



Universidad de Concepción
Dirección de Postgrado
Facultad de Ciencias Forestales - Programa de Doctorado en Ciencias Forestales

**Funciones de volumen fustal y biomasa aérea total y de componentes
a nivel de árbol individual para renovales de roble, raulí y coigüe**

Tesis para optar al grado de Doctor en Ciencias Forestales

CARLOS MANFRIED VALENZUELA CASTILLO
CONCEPCIÓN-CHILE
2017

Profesor Guía: Jorge Cancino Cancino
Dpto. de Manejo de Bosques y Medio Ambiente
Facultad de Ciencias Forestales
Universidad de Concepción

FUNCIONES DE VOLUMEN FUSTAL Y BIOMASA AÉREA TOTAL Y DE COMPONENTES A NIVEL DE ÁRBOL INDIVIDUAL PARA RENOVALES DE ROBLE, RAULÍ Y COIGÜE

Comisión Evaluadora:

Jorge Cancino Cancino (Profesor guía)

Ingeniero Forestal, Dr.

Eduardo Acuña Carmona (Profesor co-guía)

Ingeniero Forestal, Dr.

Fernando Muñoz (Comisión evaluación)

Ingeniero Forestal, Dr.

Alicia Ortega (Comisión evaluación)

Ingeniero Forestal, Dr(a).

Director de Postgrado:

Regis Teixeira M.

Ingeniero Químico, Dr.

Decano Facultad de Ciencias Forestales:

Jorge Cancino Cancino.

Ingeniero Forestal, Dr.



DEDICATORIA

A mi madre Juana Castillo Meza, por su extraordinario amor y apoyo que me ha brindado siempre.

A mi tía Eliza Castillo Meza, que es como mi segunda madre, por su apoyo para seguir estudiando.

A mi abuela Eliza Meza, que está en el cielo y que me guía por el buen camino.

A mi familia que siempre confió en mí.

A Dios que siempre está conmigo.



AGRADECIMIENTOS

A mi profesor guía Jorge Cancino, por su apoyo, comprensión, paciencia y dedicación durante el desarrollo de mi tesis. También a mi profesor co-guía Eduardo Acuña, por su apoyo y consejos que me brindó durante este periodo y a los demás profesores de mi comisión Fernando Muñoz y Alicia Ortega por su apoyo.

A la Comisión Nacional de Investigación Científica y Tecnológica (CONICYT) por otorgarme la beca, la cual permitió el desarrollo de mi doctorado.

A la Corporación Nacional Forestal (CONAF) (Proyecto: 025/2012 “Desarrollo de herramientas de cuantificación biométrica generalizadas para el manejo y uso integral sustentable de renovales de *Nothofagus* spp.”) III Concurso del Fondo de Investigación del Bosque Nativo para el financiamiento de la investigación y a Forestal MASISA S.A. por permitir el acceso a predios de su patrimonio para recopilar datos.

A mi familia, por sobre todo a mi madre y tía, por su paciencia y apoyo. También a mis amigos, compañeros de laboratorio y estudiantes de pregrado que cooperaron con la recolección de datos en terreno.

TABLA DE CONTENIDO

ÍNDICE DE TABLAS	ix
ÍNDICE DE FIGURAS	xii
RESUMEN GENERAL	xvi
GENERAL ABSTRACT	xvii
I. INTRODUCCION GENERAL	1
HIPÓTESIS GENERAL.....	12
OBJETIVO GENERAL	12
OBJETIVOS ESPECÍFICOS	12
II. Generalized allometric equations of total volume generated by meta-analysis for roble, raulí and coigüe in second growth forests in Chile	13
Abstract.....	13
1. Introduction	13
2. Methods	16
2.1. Compilation equations	16
2.2. Database.....	19
2.3. Model development	21
2.4. Fitting and evaluation of models.....	23
3. Results	25
3.1. Modelling of total height	25
3.2. Modelling of the variance of total volume.....	28
3.3. Modelling of total volume from pseudo-data	28
3.4. Checking the validity of the equations fitting method from pseudo-data.....	31
3.5. Validation of allometric equations of total volume underbark	33
4. Discussion.....	35
5. Conclusions	37
Acknowledgements.....	38
Conflict of interest statement.....	38
Funding.....	38
6. References	38

III. Funciones de volumen comercial de índice variable a nivel de árbol individual para renovales de roble, raulí y coigüe.....	42
Resumen	42
1. Introducción.....	43
2. Metodología.....	45
2.1. Base de datos.....	45
2.2. Desarrollo de los modelos.....	47
2.2.1. Modelos de volumen total y razón de volumen	47
2.2.2. Modelos implícitos de perfil fustal.....	48
2.2.3. Modelos de volumen comercial	48
2.3. Ajuste y evaluación de los modelos.....	50
3. Resultados.....	52
3.1. Comparación y selección de modelos de volumen total y razón de volumen	52
3.2. Modelación del volumen total	53
3.3. Modelación de la razón de volumen de diámetro variable	56
3.4. Modelación de la razón de volumen de altura variable	57
3.5. Modelación de la razón de volumen comercial de diámetro variable	58
3.6. Modelación de la razón de volumen comercial de altura variable.....	63
4. Discusión	67
5. Conclusiones.....	68
6. Referencias	69
IV. Funciones de perfil fustal usando modelos de efectos mixtos para renovales de roble, raulí y coigüe.....	73
Resumen	73
1. Introducción.....	73
2. Metodología.....	75
2.1. Base de datos.....	75
2.2. Modelación del perfil fustal	78
2.3. Ajuste y evaluación de los modelos.....	78
2.4. Estimación del volumen fustal.....	80
3. Resultados.....	81

3.1. Comparación y selección de modelos de perfil fustal	81
3.2. Modelación del perfil fustal	82
3.3. Estimación del volumen fustal a nivel de troza	88
3.4. Estimación del volumen fustal a nivel de árbol	90
4. Discusión	92
5. Conclusiones.....	93
6. Referencias	94
V. Funciones de biomasa fustal de altura variable mediante un sistema simultáneo de densidad-integral para renovales de roble, raulí y coigüe	98
Resumen	98
1. Introducción.....	98
2. Metodología.....	101
2.1. Método de muestreo.....	101
2.2. Medición y determinación de variables	103
2.3. Modelación del perfil fustal y densidad básica de la madera	104
2.4. Desarrollo de los modelos.....	105
2.5. Ajuste y evaluación de los modelos.....	107
3. Resultados.....	109
3.1. Modelación del perfil fustal	109
3.2. Modelación de la densidad básica de la madera	111
3.3. Modelación simultánea de la biomasa fustal	113
3.4. Estimación del volumen y biomasa fustal a nivel de troza y árbol.....	118
4. Discusión	119
5. Conclusiones.....	122
6. Referencias	122
VI. Funciones de biomasa aérea total y de componentes a nivel de árbol individual para renovales de roble, raulí y coigüe	127
Resumen	127
1. Introducción.....	127
2. Metodología.....	129
2.1. Método de muestreo.....	129

2.2. Medición de variables y determinación de la biomasa aérea total y de componentes...	131
2.3. Modelación de la biomasa a nivel de rama	133
2.4. Modelación de la biomasa aérea total y de componentes	134
2.5. Ajuste y evaluación de los modelos.....	134
3. Resultados.....	137
3.1. Comparación y selección de modelos.....	137
3.2. Modelación de la biomasa de componentes a nivel de rama	139
3.3. Modelación simultánea de la biomasa aérea total y de componentes.....	141
4. Discusión	145
5. Conclusiones.....	148
6. Referencias	148
VII. Información acompañante en funciones de volumen y biomasa para desarrollar funciones generalizadas mediante meta-análisis en renovales de roble, raulí y coigüe	153
Resumen	153
1. Introducción.....	153
2. Metodología.....	155
2.1. Base de datos observados.....	155
2.2. Funciones de volumen y biomasa total utilizadas.....	157
2.3. Funciones de altura total utilizadas.....	159
2.4. Modelación del volumen y biomasa a partir de pseudo-datos	160
2.5. Ajuste y evaluación de modelos	160
3. Resultados.....	162
3.1. Modelación del volumen y biomasa mediante pseudo-datos a partir de la <i>RMSE</i>	162
3.2. Modelación del volumen y biomasa mediante pseudo-datos a partir del R^2	165
3.3. Comparación de los ajustes mediante pseudo-datos	168
4. Discusión	170
5. Conclusiones.....	172
6. Referencias	172
CONCLUSIONES GENERALES	176
REFERENCIAS GENERALES.....	178

ÍNDICE DE TABLAS

Table 1. Models of total volume underbark detected in the literature review, by species.	17
Table 2. Parameters estimates and fit statistics for total volume underbark equations used in this study, by species and zone.	18
Table 3. Descriptive statistics of the database used to fit and validation of equations, by species and zone.	19
Table 4. Parameter estimates and fit statistics for height-diameter equations, by species and zone.	26
Table 5. Parameter estimates and fit statistics for variance of total volume equations, by species.	28
Table 6. Parameter estimates and fit statistics for total volume equations, by species and zone...29	29
Table 7. Parameter estimates and fit statistics for total volume equations, by species, type of data and zone.....	32
Table 8. Confidence intervals for estimated parameters of total volume equations, by species and type of data.	33
Table 9. Validation of generalized and local equations to estimate total volume, by species.	34
Tabla 10. Descripción de la base de datos utilizada en el ajuste y validación, según especie y zona.	46
Tabla 11. Modelos de volumen total sin corteza.....	47
Tabla 12. Modelos de volumen comercial de diámetro y altura variable.	49
Tabla 13. Comparación de los modelos de volumen total y razón de volumen de diámetro y altura variable, según especie.....	53
Tabla 14. Parámetros estimados y estadísticos de las funciones de volumen total sin corteza ajustadas, según especie y zona.....	55
Tabla 15. Parámetros estimados y estadísticos de ajuste para las funciones de razón de volumen de diámetro variable, por especie y zona.	57
Tabla 16. Parámetros estimados y estadísticos de las funciones de razón de volumen de altura variable, según especie y zona.	58
Tabla 17. Parámetros estimados y estadísticos de las funciones de volumen comercial de diámetro variable, según especie y zona.	60

