padres. En la Figura 4.8 se observa un ejemplo de este procedimiento.

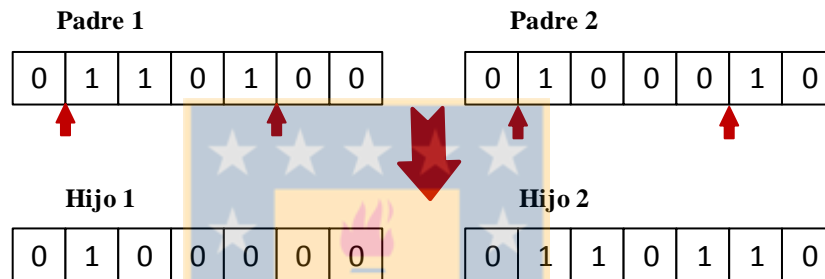


Figura 4.8: Ejemplo two points crossover

4.2.3 Medida de *calidad*

En el caso de problemas con más de un objetivo, la medida de *calidad* o *fitness*, es una medida de la convergencia de una solución respecto de la curva de Pareto, la que en general es desconocida. A diferencia de los problemas con un solo objetivo, en que el *fitness* se asocia directamente con el valor de la función objetivo, en los problemas multiobjetivos se debe utilizar otras medidas, existiendo en la literatura una amplia variedad de estrategias.

En los algoritmos propuestos en este estudio, se utiliza el indicador denominado *Dominance depth*, el que se basa en el concepto de la dominancia de Pareto. En éste método, se divide la población de soluciones en subconjuntos o fronteras, dependiendo de las soluciones que dominan a las otras soluciones. Así, las soluciones no dominadas de la población reciben rango 1 y conforman la primera frontera E_1 . Luego, las soluciones que solo son dominadas por soluciones de E_1 reciben rango 2 y conforman la frontera E_2 , y así sucesivamente, se tiene en forma general, que las soluciones de la frontera E_k está compuesta

de soluciones que solo están dominadas por soluciones pertenecientes a $E_1 \cup E_2 \cup \dots \cup E_{k-1}$. En la Figura 4.9 se observa un ejemplo de la estrategia descrita en una población de soluciones considerando la minimización de los dos objetivos, donde cada punto corresponde a una solución, a las que se les asigna rango 1,2 o 3.

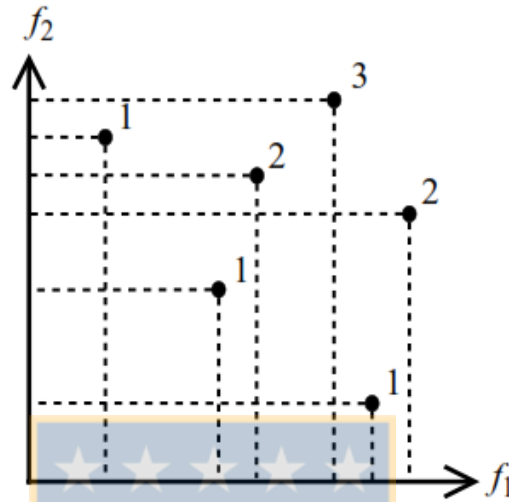


Figura 4.9: Ejemplo de medida de calidad *Dominance Depth*. (Talbi, 2009)

4.2.4 Medida de diversidad

La medida de *diversidad* permite que los conjuntos de soluciones encontrados se distribuyan a lo largo de la frontera de Pareto real, permitiendo así obtener una solución cercana a la realidad y escapar de óptimos locales.

En los algoritmos propuestos se utiliza el indicador denominado *crowding distance*, el que en el caso de problemas biobjetivo, se define como el área del rectángulo definido por los vecinos izquierdo y derecho de una solución, e infinito en el caso de que no tenga algún vecino. Así, una solución con alto valor se considera buena, al incorporar *diversidad* a la población. En la Figura 4.10 se muestra un ejemplo de la estrategia descrita, en que el valor de la medida para las soluciones *b* y *c* corresponde al área de los rectángulos que las rodean respectivamente, mientras que para las soluciones *a* y *d* es infinito.

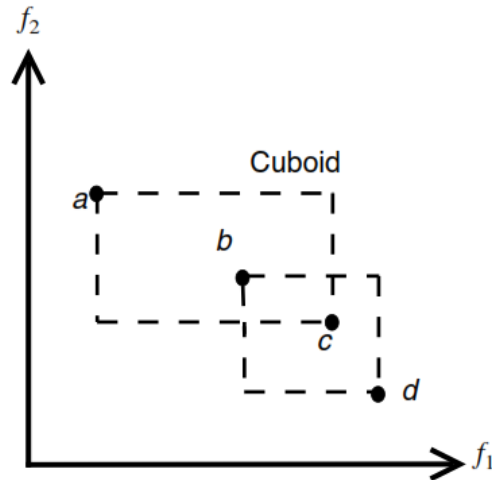


Figura 4.10: Ejemplo de medida de diversidad *Crowding Distance*. (Talbi, 2009)

4.2.5 Selección

La estrategia de selección consiste en el procedimiento utilizado para seleccionar las soluciones padres que pasan a ser progenitores de la nueva generación. Se espera que esta estrategia seleccione las soluciones de mejor *calidad*, pero dejando la posibilidad de disponer de soluciones de menor *calidad*, a fin de mantener la *diversidad* en la población.

En los algoritmos propuestos se utiliza el método de selección de torneo determinístico, que consiste seleccionar aleatoriamente un conjunto pequeño de soluciones y luego elegir la mejor de ese grupo. Mientras mayor es el tamaño del torneo (número de soluciones seleccionadas aleatoriamente), menor es la posibilidad de que soluciones no apropiadas o malas sean seleccionadas para el proceso de cruzamiento.

El método de comparación de soluciones, utilizado para determinar la mejor solución de un torneo, consiste en comparar primero la medida de *calidad*, y en caso de empate se compara la medida de *diversidad*.

4.2.6 Reemplazo

La estrategia de reemplazo consiste en determinar qué soluciones, tanto de los padres como de la descendencia, formaran parte de la nueva población. Se busca mantener una población con soluciones de buena *calidad*, es decir, cercanas a la frontera de Pareto real pero

también, se busca mantener una población diversa, con el objetivo de cubrir toda la frontera de Pareto y escapar de óptimos locales.

En el algoritmo propuesto se utiliza la estrategia denominada *Environmental Replacement*. En este método, se inicia con la unión de la población de soluciones padres con la descendencia, y se procede a eliminar una por una las soluciones, hasta que la población alcance el mismo tamaño inicial, actualizándose las medidas de *calidad* y *diversidad* de todas las soluciones restantes tras cada eliminación.

El método de comparación de soluciones, para determinar una solución a eliminar, es el mismo que en el proceso de selección, es decir, se compara primero la medida de *calidad*, y en caso de empate se compara la medida de *diversidad*.

4.2.7 Criterio de término

Dado que el algoritmo evolutivo es un método iterativo que busca una solución aproximada, se debe definir un criterio de término que indique cuando detener la ejecución del algoritmo.

En el algoritmo propuesto se utiliza uno de los criterios más simples y recurrentes, consistente en detener la búsqueda tras un número fijo de iteraciones. El número máximo de iteraciones debe ser fijado de manera de equilibrar la búsqueda de conjuntos de soluciones de *calidad* y diversas, con la necesidad de reducir el esfuerzo computacional y los tiempos de resolución. Además, se considera un número máximo de generaciones sin mejora, tras lo cual se termina la ejecución del algoritmo.

4.2.8 Evaluación unimodal

El proceso de evaluación suele ser la etapa que implica un mayor esfuerzo computacional en un algoritmo evolutivo. En este caso, consiste en resolver el subproblema de asignación, es decir, a partir de un grupo de rutas seleccionadas, se debe: determinar el flujo de pasajeros que usa cada una de las rutas para alcanzar sus respectivos destinos, asignar una frecuencia de operación a cada ruta que permita contar con la capacidad suficiente para transportar a todos los pasajeros y las velocidades medias de operación en cada calle en función del flujo de buses que circula por cada una y de la capacidad de estas. Luego, se puede

calcular el tiempo total de viaje y la tasa de emisiones del sistema resultante, lo que permite calcular los indicadores de *calidad* y *diversidad* de las soluciones generadas.

El método propuesto en este estudio, se basa en el trabajo de Nikolić y Teodorović (2014), modificado para incluir los aspectos de velocidad de operación y de congestión. Este procedimiento de asignación corresponde a uno de equilibrio de usuario (UE), permitiendo que los pasajeros realicen como máximo un transbordo entre líneas para alcanzar su destino. Dado que se considera una matriz de demanda inelástica, en caso que un par de nodos Origen-Destino no esté conectado por uno o menos transbordos, se establece la solución infactible.

En el Algoritmo 1, se presenta el pseudocódigo del procedimiento de asignación propuesto. Dado que no se asegura la convergencia del proceso, en caso de que se exceda un número determinado de iteraciones sin converger, se declara la solución como infactible

Algoritmo 1: Asignación unimodal

Repetir

Para cada par Origen-Destino

Determinar caminos con menor número de transbordos

Si existen caminos sin transbordo, entonces

Asignar pasajeros en rutas sin transbordo

En otro caso, si existen caminos con un transbordo, entonces

Asignar pasajeros en caminos con un transbordo

En otro caso

Solución es infactible. Terminar

Actualizar frecuencias, número de buses y velocidades de operación

Si se supera máximo número de iteraciones, entonces

Solución infactible. Terminar

Mientras, frecuencias y velocidades no convergen

Calcular valor de funciones objetivo

Fin

La notación de las variables y parámetros mencionados en esta sección se muestran en la Tabla 4.4.

Tabla 4.4: Notación utilizada en procedimiento de evaluación unimodal

Símbolo	Descripción
f_r	Frecuencia de la ruta r (buses/h)
$t_{AB,r}$	Tiempo de viaje entre nodos A y B por ruta r (min)
$t_{AB,min}$	Mínimo tiempo de viaje entre nodos A y B (min)
c_t	Tolerancia porcentual en tiempo de viaje respecto al mínimo
d_{AB}	Demanda de viajes entre nodos A y B (pas/h)
$p_{AB,R}$	Flujo de pasajeros que viaja sin transbordos por ruta R entre nodos A y B (pas/h)
$p_{AB,R1,n,R2}$	Flujo de pasajeros que viaja con un transbordo entre nodos A y B , iniciando en ruta $R1$, realizando transbordo en nodo n y terminando en ruta $R2$ (pas/h)
$Q_{r,max}$	Volumen máximo de pasajeros que transita por ruta r (pas/h)
α_{max}	Coefficiente de utilización máxima de capacidad de vehículos.
Cb_r	Capacidad de vehículos que operan ruta r (pas/bus)
N_r	Número de buses necesarios para operar ruta r (buses)
T_r	Tiempo total de recorrido de ruta r (min)
F_e	Flujo de buses que circula por arista e (buses/h)
C_e	Capacidad práctica de la arista e (buses/h)
T_e	Tiempo de viaje en arco e (min)
$T_{e,0}$	Tiempo de viaje de flujo libre en arco e (min)
l_e	Longitud de arco e (m)
v_e	Velocidad de operación en arco e (km/h)
v_{max}	Velocidad máxima de operación (km/h)
TT	Tiempo total de viaje (min)
TV	Tiempo de viaje en vehículo (min)
TE	Tiempo de espera (min)
TP	Penalización por transbordo (min)
ET	Tasa de emisiones totales de CO ₂ del sistema (kg CO ₂ /h)
$E_{(v)}$	Factor de emisión de un bus a velocidad v (kg CO ₂ /h-bus)

4.2.8.1 Asignación de pasajeros sin transbordo

En un par Origen-Destino determinado, en caso de que exista al menos un camino sin transbordo que lo conecte, toda la demanda se asigna entre dichos caminos, sin considerar potenciales caminos que incluyan transbordos. La demanda se distribuye entre estos caminos de la siguiente forma que se describe a continuación.

Sea R_{AB} el conjunto de rutas que conecta de manera directa el nodo origen A con el nodo destino B . Se denotan f_r y $t_{AB,r}$ la frecuencia de la ruta r y el tiempo de viaje entre los nodos correspondiente a dicha ruta.

Se denota $t_{AB,min}$ al mínimo tiempo de viaje entre todas las rutas posibles, lo que se expresa en la ecuación (4.26).

$$t_{AB,min} = \min_{r \in R_{AB}} \{t_{AB,r}\} \quad (4.26)$$

Debido a que podrían existir rutas con tiempo de viaje excesivamente largos en comparación a otras rutas, se limita el número de alternativas a aquellas rutas cuyo tiempo de viaje no supere el tiempo de viaje mínimo en cierta proporción c_t , definida arbitrariamente. De esta manera, se define el conjunto $R_{AB,t}$ conformado por las rutas consideradas por los usuarios, el que está dado por la expresión de la ecuación (4.27).

$$R_{AB,t} = \{r / r \in R_{AB} ; t_{AB,r} \leq c_t * t_{AB,min}\} \quad (4.27)$$

Finalmente, el número de pasajeros que utiliza la ruta $R \in R_{AB,t}$ para viajar desde el nodo A al nodo B , está dado por la ecuación (4.28).

$$p_{AB,R} = \frac{f_R}{\sum_{r \in R_{AB,t}} f_r} d_{AB} \quad (4.28)$$

Donde d_{AB} corresponde a la demanda de viajes entre los nodos A y B .

4.2.8.2 Asignación de pasajeros con un transbordo

En el caso de que no existan rutas directas entre un par Origen-Destino, se consideran los caminos que impliquen un transbordo. El proceso es similar al anterior, pero en este caso los usuarios deben decidir dos veces que ruta tomar. De esta manera, cada camino posible se compone de dos rutas, correspondientes a la primera y la segunda etapa del trayecto, y a un nodo de transbordo por el que circulan ambas rutas. De la misma forma que en el caso

anterior, el conjunto de caminos considerados por los usuarios se compone solo por aquellos caminos con menor tiempo de viaje.

El flujo de pasajeros se divide entre las rutas del primer tramo de la misma manera que en el caso anterior, es decir, según la ecuación (4.28). Luego, en el caso de que más de un camino utilice la misma ruta en el primer tramo, el flujo asignado a dicha ruta se divide en partes iguales entre dichos caminos.

Para la asignación de pasajeros en el segundo tramo del trayecto, se define a un grupo como aquellos caminos que compartan la misma ruta en el primer tramo y el mismo nodo de transbordo. Luego, para aquellos grupos conformados por un único camino, todo el flujo asignado en la primera ruta del camino se asigna a la segunda ruta. En el caso de que un grupo esté compuesto por más de un camino, se suman los flujos que llegan al nodo de transbordo y se divide entre las rutas del segundo tramo según la expresión (4.28).

Para mostrar el procedimiento anterior considere el siguiente ejemplo (Nikolić and Teodorović, 2014). Suponga que entre los nodos A y B se consideran los siguientes 4 caminos:

- Camino 1: A $\xrightarrow{\text{Ruta 1}}$ 1 $\xrightarrow{\text{Ruta 1}}$ 4 $\xrightarrow{\text{Ruta 1}}$ 7 (Transbordo) $\xrightarrow{\text{Ruta 4}}$ 11 $\xrightarrow{\text{Ruta 4}}$ B
- Camino 2: A $\xrightarrow{\text{Ruta 2}}$ 2 $\xrightarrow{\text{Ruta 2}}$ 5 (Transbordo) $\xrightarrow{\text{Ruta 5}}$ 10 $\xrightarrow{\text{Ruta 5}}$ B
- Camino 3: A $\xrightarrow{\text{Ruta 2}}$ 2 $\xrightarrow{\text{Ruta 2}}$ 5 (Transbordo) $\xrightarrow{\text{Ruta 6}}$ 9 $\xrightarrow{\text{Ruta 6}}$ B
- Camino 4: A $\xrightarrow{\text{Ruta 2}}$ 2 (Transbordo) $\xrightarrow{\text{Ruta 3}}$ 8 $\xrightarrow{\text{Ruta 3}}$ B

En el primer tramo, se asignan los flujos a las rutas 1 y 2, según las ecuaciones (4.29) y (4.30) respectivamente.

$$p_{AB,r1} = \frac{f_1}{f_1+f_2} d_{AB} \quad (4.29)$$

$$p_{AB,r2} = \frac{f_2}{f_1+f_2} d_{AB} \quad (4.30)$$

Luego, los flujos entre los caminos 2,3 y 4 se dividen en partes iguales, como se indica en la ecuación (4.31).

$$p_{AB,r2,C2} = p_{AB,r2,C3} = p_{AB,r2,C4} = \frac{p_{AB,r2}}{3} \quad (4.31)$$

En este caso se tiene tres grupos: el grupo 1 compuesto por el camino 1, el grupo 2 compuesto por los caminos 2 y 3, y el grupo 3 compuesto por el camino 4. Así, para el grupo 1 todo el flujo asignado a la ruta 1 se asigna a la ruta 4. Lo mismo sucede para el grupo 3.

En el caso del grupo 2, los pasajeros que arriban al nodo 5 se dividen entre las rutas 5 y 6 de la forma que indican las ecuaciones (4.32) y (4.33) respectivamente.

$$p_{AB,r2,5,r5} = \frac{f_5}{f_5+f_6} (p_{AB,r2,C2} + p_{AB,r2,C3}) \quad (4.32)$$

$$p_{AB,r2,5,r6} = \frac{f_6}{f_5+f_6} (p_{AB,r2,C2} + p_{AB,r2,C3}) \quad (4.33)$$

Mediante los procedimientos anteriores se asignan los flujos de pasajeros entre las rutas posibles. En caso de que no existan caminos directos o con solo un transbordo, se considera que la solución es infactible. En caso contrario, en base a los flujos de pasajeros asignados a cada ruta, se actualizan las frecuencias, se calculan los tiempos de espera y se actualiza la velocidad de operación en las calles o arcos.

4.2.8.3 Determinación de características de la red

Los elementos que caracterizan una solución considerada son: la frecuencia de las rutas, el número de buses que circula por cada arco y la velocidad de operación en cada arco. A partir de estos elementos se puede calcular el valor de las funciones objetivos del problema.

La frecuencia f_r de una ruta está dada por la ecuación (4.34), la que asegura que la cantidad de buses sea suficiente para transportar a todos los pasajeros asignados.

$$f_r = \frac{Q_{r,max}}{\alpha_{max} * Cb_r} \quad (4.34)$$

Donde:

- $Q_{r,max}$ es el máximo volumen de pasajeros a lo largo de la ruta r .
- α_{max} es el coeficiente de utilización máxima.
- Cb_r es la capacidad de los vehículos que operan la ruta r .

El número de buses N_r necesarios para operar una ruta está dado por la ecuación (4.35).

$$N_r = \frac{f_r * T_r}{60} \quad (4.35)$$

Donde:

- T_r es el tiempo total del recorrido realizado por la ruta r .

El flujo de buses F_e que circula por el arco e , en un sentido, está dada por la suma de las frecuencias de las rutas que circulan por dicho arco, como se indica en la ecuación (4.36).

$$F_e = \sum_{r \in R_e} f_r \quad (4.36)$$

Donde:

- R_e es el conjunto de rutas que circula por la arista e .

Luego, considerando la congestión en las calles, se calcula el tiempo de viaje T_e de cada arista e mediante la ecuación (4.37), que considera una velocidad máxima circulación v_{max} y que a mayor flujo de vehículos, la velocidad de desplazamiento disminuye de manera creciente.

$$T_e = \begin{cases} T_{e,0} & , \text{ si } F_e \leq C_e \\ T_{e,0} * e^{\left(\frac{F_e}{C_e} - 1\right)} & , \text{ si } F_e > C_e \end{cases} \quad (4.37)$$

Donde:

- C_e es la capacidad práctica de la arista e .
- $T_{e,0}$ es el tiempo en flujo libre de la arista e , dado por la ecuación (4.38).

$$T_{e,0} = \frac{60 * l_e}{1000 * v_{max}} \quad (4.38)$$

Donde:

- l_e es el largo de la arista e .
- v_{max} es la velocidad máxima de operación.

Finalmente, se puede calcular la velocidad media de operación v_e en la arista e , mediante la ecuación (4.39).

$$v_e = \frac{60 * l_e}{1000 * T_e} \quad (4.39)$$

4.2.8.4 Cálculo funciones objetivos

El algoritmo considera dos funciones objetivo. En primer lugar se tiene la minimización de la suma del tiempo total de viaje realizado por todos los pasajeros. Este es un indicador de la calidad del servicio entregada a los usuarios.

El tiempo total de viaje de un pasajero se compone de tres elementos, tal como se observa en la ecuación (4.40): tiempo de viaje en vehículo, tiempo de espera y una penalización por los transbordos.

$$TT = TV + TE + TP \quad (4.40)$$

Donde:

- TT es el tiempo total de viaje.
- TV es el tiempo de viaje dentro de los buses.
- TE es el tiempo de espera medio.
- TP es el tiempo de penalización por transbordos.

El tiempo de viaje en vehículo está dado por la suma de los tiempos de viaje en cada arco incluida en el trayecto, mientras que el tiempo de penalización por transbordo es una cantidad fija de minutos.

Por su parte, el tiempo de espera, que depende de la frecuencia de las rutas posibles a utilizar por parte del pasajero, está dado por la ecuación (4.41), que corresponde a la mitad del tiempo esperado entre la llegada de dos buses a la parada.

$$TE = \frac{30}{\sum_{r \in R_{AB,t}} f_r} \quad (4.41)$$

Finalmente, el tiempo total del sistema completo está dado por la suma del tiempo total de cada individuo del sistema.

El segundo objetivo corresponde a la minimización de la tasa de emisiones contaminantes generadas por los buses que operan el sistema. Para éste cálculo se utilizan factores de emisión de buses correspondientes a distintos intervalos de velocidad. Así, las emisiones generadas en una arista están dadas por la multiplicación entre el factor de emisión correspondiente a la velocidad media en dicha arista y el flujo de buses que circula por la misma. Por su parte, las emisiones del sistema completo están dadas por la suma de las emisiones en cada uno de los arcos multiplicada por 2, ya que todas las rutas y arcos son bidireccionales, tal como se señala en la ecuación (4.42).

$$ET = 2 * \sum_{e \in E} E_{(v_e)} F_e \quad (4.42)$$

Donde:

- $E_{(v_e)}$ es el factor de emisión correspondiente a la velocidad v_e .
- E es el conjunto de arcos que conforman la red.

4.2.9 Evaluación bimodal

El segundo algoritmo propuesto corresponde a una red en que la demanda puede ser cubierta por dos medios de transporte, automóviles particulares y buses de transporte público. Esto significa que se debe realizar dos procesos de asignación, uno por cada medio de transporte, pero considerando la relación entre ambos modos de transporte.

La relación entre ambos métodos se da en dos aspectos fundamentales: por un lado se tiene que la distribución de la demanda entre ambos modos depende de la cobertura y la calidad del servicio del sistema de transporte público. Además, se tiene que autobuses y automóviles comparten las mismas calles, por lo que los flujos de un modo de transporte influyen en el tiempo de viaje del otro modo de transporte.

En la Figura 4.11 se observa el esquema del proceso de asignación bimodal utilizado en el algoritmo propuesto, el que se basa en el procedimiento utilizado en el trabajo de Beltran et al. (2009).

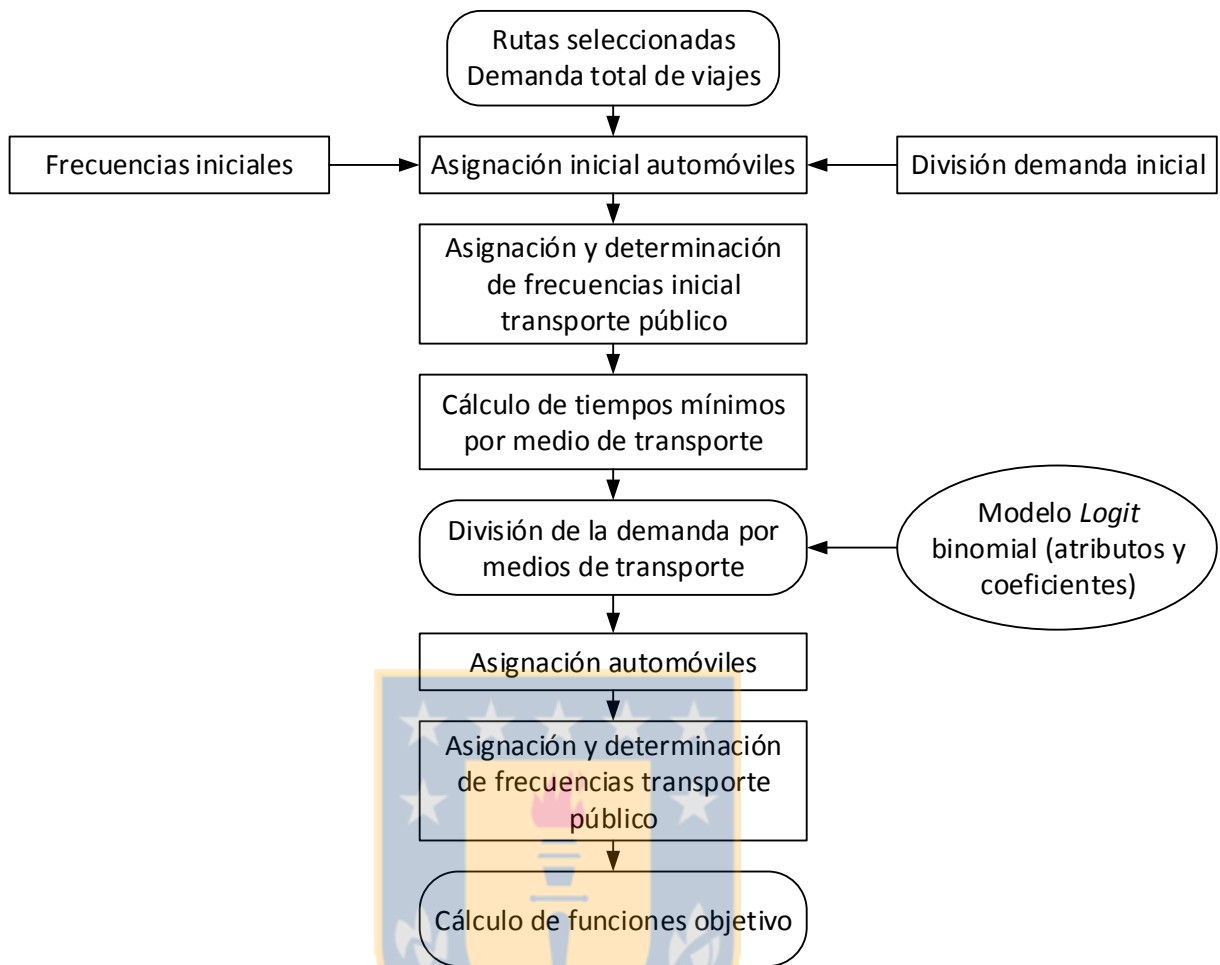


Figura 4.11: Procedimiento asignación bimodal

Primero se calcula, para cada par Origen-Destino, el mínimo tiempo de viaje considerando una distribución arbitraria de la demanda entre ambos medios de transporte. Luego, en base a los tiempos obtenidos, se calcula la distribución de la demanda mediante un modelo *logit* binomial. Finalmente, se realiza la asignación de los viajes con las demandas calculadas y se computan las medidas de desempeño del sistema.

La notación de las variables y parámetros mencionados en esta sección se muestran en la Tabla 4.5.

Tabla 4.5: Notación utilizada en procedimiento de evaluación bimodal

Símbolo	Descripción
$T_e^b(T_e^a)$	Tiempo de viaje de buses (automóviles) en arista e (min)
$T_{e,0}^b(T_{e,0}^a)$	Tiempo de viaje en flujo 0 de buses (automóviles) en arista e (min)
$F_e^b(F_e^a)$	Flujo de buses (automóviles) por arista e (vehículos/h)
C_e	Capacidad práctica de arista e (vehículos/h)
l_e	Longitud de arista e (m)
u_a	Número promedio de pasajeros por automóvil (pas/vehículo)
$v_{max}^b(v_{max}^a)$	Velocidad máxima de buses (automóviles) (km/h)
P_m	Probabilidad de que una pasajero escoja medio de transporte m
$U_b(U_a)$	Función de utilidad de buses (automóviles) para un par Origen-Destino
$TV_b(TV_a)$	Tiempo de viaje mínimo en bus (automóvil) para un par Origen-Destino (min)
$CV_b(CV_a)$	Costo de viaje en bus (automóvil) para una par Origen-Destino (\$)
TE_b	Tiempo de espera medio de viaje en bus para un par Origen-Destino (min)
TA_b	Tiempo de acceso en bus para un par Origen-Destino (min)
CA	Constante específica de automóvil
B_{mk}	Coefficiente de atributo k de modo de transporte m en modelo logit
$D_{vb}(D_{va})$	Demanda de viajes en bus (automóvil) para un par Origen-Destino (pas/h)
D_a	Demanda de automóviles para un par Origen-Destino (vehículos/h)
D	Demanda total de viajes para un par Origen-Destino (pas/h)

A continuación se detallan las etapas de este procedimiento.

4.2.9.1 Asignación de pasajeros

El proceso de asignación se realiza de forma secuencial, asignando en primer lugar los viajes de los automóviles particulares, considerando que las rutas de buses operan con cierta frecuencia inicial, y luego se realiza la asignación de los pasajeros en el sistema de transporte público con la respectiva asignación de frecuencias. El proceso se realiza en este orden debido a que son los automóviles los que tienen un mayor impacto en los tiempos de desplazamiento, porque se presentan en mayor cantidad en comparación con los buses.

La asignación de pasajeros del sistema de transporte público se realiza con el mismo procedimiento descrito para la evaluación en el algoritmo unimodal. En caso de que algún par Origen-Destino no se pueda conectar por caminos con uno o ningún transbordo, entonces toda la demanda de dicho par se asigna a automóviles particulares. A diferencia del método del caso unimodal, en el algoritmo bimodal los tiempos de desplazamiento de los buses T_e^b en una arista e dependen tanto del flujo de buses como del flujo de automóviles, tal como se indica en la ecuación (4.43). Se considera que el tiempo en una arista para buses y automóviles puede ser distinto ya que estos poseen distinta velocidad máxima.

$$T_e^b = \begin{cases} T_{e,0}^b & , \text{ si } F_e^b + F_e^a \leq C_e \\ T_{e,0}^b * e^{\left(\frac{F_e^b + F_e^a}{C_e} - 1\right)} & , \text{ si } F_e^b + F_e^a > C_e \end{cases} \quad (4.43)$$

Donde:

- C_e es la capacidad práctica de la arista e .
- F_e^b (F_e^a) es el flujo de buses (automóviles) por la arista e .
- $T_{e,0}^b$ es el tiempo en flujo libre para buses en la arista e , dado por la ecuación (4.44).

$$T_{e,0}^b = \frac{60 * l_e}{1000 * v_{max}^b} \quad (4.44)$$

Donde:

- l_e es el largo de la arista e .
- v_{max}^b es la velocidad máxima de operación de los buses.

La asignación de los viajes de automóviles se realiza mediante una heurística de asignación incremental, cuyo pseudocódigo se presenta en el Algoritmo 2. (Patriksson, 1994)

Algoritmo 2: asignación incremental de automóviles

Desde 1 hasta K

Para cada par Origen-Destino

Encontrar camino más corto entre nodos origen y destino, bajo flujos actuales

Asignar al camino demanda de automóviles del par dividida por K

Actualizar flujos

Actualizar tiempos

Fin

El proceso se compone de un número fijo de K iteraciones, en cada una de las cuales se asigna una parte de la demanda al camino más corto entre cada par de nodos. De esta forma la demanda correspondiente a un nodo se puede distribuir entre distintos caminos, representando la situación de que los automovilistas salen en distintos momentos, eligiendo la ruta más corta en ese momento. Se debe considerar que en los automóviles puede viajar más de una persona, por lo tanto, en el método propuesto se considera un número promedio de pasajeros por automóvil u_a , y la demanda de automóviles de un par será igual a la demanda de viajes en automóvil dividida por u_a .

Los tiempos de viaje de los automóviles se determinan de similar manera al de los autobuses, pero considerando la velocidad máxima de los automóviles, tal como se indica en la ecuación (4.45).

$$T_e^a = \begin{cases} T_{e,0}^a & , \text{ si } F_e^b + F_e^a \leq C_e \\ T_{e,0}^a * e^{\left(\frac{F_e^b + F_e^a}{C_e} - 1\right)} & , \text{ si } F_e^b + F_e^a > C_e \end{cases} \quad (4.45)$$

Donde:

- $T_{e,0}^a$ es el tiempo en flujo libre de automóviles en la arista e , dado por la ecuación (4.46).

$$T_{e,0}^a = \frac{60 * l_e}{1000 * v_{max}^a} \quad (4.46)$$

Donde:

- v_{max}^a es la velocidad máxima de operación de los automóviles.

4.2.9.2 División de la demanda

Una vez realizada la asignación inicial de los viajes se calcula el tiempo mínimo de viaje entre cada par de nodos Origen-Destino en cada medio de transporte. Además, para el transporte público, se calcula el tiempo de espera medio en el camino correspondiente al tiempo mínimo, y en caso que corresponda la penalización por transbordo. Estos datos son los que definen la división de la demanda entre cada par de nodos.

En el algoritmo propuesto se utiliza el método logit binomial para dividir la demanda de cada par Origen-Destino entre buses y automóviles. Estos modelos se basan en la maximización de la utilidad por parte de los usuarios. Suponiendo que todos los pasajeros tienen las mismas preferencias, la probabilidad de que un pasajero escoja el medio de transporte n está dada por la ecuación (4.47).

$$P_n = \frac{e^{U_n}}{\sum_{m \in M} e^{U_m}} \quad (4.47)$$

Donde:

- P_n es la probabilidad de seleccionar medio de transporte n .
- U_n es la utilidad del medio de transporte n .
- M es el conjunto de modos de transporte.

La utilidad se puede estimar por un modelo de regresión a partir de distintos atributos, obteniéndose una expresión lineal como la ecuación (4.48).

$$U_m = \theta_1 * x_{m1} + \theta_2 * x_{m2} + \dots + \theta_k * x_{mk} \quad (4.48)$$

Donde:

- x_{mk} el valor del atributo k .
- θ_k es el coeficiente del atributo k .

En el algoritmo propuesto se consideran los atributos significativos con sus respectivos coeficientes encontrados en el trabajo de Khan (2007), quien encontró que la utilidad de viajar por automóvil y bus se da por las ecuaciones (4.49) y (4.50) respectivamente.

$$U_a = B_{a1} * TV_a + B_{a2} * CV_a + CA \quad (4.49)$$

$$U_b = B_{b1} * TV_b + B_{b2} * CV_b + B_{b3} * TE_b + B_{b4} * TA_b \quad (4.50)$$

Donde:

- U_a es la función de utilidad de automóvil.
- U_b es la función de utilidad de bus.
- TV_a es el tiempo de viaje mínimo en automóvil.
- CV_a es el costo de viaje del automóvil.
- CA es una constante específica para automóvil.
- TV_b es el tiempo de viaje mínimo en bus.
- CV_b es el costo del viaje en bus.
- TE_b es el tiempo de espera en bus
- TA_b es el tiempo de acceso en bus.

Luego, la demanda por viajes en autobús y automóvil para un par Origen –Destino están dadas por las ecuaciones (4.51) y (4.52) respectivamente.

$$D_{va} = D * \frac{e^{U_a}}{e^{U_a} + e^{U_b}} \quad (4.51)$$

$$D_{vb} = D * \frac{e^{U_b}}{e^{U_a} + e^{U_b}} \quad (4.52)$$

Donde:

- D es la demanda total de viajes correspondiente al par Origen-Destino.

Finalmente, la demanda de automóviles en el par Origen-Destino está dada por la ecuación (4.53).

$$D_a = \frac{D_{va}}{u_a} \quad (4.53)$$

4.2.9.3 Cálculo de funciones objetivos

El algoritmo evolutivo bimodal considera los mismos objetivos que los métodos anteriores, pero en este caso se debe considerar los tiempos y emisiones generadas por los automóviles.

El tiempo total de viaje se obtiene sumando el tiempo de viaje de los automóviles, con los tiempos de viaje en vehículo, tiempos de espera y tiempo de transbordo de la red de transporte público. El tiempo de viaje de los automóviles, al igual que el tiempo de viaje en vehículo de los buses, se obtiene de la suma del tiempo de viaje de cada una de los arcos que conforman el camino.

El cálculo de las emisiones es análogo al algoritmo unimodal, debiéndose sumar las emisiones de los automóviles a las emisiones del sistema de transporte público. Las emisiones de los automóviles también se calculan por arista, multiplicando el flujo de automóviles por el factor de emisión correspondiente a la velocidad media de los automóviles en dicha arista.

4.3 Generación conjunto de rutas

Los algoritmos propuestos, requieren que previo a su ejecución se genere un conjunto con las rutas factibles, desde donde se seleccionan las que formarán parte de la solución. Si bien para asegurar la optimalidad se debería generar todas las rutas posibles, el tamaño de este conjunto puede ser demasiado grande, lo que hace crecer exponencialmente el número de variables y restricciones del modelo.