Tabla 18. Parámetros estimados y estadísticos de las funciones de volumen comercial de altura variable, según especie y zona.	64
Tabla 19. Descripción de la base de datos utilizada en el ajuste y validación, según especie y zona.	77
Tabla 20. Parámetros estimados y comparación de los modelos de perfil fustal, según especie...82	
Tabla 21. Parámetros estimados y estadísticos de las funciones de perfil fustal, según especie y zona.	84
Tabla 22. Exactitud de estimación del volumen fustal, según especie, zona y clase de diámetro menor de troza, en la muestra de ajuste y en la muestra de validación.....	89
Tabla 23. Exactitud de estimación del volumen fustal, según especie, zona y clase diamétrica de árbol, en la muestra de ajuste y en la muestra de validación.	91
Tabla 24. Estadísticos descriptivos de la base de datos utilizada en el estudio.	104
Tabla 25. Parámetros estimados y estadísticos de las funciones de perfil fustal, según especie y zona.	110
Tabla 26. Parámetros estimados y estadísticos de las funciones de densidad básica de la madera, según especie y zona.	112
Tabla 27. Parámetros estimados y estadísticos de las funciones de biomasa fustal de altura variable, según especie y zona.	114
Tabla 28. Exactitud de estimación del volumen y la biomasa fustal, según especie, zona, clase de diámetro menor de troza y clase diamétrica del árbol.....	119
Tabla 29. Estadísticos descriptivos de la base de datos utilizada en el estudio.	133
Tabla 30. Comparación de los modelos de la biomasa de componentes (i.e. ramas, follaje, corteza y fuste), según especie.....	138
Tabla 31. Parámetros estimados y estadísticos de ajuste de las funciones de biomasa de leño y follaje a nivel de rama, según especie y zona.	140
Tabla 32. Parámetros estimados y estadísticos de ajuste de las funciones de biomasa aérea total y de componentes, según especie y zona.	143
Tabla 33. Funciones de biomasa aérea total, según especie y zona.	144
Tabla 34. Descripción de la base de datos utilizada en el ajuste y validación, según variable, especie y zona.	156

Tabla 35. Parámetros estimados y estadísticos de ajuste de las funciones de volumen y biomasa total utilizadas, según especie y zona..... 158

Tabla 36. Parámetros estimados y estadísticos de ajuste de las funciones de altura total utilizadas, según especie y zona. 159

Tabla 37. Parámetros estimados y estadísticos de ajuste de las funciones de volumen y biomasa, según componente, especie y zona..... 164

Tabla 38. Parámetros estimados y estadísticos de ajuste de las funciones de volumen y biomasa, según componente, especie y zona..... 167

Tabla 39. Parámetros estimados y estadísticos de ajuste de las funciones generalizadas de volumen y biomasa, según componente y especie..... 169



ÍNDICE DE FIGURAS

Figure 1. Agro-climatic zones, geographic distribution of the Roble-Raulí-Coigüe Forest Type, location of sampling points associated to allometric equations of total volume underbark compiled and sampling points associated to the observed database.....	21
Figure 2. The upper graphs represent the relationship between D (cm) and H (m) for roble, raulí and coigüe, in the sample used for fitting. Symbols in grey represent observed data from different agro-climatic zones. Solid line represents the generalized equation.....	27
Figure 3. Relationship between D (cm) and H (m) for roble, raulí and coigüe, in the sample used for validation. Symbols in grey represent observed data from different agro-climatic zones. Solid line represents the generalized equation.....	27
Figure 4. Relationship between the variance of total volume and D^2H (cm ² m) for roble, raulí and coigüe, in the sample used for fitting. Cross symbols represent observed values in each class. Solid line represents the estimation line.....	28
Figure 5. The upper graphs represent the relationship between total volume (m ³) and D^2H (cm ² m) for roble, raulí and coigüe, in the sample used for fitting. Symbols in grey represent pseudo-data from different agro-climatic zones. Solid line represents the generalized equation. Lower graphs represent the observed residuals (in grey) and weighted residuals (in black).....	30
Figure 6. Relationship between total volume (m ³) and D^2H (cm ² m) for roble, raulí and coigüe, in the sample used for validation. Symbols in grey represent observed data from different zones. Solid line represents the generalized equation fitted to pseudo-data generated with compiled equations. Dash line represents the generalized equation fitted to observed data.....	35
Figura 7. Zonas agroclimáticas, distribución geográfica del Tipo Forestal Roble-Raulí-Coigüe y localización de los puntos de muestreo.....	46
Figura 8. Relación entre el logaritmo natural del volumen total sin corteza y el logaritmo natural de D^2H (cm ² m) para roble, raulí y coigüe, en la muestra utilizada para el ajuste. Los símbolos en gris representan los datos observados provenientes de las diferentes zonas y la línea continua representa la función generalizada.....	55
Figura 9. Relación entre los residuos y el volumen comercial estimado para roble, raulí y coigüe, según zona en la muestra de ajuste. Los símbolos en gris representan los residuos observados del	

ajuste del modelo de efectos fijos. Los símbolos en negro representan los residuos observados del ajuste del modelo de efectos mixtos.....	61
Figura 10. Relación entre los residuos y residuos Lag1 para roble, raulí y coigüe, según zona en la muestra de ajuste. Los símbolos en gris representan los residuos observados del ajuste del modelo de efectos fijos. Los símbolos en negro representan los residuos observados del ajuste del modelo de efectos mixtos.....	62
Figura 11. Relación entre los residuos y el volumen comercial estimado para roble, raulí y coigüe, según zona en la muestra de ajuste. Los símbolos en gris representan los residuos observados del ajuste del modelo de efectos fijos. Los símbolos en negro representan los residuos observados del ajuste del modelo de efectos mixtos.....	65
Figura 12. Relación entre los residuos y residuos Lag1 para roble, raulí y coigüe, según zona en la muestra de ajuste. Los símbolos en gris representan los residuos observados del ajuste del modelo de efectos fijos. Los símbolos en negro representan los residuos observados del ajuste del modelo de efectos mixtos.....	66
Figura 13. Zonas agroclimáticas, distribución geográfica del Tipo Forestal Roble-Raulí-Coigüe y localización de los puntos de muestreo.....	77
Figura 14. Relación entre el área de la sección relativa y la distancia al ápice relativa a la altura sobre el D , en la muestra utilizada para el ajuste, según especie y zona. Los símbolos en gris representan los datos observados y la línea continua representa la función ajustada.	85
Figura 15. Relación entre los residuos y el área de la sección relativa estimado, en la muestra utilizada para el ajuste, según especie y zona. Los símbolos en gris representan los residuos observados del ajuste con efectos fijos y los símbolos en negro representan los residuos del ajuste con efectos mixtos.....	86
Figura 16. Relación entre los residuos y los residuos con un retardo igual a 1 (Lag1), en la muestra utilizada para el ajuste, según especie y zona. Los símbolos en gris representan los residuos observados del ajuste del modelo de ahusamiento de efectos fijos y los símbolos en negro representan los residuos del ajuste del modelo de ahusamiento de efectos mixtos.	87
Figura 17. Zonas agroclimáticas, distribución geográfica del Tipo Forestal Roble-Raulí-Coigüe y puntos de muestreo.....	102

Figura 18. Relación entre el área de sección relativa y la distancia al ápice relativa (a la altura sobre el D), según especie y zona. Los símbolos en gris representan los datos observados y la línea continua representa la función ajustada.	110
Figura 19. Relación entre la densidad básica de la madera y la distancia al ápice relativa (a la altura sobre el D), según especie y zona. Los símbolos en gris representan los datos observados y la línea continua representa la función ajustada.	112
Figura 20. Relación entre los residuos y los residuos con un retardo (Lag1) (perfil fustal y densidad básica de la madera), según especie y zona. Los símbolos en gris representan los residuos observados del ajuste del modelo (9) sin corregir para el perfil fustal (A) y la densidad básica de la madera (B). Los símbolos en negro representan los residuos observados del ajuste del modelo (9) corregido para el perfil fustal (A) y la densidad básica de la madera (B).	116
Figura 21. Relación entre los residuos y los valores estimados (volumen y biomasa), según especie y zona. Los símbolos en gris representan los residuos observados del ajuste del modelo (9) sin corregir para el volumen (A) y la biomasa (B). Los símbolos en negro representan los residuos observados del ajuste del modelo (9) corregido para el volumen (A) y la biomasa (B).	117
Figura 22. Zonas agroclimáticas, distribución geográfica del Tipo Forestal Roble-Raulí-Coigüe y puntos de muestreo asociados a la base de datos.	130
Figura 23. Relación entre el logaritmo natural de la biomasa de ramas (A) y de follaje (B) y el logaritmo natural de dr^2lr , según especie y zona. Los símbolos en gris representan los datos observados y la línea continua representa la función ajustada.	140
Figura 24. Relación entre el logaritmo natural de la biomasa de ramas (A) y de hojas (B) y el logaritmo natural de D^2 , según especie y zona. Los símbolos en gris representan los datos observados y la línea continua representa la función ajustada.	144
Figura 25. Relación entre el logaritmo natural de la biomasa de corteza (A), de fuste (B) y total (C) y el logaritmo natural de D^2H según especie. Los símbolos en gris representan los datos observados y la línea continua representa la función ajustada.	145
Figura 26. Zonas agroclimáticas, distribución geográfica del Tipo Forestal Roble-Raulí-Coigüe y localización de los puntos de muestreo.	157
Figura 27. Relación entre el logaritmo natural del volumen total (A) y biomasa (B) y el logaritmo natural de D^2H ($\text{cm}^2 \text{ m}$) para roble, raulí y coigüe, en la muestra de pseudo-datos utilizada para el	

ajuste. Los símbolos en gris representan los pseudo-datos (a partir de la *RMSE*) provenientes de las diferentes zonas y la línea continua representa la función generalizada..... 165

Figura 28. Relación entre el logaritmo natural del volumen total (A) y biomasa (B) y el logaritmo natural de D^2H ($\text{cm}^2 \text{ m}$) para roble, raulí y coigüe, en la muestra de pseudo-datos utilizada para el ajuste. Los símbolos en gris representan los pseudo-datos (a partir del R^2) provenientes de las diferentes zonas y la línea continua representa la función generalizada..... 168

Figura 29. Relación entre el logaritmo natural del volumen total (A) y biomasa (B) y el logaritmo natural de D^2H ($\text{cm}^2 \text{ m}$) para roble, raulí y coigüe, en la muestra de pseudo-datos y datos observados utilizada para el ajuste. Los símbolos en gris representan los pseudo-datos (a partir de la *RMSE*) y datos observados provenientes de las diferentes zonas y las líneas continuas y segmentadas representan las funciones generalizadas, respectivamente..... 170



RESUMEN GENERAL

La cuantificación del volumen fustal y de biomasa aérea total y de componentes puede realizarse mediante funciones alométricas. El objetivo de este estudio fue desarrollar funciones de volumen fustal y biomasa aérea total y de componentes a nivel de árbol individual para renovales de roble, raulí y coigüe. En el ajuste de estas funciones se utilizaron dos métodos. El primero, denominado meta-análisis modificado, consistió en ajustar funciones con pseudo-datos generados con funciones recopiladas de literatura; en el segundo, el ajuste de las funciones se realizó a partir de datos observados. La base de datos observada fue asignada a las zonas agroclimáticas definidas por ODEPA (2000), de acuerdo al origen geográfico de cada muestra, para determinar la factibilidad de la generalización de las funciones ajustadas. En el primer método, sólo detectó una cantidad suficiente de funciones de volumen total sin corteza para la elaboración de funciones mediante meta-análisis, las que se validaron con la base de datos observada. En segundo método, se ajustaron funciones de volumen total, perfil fustal y volumen comercial de índice variable (i.e. combinando funciones de volumen total y razón de volumen) y funciones de biomasa fustal de altura variable (i.e. combinando funciones de perfil fustal y de densidad básica de la madera) y biomasa aérea total y de componentes. Las funciones de volumen fustal y biomasa aérea total, fustal y corteza ajustadas a partir de ambos métodos no presentaron diferencias significativas entre zonas, en consecuencia, las funciones generalizadas para cada especie fueron válidas para las zonas que aportaron datos para el ajuste; las demás funciones presentaron efectos significativos de zona, en las cuales, se detectaron grupos de zonas con parámetros similares. Todas estas funciones presentaron los parámetros significativos y una alta precisión en el ajuste y validación, evidenciando que son insesgadas y precisas. Así, las funciones finales se consideran válidas para estimar la de volumen total y biomasa aérea total y de componentes en las zonas de estudio.

GENERAL ABSTRACT

The quantification of the stem volume and total aboveground biomass and components can be performed by allometric equations. The objective of this study was to develop equations of stem volume and total aboveground biomass and components at tree-level for roble, raulí and coigüe. In the fitting of these equations two methods were used. The first method, called modified meta-analysis, consisted of fitting equations by pseudo-data generated with equations compiled from the literature. The second, consisted of fitting equations from observed data. The observed database was assigned to the agro-climatic zones defined by ODEPA (2000), according to the geographic origin of each sample, to determine the feasibility of the generalization of the fitted equations. In the first method, only a sufficient amount of stem volume equations underbark was detected for the elaboration of equations by meta-analysis. These equations were validated with the observed database. In the second method, were fitted equations of total volume, stem taper and top-variable merchantable volume (i.e. combining equations of total volume and volume ratio) and equations of top-variable stem biomass (i.e. combining equations of stem taper and wood basic density) and total aboveground biomass and components. The equations of total volume and total aboveground biomass, stem and bark fitted from both methods not presented significant differences between zones, consequently, the generalized equations for each species were valid for the zones that contributed data for the fitting. The other equations presented significant effects of zone, detecting groups of zones with similar parameters. All these equations presented the significant parameters and a high precision in the fitting and validation, evidencing that they are unbiased and accurate. Thus, obtained final equations are considered valid to estimate the total volume and total aboveground biomass and components in the study zones.

I. INTRODUCCION GENERAL

En Chile existen 3,8 millones de hectáreas de bosques naturales de segundo crecimiento o renovales, de los cuales 1,2 millones son del Tipo Forestal Roble-Raulí-Coigüe, distribuidos desde la Región del Maule (35°25'S-71°40'O) hasta la Región de Los Lagos (43°28'S-72°56'O) (CONAF 2011). Los renovales de roble (*Nothofagus obliqua* (Mirb.) Oerst.), raulí (*N. alpina* (Poepp et Endl.) Oerst.) y coigüe (*N. dombeyi* (Mirb.) Oerst.), representan un recurso económico de alto valor, debido a que poseen altas tasas de crecimiento y excelente calidad maderera (Donoso *et al.* 1993, Lara *et al.* 1999). El aprovechamiento sustentable de este recurso requiere de una cuantificación a nivel de árbol individual, para lo cual es fundamental disponer de funciones de volumen fustal y biomasa aérea total. En la actualidad existen funciones locales de volumen fustal y biomasa aérea total y de componentes, las que están disponibles principalmente en revistas especializadas y otras fuentes bibliográficas. Entre ellas se encuentran funciones de variado tipo y estructura, destinadas principalmente a la estimación del volumen fustal; también se detectan funciones para la estimación de la biomasa de madera fustal y de otros componentes del árbol (i.e. biomasa de corteza, leño y follaje de ramas). En general, estas funciones son el resultado de esfuerzos individuales e independientes y condujeron a herramientas de enorme variabilidad entre ellas y que, además, no contemplan la estimación simultánea de más de un tipo de producto por árbol, que puedan requerir incluso evaluaciones en términos volumétricos y en términos másicos (e.g. volumen de trozas aserrables y biomasa de remanentes del fuste destinados a plantas de generación de energía).

Las funciones locales de volumen total o biomasa aérea existentes en literatura proporcionan una alternativa al muestreo destructivo de árboles. Sin embargo, en ocasiones es necesario basarse en funciones desarrolladas para otros sitios, lo que puede resultar en estimaciones erróneas (Crow y Schlaegel 1988, Fournier *et al.* 2003, Henry *et al.* 2011, Koerper y Richardson 1980). Las funciones más frecuentes, disponibles hasta hoy, corresponden a funciones de volumen fustal. En general, son funciones que varían en la variable dependiente (Y_i), en la(s) variable(s) independiente(s) (X_i) y en la población objetivo. La recopilación de Drake *et al.* (2003), es probablemente el mayor esfuerzo realizado para reunir en un solo documento las funciones de volumen de varias especies nativas. Una revisión detallada de ese documento, en relación a las especies de interés para este

estudio, deja en evidencia la gran variación de las funciones que allí se compilan. De ellas, la mayor variación se presenta en roble. El conjunto de 29 funciones disponibles para roble cuenta con seis expresiones diferentes para la variable dependiente, incluyendo: volumen (2), volumen total (6), volumen total con corteza (2), volumen total sin corteza (12), volumen con corteza hasta un diámetro límite de utilización de 20 cm (i.e. $dlu = 20$ cm) (1), volumen sin corteza hasta un $dlu = 10$ cm (2). Una de estas 25 funciones es local, es decir, solo incluye el diámetro a la altura del pecho (D) como variable predictora; en las restantes, la variable predictora que acompaña al diámetro a la altura del pecho (D) es la altura total (H). Las cuatro (4) funciones restantes no aportan información sobre variables predictoras ni dependientes. De las 29 funciones disponibles para la especie, 28 de ellas se desarrollaron para renovales; una no informa sobre la estructura de rodal. Por su parte, coigüe registra cinco expresiones diferentes para la variable dependiente. El conjunto de 12 funciones disponibles para la especie incluye: volumen (1), volumen total (1), volumen bruto total (2), volumen total con corteza (3) y volumen total sin corteza (5). Seis de esas funciones fueron desarrolladas en renovales, una en plantación y cinco en bosque adulto; en una de ellas, la variable que acompaña al diámetro a la altura del pecho (D), para estimar el volumen total con corteza, es la altura de comienzo de copa. Dentro de los modelos anteriores tenemos las funciones y tablas de volumen total (m^3ssc) y volumen por troza de 2 m de largo reportadas por Cubillos (1988a, b) y Grosse y Cubillos (1991). Mientras que raulí presenta tres expresiones diferentes para la variable dependiente. El conjunto de 23 funciones disponibles para la especie incluye: volumen total (1), volumen total con corteza (2) y volumen total sin corteza (20). Una de esas funciones fue desarrollada con datos obtenidos desde una plantación y el resto desde renovales, incluyendo dos funciones locales; en una de las funciones, la variable que acompaña al diámetro a la altura del pecho (D) para estimar el volumen total con corteza es la altura de comienzo de copa.

El documento de Drake *et al.* (2003) de igual forma recopila algunas funciones para roble-raulí, las cuales son válidas para cualquiera de las dos especies. Así, el par roble-raulí registra cuatro expresiones diferentes para la variable dependiente. El conjunto de 16 funciones disponibles para estas especies incluye: volumen total (1), volumen total sin corteza (11), volumen total sin corteza hasta un $dlu = 10$ cm (3) y volumen total sin corteza hasta un dlu variable (1). Por su parte, rodales de roble-coigüe registran dos funciones y dos expresiones diferentes para la variable dependiente,

ambas desarrolladas para renovales: volumen total sin corteza (1) y volumen total sin corteza hasta un $d_{lu} = 10$ cm (1).

En cuanto a estudios relacionados con biomasa, lo normal es la elaboración de funciones de biomasa aérea total y de componentes a nivel de árbol. Drake *et al.* (2003) recopilan un reducido número de funciones de este tipo; la partición típica incluye: biomasa total, biomasa de madera fustal, biomasa de corteza y biomasa de ramas (i.e. leño y follaje) para renovales de roble, raulí y coigüe. Los estudios más recientes son los realizados por Gayoso (2002), quien, buscando determinar la capacidad de captura de carbono en bosques nativos y plantaciones de Chile, entrega funciones de biomasa aérea total y valores promedio de densidad básica de la madera por especie, para un conjunto de especies nativas y exóticas; el documento incluye tablas de participación porcentual de componentes en biomasa total promedio por especie y contenido de carbono promedio en cada componente. Gayoso y Guerra (2005) determinaron el contenido de carbono en fuste, ramas, hojas y corteza para 16 especies nativas de los Tipos Forestales Siempreverde y Roble-Raulí-Coigüe. Gayoso (2013), ajustó funciones de biomasa aérea total y de componentes para roble considerando cuatro sitios distribuidos entre la Región del Maule y la Región de La Araucanía.

Debido a que estas funciones locales de volumen y biomasa son provenientes de áreas geográficas limitadas, su uso generalizado en condiciones ambientales diferentes, en donde se entremezclan rodales de variadas estructuras, densidades y edades, requieren de una validación con muestras independientes (Wirth *et al.* 2004). Por lo general, las funciones locales no son recomendables para realizar estimaciones a grandes escalas, lo que resulta en la necesidad de desarrollar funciones generalizadas de volumen y biomasa (Muukkonen 2007, Schmitt y Grigal 1981).

En los últimos años se han desarrollado funciones generalizadas de volumen fustal y biomasa aérea total y de componentes para diferentes especies que crecen en una amplia gama de condiciones ambientales (Case y Hall 2008, Henry *et al.* 2011). Estas funciones pueden ser desarrolladas a partir de dos métodos. El primero consiste en utilizar datos reales capturados mediante muestreo destructivo a lo largo de un vasto territorio (Alban y Laidly 1982, Case y Hall 2008, Henry *et al.* 2011, Lambert 2005, Nívar 2009); sin embargo, este método resulta ser poco práctico y costoso,

lo cual ha originado limitaciones en las estimaciones. El segundo método denominado meta-análisis, consiste en desarrollar funciones generalizadas a partir de pseudo-datos, basados en funciones previamente publicadas (Chojnacky *et al.* 2014, de-Miguel *et al.* 2014, Jenkins *et al.* 2003, Muukkonen 2007, Pastor *et al.* 1983/1984, Wayson *et al.* 2015).