Debido a lo anterior, se utiliza un método heurístico que se basa en que las rutas más atractivas son aquellas que unen de forma directa los pares OD, esto es, sin necesidad de transbordos. El algoritmo obtiene los k caminos más cortos entre los pares de nodos que concentran la mayor parte de la demanda, obteniendo desviaciones de la ruta más corta que pudieran incluir otros nodos de interés. Si bien es atractivo utilizar valores grandes de k , para generar un mayor número de rutas posibles de seleccionar, esto también provoca rutas de alta sinuosidad (con muchas desviaciones), lo que puede ser poco apropiado debido a que aumentan el tiempo de viaje entre sus extremos. Esta situación se observa en la Figura 4.12, donde se generan los cuatro caminos más cortos entre los nodos 1 y 8, donde se tiene que la ruta R1 es la más corta y la ruta R4 es la más larga. Se observa que las rutas R2, R3 y R4

agregan sucesivamente nuevos nodos dentro de la ruta, lo que puede ser conveniente al permitir unir distintos pares OD en una misma ruta, sin embargo, R4 puede ser considerablemente más larga que R1, por las desviaciones introducidas, por lo que podría no cumplirse el objetivo inicial de conectar en forma expedita los nodos 1 y 8.

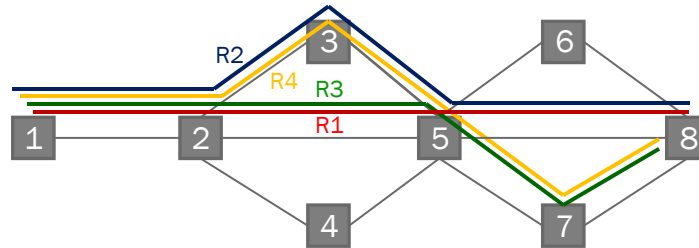


Figura 4.12: Ejemplo generación rutas entre nodos 1 y 8.

El pseudocódigo de la heurística utilizada se presenta en el Algoritmo 3.

Algoritmo 3: Generación de rutas factibles (Entrada: G, D, k ; Salida: R)

Para cada par Origen-Destino

Encontrar k caminos mínimos entre nodos de origen y destino (algoritmo de Yen)

Incluir caminos generados a conjunto de rutas R (sin repetir)

Fin

En la heurística propuesta se utiliza el algoritmo de Yen (1971) para encontrar un número determinado de caminos entre dos nodos, enfoque que ha sido utilizado en estudios anteriores del TNDP ((Baaj and Mahmassani, 1991; Cancela et al., 2015; Mauttone and Urquhart, 2009). Para la ejecución de la heurística se utiliza la implementación del algoritmo de Yen disponible en (“K-Shortest Path- Yen’s algorithm - File Exchange - MATLAB Central,”).

Capítulo 5. Instancias de prueba

En este capítulo se describen las instancias a usar para validar el modelo de programación matemática y los algoritmos evolutivos propuestos para el TNDP multiobjetivo con objetivos medioambientales, presentados en el capítulo anterior.

Las instancias propuestas se basan en tres redes físicas de infraestructura extraídas de los trabajos de Cancela et al. (2015), Wan y Lo (2003) y Mandl (1980). Estas instancias fueron modificadas para incorporar características de emisiones y capacidad en las calles, de tal forma que los costos de los arcos (tiempo) de las redes originales, corresponde al tiempo de desplazamiento a la máxima velocidad considerada en este estudio.

Así, cada red se describe por los siguientes datos: la matriz l_e de distancias, que indica los nodos de la red, los arcos y la longitud de cada una; la matriz que indica la capacidad práctica κ_e de cada arista; y la matriz Origen-Destino (D) que indica la demanda total de viajes entre cada par Origen-Destino. Dado que en el algoritmo bimodal los arcos son compartidos por automóviles y buses, se tiene una matriz de capacidad separada para este caso.

Además de los valores anteriores, el modelo de programación matemática y los algoritmos evolutivos requieren definir el valor de otros parámetros específicos para construir las instancias, los que se indican a continuación.

Dado que el modelo matemático considera las frecuencias y velocidades de operación como variables discretas, a partir cada una de las redes previamente mencionada se generan varias instancias, considerando distintos conjuntos de frecuencias y rangos de velocidades permitidos, con lo que se genera un total de 17 instancias, denominadas I1-I17, las cuales se detallan más adelante.

Para cada una de estas instancias, los parámetros necesarios para implementar el modelo de programación matemática son: el conjunto de frecuencias θ_f posibles; el conjunto de velocidades promedio de operación φ_u y los factores de capacidad π_u asociados; la tasa de emisión de CO₂ E_u correspondiente a cada velocidad promedio; el valor p de penalización por

transbordos en la función objetivo; y el valor B de la restricción que limita el tamaño de la flota necesaria para operar el sistema.

En el caso del algoritmo evolutivo unimodal, los parámetros a definir son: la capacidad de los buses Cb ; la utilización máxima de los buses α_{max} ; el valor p de penalización por transbordos; la tolerancia c_t , utilizada en la determinación de los caminos considerados en el método de asignación; las tolerancias c_f y c_v , utilizadas para determinar la convergencia en el método de asignación; los valores f_{min} y f_{max} , correspondientes a las frecuencias mínima y máxima en el proceso de asignación; la velocidad máxima de los buses v_{max} ; y los factores de emisión E_i de los respectivos intervalos de velocidad.

En el caso del algoritmo evolutivo bimodal, los parámetros a definir son: la capacidad de los buses Cb ; la utilización máxima de los buses α_{max} ; el número de pasajeros por automóvil u_a ; el valor p de penalización por transbordos; la tolerancia c_t , utilizada en la determinación de los caminos considerados en el método de asignación; las tolerancias c_f y c_v , utilizadas para determinar la convergencia en el método de asignación; la proporción inicial de la demanda cubierta por el transporte público; los valores f_{min} , f_{max} y f_0 , correspondientes a las frecuencias mínima, máxima e inicial en el proceso de asignación; las velocidades máximas v_{max}^b y v_{max}^a , correspondientes a los buses y automóviles respectivamente; los factores de emisión E_i^b y E_i^a de los respectivos intervalos de velocidad para buses y automóviles; y los coeficientes del modelo *logit* de división de la demanda.

Los valores de las tasa de emisión y de las velocidades correspondientes para los buses, se extraen de los datos relativos a buses del tipo troncal principal, mostrados en la Tabla 3.1.

En el caso de los factores de emisión de los automóviles, se utilizan los datos mostrados en la Tabla 5.1.

Tabla 5.1: Tasa de emisión promedio por velocidad de automóviles.

Rango de velocidad (km/h)	Factor de emisión (g/s CO ₂)
0-8	2,7
8-16	4,7
16-24	5,5
24-32	5,8
32-40	6,2
40-48	6,6
48-56	7,6
56-64	8,5

5.1 Red de Cancela, Mauttone y Urquhart (Cancela et al., 2015)

Se trata de una red pequeña, con solo 8 vértices, 10 arcos y 4 pares OD. El grafo se observa en la Figura 5.1, mientras que las distancias, capacidades y demanda por viajes de cada par OD se presentan en las Tablas 5.2, 5.3 y 5.4 respectivamente.

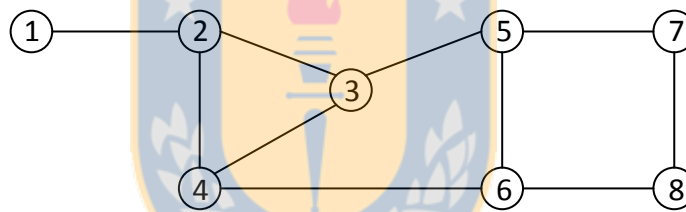


Figura 5.1: Red de Cancela, Mauttone y Urquhart.

Tabla 5.2: Distancias entre nodos, red de Cancela, Mauttone y Urquhart (km).

Nodo	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	40	0	0	0	0	0	0
2	40	0	10	30	0	0	0	0
3	0	10	0	10	10	0	0	0
4	0	30	10	0	0	30	0	0
5	0	0	10	0	0	30	20	0
6	0	0	0	30	30	0	0	20
7	0	0	0	0	20	0	0	30
8	0	0	0	0	0	20	30	0

Tabla 5.3: Capacidad de arcos, red de Cancela, Mauttone y Urquhart unimodal (buses/h).

Nodo	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	8	0	0	0	0	0	0
2	8	0	6	8	0	0	0	0
3	0	6	0	4	6	0	0	0
4	0	8	4	0	0	8	0	0
5	0	0	6	0	0	4	6	0
6	0	0	0	8	4	0	0	8
7	0	0	0	0	6	0	0	6
8	0	0	0	0	0	8	6	0

Tabla 5.4: Demanda pares OD, red de Cancela, Mauttone y Urquhart (viajes/h).

O	D	Demanda
3	1	60
3	7	40
3	8	120
4	7	30
6	1	30

5.1.1 Instancias de prueba para el modelo de programación matemática, propuestas a partir de la red de Cancela, Mauttone y Urquhart

A partir de esta red física se definen las instancias I1-I10 para ser resueltas con el modelo de programación matemática propuesto en este estudio. La instancia I1 es la más pequeña, constando de solo una frecuencia y una velocidad posible. A las instancias posteriores se les añaden secuencialmente frecuencias y velocidades posibles, siendo la I10 la instancia de mayor tamaño construida a partir de la red de Cancela, Mauttone y Urquhart, contando con cuatro frecuencias y cuatro velocidades posibles. El detalle de los parámetros considerados en estas instancias se presenta en la Tabla 5.5, donde las columnas corresponde respectivamente a: valores de frecuencia posibles, valores de velocidad posible, factores de utilización de la capacidad de las calles correspondientes a las velocidades, tasa de emisiones correspondientes a cada velocidad, límite de buses necesarios para operar la red y penalización de tiempo por transbordos.

Tabla 5.5: Parámetros utilizados en instancias I1-I10, red de Canela, Mauttone y Urquhart

Instancia	Parámetros					
	θ_f (buses/h)	φ_u (km/h)	π_u	E_u (kg/h)	B (buses)	p (h)
I1	4	28	1	38,5	80	0,05
I2	4	[28; 20]	[1 ;2]	[38,5; 31,3]	80	0,05
I3	[4 ;8]	28	1	38,5	80	0,05
I4	[4 ;8]	[28; 20]	[1 ;2]	[38,5; 31,3]	80	0,05
I5	[4 ;8]	[36; 28; 20]	[1 ;2; 3]	[42,8; 38,5; 31,3]	80	0,05
I6	[4 ;8 ;12]	[28; 20]	[1 ;2]	[38,5; 31,3]	80	0,05
I7	[4 ;8 ;12]	[36; 28; 20]	[1 ;2; 3]	[42,8; 38,5; 31,3]	80	0,05
I8	[4 ;8 ;12]	[44; 36; 28; 20]	[1 ;2; 3; 4]	[45; 42,8; 38,5; 31,3]	80	0,05
I9	[2; 4; 8; 12]	[36; 28; 20]	[1 ;2; 3]	[42,8; 38,5; 31,3]	80	0,05
I10	[2; 4; 8; 12]	[44; 36; 28; 20]	[1 ;2; 3; 4]	[45; 42,8; 38,5; 31,3]	80	0,05

Además, en este estudio, se construyen tres instancias para ser resueltas utilizando el modelo propuesto por Canela et al. (2015), que no incluye la minimización de emisiones ni la decisión de velocidad de operación, para comparar las soluciones entregadas por ambos modelos. Los parámetros de las instancias I11-I13, que se muestran en la Tabla 5.6, fueron determinados de tal forma de que los resultados sean comparables con los de las instancias anteriores respecto del nivel de emisiones generadas.

Tabla 5.6: Parámetros utilizados en instancias I11-I13, red de Canela, Mauttone y Urquhart

Instancia	Parámetros				
	θ_f (buses/h)	φ_u (km/h)	E_u (kg/h)	B (buses)	p (h)
I11	4	28	38,5	80	0,05
I12	[2; 4; 8; 12]	28	38,5	80	0,05
I13	[2; 4; 8; 12]	44	45	80	0,05

La instancia I11 corresponde a la instancia I1, mientras que las instancias I12 e I13 corresponden a la instancia I10, considerando como velocidad promedio una velocidad media o la velocidad máxima respectivamente.

5.1.2 Instancia de prueba para algoritmo evolutivo unimodal, propuesta a partir de red de Cancela, Mauttone y Urquhart

En la ejecución del algoritmo evolutivo unimodal se asumen los siguientes parámetros:

- Capacidad de los buses (Cb): 40 pas/vehículo.
- Utilización máxima de los buses (α_{max}): 1.
- Penalización por transbordos (p): 3 min.
- Tolerancia c_t para consideración de caminos: 1,5.
- Tolerancia de convergencia de frecuencia y velocidad (c_f y c_v): 0,01.
- Frecuencia mínima (f_{min}): 2 buses/h.
- Frecuencia máxima (f_{max}): 90 buses/h.
- Velocidad máxima (v_{max}): 45 km/h.

5.2 Red de Wan y Lo (Wan and Lo, 2003)

Se trata de una red compuesta por 10 vértices y 19 arcos, ligeramente mayor que la red de Cancela, Mauttone y Urquhart, pero que implica una gran cantidad de rutas factibles. Además, se consideran 9 pares OD, lo que aumenta de forma significativa el tamaño del modelo. La estructura de la red se observa en la Figura 5.2, mientras que las distancias, capacidades y demanda por viajes de cada par OD se presentan en las Tablas 5.7, 5.8, 5.9 y 5.10 respectivamente.

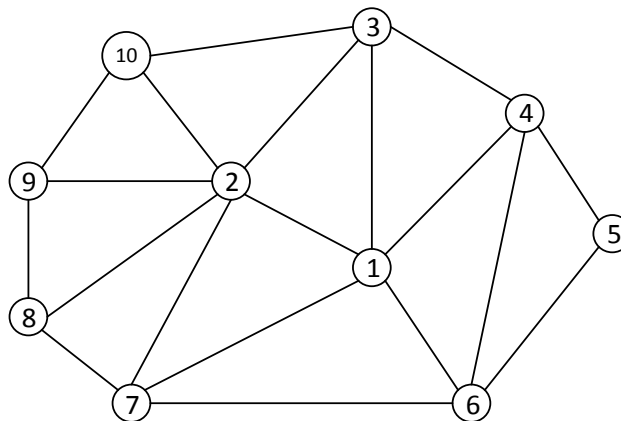


Figura 5.2: Red de Wan y Lo

Tabla 5.7: Distancias entre nodos, red de Wan y Lo (km).

Nodo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	5	7	8	0	3	13	0	0	0
2	5	0	10	0	0	0	12	6	7	8
3	7	10	0	9	0	0	0	0	0	9
4	8	0	9	0	6	10	0	0	0	0
5	0	0	0	6	0	3	0	0	0	0
6	3	0	0	10	3	0	16	0	0	0
7	13	12	0	0	0	16	0	4	0	0
8	0	6	0	0	0	0	4	0	3	0
9	0	7	0	0	0	0	0	3	0	5
10	0	8	9	0	0	0	0	0	5	0

Tabla 5.8: Capacidad de arcos, red de Wan y Lo unimodal (buses/h).

Nodo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	15	5	5	0	15	5	0	0	0
2	15	0	15	0	0	0	15	5	15	5
3	5	15	0	10	0	0	0	0	0	10
4	5	0	10	0	10	5	0	0	0	0
5	0	0	0	10	0	10	0	0	0	0
6	15	0	0	5	10	0	10	0	0	0
7	5	15	0	0	0	10	0	5	0	0
8	0	5	0	0	0	0	5	0	5	0
9	0	15	0	0	0	0	0	5	0	10
10	0	5	10	0	0	0	0	0	10	0

Tabla 5.9: Capacidad de arcos, red de Wan y Lo bimodal (vehículos/h).

Nodo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	500	200	200	0	500	200	0	0	0
2	500	0	500	0	0	0	500	200	500	200
3	200	500	0	300	0	0	0	0	0	300
4	200	0	300	0	300	200	0	0	0	0
5	0	0	0	300	0	300	0	0	0	0
6	500	0	0	200	300	0	300	0	0	0
7	200	500	0	0	0	300	0	200	0	0
8	0	200	0	0	0	0	200	0	200	0
9	0	500	0	0	0	0	0	200	0	300
10	0	200	300	0	0	0	0	0	300	0

Tabla 5.10: Demanda pares OD, red de Wan y Lo (viajes/h).

O	D	Demanda
2	10	200
3	2	150
4	7	800
5	8	350
6	9	600
7	6	250
8	3	400
9	4	450
10	5	500

5.2.1 Instancias de prueba para el modelo de programación matemática, propuestas a partir de la red de Wan y Lo

A partir de esta red se construyen tres instancias, llamadas I14-I16, cuyos parámetros se muestran en la Tabla 5.11, donde las columnas corresponde respectivamente a: valores de frecuencia posibles, valores de velocidad posible, factores de utilización correspondientes a las velocidades, tasa de emisiones correspondientes a cada velocidad, límite de buses necesarios para operar la red y penalización de tiempo por transbordos.

Tabla 5.11: Parámetros utilizados en instancias I14-I16, red de Wan y Lo.

Instancia	Parámetros					
	θ_f (buses/h)	φ_u (km/h)	π_u	E_u (kg/h)	B (buses)	p (h)
I14	[2 ;8]	[36; 20]	[1 ;1,5]	[42,8; 31,3]	70	0,05
I15	[2 ;8]	[36; 28; 20]	[1 ;1,5; 2]	[42,8; 38,5; 31,3]	70	0,05
I16	[2 ;8 ;12]	[36; 28; 20]	[1 ;1,5; 2]	[42,8; 38,5; 31,3]	70	0,05

5.2.2 Instancia de prueba para algoritmo evolutivo unimodal, propuesta a partir de red de Wan y Lo

En la ejecución del algoritmo evolutivo unimodal se asumen los siguientes parámetros:

- Capacidad de los buses (Cb): 50 pas/vehículo.
- Utilización máxima de los buses (α_{max}): 1.
- Penalización por transbordos (p): 3 min.
- Tolerancia c_t para consideración de caminos: 1,5.
- Tolerancia de convergencia de frecuencia y velocidad (c_f y c_v): 0,05.
- Frecuencia mínima (f_{min}): 2 buses/h.
- Frecuencia máxima (f_{max}): 90 buses/h.
- Velocidad máxima (v_{max}): 45 km/h.

5.2.3 Instancia de prueba para algoritmo evolutivo bimodal, propuesta a partir de red de Wan y Lo

En la ejecución del algoritmo evolutivo bimodal se asumen los siguientes parámetros:

- Capacidad de los buses (Cb): 50 pas/vehículo.
- Utilización máxima de los buses (α_{max}): 1.
- Pasajeros por automóvil (u_a): 1,5 pas/vehículo.
- Penalización por transbordos (p): 3 min.
- Tolerancia c_t para consideración de caminos: 1,5.
- Tolerancia de convergencia de frecuencia y velocidad (c_f y c_v): 0,05.
- Distribución inicial demanda: 50% en transporte público.
- Frecuencia inicial (f_0): 6 buses/h.
- Frecuencia mínima (f_{min}): 2 buses/h.
- Frecuencia máxima (f_{max}): 90 buses/h.
- Velocidad máxima automóviles (v_{max}^a): 60 km/h.
- Velocidad máxima buses (v_{max}^b): 45 km/h.

5.3 Red de Mandl (Mandl, 1980)

La red de Mandl ha sido utilizada en numerosos estudios relacionados al TNDP como instancia de prueba. Se trata de una red con 15 nodos, 21 arcos y 172 pares Origen-Destino, por lo que se trata de una matriz sumamente densa, a diferencia de las redes antes presentadas. La estructura de la red se observa en la Figura 5.3, mientras que las distancias, capacidades y demanda por viajes de cada par OD se presentan en las Tablas 5.12, 5.13, 5.14 y 5.15 respectivamente.

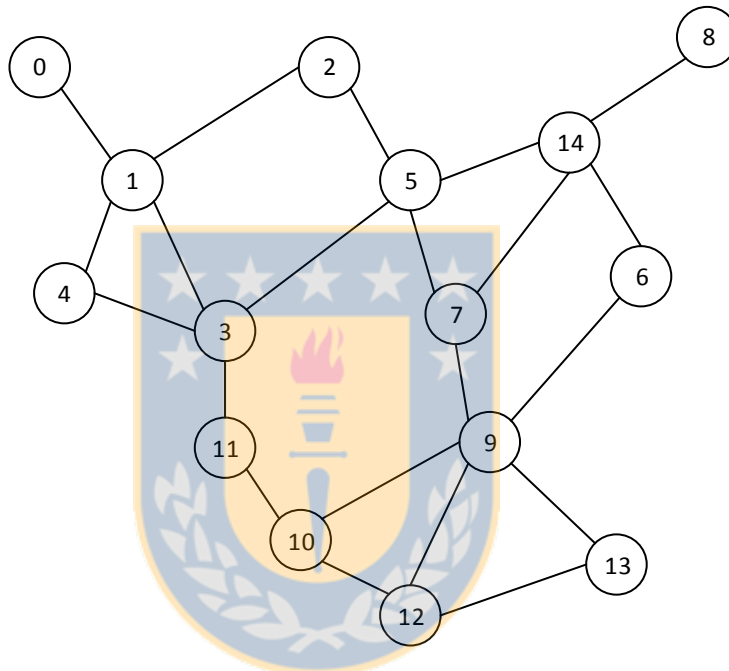


Figura 5.3: Red de Mandl

Tabla 5.12: Distancias entre nodos, red de Mandl (km).

Nodo	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0	0	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	6	0	1,5	2,25	4,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1,5	0	0	0	2,25	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	2,25	0	0	3	3	0	0	0	0	0	7,5	0	0	0
4	0	4,5	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	2,25	3	0	0	0	1,5	0	0	0	0	0	0	2,25
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5,25	0	0	0	0	1,5
7	0	0	0	0	0	1,5	0	0	0	6	0	0	0	0	1,5
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6
9	0	0	0	0	0	0	5,25	6	0	0	3,75	0	7,5	6	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3,75	0	7,5	3,75	0	0
11	0	0	0	7,5	0	0	0	0	0	0	7,5	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7,5	3,75	0	0	1,5	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	0	0	1,5	0	0
14	0	0	0	0	0	2,25	1,5	1,5	6	0	0	0	0	0	0

Tabla 5.13: Capacidad de arcos, red de Mandl unimodal (buses/h).

Nodo	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0	0	35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	35	0	20	35	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	20	0	0	0	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	35	0	0	28	28	0	0	0	0	0	35	0	0	0
4	0	20	0	28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	20	28	0	0	0	20	0	0	0	0	0	0	28
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	28	0	0	0	0	28
7	0	0	0	0	0	20	0	0	0	20	0	0	0	0	20
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	28
9	0	0	0	0	0	0	28	20	0	0	20	0	28	35	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20	0	35	35	0	0
11	0	0	0	35	0	0	0	0	0	0	35	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	28	35	0	0	35	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	35	0	0	35	0	0
14	0	0	0	0	0	28	28	20	28	0	0	0	0	0	0

Tabla 5.14: Capacidad de arcos, red de Mandl bimodal (vehículos/h).

Nodo	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0	0	900	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	900	0	400	900	400	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	400	0	0	0	400	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	900	0	0	600	600	0	0	0	0	0	900	0	0	0
4	0	400	0	600	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	400	600	0	0	0	400	0	0	0	0	0	0	600
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	600	0	0	0	0	600
7	0	0	0	0	0	400	0	0	0	400	0	0	0	0	400
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	600
9	0	0	0	0	0	0	600	400	0	0	400	0	600	900	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400	0	900	900	0	0
11	0	0	0	900	0	0	0	0	0	0	900	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	600	900	0	0	900	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	900	0	0	900	0	0
14	0	0	0	0	0	600	600	400	600	0	0	0	0	0	0

Tabla 5.15: Demanda pares OD, red de Mandl (viajes/h).

Nodo	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0	0	400	200	60	80	150	75	75	30	160	30	25	35	0	0
1	400	0	50	120	20	180	90	90	15	130	20	10	10	5	0
2	200	50	0	40	60	180	90	90	15	45	20	10	10	5	0
3	60	120	40	0	50	100	50	50	15	240	40	25	10	5	0
4	80	20	60	50	0	50	25	25	10	120	20	15	5	0	0
5	150	180	180	100	50	0	100	100	30	880	60	15	15	10	0
6	75	90	90	50	25	100	0	50	15	440	35	10	10	5	0
7	75	90	90	50	25	100	50	0	15	440	35	10	10	5	0
8	30	15	15	15	10	30	15	15	0	140	20	5	0	0	0
9	160	130	45	240	120	880	440	440	140	0	600	250	500	200	0
10	30	20	20	40	20	60	35	35	20	600	0	75	95	15	0
11	25	10	10	25	15	15	10	10	5	250	75	0	70	0	0
12	35	10	10	10	5	15	10	10	0	500	95	70	0	45	0
13	0	5	5	5	0	10	5	5	0	200	15	0	45	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

5.3.1 Instancia de prueba para el modelo de programación matemática, propuesta a partir de red de Mandl

A partir de esta red, se construye una única instancia, denominada I17, en la que se asumen los siguientes parámetros:

- 2 frecuencias posibles: $\theta = [8; 12]$ buses/h.
- 2 velocidades posibles: $\varphi = [36; 20]$ km/h.
- Factores de utilización de capacidad $\Pi = [1; 1,5]$.
- Factores de emisión: $E_u = [42,8; 31,3]$ kg CO₂/h.
- Número máximo de buses (B): 100 buses.
- Penalización por transbordos (p): 3 min.

5.3.2 Instancia de prueba para algoritmo evolutivo unimodal, propuesta a partir de red de Mandl

En la ejecución del algoritmo evolutivo unimodal se asumen los siguientes parámetros:

- Capacidad de los buses (Cb): 50 pas/vehículo.
- Utilización máxima de los buses (α_{max}): 1.
- Penalización por transbordos (p): 5 min.
- Tolerancia c_t para consideración de caminos: 1,5.
- Tolerancia de convergencia de frecuencia y velocidad (c_f y c_v): 0,05.
- Frecuencia mínima (f_{min}): 2 buses/h.
- Frecuencia máxima (f_{max}): 90 buses/h.
- Velocidad máxima (v_{max}): 45 km/h.

5.3.3 Instancia de prueba para algoritmo evolutivo bimodal, propuesta a partir de red de Mandl

En la ejecución del algoritmo evolutivo bimodal se asumen los siguientes parámetros:

- Capacidad de los buses (C_b): 50 pas/vehículo.
- Utilización máxima de los buses (α_{max}): 1.
- Pasajeros por automóvil (u_a): 1,5 pas/vehículo.
- Penalización por transbordos (p): 5 min.
- Tolerancia c_t para consideración de caminos: 1,5.
- Tolerancia de convergencia de frecuencia y velocidad (c_f y c_v): 0,05.
- Distribución inicial demanda: 50% en transporte público.
- Frecuencia inicial (f_0): 6 buses/h.
- Frecuencia mínima (f_{min}): 2 buses/h.
- Frecuencia máxima (f_{max}): 90 buses/h.
- Velocidad máxima automóviles (v_{max}^a): 60 km/h.
- Velocidad máxima buses (v_{max}^b): 45 km/h.

Capítulo 6. Resultados

En este capítulo se presentan los resultados de los experimentos numéricos, desarrollados con el fin de evaluar el desempeño y características del modelo de programación matemática y los algoritmos evolutivos propuestos en este estudio. Todos los cálculos fueron realizados en un computador Intel® Core i7, con un procesador de 3.20 GHZ y 8.00 GB de memoria RAM instalada.

En las siguientes subsecciones se presentan los resultados obtenidos por cada uno de los métodos de solución propuestos.

6.1 Resultados para el modelo de programación matemática

El modelo fue implementado en GAMS y resuelto utilizando CPLEX 12.6.0.1, usando el método de la ε -restricción para estimar las fronteras eficientes. En las siguientes subsecciones se presentan los resultados de cada una de las instancias construidas sobre las tres redes presentadas en el capítulo 5.

6.1.1 Resultados para red de Cancela, Mauttone y Urquhart con modelo de programación matemática

Como se describió en el capítulo 5, a partir de la red de Cancela, Mauttone y Urquhart se generaron diez instancias, denominadas I1-I10 respectivamente. Para la construcción de los modelos, se consideraron todas las rutas directas posibles entre todos los respectivos pares Origen-Destino, obteniéndose un conjunto de 28 rutas.

En la Tabla 6.1 se muestra el tamaño de cada una de estas instancias, las que se diferencian por el número de frecuencias y de velocidades posibles. El tamaño de cada una se representa por el número de ecuaciones que conforma el modelo de programación matemática resultante, el número total de variables y el número de variables discretas. Estos datos son relevantes, ya que determinan el esfuerzo computacional necesario para encontrar soluciones.

Tabla 6.1: Características modelos de instancias I1-I10.

Instancia	N° de frecuencias	N° de velocidades	N° de ecuaciones	N° de variables	N° de variables discretas
I1	1	1	43.872	15.639	184
I2	1	2	46.350	16.947	312
I3	2	1	84.394	29.253	330
I4	2	2	86.872	30.679	576
I5	2	3	89.305	32.105	822
I6	3	2	127.394	44.411	840
I7	3	3	129.872	45.955	1.204
I8	3	4	132.305	47.499	1.568
I9	4	3	170.394	59.805	1.586
I10	4	4	172.873	61.469	2.068

En la Tabla 6.2, se entregan los conjuntos de soluciones eficientes o no dominadas encontrados para cada una de las instancias. Para cada solución, se tiene el valor de las dos funciones objetivo consideradas (tiempo total de viaje y emisiones contaminantes), el tamaño de la flota necesaria para operar la red (dado por la restricción (4.8)), el número de rutas que conforma la red y el tiempo computacional necesario para encontrar la solución. Los valores de la última columna precedidos por *, indican que la ejecución del algoritmo se detuvo, por exceder el tiempo límite, fijado en 1000 segundos, por lo que no se puede asegurar que estas soluciones sean de la frontera óptima. Para todas estas soluciones se reporta una diferencia máxima, entre la solución encontrada y la solución óptima, de entre un 10% y un 15%.

Tabla 6.2: Soluciones encontradas para instancias I1-I10.

Instancia	Tiempo total (h)	Emisiones totales (kg/h CO ₂)	Tamaño de la flota	N° de rutas	Tiempo CPU (s)
I1	634,6	2971,5	78	4	0,75
	638,9	1650,9	43	2	1,31
	661,4	1540,8	40	3	0,28
I2	625,0	2781,9	74	2	57,00
	637,3	2341,6	43	3	11,90
	661,4	1540,8	40	3	3,90
I3	634,6	2971,5	78	4	3,59
	638,9	1650,9	43	2	1,31
	661,4	1540,8	40	3	0,28

I4	625,0	2781,9	74	2	234,83
	638,9	1650,9	43	2	29,73
	661,4	1540,8	40	3	5,37
I5	499,8	2409,7	57	2	398,46
	508,3	2028,9	48	3	174,45
	514,8	1868,2	45	3	98,42
	517,5	1428,0	34	2	63,43
	540,0	1332,8	32	3	5,51
I6	625,0	2781,9	74	2	30,48
	637,3	2341,6	43	3	11,90
	638,9	1650,9	43	2	27,33
	661,4	1540,8	40	3	4,96
I7	499,8	2409,7	57	2	113,45
	508,3	2028,9	48	3	167,16
	514,8	1868,2	45	3	88,05
	517,5	1428,0	34	2	63,43
	540,0	1332,8	32	3	10,73
I8	415,4	2589,9	58	3	*1000
	420,8	2072,2	47	2	387,02
	427,5	1745,0	39	3	223,39
	430,4	1608,1	27	3	212,40
	440,2	1227,3	28	2	12,51
	462,7	1145,5	26	3	9,14
I9	488,9	2449,8	58	4	*1000
	501,6	1666,3	40	4	568,02
	521,6	1190,0	28	3	149,00
	547,5	999,6	24	2	319,09
	595	714,7	17	3	53,54
	625	666,2	16	3	57,92
I10	406,4	2440,4	55	5	*1000
	406,4	2358,4	53	5	*1000
	411,9	2113,1	48	5	*1000
	416,2	1908,6	43	6	*1000
	424,4	1492,8	34	5	*1000
	444,3	1022,7	23	3	87,16
	505	695,2	16	2	91,51
	547,7	572,7	13	3	74,87

Respecto a los conjuntos de soluciones mostrados en la Tabla 6.2, cabe destacar que para las instancias I1-I6, se encontraron todas las soluciones eficientes o no dominadas. Sin embargo, para las instancias I7-I10, se encontró un subconjunto de estas soluciones.

En la Tabla 6.3 se muestran, los resultados obtenidos para las instancias I11-I13, utilizando el modelo Cancela et al. (2015), que dispone de un único objetivo, correspondiente a la minimización del tiempo total de viaje. Para las soluciones encontradas se calculó, la tasa de emisiones totales de la misma forma que en el modelo propuesto en el presente estudio.

Tabla 6.3: Soluciones encontradas para instancias I11-I13.

Instancia	Tiempo total (h)	Emisiones totales (kg/h CO2)	Tamaño de la flota	N° de rutas	Tiempo CPU (s)
I11	634,6	3190,0	80	3	0,75
I12	613,1	2695,3	70	5	24,88
I13	414,4	2086,0	70	5	27,28

En la Figura 6.1, se muestran las fronteras de soluciones eficientes o no dominadas encontradas para las instancias I7-I10, cada una correspondiente a una de las 4 curvas presentadas.

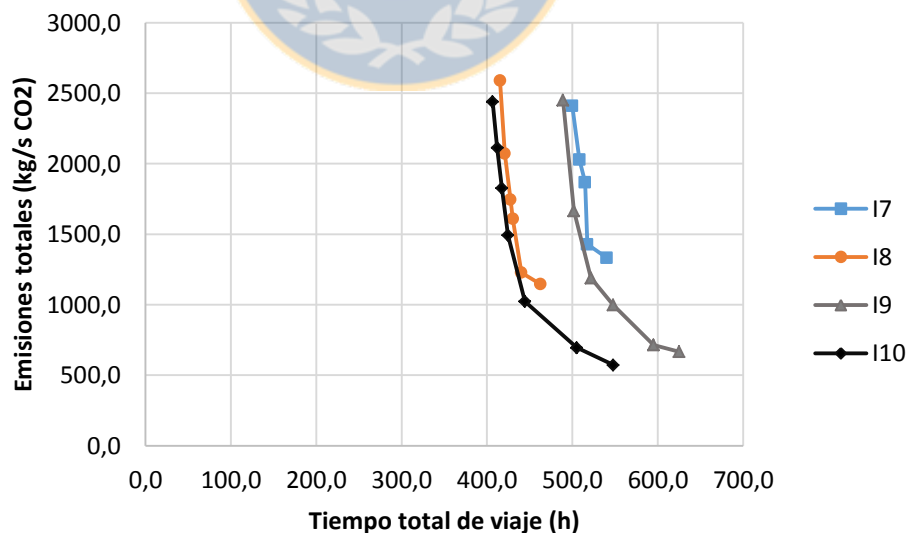


Figura 6.1: Fronteras eficientes encontradas para instancias I7-I10.

6.1.2 Resultados red de Wan y Lo con modelo de programación matemática

Para la construcción de los modelos correspondientes a las tres instancias construidas a partir de la red de Wan y Lo, se consideraron las 8 rutas más cortas, entre todos los pares Origen-Destino, obteniéndose un conjunto de 72 rutas.

En la Tabla 6.4 se muestra, el tamaño de las instancias I14-I16, las que se diferencian por el número de frecuencias y de velocidades posibles. El tamaño de cada una se representa por el número de ecuaciones que conforma el modelo de programación matemática resultante, el número de variables y el número de variables discretas.

Tabla 6.4: Características modelos de instancias I14-I16.

Instancia	Nº de frecuencias	Nº de velocidades	Nº de ecuaciones	Nº de variables	Nº de variables discretas
I14	2	2	677.004	231.982	1.314
I15	2	3	686.818	237.303	1.863
I16	3	3	1.013.771	347.067	2.730

En la Tabla 6.5, se entregan los conjuntos de soluciones eficientes encontrados para cada una de las instancias. Para cada solución, se tiene el valor de las dos funciones objetivo consideradas (tiempo total de viaje y emisiones contaminantes), el tamaño de la flota necesaria para operar la red, el número de rutas que conforma la red y el tiempo computacional necesario para encontrar la solución. Los valores de la última columna anteceditos por * , indican que la ejecución del algoritmo se detuvo, por excederse el tiempo límite fijado en 7200 segundos, por lo que no se puede asegurar que estas soluciones sean de la frontera de Pareto real. Para todas estas soluciones se reporta una diferencia máxima, entre la solución encontrada y la solución óptima, de entre un 10% y un 15%.

Tabla 6.5: Soluciones encontradas para instancias I14-I16.