Existen dos técnicas de meta-análisis para desarrollar funciones generalizadas, el meta-análisis formal y el modificado (Jenkins *et al.* 2003). La técnica meta-analítica formal combina los coeficientes de regresión de diferentes funciones recopiladas, las cuales deben presentar la misma estructura e idénticas variables tanto dependiente como independiente(s) (Peña 1997). Por su parte, el meta-análisis modificado, permite desarrollar funciones generalizadas a partir de funciones con diferentes variables y transformaciones, mediante la generación de pseudo-datos, lo que lo hace más aplicable en términos prácticos (Jenkins *et al.* 2003, Pastor *et al.* 1983/1984). Debido a que, por lo general, las bases de datos originales utilizadas en el ajuste de las funciones publicadas no están disponibles, el meta-análisis modificado puede ampliar la disponibilidad de datos de diferentes lugares, ya que, en la ausencia de datos reales, la información proporcionada por los datos específicos de cada localidad puede ser recuperada en la forma de pseudo-datos, los que son generados mediante las funciones publicadas. Este es un método más práctico que no requiere muestreo en terreno para el ajuste de uno o más modelos.

La técnica meta-analítica se ha utilizado para desarrollar funciones generalizadas de volumen y biomasa para diferentes especies en América del Norte y Europa (Chojnacky 2012, Chojnacky *et al.* 2014, de-Miguel *et al.* 2013, Jenkins *et al.* 2003, Muukkonen 2007, Pastor *et al.* 1983/1984, Wayson *et al.* 2015). En América del Norte, las funciones recopiladas presentan solamente como variable explicatoria el diámetro a la altura del pecho, mientras que en Europa algunas funciones incluyen, además, la altura total (Jenkins *et al.* 2003, Ter-Mikaelian y Korzukhin 1997, Zianis *et al.* 2005). Jenkins *et al.* (2003) y Chojnacky *et al.* (2014) señalan que el diámetro a la altura del pecho es la variable más adecuada para la estimación del volumen y biomasa, debido a su alta correlación, fácil medición y a que se encuentra disponible en inventarios forestales. Por su parte, Muukkonen (2007) utiliza las funciones recopiladas de Zianis *et al.* (2005), las cuales incorporan el diámetro y también el diámetro y la altura total. En el caso de las funciones que incorporan la altura total, Muukkonen (2007) utiliza una relación altura-diámetro para la generación de los

pseudo-datos, ajustada con datos reales provenientes de planes de manejo forestal de la República Checa y datos del inventario forestal nacional de Finlandia. Al igual que Jenkins *et al.* (2003), Muukkonen (2007) desarrolla funciones generalizadas a partir de un modelo cuya variable predictora es solamente el diámetro. Otros autores, por su parte, consideran que la altura total debe ser incluida junto al diámetro cuando se desea estimar el volumen o biomasa a grandes escalas (Crow 1978, Montagu *et al.* 2005). La razón de la inclusión de esta variable es que las funciones resultantes son aplicables en variadas condiciones de sitio, manejo y edad; ello debido a que la variabilidad en la calidad de sitio se refleja en la altura total y la variabilidad del manejo silvícola es reflejada en el diámetro del fuste, dando como resultado mejores estimaciones (António *et al.* 2007, Gonzalez-Benecke *et al.* 2014, Montagu *et al.* 2005). En este último caso, sin embargo, previo a la generación de pseudo-datos se debe enfrentar el problema de asignar el valor de altura total a cada diámetro específico, lo que se puede resolver ajustando la relación altura-diámetro con datos reales (Muukkonen 2007).

Un problema adicional a resolver es que la generación directa de pseudo-datos a partir de las funciones recopiladas viola el supuesto de independencia de los residuos. El conjunto de pseudo-datos está altamente autocorrelacionado (Lambert *et al.* 2005). Así, los estimadores de los coeficientes de regresión de la función generalizada, obtenidos mediante mínimos cuadrados ordinarios, son lineales, insesgados y consistentes, pero no son eficientes; las varianzas estimadas son sesgadas, por lo cual, las pruebas estadísticas utilizadas usualmente y los intervalos de confianza generados para verificar la validez de las estimaciones, ya no son confiables; a su vez, los valores reportados del coeficiente de determinación (R^2) no tienen sentido (Kmenta 1986).

Aparentemente, los estudios publicados hasta la fecha sobre funciones generalizadas basadas en pseudo-datos no han considerado el problema de la autocorrelación (Wayson *et al.* 2015). La raíz del problema puede estar en la pobre información estadística que por lo general acompaña las funciones publicadas, que en algunos casos se restringe a los parámetros de la regresión, su significancia y el tamaño de la muestra. Así, en la ejecución de meta-análisis para la elaboración de funciones generalizadas, se debe aplicar alguna metodología para generar pseudo-datos libres de autocorrelación y similares a los datos originales.

La estimación del volumen comercial de árboles en pie es uno de los problemas más importantes en inventarios forestales (Corral y Nívar 2009). Las funciones de volumen de árbol individual normalmente se utilizan para estimar el volumen comercial del fuste entre el tocón y un diámetro límite de utilización (*dlu*) específico, lo que obliga a construir nuevas funciones cuando se requiere estimar volúmenes hasta otros *dlu*'s (Prodan *et al.* 1997). Cuando el ajuste de las funciones para cada uno de los distintos índices comerciales se ha realizado en forma independiente, las estimaciones pueden ser inconsistentes, por ejemplo que el volumen estimado hasta un *dlu* = 10 cm sea menor que el volumen hasta un *dlu* = 20 cm (Burkhart 1977, Prodan *et al.* 1997). Los constantes cambios en los límites comercializables y la nula flexibilidad de las funciones de volumen comercial de *dlu* fijo ha estimulado el desarrollado de métodos alternativos para la estimación del volumen comercial de límite variable (Gregoire y Schabenberger 1996a, b).

Los constantes cambios en los límites comercializables y la nula flexibilidad de las funciones de volumen comercial de *dlu* fijo ha estimulado el desarrollado de métodos alternativos para la estimación del volumen comercial (Gregoire y Schabenberger 1996a, b). Existen básicamente dos métodos, los cuales son los más utilizados para la estimación del volumen comercial de índice de utilización variable a nivel de árbol individual (Gadow *et al.* 2001, Trincado *et al.* 1997). El primero está basado en funciones de perfil fustal, cuya integración permite obtener funciones para estimar ya sea el volumen total o comercial entre dos alturas cualquiera del fuste (Castedo y Álvarez 2000, Gál y Bella 1994, Newham 1992); ejemplos de ajustes de modelos de perfil fustal para las especies de interés de este estudio se encuentran en Kahler (1993), González (1997), Drake *et al.* (2003), Pérez (2004), Hueitra (2004) y Gezan *et al.* (2009). El segundo método consiste en la utilización de funciones de volumen de límite comercial variable, las cuales requieren del empleo conjunto de una función de volumen total y una función de razón de volumen (Bueno-López y Bevilacqua 2012, Burkhart 1977, Fonweban *et al.* 2012, Tasissa *et al.* 1997, Teshome 2005). Las funciones de volumen total a nivel de árbol individual estiman el volumen de un árbol a partir de una o más variables, por lo general el diámetro a la altura del pecho y la altura total (Alegría 2011, Gilabert y Paci 2010, Montagu *et al.* 2005). Por su parte, la función de razón de volumen estima la proporción de volumen hasta un límite de utilización especificado en función del diámetro comercial o la altura comercial, variables que junto al diámetro a la altura del pecho o altura total se incorporan como variables independientes (Cao *et al.* 1980, Chauchard y Sbrancia 2005, Gilabert y Paci 2010, Van

Deusen *et al.* 1981). Las funciones de razón de volumen fueron introducidas por Honer (1967) y Burkhart (1977) y han sido ampliamente utilizadas en diferentes especies, debido a su sencillez y facilidad de uso (Cao *et al.* 1980, Prodan *et al.* 1997, Reed y Green 1984, Van Deusen *et al.* 1981). Una característica deseable de las funciones de razón de volumen es que pueden utilizarse para derivar funciones de perfil fustal implícitas, las cuales son compatibles con las funciones de razón de volumen (Amateis y Burkhart 1987, Tasissa *et al.* 1997). Tales funciones de perfil fustal se pueden utilizar para predecir los diámetros a cualquier altura y la altura en cualquier límite superior del diámetro (Adams 2005). Aparentemente, hasta la fecha, este tipo de funciones no han sido utilizadas en las especies de interés de este estudio.

Debido a la estrecha relación existente entre el volumen y la biomasa fustal, cualquier función de volumen puede transformarse en una función de biomasa (Smith *et al.* 2003). La biomasa se puede obtener simplemente multiplicando el volumen por la densidad básica de la madera. Basado en este principio, Parresol y Thomas (1989) proponen una metodología que involucra la doble integral del producto entre el área de la sección transversal del fuste y la densidad básica de madera. El área de la sección del fuste es obtenida de una función de perfil fustal, en tanto que la densidad se obtiene de funciones dependientes de la altura (Jordan *et al.* 2006, Parresol 1999, Parresol y Thomas 1989). La función resultante permite estimar la biomasa fustal para cualquier sección del fuste, definida entre dos alturas cualquiera, en cualquier árbol cuyo diámetro a la altura del pecho (D) y altura total (H) sean conocidos. A su vez, la integral de la función de perfil fustal permite estimar el volumen fustal de cualquier sección longitudinal del fuste. Así, las dos funciones, i.e. volumen y perfil fustal, constituyen un sistema complementario para la estimación de la biomasa y el volumen fustal. Este método se ha aplicado con éxito para estimar la biomasa fustal en diferentes especies (Brooks *et al.* 2007a, b, Calegario *et al.* 2017, Jordan *et al.* 2006, Flórez *et al.* 2014, Parresol y Thomas 1989, 1996, Thomas *et al.* 1995, Ver Planck y MacFarlane 2015, Zakrzewski y Duchesne 2012, Zhang *et al.* 2002).