Instancia	Tiempo total (h)	Emisiones totales (kg/h CO₂)	Tamaño de la flota	N° de rutas	Tiempo CPU (s)
I14	2619,1	1965,9	46	19	311,10
	2704,9	1432,8	34	14	1023,12
	2758,1	1151,9	27	11	2176,66
	3041,7	899,6	21	8	3601,17
	3495,1	580,7	14	6	3601,00
	5958,3	209,4	5	2	332,39
I15	2583,8	2441,4	60	21	*7200
	2620,3	2178,8	52	19	*7200
	2667,6	1489,9	35	13	*7200
	3268,8	861,6	21	5	*7200
	3679,2	499,8	12	4	*7200
	3863,9	490,3	12	4	*7200
	5958,3	209,5	5	2	1099
I16	2621,7	1914,8	45	19	*7200
	(a) 2687,2	1966,0	49	10	*7200
	2866,7	1792,8	43	13	*7200
	2901,6	980,0	23	10	*7200
	3028,7	904,4	22	8	*7200
	3206,0	699,7	17	7	*7200
	(b) 3475,0	595,0	14	6	*7200
	3562,5	528,4	13	5	*7200

Se presenta una descripción más detallada para dos de las soluciones encontradas para la instancia I16, específicamente aquellas denominadas como (a) y (b) en la Tabla 6.5. En la Figura 6.2 se presentan las rutas seleccionadas en la solución (a), sobre la red de Wan y Lo. En la Tabla 6.6 se presenta, para cada arista de la red: la velocidad promedio seleccionada (entre los tres valores posibles para la instancia), la cantidad de buses que circula por hora, el flujo de pasajeros por hora asignado y la utilización media de la capacidad de los buses que circulan por la arista, considerando para cada bus una capacidad de 100 personas. Las celdas marcadas por ‘-‘ indican que no se seleccionó ninguna ruta que circule por dicha arista, por lo que por ella no hay flujo de buses ni de pasajeros.

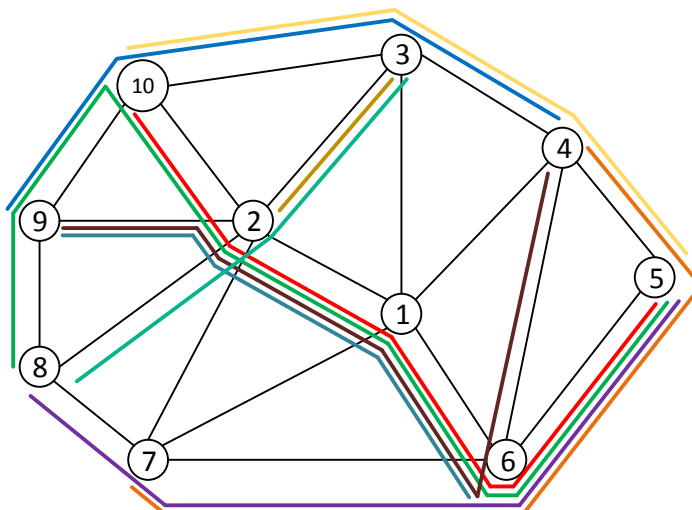


Figura 6.2: Rutas solución (a), instancia I16.

Tabla 6.6: Detalle solución (a), instancia I16.

Arista	Intervalo velocidad	Buses (buses/h)	Flujo de pasajeros (pas/h)	Utilización
(1,2)	1	8	775	0,97
(1,3)	-	-	-	-
(1,4)	-	-	-	-
(1,6)	1	8	333	0,42
(1,7)	-	-	-	-
(2,3)	1	10	400	0,40
(2,7)	-	-	-	-
(2,8)	3	8	400	0,50
(2,9)	1	4	400	1,00
(2,10)	1	4	575	1,44
(3,4)	1	10	616	0,62
(3,10)	1	10	616	0,62
(4,5)	1	10	966	0,97
(4,6)	3	2	0	0,00
(5,6)	2	14	1150	0,82
(6,7)	1	10	975	0,98
(7,8)	1	2	175	0,88
(8,9)	1	2	175	0,88
(9,10)	1	10	450	0,45

En la Figura 6.3 se presentan, las rutas seleccionadas en la solución (b) sobre la red de Wan y Lo. En la Tabla 6.7 se presenta, para cada arista de la red: la velocidad promedio seleccionada (entre los tres valores posibles para la instancia), la cantidad de buses que circula

por hora, el flujo de pasajeros por hora asignado y la utilización media de la capacidad de los buses que circulan por la arista, considerando para cada bus una capacidad de 100 personas. Las celdas marcadas por ‘-’ indican que no se seleccionó ninguna ruta que circule por dicha arista, por lo que por ella no hay flujo de buses ni de pasajeros.

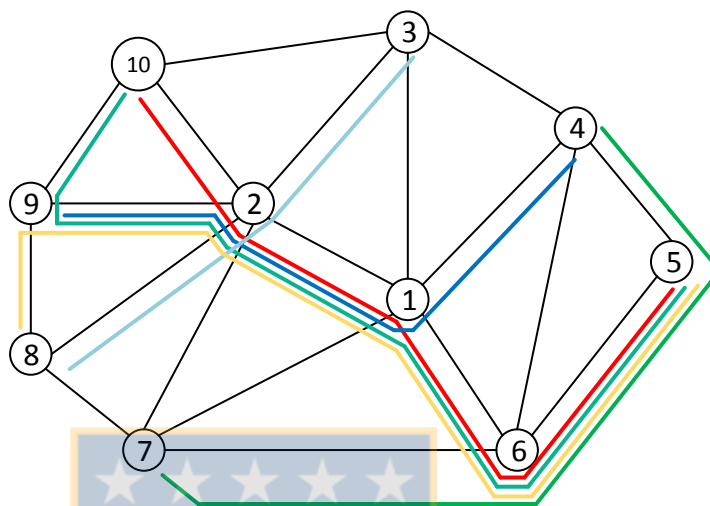


Figura 6.3: Rutas solución (b), instancia I16.

Tabla 6.7: Detalle solución (b), instancia I16.

Arista	Intervalo velocidad	Buses (buses/h)	Flujo de pasajeros (pas/h)	Utilización
(1,2)	1	8	950	1,19
(1,3)	-	-	-	-
(1,4)	1	2	450	2,25
(1,6)	1	6	950	1,58
(1,7)	-	-	-	-
(2,3)	1	4	400	1,00
(2,7)	-	-	-	-
(2,8)	1	2	400	2,00
(2,9)	1	6	1050	1,75
(2,10)	1	2	250	1,25
(3,4)	-	-	-	-
(3,10)	-	-	-	-
(4,5)	1	2	800	4,00
(4,6)	-	-	-	-
(5,6)	1	8	1150	1,44
(6,7)	1	2	800	4,00
(7,8)	-	-	-	-
(8,9)	1	2	350	1,75
(9,10)	1	2	250	1,25

6.1.3 Resultados red de Mandl con modelo de programación matemática

La instancia I17, construida a partir de la red de Mandl, fue ejecutada utilizando un conjunto de 372 rutas factibles, obtenidas al buscar los 8 caminos más cortos entre los pares Origen-Destino que concentran el 70% de la demanda. La ejecución fue interrumpida tras 15 horas de funcionamiento, sin encontrar en ese tiempo ninguna solución factible para el problema.

6.2 Parametrización del algoritmo evolutivo

Los algoritmos evolutivos propuestos constan de 13 parámetros de control. La configuración de dichos parámetros puede convertirse en un problema de optimización sumamente complejo y que requiere de un gran esfuerzo, pero es una tarea fundamental para obtener un desempeño adecuado del algoritmo.

Con el fin de encontrar valores adecuados para estos parámetros de control, se utilizó el software ParamILS (Hutter et al., 2009), que realiza el proceso de manera automática mediante un algoritmo de búsqueda local.

Los parámetros de control son los siguientes:

- N_{pob} : Tamaño de la población.
- G_{max} : N° máximo de generaciones.
- G_{min} : N° mínimo de generaciones.
- G_{stdy} : N° de generaciones sin mejora tras las que se detiene el algoritmo.
- P_{mut} : Probabilidad de mutación.
- T_{bf} : Tasa de mutación tipo *bit flip*.
- P_{mpb} : Probabilidad de mutación por elemento en mutación tipo *bit flip*.
- T_{ob} : Tasa de mutación tipo *one bit*.
- P_{cru} : Probabilidad de cruzamiento.
- T_{uc} : Tasa de cruzamiento tipo *uniform*.
- T_{opc} : Tasa de cruzamiento tipo *one point*.
- T_{tpc} : Tasa de cruzamiento tipo *two point*.
- N_{tor} : Tamaño del torneo en proceso de cruzamiento.

Los valores posibles de estos parámetros (definidos en base a valores utilizados en estudios anteriores) y los valores entregados por el proceso de búsqueda se presentan en la Tabla 6.8.

Tabla 6.8: Valores de parámetros de control.

Parámetro	Valores posibles	Valor seleccionado
N_{pob}	25 – 50 – 100 – 150 – 200	200
G_{max}	200 – 350 – 500 – 750 – 1000	1000
G_{min}	50 – 100 – 150	100
G_{stdy}	50 – 100 – 200 – 350 – 500	200
P_{mut}	0,25 - 0,5 - 0,75 – 1	1
T_{bf}	0 – 1 – 2	1
P_{mpb}	0,01 – 0,05 – 0,1	0,05
T_{ob}	0 – 1 – 2	1
P_{cru}	0,25 - 0,5 - 0,75 – 1	0,5
T_{uc}	0 – 1 – 2	0
T_{opc}	0 – 1 – 2	2
T_{tpc}	0 – 1 – 2	1
N_{tor}	2 – 4 – 6 – 8	6

6.3 Resultados algoritmo evolutivo unimodal

El algoritmo evolutivo unimodal se implementó en el lenguaje C++, utilizando el software ParadisEO (Cahon et al., 2004), el que permite el desarrollo de algoritmos evolutivos multiobjetivo de manera flexible y eficiente.

Las instancias fueron resueltas utilizando los mismos conjuntos de rutas factibles que en las instancias respectivas del modelo de programación matemática, de forma que los resultados sean comparables.

Dado que el algoritmo evolutivo es un método estocástico, para cada instancia se ejecutó 15 veces con el objetivo de observar la variabilidad de las soluciones entregadas, obteniéndose 15 conjuntos de soluciones eficientes, cada uno compuesto de 15 soluciones no dominadas entre sí. Para comparar estos conjuntos de soluciones, se utilizó la medida del hipervolumen tomando como punto de referencia coordenadas determinadas por experimentos previos.

En las siguientes subsecciones se presentan los resultados de cada una de las redes presentadas en el capítulo 5, las que fueron resueltas con el algoritmo evolutivo unimodal.

6.3.1 Resultados red de Cancela, Mauttone y Urquhart con algoritmo evolutivo unimodal

La instancia se resolvió utilizando un conjunto de 28 rutas factibles y los parámetros de control indicados en la Tabla 6.8. Como punto de referencia en el cálculo del hipervolumen se utilizó la coordenada (500,4000).

En la Tabla 6.9 se muestran la información de los 15 conjuntos de soluciones eficientes obtenidas. Por cada ejecución del algoritmo se da el hipervolumen del conjunto de soluciones entregado (en miles), el tiempo total de viaje y la tasa de emisiones de las soluciones con mejor resultado en cada aspecto, y el tiempo de ejecución que demora el algoritmo en entregar dichas soluciones.

Tabla 6.9: Ejecuciones del algoritmo evolutivo unimodal en red de Cancela, Mauttone y Urquhart.

Ejecución	Hipervolumen	Mejor tiempo (h)	Mejor emisiones (kg/h CO ₂)	Tiempo CPU(s)
1	405,06	375	624	117
2	400,84	377	624	95
3	405,32	375	624	113
4	405,23	375	624	107
5	405,32	375	624	135
6	405,01	375	624	121
7	407,77	375	589	105
8	405,06	375	624	138
9	406,33	375	589	107
10	405,06	375	624	89
11	396,87	375	726	96
12	405,23	375	624	132
13	405,23	375	624	139
14	405,23	375	624	296
15	404,99	375	624	109

En la Tabla 6.10 se muestran las soluciones correspondientes al mejor conjunto de soluciones eficientes encontrado (el de mayor hipervolumen) con el algoritmo evolutivo, correspondiente a la ejecución 7. Por cada solución se indica el tiempo total de viaje, con sus tres componentes: tiempo de viaje en vehículo (TV), tiempo de espera (TE) y tiempo de transbordos (TT). También se presenta la tasa de emisiones totales del sistema, el número de

buses necesarios para operar la red, el número de rutas seleccionadas, la proporción de pasajeros que viajan de forma directa (q_0) y la proporción de pasajeros que viajan con un transbordo en el trayecto (q_1).

Tabla 6.10: Mejor conjunto de soluciones encontradas por algoritmo evolutivo unimodal en red de Cancela, Mauttone y Urquhart.

Solución	Tiempo total (min)	TV (min)	TE (min)	TT (min)	Emisiones totales (kg/h CO2)	Buses	Rutas	q_0	q_1
1	25.815	20.535	3.480	1.800	589	13	3	0,79	0,21
2	24.996	20.616	3.480	900	624	14	3	0,89	0,11
3	24.305	20.547	2.857	900	726	17	4	0,89	0,11
4	24.154	20.674	3.480	0	782	19	3	1,00	0,00
5	23.780	20.480	2.400	900	818	20	2	0,89	0,11
6	23.515	20.662	2.853	0	849	21	3	1,00	0,00
7	23.480	20.480	2.100	900	947	23	3	0,89	0,11
8	23.201	20.648	2.553	0	976	24	4	1,00	0,00
9	23.167	20.609	2.557	0	1.011	25	5	1,00	0,00
10	23.125	20.797	2.328	0	1.118	28	4	1,00	0,00
11	23.003	20.825	2.178	0	1.287	32	5	1,00	0,00
12	22.777	20.667	2.110	0	1.532	39	5	1,00	0,00
13	22.731	20.627	2.104	0	1.543	40	4	1,00	0,00
14	22.639	20.760	1.879	0	1.684	44	4	1,00	0,00
15	22.517	20.788	1.729	0	1.853	48	5	1,00	0,00

En la Figura 6.4 se comparan las soluciones encontradas por el modelo de programación matemática (MPM) y el algoritmo evolutivo unimodal (AEU). Se presenta la frontera de soluciones eficientes encontradas para la instancia I10 y la frontera de soluciones eficientes encontrada en la ejecución 7 del algoritmo evolutivo.

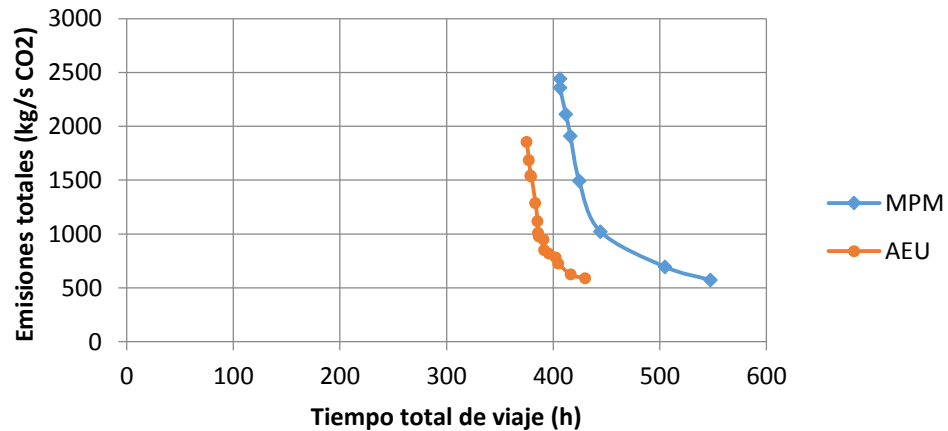


Figura 6.4: Fronteras eficientes encontradas para red de Cancela, Mauttone y Urquhart.

6.3.2 Resultados red de Wan y Lo con algoritmo evolutivo unimodal

La instancia se resolvió utilizando un conjunto de 72 rutas factibles y los parámetros de control indicados en la Tabla 6.8. Como punto de referencia en el cálculo del hipervolumen se utilizó la coordenada (4000,4000).

En la Tabla 6.11 se muestran la información de los 15 conjuntos de soluciones obtenidas. Por cada ejecución del algoritmo se da el hipervolumen del conjunto de soluciones entregado (en millones), el tiempo total de viaje y la tasa de emisiones de las soluciones con mejor resultado en cada aspecto, y el tiempo de ejecución que demora el algoritmo en entregar dichas soluciones.

En la Tabla 6.12 se muestran las soluciones correspondientes al mejor conjunto de soluciones eficientes encontrado (el de mayor hipervolumen) con el algoritmo evolutivo, correspondiente a la ejecución 1. Por cada solución se indica el tiempo total de viaje, con sus tres componentes: tiempo de viaje en vehículo (TV), tiempo de espera (TE) y tiempo de transbordos (TT). También se presenta la tasa de emisiones totales del sistema, el número de buses necesarios para operar la red, el número de rutas seleccionadas, la proporción de pasajeros que viajan de forma directa (q_0) y la proporción de pasajeros que viajan con un transbordo en el trayecto (q_1).

Tabla 6.11: Ejecuciones del algoritmo evolutivo unimodal en red de Wan y Lo.

Ejecución	Hipervolumen	Mejor tiempo (h)	Mejor emisiones (kg/h CO2)	Tiempo CPU(s)
1	5,13	1.846	1.571	123
2	5,12	1.855	1.571	165
3	5,12	1.855	1.571	212
4	5,11	1.848	1.571	116
5	4,83	1.855	1.729	109
6	4,84	1.850	1.729	127
7	4,72	1.854	1.789	120
8	4,69	1.843	1.812	140
9	5,07	1.850	1.605	181
10	4,68	1.851	1.812	131
11	4,86	1.843	1.729	133
12	5,12	1.856	1.571	106
13	4,85	1.843	1.729	103
14	4,85	1.842	1.729	106
15	4,72	1.855	1.789	106

Tabla 6.12: Mejor conjunto de soluciones encontradas por algoritmo evolutivo unimodal en red de Wan y Lo.

Solución	Tiempo total (min)	TV (min)	TE (min)	TT (min)	Emisiones totales (kg/h CO2)	Buses	Rutas	q ₀	q ₁
1	130.008	94.953	11.055	24.000	1.571	36	7	0,78	0,22
2	121.579	100.045	11.034	10.500	1.789	42	7	0,91	0,09
3	118.358	96.809	11.049	10.500	1.812	41	8	0,91	0,09
4	118.170	96.809	10.861	10.500	1.866	42	9	0,91	0,09
5	117.993	96.815	10.678	10.500	1.925	47	7	0,91	0,09
6	117.885	96.567	10.818	10.500	1.930	42	11	0,91	0,09
7	113.052	100.893	12.159	0	1.951	45	10	1,00	0,00
8	112.677	100.893	11.784	0	1.985	45	11	1,00	0,00
9	112.534	100.938	11.596	0	2.052	46	12	1,00	0,00
10	112.389	100.460	11.928	0	2.075	47	11	1,00	0,00
11	112.159	100.460	11.698	0	2.109	47	12	1,00	0,00
12	111.981	100.547	11.434	0	2.162	50	13	1,00	0,00
13	111.907	100.733	11.174	0	2.165	49	14	1,00	0,00
14	111.113	99.567	11.546	0	2.209	51	12	1,00	0,00
15	110.744	99.405	11.339	0	2.303	53	14	1,00	0,00

En la Figura 6.5 se comparan las soluciones encontradas por el modelo de programación matemática (MPM) y el algoritmo evolutivo unimodal (AEU). Se presenta la frontera de soluciones eficientes encontradas para la instancia I15 y la frontera de soluciones eficientes encontrada en la ejecución 1 del algoritmo evolutivo.

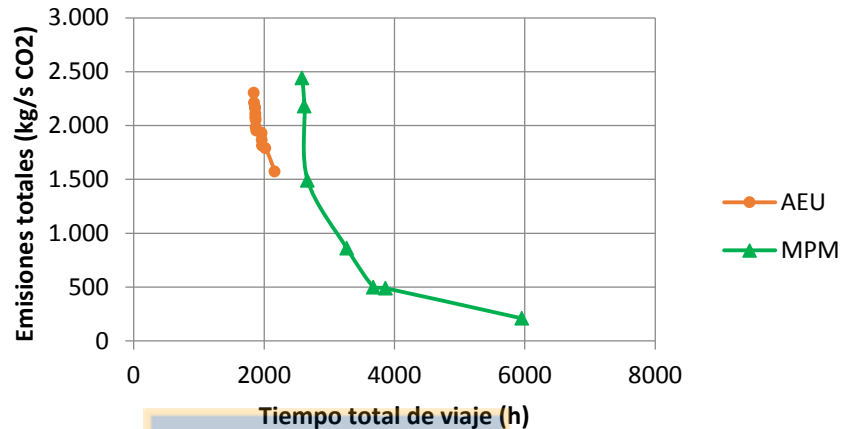


Figura 6.5: Fronteras eficientes encontradas para red de Wan y Lo.

6.3.3 Resultados red de Mandl con algoritmo evolutivo unimodal

La instancia se resolvió utilizando un conjunto de 372 rutas factibles y los parámetros de control indicados en la Tabla 6.8. Como punto de referencia en el cálculo del hipervolumen se utilizó la coordenada (4000,4000).

En la Tabla 6.13 se muestran la información de los 15 conjuntos de soluciones obtenidas. Por cada ejecución del algoritmo se da el hipervolumen del conjunto de soluciones entregado (en miles), el tiempo total de viaje y la tasa de emisiones de las soluciones con mejor resultado en cada aspecto, y el tiempo de ejecución que demora el algoritmo en entregar dichas soluciones.

Tabla 6.13: Ejecuciones del algoritmo evolutivo unimodal en red de Mandl.

Ejecución	Hipervolumen	Mejor tiempo (h)	Mejor emisiones (kg/h CO2)	Tiempo CPU(s)
1	824,25	3.300	2.774	1.833
2	854,23	3.320	2.690	2.152
3	925,37	3.336	2.590	1.565
4	824,65	3.369	2.650	1.527
5	903,51	3.317	2.633	1.506
6	966,93	3.320	2.525	1.286
7	889,80	3.320	2.664	1.056
8	934,14	3.320	2.578	1.931
9	980,76	3.331	2.516	1.469
10	944,22	3.325	2.553	1.060
11	900,29	3.323	2.633	1.136
12	890,56	3.309	2.676	1.130
13	940,55	3.316	2.572	896
14	946,44	3.302	2.585	1.278
15	809,09	3.315	2.787	1.459

En la Tabla 6.14 se muestran las soluciones correspondientes al mejor conjunto de soluciones eficientes encontrado (el de mayor hipervolumen) con el algoritmo evolutivo, correspondiente a la ejecución 9. Por cada solución se indica el tiempo total de viaje, con sus tres componentes: tiempo de viaje en vehículo (TV), tiempo de espera (TE) y tiempo de transbordos (TT). También se presenta la tasa de emisiones totales del sistema, el número de buses necesarios para operar la red, el número de rutas seleccionadas, la proporción de pasajeros que viajan de forma directa (q_0) y la proporción de pasajeros que viajan con un transbordo en el trayecto (q_1).

En la Tabla 6.15 se muestran las soluciones correspondientes al conjunto de soluciones eficientes encontrado en la ejecución 14, que a pesar de cubrir un menor hipervolumen, muestra una mayor amplitud que el conjunto anterior. Por cada solución se indica el tiempo total de viaje, con sus tres componentes: tiempo de viaje en vehículo (TV), tiempo de espera (TE) y tiempo de transbordos (TT). También se presenta la tasa de emisiones totales del sistema, el número de buses necesarios para operar la red, el número de rutas seleccionadas, la proporción de pasajeros que viajan de forma directa (q_0) y la proporción de pasajeros que viajan con un transbordo en el trayecto (q_1).

Tabla 6.14: Mejor conjunto de soluciones encontradas por algoritmo evolutivo unimodal en red de Mandl.

Solución	Tiempo total (min)	TV (min)	TE (min)	TT (min)	Emisiones totales (kg/h CO2)	Buses	Rutas	q ₀	q ₁
1	204.212	172.104	24.459	7.650	2.516	56	20	0,90	0,10
2	203.528	171.304	24.574	7.650	2.558	57	21	0,90	0,10
3	203.250	171.348	24.251	7.650	2.573	57	22	0,90	0,10
4	202.551	170.672	24.229	7.650	2.616	63	18	0,90	0,10
5	202.397	170.688	24.059	7.650	2.633	62	17	0,90	0,10
6	202.254	170.546	24.058	7.650	2.640	62	20	0,90	0,10
7	201.657	170.261	23.746	7.650	2.675	61	18	0,90	0,10
8	201.657	170.273	23.884	7.500	2.676	62	17	0,90	0,10
9	201.127	169.950	23.677	7.500	2.698	63	17	0,90	0,10
10	201.081	169.950	23.631	7.500	2.706	63	18	0,90	0,10
11	200.950	169.832	23.618	7.500	2.712	62	18	0,90	0,10
12	200.693	169.839	23.354	7.500	2.745	61	20	0,90	0,10
13	200.570	169.754	23.316	7.500	2.760	61	21	0,90	0,10
14	200.044	169.535	23.709	6.800	2.869	62	25	0,91	0,09
15	199.859	169.490	23.569	6.800	2.893	62	25	0,91	0,09

Tabla 6.15: Conjunto de soluciones encontradas por algoritmo evolutivo unimodal en red de Mandl, ejecución 14.

Solución	Tiempo total (min)	TV (min)	TE (min)	TT (min)	Emisiones totales (kg/h CO2)	Buses	Rutas	q ₀	q ₁
1	207.592	175.833	25.659	6.100	2.585	60	21	0,92	0,08
2	205.214	173.337	25.777	6.100	2.592	60	14	0,92	0,08
3	203.786	171.443	26.243	6.100	2.664	61	15	0,92	0,08
4	202.435	171.426	24.909	6.100	2.733	55	23	0,92	0,08
5	202.023	171.422	24.652	5.950	2.762	61	24	0,92	0,08
6	201.539	170.805	24.634	6.100	2.764	57	24	0,92	0,08
7	200.796	170.366	24.830	5.600	2.868	58	29	0,93	0,07
8	200.708	171.353	24.356	5.000	2.948	61	31	0,94	0,06
9	200.259	171.754	23.505	5.000	3.030	61	32	0,94	0,06
10	199.581	171.384	23.897	4.300	3.146	62	36	0,94	0,06
11	199.350	171.287	23.764	4.300	3.200	63	37	0,94	0,06
12	199.202	171.108	23.794	4.300	3.233	66	36	0,94	0,06
13	198.783	171.607	24.277	2.900	3.388	72	37	0,96	0,04
14	198.658	171.837	23.921	2.900	3.409	73	38	0,96	0,04
15	198.133	171.505	23.728	2.900	3.511	74	38	0,96	0,04

En la Figura 6.6 se observan los conjuntos de soluciones eficientes encontradas en las ejecuciones 9 y 14 del algoritmo evolutivo unimodal.

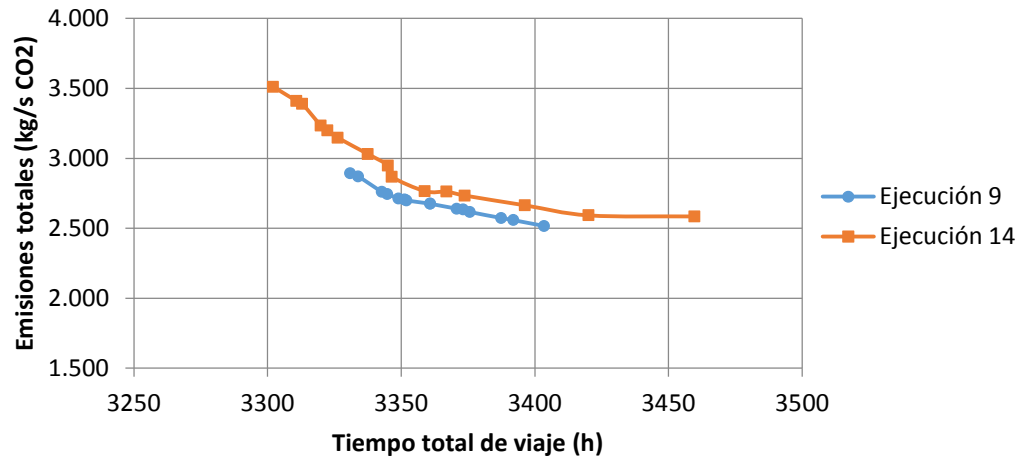


Figura 6.6: Fronteras eficientes encontradas para red de Mandl.

En la Tabla 6.16 se presenta una comparación entre los resultados obtenidos en la red de Mandl mediante el algoritmo evolutivo unimodal (AEU) propuesto en este estudio y métodos de solución propuestos en estudios anteriores (Bagloee and Ceder, 2011; Cancela et al., 2015; Nikolić and Teodorović, 2014). Dado que estos estudios no consideran capacidad en las calles ni congestión, cada solución se evalúa en condiciones de flujo libre (instancias denotadas por s/cap) y de congestión (instancias denotadas por c/cap). Además, se debe tener en cuenta que el proceso de asignación de los primeros dos trabajos es distinto al utilizado en el presente estudio. Por cada solución se indica el tiempo total de viaje, la tasa de emisiones totales del sistema, el número de buses necesarios para operar la red, el número de rutas seleccionadas, la proporción de pasajeros que viajan de forma directa (q_0) y la proporción de pasajeros que viajan con un transbordo en el trayecto (q_1). Las soluciones del algoritmo evolutivo unimodal corresponden a los extremos de la frontera eficiente encontrada en la ejecución 9.

Tabla 6.16: Comparación entre resultados de algoritmo evolutivo unimodal y resultados de estudios anteriores, red de Mandl.

Método solución	Tiempo total (min)	Emisiones totales (kg/h CO2)	Rutas	Buses	q ₀	q ₁
Bagloee (s/cap)	207.814	2.578	12	62	0,86	0,13
Cancela (s/cap)	191.027	2.779	20	63	0,90	0,10
Nikolić (s/cap)	190.798	3.355	6	85	0,95	0,04
AEU Tiempo (s/cap)	195.763	2.872	25	62	0,91	0,09
AEU Emisiones (s/cap)	200.131	2.490	20	57	0,90	0,10
Bagloee (c/cap)	237.553	2.828	12	68	0,86	0,13
Cancela (c/cap)	210.000	2.946	20	67	0,90	0,10
Nikolić (c/cap)	221.009	3.716	6	93	0,95	0,04
AEU Tiempo (c/cap)	199.859	2.892	25	62	0,91	0,09
AEU Emisiones (c/cap)	204.212	2.516	20	56	0,90	0,10

6.4 Resultados algoritmo evolutivo bimodal

El algoritmo evolutivo bimodal se implementó en el lenguaje C++, utilizando el software ParadisEO (Cahon et al., 2004), el que permite el desarrollo de algoritmos evolutivos multiobjetivo de manera flexible y eficiente.

Dado que el algoritmo evolutivo es un método estocástico, para cada instancia se ejecutó 15 veces con el objetivo de observar la variabilidad de las soluciones entregadas, obteniéndose 15 conjuntos de soluciones eficientes, cada uno compuesto de 15 soluciones no dominadas entre sí. Para comparar estos conjuntos de soluciones, se utilizó la medida del hipervolumen tomando como punto de referencia coordenadas determinadas por experimentos previos.

En las siguientes subsecciones se presentan los resultados obtenidos para las redes de Wan y Lo, y de Mandl, presentadas en el capítulo 5, las que fueron resueltas con el algoritmo evolutivo unimodal.

6.4.1 Resultados red de Wan y Lo con algoritmo evolutivo bimodal

La instancia se resolvió utilizando un conjunto de 72 rutas factibles y los parámetros de control indicados en Tabla 6.8. Como punto de referencia en el cálculo del hipervolumen se utilizó la coordenada (2000,6000).

En la Tabla 6.17 se muestran la información de los 15 conjuntos de soluciones eficientes obtenidas. Por cada ejecución del algoritmo se da el hipervolumen del conjunto de soluciones entregado (en miles), el tiempo total de viaje y la tasa de emisiones de las soluciones con mejor resultado en cada aspecto, y el tiempo de ejecución que demoro el algoritmo en entregar dichas soluciones.

Tabla 6.17: Ejecuciones del algoritmo evolutivo bimodal en red de Wan y Lo.

Ejecución	Hipervolumen	Mejor tiempo (h)	Mejor emisiones (kg/h CO ₂)	Tiempo CPU(s)
1	859,46	1.410	4.365	175
2	799,13	1.446	4.481	169
3	867,68	1.447	4.324	249
4	855,03	1.391	4.354	188
5	837,53	1.412	4.411	176
6	849,86	1.432	4.380	232
7	810,46	1.407	4.435	215
8	803,16	1.407	4.461	169
9	814,47	1.412	4.468	167
10	820,37	1.364	4.380	217
11	808,09	1.422	4.481	140
12	810,40	1.441	4.461	216
13	780,74	1.360	4.461	191
14	815,93	1.413	4.465	236
15	854,96	1.422	4.380	141

En la Tabla 6.18 se muestran las soluciones correspondientes al mejor conjunto de soluciones eficientes encontrado (el de mayor hipervolumen) con el algoritmo evolutivo, correspondiente a la ejecución 3. Por cada solución se indica el tiempo total de viaje (TT) y la división entre el tiempo correspondiente a viajes en automóvil (TT_a) y buses (TT_b), todos en minutos. De igual forma, se presentan la tasa de emisiones totales del sistema (ET) y la división entre las emisiones producidas por automóviles (ET_a) y buses (ET_b), en kg/h de CO₂. Además, se indica el número de rutas seleccionadas, el número de buses necesarios para operar la red, la proporción de pasajeros que viajan de forma directa (q_0), la proporción de pasajeros que viajan con un transbordo en el trayecto (q_1) y la proporción que viaja en automóvil (q_a).

Tabla 6.18: Mejor conjunto de soluciones encontradas por algoritmo evolutivo bimodal en red de Wan y Lo.

Solución	TT	TT _a	TT _b	ET	ET _a	ET _b	Rutas	Buses	q ₀	q ₁	q _a
1	93.593	23.079	70.514	4.324	3.285	1.039	9	21	0,51	0,14	0,36
2	91.852	23.079	68.773	4.461	3.285	1.176	7	26	0,58	0,06	0,36
3	91.470	23.079	68.391	4.515	3.285	1.230	8	27	0,58	0,06	0,36
4	91.053	23.079	67.974	4.563	3.285	1.278	7	29	0,64	0,00	0,36
5	90.755	23.079	67.676	4.623	3.285	1.338	9	29	0,64	0,00	0,36
6	90.494	23.079	67.415	4.676	3.285	1.391	10	30	0,64	0,00	0,36
7	90.347	23.079	67.268	4.729	3.285	1.444	11	31	0,64	0,00	0,36
8	90.177	23.099	67.078	4.776	3.288	1.488	12	32	0,64	0,00	0,36
9	90.028	23.079	66.949	4.811	3.285	1.526	11	33	0,64	0,00	0,36
10	89.813	23.445	66.368	4.874	3.337	1.537	10	34	0,64	0,00	0,36
11	89.537	23.079	66.458	4.980	3.285	1.695	14	36	0,64	0,00	0,36
12	87.755	28.625	59.130	5.180	4.036	1.143	6	26	0,55	0,00	0,45
13	87.614	28.625	58.988	5.206	4.036	1.170	7	26	0,55	0,00	0,45
14	87.222	28.936	58.287	5.306	4.081	1.225	6	29	0,54	0,00	0,46
15	86.820	28.936	57.885	5.386	4.081	1.305	8	30	0,54	0,00	0,46

6.4.2 Resultados red de Mandl con algoritmo evolutivo bimodal

La instancia se resolvió utilizando un conjunto de 372 rutas factibles y los parámetros de control indicados en la Tabla 6.8. Como punto de referencia en el cálculo del hipervolumen se utilizó la coordenada (4000,15000).

En la Tabla 6.19 se muestran la información de los 15 conjuntos de soluciones eficientes obtenidas. Por cada ejecución del algoritmo se da el hipervolumen del conjunto de soluciones entregado (en millones), el tiempo total de viaje y la tasa de emisiones de las soluciones con mejor resultado en cada aspecto, y el tiempo de ejecución que demora el algoritmo en entregar dichas soluciones.

En la Tabla 6.20 se muestran las soluciones correspondientes al conjunto de soluciones eficientes de mayor hipervolumen encontrado con el algoritmo evolutivo, correspondiente a la ejecución 6. Por cada solución se indica el tiempo total de viaje (TT) y la división entre el tiempo correspondiente a viajes en automóvil (TT_a) y buses (TT_b), todos en minutos. De igual forma, se presentan la tasa de emisiones totales del sistema (ET) y la división entre las emisiones producidas por automóviles (ET_a) y buses (ET_b), en kg/h de CO₂. Además, se indica

el número de rutas seleccionadas, el número de buses necesarios para operar la red, la proporción de pasajeros que viajan de forma directa (q_0), la proporción de pasajeros que viajan con un transbordo en el trayecto (q_1) y la proporción que viaja en automóvil (q_a).

Tabla 6.19: Ejecuciones del algoritmo evolutivo bimodal en red de Mandl.

Ejecución	Hipervolumen	Mejor tiempo (h)	Mejor emisiones (kg/h CO2)	Tiempo CPU(s)
1	9,00	2.603	8.186	3.535
2	9,02	2.608	8.163	2.815
3	8,74	2.696	8.229	3.146
4	8,93	2.658	8.247	3.338
5	8,99	2.641	8.263	2.039
6	9,08	2.594	8.161	3.586
7	8,88	2.655	8.231	2.724
8	8,91	2.646	8.223	7.237
9	8,65	2.689	8.312	9.575
10	8,93	2.619	8.188	4.831
11	8,67	2.596	8.162	3.910
12	8,76	2.632	8.064	8.891
13	8,86	2.621	7.998	7.730
14	8,65	2.656	8.122	7.579
15	8,84	2.606	8.113	3.787

Tabla 6.20: Mejor conjunto de soluciones encontradas por algoritmo evolutivo bimodal en red de Mandl.