El ajuste de modelos de perfil fustal, razón de volumen, volumen comercial y densidad básica de la madera requiere de una estructura longitudinal de datos, es decir, múltiples medidas a lo largo del fuste en cada árbol (Lindstrom y Bates 1990). El principal problema que surge con este tipo de observaciones es que se violan dos supuesto básico de regresión (i.e. independencia de los residuos

y homogeneidad de varianza) (Gregoire y Schabenberger 1996a, Jayaraman y Zakrzewski 1996). Aunque existe literatura disponible sobre el análisis de datos longitudinales (e.g. Davidian y Giltinan 1995, Diggle *et al.* 2002, Verbeke y Molenberghs 2000), la estructura particular del error en este tipo de datos ha sido con frecuencia ignorada en varios estudios (Garber y Maguire 2003, Gregorie *et al.* 1995, Tassisa y Burkhart 1998), probablemente debido a que los parámetros estimados permanecen insesgados y consistentes en presencia de autocorrelación (Kozak 1997). Sin embargo, los parámetros estimados ya no son eficientes; las varianzas estimadas son sesgadas, por lo cual, las pruebas estadísticas utilizadas usualmente y los intervalos de confianza, generados para verificar la validez de las estimaciones, ya no son confiables (Neter *et al.* 1998).

El problema de la autocorrelación residual se ha intentado resolver por dos vías (Fonweban *et al.* 2012, Garber y Maguire 2003). La primera consiste en el uso de modelos mixtos, i.e. modelos que incorporan efectos fijos y aleatorios, lo que permitiría controlar la variación aleatoria individual dentro y entre árboles, para así reducir la heterogeneidad de varianza y la autocorrelación (Garber y Maguire 2003, Gregoire *et al.* 1995, Gregoire y Schabenberger 1996a, b, Trincado y Burkhart 2006, Yang *et al.* 2009a, b). La segunda consiste en la incorporación de una estructura particular de error, donde es habitual expresar la autocorrelación entre los errores como una estructura autorregresiva de orden p , i.e. CAR(p) (Garber y Maguire 2003, Tassisa y Burkhart 1998, Zimmerman y Núñez-Antón 2001). Por su parte, el problema de heterocedasticidad puede ser solucionado mediante la incorporación de una función de potencia de la varianza residual utilizando como variables independientes el diámetro a la altura del pecho y la altura total (Crecente-Campo *et al.* 2009).

Las funciones de volumen total y biomasa aérea comúnmente son ajustadas con modelos alométricos no lineales no linealizables y no lineales linealizables (ver e.g. Ter-Mikaelian y Korzukhin 1997 y Zianis *et al.* 2005). Los modelos no lineales no linealizables presentan el término de error de forma aditiva, por lo cual, no pueden ser linealizables mediante algún método de transformación; en la estimación de los parámetros usualmente se utiliza el método de mínimos cuadrados ordinarios o el método de máxima verosimilitud, seguido del uso de algún método de resolución como el método Newton-Raphson, el cual permite resolver ecuaciones y sistemas de ecuaciones no lineales (ver e.g. Draper y Smith 1981). Por su parte, los modelos no lineales con

error multiplicativo son habitualmente linealizables mediante logaritmos, ya sea con el fin de facilitar el ajuste o buscando homogenizar la varianza sobre el rango de una o más variables predictoras (Parresol 1999). Por ejemplo, la linealización logarítmica natural del modelo alométrico $y = a_0(D^2H)^{a_1}$ en la que y es el volumen o biomasa, D es el diámetro a altura del pecho, H es la altura total, $a_{0,1}$ son los parámetros de la regresión (e.g. ver Hayes Shonkwiler 2006), conduce al modelo lineal $\ln(y) = \ln(a_0) + a_1 \ln(D^2H)$. Cuando se realiza este tipo de transformación se está asumiendo que los desvíos tienen una distribución lognormal, es decir, que los logaritmos de los desvíos se distribuyen normalmente (Carroll y Rupert 1988). Sin embargo, el modelo original retransformado es afectado por un sesgo sistemático en las estimaciones ya sea de volumen o biomasa (Sprugel 1983). El resultado de retransformar un promedio logarítmico es obtener la media geométrica de la muestra original, la cual tiende a subestimar la media aritmética de la población (Finney 1941). El sesgo puede corregirse introduciendo un factor de corrección (CF) en el modelo retransformado (Baskerville 1972, Beauchamp y Olson 1973, Clifford *et al.* 2013, Duan 1983, Finney 1941, Hayes Shonkwiler 2006, Snowdon 1991, Sprugel 1983). El factor de corrección más utilizado en literatura es el propuesto por Baskerville (1972) y Sprugel (1983), el cual surge de la relación existente entre las distribuciones de probabilidad normal y lognormal.

Cuando se tiene dos o más modelos de regresión, es fundamental disponer de criterios de comparación. En literatura estadística existen diversos criterios de comparación de modelos, los cuales están basados principalmente en los residuos. Entre los criterios más utilizados se destacan el índice de Furnival (FI) (Furnival 1961) y el índice de Akaike (AIC) (Akaike 1974). También pueden utilizarse indicadores de la calidad de ajuste, tales como la raíz del error cuadrático medio ($RMSE$) y el coeficiente de variación residual (CV). Al utilizar esos criterios debe preferirse aquel modelo que entregue el valor más bajo (Parresol 1999). La raíz del error cuadrático medio, puede ser utilizada para comparar modelos que tienen la misma variable dependiente y la misma cantidad de parámetros. El índice de Furnival es útil para comparar modelos que presentan diferentes variables dependiente transformada, pero igual cantidad de parámetros; por ejemplo, un modelo cuya variable dependiente es el volumen (V en m^3) no puede compararse directamente con otro modelo cuya variable dependiente es una transformación de V ($\ln(m^3)$), debido a que los desvíos están expresados en escalas diferentes. El índice de Furnival retransforma la raíz del error

cuadrático medio, obtenido del ajuste con la variable dependiente transformada, a la escala original de medición de la variable (V). El índice de Akaike es útil para comparar modelos con igual variable dependiente, pero diferente cantidad de parámetros; si dos o más modelos se ajustan relativamente igual a la información existente, este criterio conduce a la selección del modelo más simple, lo que es conocido como principio de parsimonia. Cuando el conjunto de modelos en comparación incluye modelos que difirieren tanto en las variables predictoras como en la cantidad de parámetros, los índices de Furnival y Akaike se pueden utilizar en secuencia; primero se debe usar el índice de Furnival en los modelos con la variable dependiente transformada, para reconvertir los residuos a la escala original de medición. Luego se utiliza el índice de Akaike para compara los modelos; la suma de cuadrados del error de los modelos con variable transformada se estima a partir del índice de Furnival.

Una vez seleccionado el mejor modelo es conveniente someter a la función resultante del ajuste al proceso de validación. Este proceso consiste en determinar qué tan buenas son las estimaciones realizadas mediante la función. Dado que los conjuntos de datos de volumen o de biomasa son costosos y suelen ser de tamaño limitado, es recomendable realizar una validación interna, la cual se realiza sobre el mismo conjunto de datos utilizado en el ajuste. Otra estrategia es dividir la base de datos en dos subconjuntos, uno para ajuste y otro para validación, lo que corresponde a una validación externa. Los criterios frecuentemente utilizados en el proceso de validación son el índice de exactitud propuesto por Bruce (1975), i.e. $E = \sqrt{\bar{\varepsilon} + S_{\varepsilon}^2}$, el cual combina el desvío promedio ($\bar{\varepsilon} = \sum_{i=1}^n \varepsilon / n$), que es un indicador de la magnitud del sesgo y la varianza de los desvíos (S_{ε}^2), que es indicador de la precisión de las estimaciones y la raíz del error cuadrático medio proveniente de la validación cruzada, i.e. $RMSEP = \sqrt{PRESS / (n - p)}$, donde $PRESS$ es la suma de cuadrados de la predicción ($\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_{i1})^2$), y_i , \hat{y}_{i1} : valor observado y es el valor de la variable dependiente en la i -ésima observación, estimado con el modelo ajustado después de excluir esa observación desde la base de datos; n : tamaño de la muestra; p : número de parámetros de los modelos.

Finalizado el proceso de ajuste y validación, cualquier función seleccionada, debe utilizarse en el rango de datos de la muestra original utilizada en el ajuste (Draper y Smith 1981). Así, además de entregar la función, se debe señalar su precisión, el factor de corrección en el caso de funciones

logarítmicas, definición de las variables dependiente e independiente(s), con sus respectivas unidades de medición (e.g. volumen en m³, biomasa en kg), entre otros antecedentes, es conveniente señalar el tamaño de la muestra y la localidad o rango geográfico para la cual es válida (Cifuentes *et al.* 2015). También es de utilidad señalar el método de ajuste y de validación.



HIPÓTESIS GENERAL

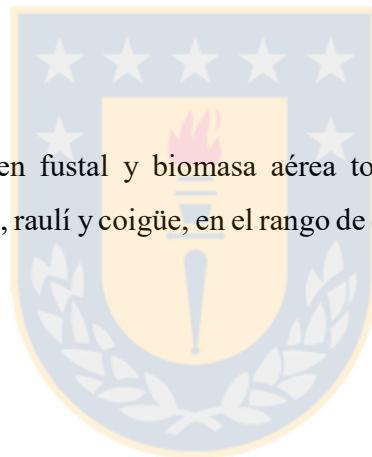
- La generalización de funciones de volumen total y biomasa aérea total y de componentes puede lograrse utilizando como predictores el diámetro a la altura del pecho y la altura total o combinaciones de estas variables.
- La generalización de funciones de perfil fustal, densidad básica de la madera, razón de volumen, volumen comercial, biomasa de altura variable y biomasa de copa no es posible utilizando como predictores relaciones asociadas a fracciones del fuste o dimensiones de la copa.
- Las funciones generalizadas de volumen ajustadas a partir de pseudo-datos con variabilidad no presentan diferencias significativas con respecto a las funciones generalizadas ajustadas a partir de datos observados.

OBJETIVO GENERAL

Desarrollar funciones de volumen fustal y biomasa aérea total y de componentes a nivel de individual para renovales de roble, raulí y coigüe, en el rango de dispersión del Tipo Forestal Roble-Raulí-Coigüe.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Desarrollar funciones de volumen total a nivel de árbol individual mediante meta-análisis modificado para renovales de roble, raulí y coigüe.
- Desarrollar funciones de volumen de índice variable a nivel de árbol individual para renovales de roble, raulí y coigüe.
- Desarrollar funciones de perfil fustal para renovales de roble, raulí y coigüe.
- Desarrollar funciones de biomasa fustal de altura variable para renovales de roble, raulí y coigüe.
- Desarrollar funciones de biomasa aérea total y de componentes para renovales de roble, raulí y coigüe.
- Determinar qué información estadística en funciones de volumen y biomasa es necesaria para desarrollar funciones generalizadas mediante meta-análisis en renovales de roble, raulí y coigüe.