Solución	TT	TT _a	TT _b	ET	ET _a	ET _b	Rutas	Buses	q ₀	q ₁	q _a
1	184.423	45.354	139.069	8.161	6.074	2.087	23	42	0,60	0,04	0,36
2	182.176	44.876	137.299	8.388	6.200	2.188	27	41	0,60	0,04	0,36
3	180.014	45.056	134.958	8.478	6.224	2.255	30	44	0,60	0,04	0,36
4	179.050	44.418	134.632	8.605	6.150	2.455	33	47	0,61	0,03	0,36
5	176.015	44.000	132.014	8.911	6.105	2.806	42	53	0,62	0,02	0,36
6	174.820	43.820	131.001	8.998	6.120	2.878	45	50	0,61	0,03	0,36
7	172.061	43.469	128.592	9.281	6.187	3.094	48	59	0,62	0,02	0,36
8	170.954	43.462	127.492	9.347	6.186	3.161	49	60	0,62	0,02	0,36
9	166.776	48.548	118.228	9.909	6.866	3.044	49	56	0,61	0,01	0,39
10	165.365	48.431	116.934	10.025	6.849	3.176	53	57	0,61	0,01	0,39
11	164.036	48.434	115.603	10.226	6.850	3.376	52	63	0,61	0,01	0,39
12	162.517	48.534	113.983	10.541	6.863	3.678	59	67	0,61	0,00	0,39
13	159.478	48.610	110.867	11.434	6.873	4.560	67	85	0,61	0,00	0,39
14	159.155	48.598	110.557	11.613	6.872	4.741	69	88	0,61	0,00	0,39
15	155.619	48.798	106.821	14.118	6.946	7.172	102	138	0,61	0,00	0,39

En las Tablas 6.21 y 6.22 se presenta el detalle de las soluciones 1 y 15 de la Tabla 6.20 respectivamente. Por cada arista de la red, se presenta la velocidad media de buses (v_b) y automóviles (v_a), el flujo de pasajeros en bus (Fp_b) y automóvil (Fp_a) (en el sentido de mayor flujo), el flujo de buses que circula por la arista (Fb) y la utilización media de la capacidad de los buses que circulan por la arista. Las celdas marcadas por ‘-’ indican que no se seleccionó ninguna ruta que circule por dicha arista, por lo que por ella no hay flujo de buses ni de pasajeros, pero sí de automóviles.

Tabla 6.21: Detalle solución 1 (menor emisiones) algoritmo evolutivo bimodal, red de Mandl.

Arista	v_b (km/h)	v_a (km/h)	Fp_b (pas/h)	Fp_a (pas/h)	Fb (buses/h)	Utilización capacidad
(1,2)	44,0	60,0	843,7	476,3	17,4	0,97
(2,3)	44,0	60,0	765,6	524,8	26,8	0,57
(2,4)	44,0	60,0	373,0	95,4	15,1	0,49
(2,5)	44,0	60,0	248,1	57,7	17,2	0,29
(3,6)	44,0	60,0	812,3	559,0	24,8	0,66
(4,5)	44,0	60,0	188,6	116,8	10,2	0,37
(4,6)	44,0	60,0	596,3	287,9	15,3	0,78
(4,12)	44,0	60,0	133,3	54,8	12,6	0,21
(6,8)	35,3	48,2	754,1	701,1	20,2	0,75
(6,15)	44,0	60,0	1055,4	332,5	27,9	0,76
(7,10)	44,0	60,0	1462,1	364,2	39,8	0,74
(7,15)	44,0	60,0	1460,2	370,0	41,8	0,70
(8,10)	35,1	47,9	409,5	717,0	12,3	0,67
(8,15)	44,0	60,0	474,8	23,4	14,0	0,68
(9,15)	44,0	60,0	197,7	112,3	4,0	1,00
(10,11)	44,0	60,0	875,4	403,4	18,6	0,94
(10,13)	-	60,0	-	217,1	-	-
(10,14)	44,0	60,0	356,7	84,7	6,9	1,04
(11,12)	44,0	60,0	345,6	149,6	12,6	0,55
(11,13)	44,0	60,0	297,4	66,2	6,0	0,99
(13,14)	44,0	60,0	244,8	21,6	6,9	0,71

Tabla 6.22: Detalle solución 15 (menor tiempo) algoritmo evolutivo bimodal, red de Mandl.

Arista	v_b (km/h)	v_a (km/h)	Fp_b (pas/h)	Fp_a (pas/h)	Fb (buses/h)	Utilización capacidad
(1,2)	44,0	60,0	824,6	495,4	58,0	0,28
(2,3)	44,0	60,0	769,7	421,7	94,0	0,16
(2,4)	44,0	60,0	344,9	227,9	50,0	0,14
(2,5)	44,0	60,0	170,0	57,7	44,0	0,08
(3,6)	44,0	60,0	817,2	465,9	88,0	0,19
(4,5)	44,0	60,0	185,4	121,8	48,0	0,08
(4,6)	44,0	60,0	524,4	409,1	60,0	0,17
(4,12)	44,0	60,0	183,1	81,4	78,0	0,05
(6,8)	44,0	60,0	1073,7	461,1	90,0	0,24
(6,15)	44,0	60,0	565,7	621,2	50,0	0,23
(7,10)	44,0	60,0	692,4	714,6	44,0	0,31
(7,15)	44,0	60,0	686,3	729,8	62,0	0,22
(8,10)	44,0	60,0	1023,6	444,9	80,0	0,26
(8,15)	44,0	60,0	184,9	68,6	16,0	0,23
(9,15)	-	60,0	-	310,0	-	-
(10,11)	44,0	60,0	699,3	399,7	58,0	0,24
(10,13)	44,0	60,0	105,7	207,6	12,0	0,18
(10,14)	44,0	60,0	333,7	86,3	26,0	0,26
(11,12)	44,0	60,0	372,8	175,5	76,0	0,10
(11,13)	44,0	60,0	212,6	76,6	40,0	0,11
(13,14)	44,0	60,0	229,5	21,6	28,0	0,16

Capítulo 7. Análisis de resultados

En este capítulo se discuten los resultados entregados en el capítulo anterior, dividiendo el análisis en dos subsecciones. En la primera subsección, se analizan las características de las soluciones encontradas por los distintos métodos en las distintas instancias. Luego, se discute el desempeño de los métodos propuestos, en términos del esfuerzo computacional necesario para resolver las instancias.

7.1 Análisis de soluciones obtenidas

El objetivo de este trabajo es incorporar objetivos medioambientales en el TNDP, y los resultados demuestran la importancia de considerar este aspecto. Al observar los conjuntos de soluciones eficientes de cada una de las instancias resueltas, se desprende que se pueden lograr importantes reducciones en el nivel total de emisiones de gases de efecto invernadero, generando aumentos pequeños en los tiempos promedio de viaje. En el caso de la red de Cancela, Mauttone y Urquhart, las soluciones del problema unimodal muestran que se puede obtener reducciones del orden de un 40% aumentando en menos de un 5% el tiempo total de viaje. Por otro lado, en las red de Wan y Lo, y en la red de Mandl, es posible reducir las emisiones en alrededor de un 15% con aumentos en los tiempos de viaje alrededor de un 2%, tanto en las redes unimodales como en las bimodales.

Debido a la inclusión de los objetivos medioambientales y la congestión en el problema, los métodos de solución propuestos en este estudio presentan ventajas frente a los métodos propuestos en trabajos anteriores, tanto el modelo de programación matemática como el algoritmo evolutivo.

Si se comparan los resultados obtenidos con el modelo de programación matemática propuesto en este estudio, respecto del modelo propuesto en Cancela et al. (2015), mostrados en las Tablas 6.2 y 6.3 respectivamente, se puede observar algunas ventajas del primero. Por ejemplo, se encuentra que para instancias equivalentes, las soluciones que solo minimizan el tiempo de viaje total, pueden ser mejoradas considerablemente respecto al nivel de emisiones contaminantes, al incluir el objetivo medioambiental. Por otro lado, se observa una mayor flexibilidad, obtenida al incluir la velocidad de operación de los buses dentro de las variables de decisión, lo que permite reducir los tiempos de viaje totales y el nivel de emisiones.

Además, se tiene la clara ventaja de que en vez de una única solución por cada instancia, se tiene un conjunto de soluciones eficientes, de las cuales posteriormente se puede seleccionar la que se acomode de mejor forma a los objetivos del ente decisor. Sin embargo, estos beneficios implican un mayor esfuerzo computacional para encontrar las soluciones.

Por otro lado, al comparar los resultados del algoritmo evolutivo unimodal propuesto en este estudio con los resultados de otros trabajos que han resuelto la red de Mandl, también se observan mejoras, tal como se aprecia en la Tabla 6.16. En primer lugar, los resultados de las instancias que no consideran congestión, muestran que las soluciones obtenidas en este estudio son competitivas respecto a las encontradas con los otros métodos respecto del tiempo total de viaje, a pesar de que no se optimizó este objetivo bajo dichas condiciones. Luego, en el caso de las instancias que sí consideran la congestión, las soluciones obtenidas son mejores, tanto respecto al tiempo de viaje como a la tasa de emisiones contaminantes. Además, las soluciones obtenidas en este estudio, si bien presentan un mayor número de rutas, requieren de un menor número de buses para operar la red, lo que implica una mejora en el aspecto económico de las soluciones obtenidas. Esto se debe a que en el algoritmo propuesto el número de rutas seleccionadas es libre, a diferencia de los estudios anteriores, en que se debe fijar este valor como parámetro, previo a la ejecución del algoritmo.

Otro resultado que se desprende de los datos es la relación directa que se observa entre el nivel de emisiones y el tamaño de la flota requerido, indicador del costo económico de operar la red diseñada. En los métodos de solución propuestos, no se incluyen los intereses económicos como un objetivo a optimizar, y solo en el modelo de programación matemática se incluyen como una restricción al tamaño de la flota de buses, lo que se puede interpretar como una restricción presupuestaria. En la ejecución de las instancias se asignaron límites altos a esta restricción, que resultaron críticas solo en pocos casos, lo que permitió observar como a medida que se reducen las emisiones, también lo hace el tamaño de la flota necesaria, lo que implica que aspirar a mejores estándares ambientales en los sistemas de transporte público, no necesariamente implica incurrir en un costo económico. Lo anterior, se debe a que en el modelo propuesto las reducciones de emisiones solo se pueden lograr mediante cambios topológicos en la red, lo que en general se traduce en la disminución de las rutas seleccionadas y de buses utilizados, dejando de lado otras fuentes de reducción de emisiones, como el cambio en tecnologías o en los combustibles utilizados, los que si requieren mayores

inversiones. Estas últimas fuentes de reducción de emisiones son en general, las más importantes en los otros trabajos que incluyen la minimización de emisiones contaminantes dentro del TNDP.

Si se analiza el efecto de la adición de frecuencias y velocidades posibles en las instancias del modelo de programación matemática, se puede comprobar que aumentar el número de velocidades tiene un mayor impacto en el tiempo de viaje, mientras que aumentar el número de frecuencias por sí sola, tiene un mayor impacto en el nivel de emisiones, tal como se observa en la Figura 6.1, en la que se comparan las soluciones eficientes encontradas para cuatro instancias, que se diferencian sólo en el número de frecuencias y velocidades posibles. Esto se debe a que la velocidad, permite ajustar los tiempos de viaje dentro de los vehículos, que es el principal componente del tiempo de viaje total, mientras que la frecuencia permite modificar la cantidad de buses, evitando el exceso de buses en circulación. Sin embargo, como es de esperar, el mayor impacto se produce por la inclusión combinada de un mayor número de opciones de frecuencia y velocidades posibles, ya que de esta manera, se permite un mayor ajuste entre la cantidad de buses que ocupa una calle, con la capacidad de la misma. Por lo mismo, si se comparan las soluciones obtenidas mediante el modelo de programación matemática con las obtenidas mediante el algoritmo evolutivo unimodal, se observa que a pesar de que el segundo método es más restrictivo (al incluir la restricción de capacidad dentro de los buses), encuentra mejores soluciones, en el sentido de la dominancia de Pareto, debido a la mayor flexibilidad que se permite al considerar frecuencias y velocidades como variables continuas. Esto se observa en las Figuras 6.4 y 6.5, en que se comparan los mejores conjuntos de soluciones encontradas por ambos métodos para las dos redes más pequeñas.

El hecho de que el algoritmo evolutivo unimodal entregue mejores soluciones que el método de solución exacto, a pesar de resolver un problema más restrictivo, demuestra que las soluciones encontradas por el método aproximado son de calidad, a pesar de que no se puede estar seguro de que estas soluciones pertenezcan a la frontera de Pareto real.

Respecto a la selección de los niveles de velocidad de operación y de los niveles de congestión en las calles, se puede observar en los resultados, en particular en la comparación de las soluciones (a) y (b) de la instancia I16, que aquellas soluciones más cercanas a la

optimización del tiempo de viaje, son más propensas a presentar congestión en las calles y por tanto, menores velocidades de operación, en comparación a aquellas soluciones tendientes a la optimización del nivel de emisiones. Esto se debe al hecho de que menores velocidades de operación generan mayores niveles de contaminación por unidad de longitud recorrida, de parte de los buses. Además, esto se condice con que las soluciones que minimizan las emisiones contaminantes totales, en general, presentan una menor cantidad de rutas y buses operativos, por lo que las calles tienden a estar más despejadas, permitiendo mayores velocidades promedio de operación.

Al momento de analizar las soluciones obtenidas por el modelo de programación matemática, en particular aquellas que logran menores niveles de emisiones dentro de los conjuntos eficientes, se debe tomar en cuenta que el modelo propuesto no considera la capacidad de los vehículos, lo que representa una de las mayores limitaciones del mismo. A medida que la minimización de emisiones genera una reducción en el número de rutas y en las frecuencias asignadas, la cantidad de buses puede no ser suficiente para transportar los flujos de pasajeros deseados, por lo que dichas soluciones no son satisfactorias. Sin embargo, esta situación, no aparece en las soluciones cercanas al óptimo del tiempo total de viaje, ya que en estos casos, se seleccionan mayor cantidad de rutas y mayores valores de frecuencias, con el objetivo de reducir los tiempos de espera. Lo anterior, se observa en el ejemplo de las soluciones (a) y (b) de la instancia I16. En la Tabla 6.6 se observa, que la utilización de la capacidad en la mayoría de los arcos en la solución (a) es menor a uno, lo que implica que la capacidad es suficiente. Por otro lado, en la Tabla 6.7 se observa que para la solución (b), la utilización de la capacidad es mayor a uno para todos los arcos, lo que indica que la capacidad de las rutas es insuficiente en este caso. También se observa en la Figura 6.5, de la que se desprende que las soluciones con menor nivel de emisiones encontradas con el modelo de programación matemática no se pueden obtener mediante el algoritmo evolutivo unimodal, precisamente porque este considera la capacidad de los vehículos, por lo que estas soluciones son infactibles.

Respecto a los resultados obtenidos con el algoritmo evolutivo bimodal, se encontró que las soluciones presentan menores tiempos de viaje y mayores tasas de emisiones, respecto de las soluciones encontradas con el algoritmo unimodal. Esto es consecuencia de que parte de la demanda se satisface por automóviles, que circulan a mayor velocidad, pero con mayores tasa

de emisión por pasajero. Al analizar los conjuntos de soluciones eficientes encontrados con este algoritmo, se observa que las soluciones que minimizan la tasa de emisiones tienen un menor número de buses en circulación, al igual que en el problema unimodal, pero estos captan una mayor proporción de la demanda respecto a aquellas soluciones que minimizan el tiempo de viaje, aumentando también la tasa de viajes que incluyen un transbordo. Esto se debe a que en las soluciones que minimizan el tiempo de viaje se seleccionan más rutas y con mayores frecuencias, a fin de reducir los tiempos de espera y de transbordos, pero la utilización de la capacidad de los buses en circulación es mucho menor respecto de las soluciones que minimizan las emisiones, tal como se aprecia en la comparación de las Tablas 6.21 y 6.22.

Por otro lado, en los resultados entregados por el algoritmo evolutivo bimodal la congestión en los arcos es muy baja, lo que se debe en gran medida a los niveles de capacidad asignados, pero también muestra que en todos los casos las soluciones tienden a buscar menores niveles de congestión. Además, se observa que la variación en la distribución de la demanda entre buses y automóviles no es tan significativa, con variaciones de menos de un 10%, lo que se debe fundamentalmente al modelo de distribución seleccionado y los coeficientes asignados a dicho modelo, los que fueron extraídos de un estudio anterior, pero que en caso de querer aplicarse a una instancia real deben ser necesariamente estimados en base a las circunstancias específicas de dicha instancia, para así lograr una representación fidedigna de la realidad local.

7.2 Desempeño computacional

Un aspecto relevante para la evaluación de un modelo de programación matemática, es el esfuerzo computacional necesario para resolverlo, mediante los algoritmos disponibles. Uno de los aspectos que determina la complejidad computacional de un modelo es el tamaño del mismo, expresado en el número de ecuaciones y variables que lo conforman, así como el tipo de variables consideradas. En el caso del modelo propuesto en este estudio, su tamaño depende de cinco elementos: el tamaño de la red física, el número de pares Origen-Destino, el número y la estructura del conjunto inicial de rutas factibles, el número de frecuencias y el número de velocidades posibles.

Para el caso del número de frecuencias y velocidades posibles, en la Tabla 6.1 se observa que la inclusión de una frecuencia adicional impacta más fuertemente en el número de ecuaciones y variables del modelo, si se compara con la inclusión de una velocidad adicional. Sin embargo, si se considera el aumento en el número de variables discretas, responsables de la mayor complejidad de un MIP, esta diferencia es menos marcada.

Por otro lado, comparando las instancias generadas a partir de las dos redes consideradas en este estudio se observa, el impacto del tamaño de la red física, del número de rutas y el número de pares Origen-Destino. Al comparar las Tablas 6.1 y 6.4, se verifica que aunque el tamaño de la red física y número de pares Origen-Destino de la red Wan y Lo es ligeramente mayor, el tamaño de los modelos crece en una proporción mucho mayor.

En el caso de la instancia propuesta en base a la red de Mandl, la que es ligeramente mayor, pero con una matriz Origen-Destino más densa, durante un tiempo de ejecución de 15 horas no se pudo encontrar ninguna solución factible con el algoritmo utilizado, a pesar de que, por las características del problema y los parámetros utilizados, se sabe que el problema es factible. La imposibilidad de encontrar una solución factible a este problema, se debe a las limitaciones de la capacidad computacional disponible para la realización del estudio.

Al considerar la forma en que crece el tamaño de los modelos y el tiempo de ejecución necesario para resolver las distintas instancias, que tal como se observa en las Tablas 6.2 y 6.5, en el 30% de las instancias consideradas (todas las de mayor tamaño) sobrepasó los límites establecidos en este estudio, se puede concluir que el modelo de programación matemática propuesto no es práctico para ser utilizado en situaciones de tamaño real, ya que los tiempos de ejecución serían prohibitivos para redes de gran tamaño, incluso si se consideran periodos de tiempo de una planificación estratégica.

Por otro lado, el algoritmo evolutivo unimodal entrega buenas soluciones en un tiempo considerablemente menor si se compara con el modelo de programación matemática, y este tiempo crece más lentamente respecto al tamaño de las instancias. A esto se debe sumar que el algoritmo evolutivo genera el conjunto de soluciones eficientes en una única ejecución, mientras que resolver el modelo de programación matemática mediante el método de la ϵ -restricción encuentra solo una solución de la frontera de soluciones eficientes en cada ejecución. Sin embargo, se debe considerar que debido a que el algoritmo evolutivo es un

método estocástico, se deben realizar varias réplicas de la ejecución para asegurarse de que las soluciones sean estadísticamente significativas. La realización de varias réplicas también se hace necesaria debido a que no existe una medida absoluta para comparar conjuntos de soluciones, lo que genera situaciones como la que se observa en la Figura 6.6, en la que se tiene un conjunto de soluciones con mayor hipervolumen y que es de mayor *calidad*, pero menos *diversa* que el segundo conjunto, cuyo hipervolumen es ligeramente menor. Esto implica que no se debe juzgar los conjuntos de soluciones por una única medida.

Por su parte, el algoritmo evolutivo bimodal requiere de un mayor tiempo para encontrar soluciones, bajo las mismas condiciones, respecto del algoritmo evolutivo unimodal. Esto se debe a que en el algoritmo evolutivo bimodal se debe realizar dos veces el proceso de asignación de pasajeros en el sistema de transporte público, lo que corresponde a la etapa que requiere de un mayor esfuerzo computacional en el algoritmo. Debido a esto, en promedio se tiene que los tiempos de ejecución son el doble que en el caso unimodal, aunque en algunas ejecuciones fue aún mayor.

En ambos algoritmos, se tiene que en general, para las instancias evaluadas, el proceso converge a un conjunto estable de soluciones en menos iteraciones que el límite máximo impuesto. Además, la mayoría de las ejecuciones entrega conjuntos de soluciones similares, lo que demuestra la robustez del algoritmo propuesto.

Respecto al método heurístico utilizado para generar el conjunto de rutas factibles, se constató que para las instancias de mayor tamaño su tiempo de ejecución es marginal comparado con el tiempo necesario para resolver el modelo matemático o ejecutar el algoritmo evolutivo. Así, para la instancia I17 (la de mayor tamaño), la ejecución de la heurística demoró menos de 1 minuto mientras que el modelo no pudo ser resuelto en un periodo de 15 horas. Además, se debe considerar que la heurística se debe resolver solo una vez por cada instancia, mientras que el modelo de programación matemática se debe resolver varias veces para encontrar las soluciones no dominadas. De esta manera, se podría utilizar una heurística más compleja, que aunque requiriera un mayor tiempo para su resolución, podría entregar un mejor conjunto de rutas que permita posteriormente resolver el problema de forma más eficiente.

Capítulo 8. Conclusiones

En el presente estudio, se propone un modelo de programación matemática y un algoritmo evolutivo para el TNDP multiobjetivo, considerando la minimización del tiempo total de viaje y la minimización de las emisiones totales del sistema, sujeto a restricciones presupuestarias. El algoritmo evolutivo se aplica al problema unimodal y bimodal, este último considerando buses y automóviles. Si bien el TNDP, ha sido ampliamente estudiado en la literatura, la incorporación de objetivos medioambientales ha recibido menos atención.

El modelo matemático propuesto y los algoritmos evolutivos son resueltos para varias instancias, las que se construyen en base a tres redes físicas utilizadas en la literatura y adaptadas para incluir capacidad en los arcos, aspecto necesario para estimar las emisiones en relación a la congestión de las calles.

Para encontrar fronteras de soluciones eficientes, se aplica el método de la ε -restricción para resolver el modelo de programación matemática, mientras que el algoritmo evolutivo incluye medidas de *calidad* y *diversidad* que entregan un conjunto de soluciones en una única ejecución. Los resultados obtenidos muestran que, para las instancias estudiadas, es posible lograr importantes reducciones en las emisiones de los sistemas de transporte público, del orden de un 15%, aumentando el tiempo total de viaje de los pasajeros en menos de un 2%, respecto de las soluciones obtenidas con un único objetivo. Esto implica, que las soluciones encontradas en otros estudios podrían ser mejoradas al considerar objetivos medioambientales. Además, se observa que las reducciones en las emisiones, en general, implican una reducción en el tamaño de la flota, lo que significaría una reducción en los costos económicos del sistema.

Al comparar los distintos métodos de solución, se observa que el algoritmo evolutivo entrega mejores resultados que el modelo de programación matemática, por la mayor flexibilidad del primero al considerar frecuencias y velocidades de operación como variables continuas, mientras que en el modelo de programación matemática son variables discretas.

Respecto al tiempo de ejecución necesario para resolver el modelo de programación matemática, se observa que estos son elevados, incluso para instancias pequeñas, y aumentan aceleradamente a medida que aumenta el tamaño de las instancias. Por lo anterior, el modelo

propuesto no es adecuado para el diseño de redes de tamaño real, bajo las condiciones tecnológicas actuales, ya que los tiempos computacionales necesarios para encontrar soluciones serían prohibitivos. Por su parte, el algoritmo evolutivo entrega buenas soluciones en periodos de tiempo sustancialmente menores que el método exacto, por lo que es más apropiado para ser aplicado a instancias reales.

Considerado los resultados de este estudio, se propone como tema de continuidad en la línea de investigación, la incorporación de elementos más realistas en el modelo, tales como: una red física más detallada, un modelo de asignación más preciso o la incorporación de un mayor número de modos de transporte. Además, se propone la realización de un algoritmo evolutivo con una representación de la solución y operadores de variación específicos para el problema tratado, que permita aprovechar sus singularidades en el proceso de búsqueda de soluciones, lo que lo haría más eficiente.



Capítulo 9. Referencias

Alam, A., Hatzopoulou, M., 2014a. Investigating the isolated and combined effects of congestion, roadway grade, passenger load, and alternative fuels on transit bus emissions. *Transp. Res. Part Transp. Environ.* 29, 12–21. doi:10.1016/j.trd.2014.03.005

Alam, A., Hatzopoulou, M., 2014b. Reducing transit bus emissions: Alternative fuels or traffic operations? *Atmos. Environ.* 89, 129–139. doi:10.1016/j.atmosenv.2014.02.043

Anthes, R.A., Corell, R.W., Holland, G., Hurrell, J.W., MacCracken, M.C., Trenberth, K.E., 2006. Hurricanes and Global Warming—Potential Linkages and Consequences. *Bull. Am. Meteorol. Soc.* 87, 623–628. doi:10.1175/BAMS-87-5-617

Arbex, R.O., da Cunha, C.B., 2015. Efficient transit network design and frequencies setting multi-objective optimization by alternating objective genetic algorithm. *Transp. Res. Part B Methodol.* doi:10.1016/j.trb.2015.06.014

Asadi Bagloee, S., Ceder, A. (Avi), 2011. Transit-network design methodology for actual-size road networks. *Transp. Res. Part B Methodol.* 45, 1787–1804. doi:10.1016/j.trb.2011.07.005

Baaj, M.H., Mahmassani, H.S., 1991. AI-based approach for transit route system planning and design. *J. Adv. Transp.* 25, 187–210.

Bagloee, S., Ceder, A. (Avi), 2011. Transit-network design methodology for actual-size road networks. *Transp. Res. Part B Methodol.* 45, 1787–1804. doi:10.1016/j.trb.2011.07.005

Beltran, B., Carrese, S., Cipriani, E., Petrelli, M., 2009. Transit network design with allocation of green vehicles: A genetic algorithm approach. *Transp. Res. Part C Emerg. Technol., Artificial Intelligence in Transportation Analysis: Approaches, Methods, and Applications* 17, 475–483. doi:10.1016/j.trc.2009.04.008

Borndörfer, R., Grötschel, M., Pfetsch, M.E., 2007. A Column-Generation Approach to Line Planning in Public Transport. *Transp. Sci.* 41, 123–132. doi:10.1287/trsc.1060.0161

Bruce, J.P., Yi, H., Haites, E.F., III, I.P. on C.C.W.G., 1996. Climate Change 1995: Economic and Social Dimensions of Climate Change: Contribution of Working Group III to

the Second Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change. Cambridge University Press.

Cahon, S., Melab, N., Talbi, E.-G., 2004. ParadisEO: A Framework for the Reusable Design of Parallel and Distributed Metaheuristics. *J. Heuristics* 10, 357–380. doi:10.1023/B:HEUR.0000026900.92269.ec

Cancela, H., Mauttone, A., Urquhart, M.E., 2015. Mathematical programming formulations for transit network design. *Transp. Res. Part B Methodol.* 77, 17–37. doi:10.1016/j.trb.2015.03.006

Chester, M., Horvath, A., 2008. Environmental Life-cycle Assessment of Passenger Transportation: A Detailed Methodology for Energy, Greenhouse Gas and Criteria Pollutant Inventories of Automobiles, Buses, Light Rail, Heavy Rail and Air v.2. UC Berkeley Cent. Future Urban Transp. Volvo Cent. Excell.

Collette, Y., Siarry, P., 2004. *Multiobjective Optimization: Principles and Case Studies*. Springer Science & Business Media.

Curtin, K.M., Biba, S., 2011. The Transit Route Arc-Node Service Maximization problem. *Eur. J. Oper. Res.* 208, 46–56. doi:10.1016/j.ejor.2010.07.026

Daganzo, C.F., 2010. Structure of competitive transit networks. *Transp. Res. Part B Methodol.* 44, 434–446. doi:10.1016/j.trb.2009.11.001

Daneshzand, F., 2011. 8 - The Vehicle-Routing Problem, in: Kardar, R.Z.F.R. (Ed.), *Logistics Operations and Management*. Elsevier, London, pp. 127–153.

Dantzig, G.B., Ramser, J.H., 1959. The Truck Dispatching Problem. *Manag. Sci.* 6, 80–91. doi:10.1287/mnsc.6.1.80

Demir, E., Bektaş, T., Laporte, G., 2014. A review of recent research on green road freight transportation. *Eur. J. Oper. Res.* 237, 775–793. doi:10.1016/j.ejor.2013.12.033

Ehrgott, M., Gandibleux, X., 2004. Approximative solution methods for multiobjective combinatorial optimization. *Top* 12, 1–63. doi:10.1007/BF02578918

Ehrgott, M., Gandibleux, X., 2000. A survey and annotated bibliography of multiobjective combinatorial optimization. *-Spektrum* 22, 425–460. doi:10.1007/s002910000046

Estrada, M., Roca-Riu, M., Badia, H., Robusté, F., Daganzo, C.F., 2011. Design and implementation of efficient transit networks: Procedure, case study and validity test. *Transp. Res. Part Policy Pract., Select Papers from the 19th International Symposium on Transportation and Traffic Theory (ISTTT)* 45, 935–950. doi:10.1016/j.tra.2011.04.006

Farahani, R.Z., Miandoabchi, E., Szeto, W.Y., Rashidi, H., 2013. A review of urban transportation network design problems. *Eur. J. Oper. Res.* 229, 281–302. doi:10.1016/j.ejor.2013.01.001

Fu, Q., Liu, R., Hess, S., 2012. A Review on Transit Assignment Modelling Approaches to Congested Networks: A New Perspective. *Procedia - Soc. Behav. Sci., Proceedings of EWGT2012 - 15th Meeting of the EURO Working Group on Transportation, September 2012, Paris* 54, 1145–1155. doi:10.1016/j.sbspro.2012.09.829

Gallivan, F., Rose, E., Ewing, R., Hamidi, S., Brown, T., 2015. Quantifying Transit's Impact on GHG Emissions and Energy Use—The Land Use Component. *World Transit Res.*

Gallo, M., Montella, B., D'Acerno, L., 2011. The transit network design problem with elastic demand and internalisation of external costs: An application to rail frequency optimisation. *Transp. Res. Part C Emerg. Technol.* 19, 1276–1305. doi:10.1016/j.trc.2011.02.008

Griswold, J.B., Madanat, S., Horvath, A., 2013. Tradeoffs between costs and greenhouse gas emissions in the design of urban transit systems. *Environ. Res. Lett.* 8, 044046. doi:10.1088/1748-9326/8/4/044046

Hutter, F., Stuetzle, T., Leyton-Brown, K., Hoos, H.H., 2009. ParamILS: An Automatic Algorithm Configuration Framework. *J. Artif. Intell. Res.* 36, 267–306. doi:10.1613/jair.2861

Kepaptsoglou, K., Karlaftis, M., 2009. Transit route network design problem: Review. *J. Transp. Eng.* 135, 491–505. doi:10.1061/(ASCE)0733-947X(2009)135:8(491)

Khan, O.A., 2007. Modelling passenger mode choice behaviour using computer aided stated preference data (Thesis). Queensland University of Technology.

K-Shortest Path- Yen's algorithm - File Exchange - MATLAB Central [WWW Document], n.d. URL <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/32513-k-shortest-path-yen-s-algorithm> (accessed 12.18.15).

Lin, C., Choy, K.L., Ho, G.T.S., Chung, S.H., Lam, H.Y., 2014. Survey of Green Vehicle Routing Problem: Past and future trends. *Expert Syst. Appl.* 41, 1118–1138. doi:10.1016/j.eswa.2013.07.107

Litman, T., 2010. Evaluating public transit benefits and costs: Best Practices Guidebook. *World Transit Res.*

Magnanti, T.L., Wong, R.T., 1984. Network Design and Transportation Planning: Models and Algorithms. *Transp. Sci.* 18, 1–55. doi:10.1287/trsc.18.1.1

Mandl, C.E., 1980. Evaluation and optimization of urban public transportation networks. *Eur. J. Oper. Res.* 5, 396–404. doi:10.1016/0377-2217(80)90126-5

Mauttone, A., Urquhart, M.E., 2009. A multi-objective metaheuristic approach for the transit network design problem. *Public Transp.* 1, 253–273. doi:10.1007/s12469-010-0016-7

McCarty, J.P., 2001. Ecological Consequences of Recent Climate Change. *Conserv. Biol.* 15, 320–331. doi:10.1046/j.1523-1739.2001.015002320.x

Nayeem, M.A., Rahman, M.K., Rahman, M.S., 2014. Transit network design by genetic algorithm with elitism. *Transp. Res. Part C Emerg. Technol.* 46, 30–45. doi:10.1016/j.trc.2014.05.002

Nikolić, M., Teodorović, D., 2014. A simultaneous transit network design and frequency setting: Computing with bees. *Expert Syst. Appl.* 41, 7200–7209. doi:10.1016/j.eswa.2014.05.034

Nikolić, M., Teodorović, D., 2013. Transit network design by Bee Colony Optimization. *Expert Syst. Appl.* 40, 5945–5955. doi:10.1016/j.eswa.2013.05.002

Olesen, J.E., Bindi, M., 2002. Consequences of climate change for European agricultural productivity, land use and policy. *Eur. J. Agron.* 16, 239–262. doi:10.1016/S1161-0301(02)00004-7

Osman, I.H., Laporte, G., 1996. Metaheuristics: A bibliography. *Ann. Oper. Res.* 63, 511–623. doi:10.1007/BF02125421

Patriksson, M., 1994. *The Traffic Assignment Problem---Models and Methods.*

Perederieieva, O., Ehrgott, M., Raith, A., Wang, J.Y.T., 2015. A framework for and empirical study of algorithms for traffic assignment. *Comput. Oper. Res.* 54, 90–107. doi:10.1016/j.cor.2014.08.024

Population Reference Bureau, 2014. 2014 World Population Data Sheet.

Pternea, M., Kepaptsoglou, K., Karlaftis, M.G., 2015. Sustainable urban transit network design. *Transp. Res. Part Policy Pract.* 77, 276–291. doi:10.1016/j.tra.2015.04.024

Ringuest, J.L., 2012. *Multiobjective Optimization: Behavioral and Computational Considerations.* Springer Science & Business Media.

Schöbel, A., Scholl, S., 2006. Line Planning with Minimal Traveling Time [WWW Document]. URL <http://goedoc.uni-goettingen.de/goescholar/handle/1/5719> (accessed 8.14.15).

Shapiro, R.J., Hassett, K.A., Arnold, F.S., 2002. *CONSERVING ENERGY AND PRESERVING THE ENVIRONMENT: THE ROLE OF PUBLIC TRANSPORTATION.*

Spiess, H., Florian, M., 1989. Optimal strategies: A new assignment model for transit networks. *Transp. Res. Part B Methodol.* 23, 83–102. doi:10.1016/0191-2615(89)90034-9

Szeto, W.Y., Jiang, Y., 2014. Transit route and frequency design: Bi-level modeling and hybrid artificial bee colony algorithm approach. *Transp. Res. Part B Methodol.* 67, 235–263. doi:10.1016/j.trb.2014.05.008

Talbi, E.-G., 2009. *Metaheuristics: From Design to Implementation.* Wiley Publishing.

Toth, P., Vigo, D., 2014. *Vehicle Routing, MOS-SIAM Series on Optimization.* Society for Industrial and Applied Mathematics.

U.S. Department of Energy, 2014. Transportation Energy Data Book.

Wan, Q.K., Lo, H.K., 2009. Congested multimodal transit network design. *Public Transp.* 1, 233–251. doi:10.1007/s12469-009-0015-8

Wan, Q.K., Lo, H.K., 2003. A Mixed Integer Formulation for Multiple-Route Transit Network Design. *J. Math. Model. Algorithms* 2, 299–308. doi:10.1023/B:JMMA.0000020425.99217.cd

Yen, J.Y., 1971. Finding the K Shortest Loopless Paths in a Network. *Manag. Sci.* 17, 712–716.

Zhai, H., Frey, H.C., Roupail, N.M., 2008. A Vehicle-Specific Power Approach to Speed- and Facility-Specific Emissions Estimates for Diesel Transit Buses. *Environ. Sci. Technol.* 42, 7985–7991. doi:10.1021/es800208d

Zhang, L., Yang, H., Wu, D., Wang, D., 2014. Solving a discrete multimodal transportation network design problem. *Transp. Res. Part C Emerg. Technol.* 49, 73–86. doi:10.1016/j.trc.2014.10.008