II. Generalized allometric equations of total volume generated by meta-analysis for roble, raulí and coigüe in second growth forests in Chile¹

Abstract

A modified meta-analysis was used to develop generalized allometric equations of total individual volume underbark for second growth forests of roble, raulí and coigüe. From a set of total volume equations compiled from the literature, pseudo-data were generated to fit generalized equations for each species. The meta-analysis was supplemented with an observed database, which, besides contributing data for validation was used to fit the height-diameter relationship and to model the variance of total volume. This variance was used to simulate random pseudo-data of volume with variability similar to that of the observed data, in order to avoid residual autocorrelation problems. It was also used to define weights for the fitting of volume equations. In order to determine zonal effects, volume equations compiled from the literature were assigned to agro-climatic zones defined by ODEPA (2000), according to the location of the sample. In the fitting, which included *dummy* variables, no significant zonal effects were detected in the regression parameters in any of the species. The generalized allometric equations of total volume showed highly precision and accuracy, i.e. $FI < 0.0852 \text{ m}^3 \text{ tree}^{-1}$ and $E < 0.0674 \text{ m}^3 \text{ tree}^{-1}$. Thus, obtained equations are considered valid for widespread use in the study zones.

Keywords: meta-analysis, pseudo-data, total volume, *dummy* variables, heteroscedasticity.

1. Introduction

In Chile, there are 3.8 million hectares of second growth forests, of which 1.2 million ha correspond to Roble-Raulí-Coigüe Forest Type, distributed from the Maule Region (35°25'S-71°40'W) to Los Lagos Region (43°28'S-72°56'W) (CONAF, 2011). Second growth forests of roble (*Nothofagus obliqua* (Mirb.) Oerst.), raulí (*N. alpina* (Poepp et Endl.) Oerst.) and coigüe (*N. dombeyi* (Mirb.) Oerst.) represent a high value economic resource, because they have high growth rates and high

¹ Valenzuela C, E Acuña, F Muñoz, A Ortega, J Cancino. 2017. Generalized allometric equations of total volume generated by meta-analysis for roble, raulí and coigüe in second growth forests in Chile. *Forestry* 90(5): 661-674. <https://doi.org/10.1093/forestry/cpx021>.

timber quality (Donoso *et al.*, 1993; Lara *et al.*, 1999). Sustainable use of this resource requires evaluations at individual tree level based on allometric equations of total volume. Although there are currently local equations of total volume in specialized publications and other bibliographic sources for these three species, the use of these models outside areas for which they were designed is risky, because it may result in erroneous estimations (Fournier *et al.*, 2003; Henry *et al.*, 2011). Because the local equations come from limited geographic zones, their widespread use in different environmental conditions where stands of varied structures, densities and ages are intermingled, requires at least a validation based on independent samples (Wirth *et al.*, 2004). Usually, local equations are not suited to perform regional or large scale estimates, resulting in the need to develop generalized allometric equations of total volume (Muukkonen, 2007).

In recent years, generalized allometric equations of total volume have been developed for different species that grow in a wide range of environmental conditions (Case and Hall, 2008; Henry *et al.*, 2011). These equations can be developed from two methods. The first method consists in using observed data, compiled through destructive sampling over a large area (Zianis and Mencuccini, 2003; Lambert *et al.*, 2005; Wutzler *et al.*, 2008; Návar, 2009; Henry *et al.*, 2011); however, because of the high cost of this method the application of this method has been limited. The second method corresponds to the meta-analysis, which develops generalized equations from previously published equations (Pastor *et al.*, 1983/1984; Jenkins *et al.*, 2003; Muukkonen, 2007; Chojnacky *et al.*, 2014; Wayson *et al.*, 2015); this method has a lower cost but requires an independent set of data for validation.

There are two techniques of meta-analysis to develop generalized equations for volume, formal and modified (Jenkins *et al.*, 2003). The formal meta-analytical technique combines the regression coefficients from different equations and all equations used in such meta-analysis must have identical structure and identical variable transformations (Peña, 1997). While the modified meta-analysis fits generalized equations from pseudo-data, generated with previously published equations, it does not present constraints in structure and variables, unlike the formal technique, making it more applicable in practice (Pastor *et al.*, 1983/1984; Jenkins *et al.*, 2003). Since original databases used in the fitting of the published equations are not usually available, the modified meta-analysis can expand the availability of data from different locations, because in the absence of

observed data, the information provided by specific data of each location can be recovered under the form of specific pseudo-data, which are generated using the published equations. This is a more practical method that requires no field sampling for fitting one or more models.

Several authors have used this meta-analytical technique to develop generalized equations for different species in North America and Europe (Pastor *et al.*, 1983/1984; Jenkins *et al.*, 2003; Wirth *et al.*, 2004; Zianis *et al.*, 2005; Muukkonen, 2007). Some authors only use the diameter at breast height as the predictor variable in the generation of pseudo-data. Others, consider that both diameter at breast height and total tree height should be included, because these data provide better estimates of volume (Zianis and Mencuccini, 2003; Montagu *et al.*, 2005; António *et al.*, 2007; Gonzalez-Benecke *et al.*, 2014). However, before to the generation of pseudo-data, the problem of allocating the value of total height to each specific diameter should be faced, and can be solved by fitting the height-diameter relationship with observed data (Muukkonen, 2007).

Another problem to be solved is that the direct generation of pseudo-data from the compiled equations violates the assumption of independence of residuals. The pseudo-data set on which the generalized equations are based is highly autocorrelated (Lambert *et al.*, 2005). Additionally, in total height and total volume data, it is usual to observe heteroscedasticity; there is a greater variability in these variables at larger size of the trees (Wayson *et al.*, 2015). Thus, the estimates of the regression coefficients of the generalized allometric equations obtained using ordinary least squares are linear, unbiased and consistent, but the estimators not efficient. The estimated variances are biased, so the statistical tests normally used and the confidence intervals generated to verify the validity of the estimates are not valid. Moreover, the reported coefficient of determination (R^2) values are meaningless (Kmenta, 1986).

Several studies published on generalized equations based on pseudo-data have not considered the autocorrelation problem and heteroscedasticity (Jenkins *et al.*, 2003; Muukkonen, 2007; Chojnacky *et al.*, 2014). The main problem is often a lack of statistical information, which generally accompanies the published equations, which in some cases is restricted to the regression parameters and sample size. Thus, when carrying out a meta-analysis for the preparation of generalized

equations, a method to generate pseudo-data free from autocorrelation should be applied as well, with a distribution similar to that of the observed data.

This study was aimed to develop generalized allometric equations of total volume underbark for second growth forests of roble, raulí and coigüe using the modified meta-analysis, supplemented with observed data. The observed database, besides being used in the validation of the generalized fitted equations from pseudo-data, was used to model the height-diameter relationship ($H = f(D)$), to model the variance of the total volume underbark ($\sigma_v^2 = f(D^2H)$), and to model the total volume underbark from observed data. The height-diameter equation was used to generate volume pseudo-data from the combined variable D^2H , with the allometric equations of the total volume underbark compiled from different bibliographic sources. The variance equation, besides being used to randomize volume pseudo-data and provide a variability similar to that of the observed data, with the purpose of avoiding residual autocorrelation problems, it was used to define weights for the fit of volume by weighted least squares method. The allometric equations of total volume underbark fitted to observed data were used to generate pseudo-data, from which new equations were fitted, in order to have direct evidence on the validity of the method used in this study.

2. Methods

2.1. Compilation equations

The allometric equations of the total volume underbark used in this study were compiled through a literature review. First, an online review was conducted, consulting databases and meta-searchers available in the main Chilean university libraries, including books, scientific and technical magazines, undergraduate and graduate theses. Then, authors of the documents that were not freely available were contacted by e-mail and digital and printed copies of their studies were obtained. The literature review allowed us to identify the authors of the studies and contact them to request their permission to access and use their data for this study.

The compilation was focused on allometric equations of total volume underbark obtained from models, whose predicting variables included diameter at breast height, total height or combination

thereof (i.e. $V = f(D, H, D^2H)$). All equations that clearly informed about the structure of the model, value of estimated parameters, sample size, range of values of independent variables (i.e. D and H), geographic location of the sample used in the fitting (i.e. Region, Province, Commune, locality or farm, and geographic coordinates), and source were considered useful to the study. The analysis of the compiled allometric equations showed the frequent use of a reduced number of models (Table 1). For roble, three models were found (a, b and c), while for raulí and coigüe, only one model was found (a).

Table 1. Models of total volume underbark detected in the literature review, by species.

Species	Model structure	Model
Roble, raulí and coigüe	$V = a_0 + a_1D^2H$	(a)
Roble	$V = a_0 + a_1D^2H + a_2D^2$	(b)
Roble	$V = a_0 + a_1D^2H + a_2D^2 + a_3H$	(c)

V : total volume underbark (m^3); D : diameter at breast height (cm); H : total height (m); $a_{0,1,2,3}$: parameters of the models.

The detected models have been used to fit a variable number of equations. Of all allometric equations of total volume underbark compiled, a set of 18 equations met the requirements outlined in previous paragraphs and they were used in this study (Table 2). In order to determine zonal effects, the equations were allocated to five agro-climatic zones defined by ODEPA (2000), according to the geographic location of the sample used in the fitting of each equations. The zones were: Coastal rainfed, Inner rainfed, Rainfed valley, Foothills and Mountains. The nine equations for roble considered useful for the study cover four of the five zones with presence of second growth forests of the species (i.e. 3 for Inner rainfed, 2 for Rainfed valley, 2 for Foothills and 2 for Mountains). The seven equations for raulí only cover two zones (i.e. 4 for Foothills and 3 for Mountains), as do the two equations for coigüe (i.e. 1 for Rainfed valley and 1 for Foothills).

Table 2. Parameters estimates and fit statistics for total volume underbark equations used in this study, by species and zone.

Species	Zone	Model	Ranges		n	Parameters				R ²	RMSE (m ³)	CV (%)	Source
			D (cm)	H (m)		a ₀	a ₁	a ₂	a ₃				
Roble	Inner rainfed	(a)	10.0-55.0	5.0-35.0	134	5.0000E-03	5.0000E-03			0.9742	0.9742	n.i.	Donoso <i>et al.</i> (1984)*
		(b)	10.0-55.0	5.0-35.0	134	9.4000E-03	9.4000E-03	-6.3500E-05		0.9722	0.9722	n.i.	Donoso <i>et al.</i> (1984)*
		(c)	10.0-55.0	5.0-35.0	134	1.7890E-02	1.7890E-02	-1.2990E-04	-0.0012	0.9742	0.9742	n.i.	Donoso <i>et al.</i> (1984)*
	Rainfed valley	(a)	10.0-60.0	5.0-40.0	30	2.4623E-02	2.4623E-02			n.i.	n.i.	n.i.	Núñez and Real (1992)*
		(a)	10.0-60.0	5.0-40.0	30	2.5957E-02	2.5957E-02			n.i.	n.i.	n.i.	Núñez and Real (1992)*
	Foothills	(a)	10.0-60.0	5.0-35.0	24	3.2300E-03	3.2300E-03			0.9870	0.9870	n.i.	Puente <i>et al.</i> (1981)
		(a)	10.0-60.0	5.0-35.0	24	3.5238E-03	3.5238E-03			0.9742	0.9742	n.i.	UACH (1982)*
	Mountains	(a)	15.0-60.0	10.0-35.0	15	7.1120E-02	7.1120E-02			0.9890	0.9890	n.i.	Puente <i>et al.</i> (1981)
	Raulí	Foothills	(a)	10.6-38.1	7.2-22.6	50	2.5828E-02	2.5828E-02			0.9900	0.9900	9.40
(a)			10.0-60.0	5.0-35.0	26	1.3710E-02	2.8899E-05			0.9930	0.0233	n.i.	Puente <i>et al.</i> (1981)
(a)			16.1-32.2	18.1-25.3	13	1.4110E-02	2.6890E-05			0.9900	n.i.	8.9	Cubillos (1988a)
Mountains		(a)	14.5-35.9	19.2-26.4	21	8.5000E-04	2.8390E-05			0.9900	n.i.	14.3	Cubillos (1988a)
		(a)	9.1-40.3	10.6-27.7	80	4.6000E-02	2.9056E-05			0.9850	0.0842	n.i.	Grosse and Cubillos (1991)
		(a)	5.2-33.3	6.6-24.2	75	2.0700E-03	3.0000E-05			0.9801	n.i.	13.3	Grosse and Cubillos (1991)
		(a)	10.0-60.0	5.0-30.0	28	1.3370E-02	2.9931E-05			0.9940	0.0204	n.i.	Puente <i>et al.</i> (1981)
		(a)	5.2-33.3	6.6-24.2	75	2.0700E-03	3.0000E-05			0.9900	n.i.	13.13	Cubillos (1988a)
		(a)	10.0-60.0	5.0-35.0	26	1.3710E-02	2.8899E-05			0.9930	0.0233	n.i.	Puente <i>et al.</i> (1981)
Coigüe	Rainfed valley	(a)	10.0-60.0	5.0-40.0	30	2.4623E-02	3.0644E-05			n.i.	n.i.	n.i.	Núñez and Real (1992)*
	Mountains	(a)	12.1-39.2	13.7-26.2	50	1.2105E-02	2.9462E-05			0.9900	n.i.	6.4	Cubillos (1988b)

D: diameter at breast height; H: total height; n: sample size; R²: coefficient of determination; RMSE: root mean square residual; CV: residual coefficient of variation; n.i.: no information; *: as cited by Drake *et al.*, (2003).

2.2. Database

The observed database was structured from a sampling performed in the framework of this study and data provided by other studies. Similar to what was carried out with compiled equations, the observed data were allocated to the agro-climatic zones defined by ODEPA (2000), according to the geographic location of each sample (Table 3).

Table 3. Descriptive statistics of the database used to fit and validation of equations, by species and zone.

Species	Database	Variable	Zone	n_a	n_v	D (cm)			CV (%)	H (m)			CV (%)	V (m ³)			CV (%)			
						Min.	Mean	Max.		Min.	Mean	Max.		Min.	Mean	Max.				
Roble	HD	H	Coastal rainfed	11	27	9.8	22.1	64.5	51.4	10.7	19.8	26.3	22.4							
			Inner rainfed	21	49	5.4	20.0	51.0	51.6	6.0	15.0	34.0	35.1							
			Rainfed valleys	17	41	5.0	20.0	44.5	53.7	9.0	20.9	37.3	38.8							
			Foothills	84	196	5.0	24.8	66.0	37.6	9.0	21.1	41.3	26.9							
			Mountains	92	215	4.9	20.1	59.1	55.3	4.8	17.9	36.8	36.2							
			Total	225	528	4.9	22.1	66.0	48.0	4.8	19.0	41.3	32.6							
	VDH	σ_v^2	Coastal rainfed	8	7	11.2	22.2	43.9	44.8	13.3	18.1	23.6	20.7	0.0109	0.3764	1.5299	122.4			
			Inner rainfed	21	14	5.4	20.4	49.1	58.8	6.0	15.0	29.3	35.1	0.0075	0.3901	1.8694	136.7			
			Rainfed valleys	17	12	5.0	20.0	44.5	53.7	9.0	19.4	32.1	38.4	0.0083	0.4036	1.5559	114.1			
			Foothills	79	56	7.2	24.8	42.0	32.9	11.6	20.6	35.6	21.2	0.0224	0.4764	2.1762	64.4			
			Mountains	65	45	4.9	21.7	47.9	40.9	6.3	18.7	32.4	30.6	0.0068	0.3968	1.7132	95.2			
			Total	190	134	5.0	22.7	49.1	40.9	6.0	19.1	35.6	28.7	0.0068	0.4289	2.1762	88.7			
		V	Coastal rainfed	14	7	9.8	19.5	43.9	36.9	12.0	17.8	26.3	24.6	0.0109	0.2709	1.5299	84.8			
			Inner rainfed	35	14	5.4	21.1	51.0	50.5	8.0	16.8	34.0	37.2	0.0228	0.4440	3.1375	144.1			
			Rainfed valleys	29	12	6.0	23.1	43.5	43.1	9.2	21.2	35.5	35.2	0.0109	0.4898	1.4319	89.0			
			Foothills	128	56	5.3	25.1	51.1	37.0	9.0	20.6	33.7	23.3	0.0104	0.5189	2.8803	81.4			
			Mountains	105	45	4.9	21.8	54.7	49.8	4.9	18.8	32.5	33.7	0.0064	0.4547	2.7317	109.1			
			Total	311	134	4.9	23.1	54.7	43.7	4.9	19.5	35.6	30.3	0.0064	0.4749	3.1375	99.4			
			Raulí	HD	H	Coastal rainfed	14	35	8.8	21.6	43.5	42.0	10.9	21.4	31.2	23.1				
						Inner rainfed	5	9	10.4	20.4	32.0	43.7	12.7	19.4	30.0	36.8				
						Foothills	56	132	5.4	22.4	52.0	44.6	7.0	19.9	33.4	29.1				
						Mountains	202	463	4.6	18.9	54.8	47.6	4.2	17.2	29.5	32.5				
Total	277	639				4.6	19.8	54.8	46.9	4.2	18.0	33.4	32.0							
VDH	σ_v^2	Coastal rainfed				15	10	8.9	23.7	36.5	42.1	11.5	21.5	28.1	25.4	0.0502	0.5247	1.5057	82.6	
		Inner rainfed		3	2	10.4	15.0	21.9	40.6	14.2	16.6	18.7	13.6	0.0542	0.1527	0.2859	78.4			
		Foothills		57	39	6.2	22.9	52.0	40.5	8.0	20.1	33.4	27.6	0.0119	0.4601	2.3675	92.7			
		Mountains		63	45	5.6	22.0	47.9	41.8	8.8	20.2	31.2	24.6	0.0102	0.4208	1.7425	83.0			
		Total		138	96	5.6	22.4	52.0	41.3	8.0	20.2	33.4	25.9	0.0102	0.4425	2.3675	88.1			
		V	Coastal rainfed	24	10	8.8	22.8	36.5	35.4	10.9	22.0	31.2	23.9	0.0337	0.4722	1.1140	66.3			
	Inner rainfed		6	2	10.4	14.9	23.6	33.3	14.2	16.5	20.4	15.6	0.0542	0.1448	0.3191	66.4				
	Foothills		92	39	5.4	22.7	52.0	41.9	8.0	20.3	33.4	28.1	0.0104	0.4652	2.3675	87.4				
	Mountains		103	45	4.6	21.1	47.9	43.5	7.1	19.5	31.2	26.5	0.0072	0.3810	2.0573	92.7				
	Total	225	96	4.6	21.8	52.0	42.2	7.1	20.0	33.4	27.1	0.0072	0.4189	2.3675	88.7					
Coigüe	HD	H	Coastal rainfed	7	10	11.0	21.4	42.5	39.2	9.0	16.8	30.7	42.8							
			Inner rainfed	8	15	5.3	21.1	36.5	48.7	9.7	19.4	33.7	37.1							
			Rainfed valleys	9	13	5.0	18.9	33.0	44.7	7.0	15.9	28.0	32.0							
			Foothills	17	37	8.1	25.4	49.1	37.9	10.6	21.8	31.7	22.5							
			Mountains	79	180	4.9	19.4	60.2	58.1	4.2	16.6	33.7	36.4							
			Total	120	255	4.9	19.9	60.2	51.7	4.2	17.6	33.7	35.6							
	VDH	σ_v^2	Coastal rainfed	5	3	11.0	17.3	42.5	56.6	9.5	14.8	30.7	45.0	0.0375	0.2598	1.7325	160.6			
			Inner rainfed	7	5	13.9	20.2	32.0	26.6	12.0	18.8	31.8	28.0	0.0685	0.4578	1.1095	86.7			
			Rainfed valleys	7	5	5.0	15.3	24.0	48.5	7.0	14.1	20.0	34.7	0.0067	0.1712	0.4045	90.0			
			Foothills	17	11	8.5	25.9	42.4	34.6	9.0	22.6	31.7	23.8	0.0252	0.6347	1.7741	74.5			
			Mountains	51	35	5.1	19.6	53.2	59.3	5.6	17.5	31.8	34.3	0.0068	0.3869	2.8389	140.3			
			Total	87	59	5.0	20.4	53.2	52.1	5.6	18.2	31.8	34.0	0.0067	0.4025	2.8389	122.5			
		V	Coastal rainfed	9	3	11.0	18.3	34.1	44.2	9.5	15.6	30.7	31.6	0.0375	0.2504	1.7325	125.8			
			Inner rainfed	11	5	10.0	20.6	32.0	34.3	12.0	18.9	31.8	26.3	0.0388	0.3164	1.1095	74.1			
			Rainfed valleys	11	5	5.0	20.7	30.1	39.0	7.0	17.7	27.4	29.6	0.0290	0.3588	0.9308	84.7			
			Foothills	26	11	6.9	23.7	45.3	41.4	7.5	20.9	31.8	29.1	0.0175	0.5153	1.8176	89.8			
			Mountains	83	35	5.1	20.4	51.3	52.6	6.3	17.8	31.8	31.5	0.0068	0.3976	2.5931	125.5			
			Total	140	59	5.0	20.9	51.3	47.7	6.3	18.3	31.8	31.0	0.0067	0.4006	2.5931	113.4			

HD: height-diameter database; *VDH*: total volume underbark database; $n_{f,v}$: sample size for fitting and validation, respectively, of total height equations (H), variance of the total volume underbark (σ_v^2) and total volume underbark (V); *CV*: coefficient of variation; Max.: maximum; Min.: minimum.

The database was compiled in the range of the natural distribution of second growth forests of roble, raulí and coigüe (Figure 1). The database includes measurements of total height (H) and diameter at breast height (D) of a total of 2044 trees, including 753 robles, 916 raulies and 375 coigües. Of them, 1380 (i.e. 635 robles, 459 raulies and 286 coigües) correspond to trees that were felled in order to measure diameters over and underbark along the stem. From these data, the total volume underbark was determined. Volume underbark (V) on each tree section was calculated using Smalian's formula, i.e. $V_i = (A_l + A_u)L / 2$, where V_i is the volume underbark (m^3) for section i ; L is the section length (m) and $A_{l,u}$ are the lower and upper-end cross-sectional areas (m^2) for section i , respectively. Total stem volume was obtained by adding the volume of the stem sections from a stump height equal to 0.3 m up to tree top. The database observed for each species and zone was divided for fitting and validation purposes with independent samples. The *HD* sample was systematically divided into two parts. The first consisted of 634 trees and was intended for the fitting height-diameter relationship (H/D), whereas the second contained 1431 trees and was used for validation. The database of total volume (*VDH*) was systematically divided into three datasets. The first was of 415 trees intended for the fitting of variance equations of the total volume. The second, consisted of 676 trees for the fitting of allometric equations of total volume from observed data. The third contained 289 trees and was intended for the validation of these relationships. The allometric equations of total volume fitted to observed data were used to generate pseudo-data, which in turn were used to fit equations in order to have direct evidence on the validity of the method used in this study.

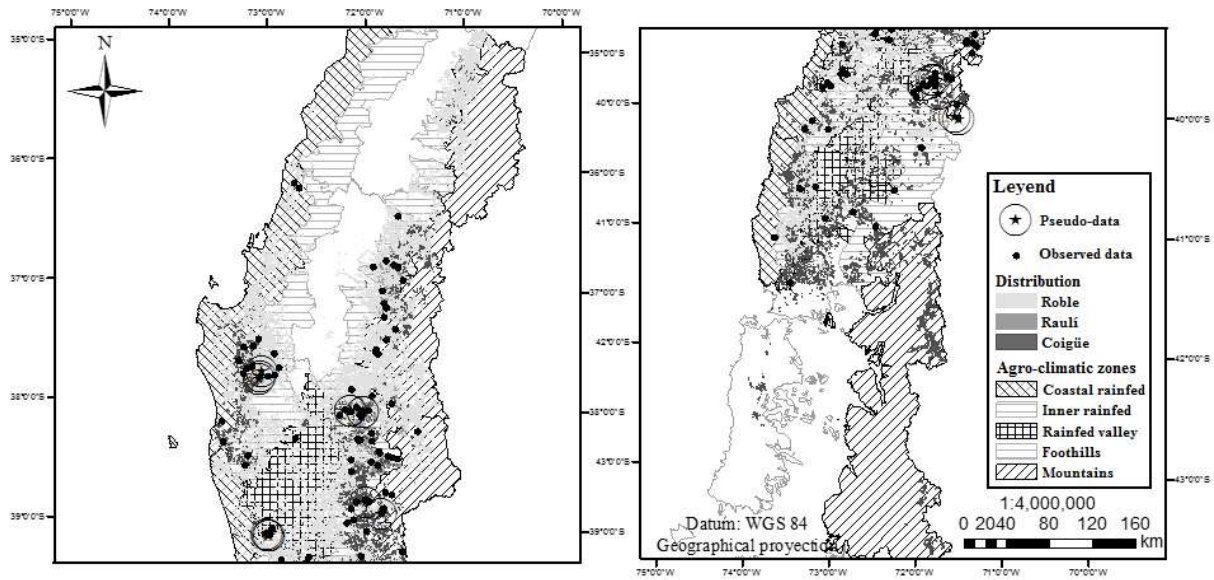


Figure 1. Agro-climatic zones, geographic distribution of the Roble-Raulí-Coigüe Forest Type, location of sampling points associated to allometric equations of total volume underbark compiled and sampling points associated to the observed database.

2.3. Model development

For the modelling of the total volume underbark, the non-linear model proposed by Spurr (1952) (1) was used. The fit was performed from pseudo-data generated by using the compiled allometric equations of total volume underbark. The model proposed by Spurr (1952) also was fitted to observed data and then was fitted with pseudo-data generated from these equations, in order to have direct evidence on the validity of the method used in this study.

$$V = a_0(D^2H)^{a_1} \quad (1)$$

Where V is the total volume underbark (m^3), D is the diameter at breast height (cm), H is the total height (m) and $a_{0,1}$ are the parameters of the model.

With each total volume equation compiled, an amount of pseudodata equal to the sample size used in the fitting (n) was generated in the diameter range (D_{min}, D_{max}) of the sample used in the fitting

of each equation and at uniform intervals of range $((D_{\min} - D_{\max}) / n)$. This ensures a greater weight to the equations fitted with larger sampling size. In order to estimate the total height (H_i) corresponding to a specific value of diameter (D_i), the allometric model proposed by Stage (1963) (2) was fitted. The equations resulting from the fitting were used to estimate heights in the range of heights (H_{\min}, H_{\max}) of the sample used in the fitting of each volume equation compiled. In this case, three options were analysed; the first consisted of positioning the estimation line on the minimum height (relationship 3); in the second, the estimation line was positioned on the mean height (relationship 4); in the third option, the estimation line was positioned on the maximum height (relationship 5).

$$H = 1.3 + b_1 D^{b_2} \quad (2)$$

$$H = H_{\min} + b_1 (D_i^{b_2} - D_{\min}^{b_2}) \quad (3)$$

$$H = H_{\text{mean}} + b_1 (D_i^{b_2} - D_{\text{mean}}^{b_2}) \quad (4)$$

$$H = H_{\max} + b_1 (D_i^{b_2} - D_{\max}^{b_2}) \quad (5)$$

Where $H_{\min, \text{mean}, \text{max}}$ are the minimum, medium and maximum total height (m), respectively; $D_{\min, \text{mean}, \text{max}}$ are the minimum, medium and maximum diameter at breast height (cm), respectively and $b_{1,2}$ are the parameters of the model.

The generation of non-autocorrelated pseudo-data required the modelling of the variance of the total volume underbark, as an equation of the predicting variable of the model (1). In order to achieve this, the observed data available for fitting (i.e. *VDH* database) were arranged in eight classes of D^2H of constant amplitude and with class midpoints defined from the following relationship $mc = [0.5 + \text{int}(0.99D^2H)w] / w$, where mc is the D^2H class midpoint, int is the equation of the integer part and w is the class amplitude, which in this study was set in $w = 5000$. In each class, the arithmetic average of the predicting variable (D^2H) and the volume variance ($\sigma_{v_i}^2$) were calculated. In the modelling of the volume variance, the linear model (6) was used.

$$\sigma_{v_i}^2 = c_0 + c_1 \overline{D^2 H_i} \quad (6)$$

where $c_{0,1}$ are the parameters of the model.

The generation of pseudo-data of total volume underbark using each compiled equation was performed as follows: given a value of the diameter at breast height (D_i), the total height (\hat{H}_i) was estimated using the best relationship (3, 4 or 5). Volume variance ($\sigma_{v_i}^2 = f(D_i^2 \hat{H}_i)$) was estimated using model (7), and the total volume underbark was estimated from the respective compiled equation ($\hat{V}_i = g(D_i^2, \hat{H}_i)$). The respective pseudo-datum was randomly obtained from a normal distribution, whose mean and variance are \hat{V}_i and $\sigma_{v_i}^2$, respectively. In turn, 10 000 pseudodata were generated using this methodology and 10 000 pseudo-data were generated using a Monte-Carlo simulation, similar to the proposed by Wayson *et al.*, (2015). Both simulations were used to validate the generalized allometric total volume equations.

2.4. Fitting and evaluation of models

All statistical analyses were performed using SAS 9.2 software (SAS, 2009). The non-linear models (1 and 2) and linear model (7) were fitted using the NLIN and REG procedures, respectively. The fitting of the model of variance of the total volume (6) was performed by species. While the fitting of the models of total volume underbark (1) and total height (2) were performed by species and agro-climatic zone, using weighted least squares to homogenize the variance. For the model (1), the weighting factor used was the reciprocal of the variance equation (i.e. $1/\sqrt{f(\sigma_{v_i}^2)}$). While for the model (2), the weighting factor used was the reciprocal of the predicting variable (i.e. $1/\sqrt{D}$).

The determination of the significance of the zonal effects in the models of total volume underbark and total height was performed by incorporating *dummy* variables associated to each parameter of the models (1 and 2) (Hardy, 1993; Bergerud, 1994; Ott, 1997). In a hypothetical situation with data available for z zones, a total of $z - 1$ *dummy* variables are required in order to identify data

of $z-1$ in those zones. In the case of data from five zones, model (1) with *dummy* variables assumes the following form (7):

$$V = (a_1 + a_{11}d_1 + a_{12}d_2 + a_{13}d_3 + a_{14}d_4)(D^2H)^{(a_2+a_{21}d_1+a_{22}d_2+a_{23}d_3+a_{24}d_4)} \quad (7)$$

where V is the total volume underbark (m^3), $a_{1,2}$ are parameters of total volume model for that zone not marked with *dummy* variables, $d_{1,\dots,4}$ are the dummy variables, with $d_i = 1$ for those data belonging to the i th zone, and $d_i = 0$, otherwise; $a_{1i,2i}$ represent the difference between a_1 and respectively, a_2 obtained in the i th zone and the respective values obtained from the fitting for the zone whose data were not marked ($a_{1,2}$). In this study, the zone not marked corresponded to the zone that presented the greatest sample size intended to the fit, i.e. Mountains for the fitting of total height relationship for the three species. Inner rainfed for roble; and Mountains for raulí and coigüe, for the fitting of the volume model from pseudo-data. Foothills for roble, Mountains for raulí and coigüe, for the fitting of the volume model from observed data.

The Furnival's index (FI) (Furnival, 1961) and the residual coefficient of variation (CV) were used to evaluate the precision of the fitting of total volume model (1), total height model (2) and variance of total volume model (6). FI was used to transform the residuals of the weighted fitting of the allometric equations of total volume and total height to express them in their original scale. The accuracy index (E) (Bruce, 1975) was used in the evaluation of the three options to estimate the total height from the diameter at breast height (relationships 3, 4 and 5), as well as in the validation of the allometric equations of total height and total volume.

$$FI = RMSE / f'(y)_g \quad (8)$$

$$CV(\%) = 100(FI / \bar{y}) \quad (9)$$

$$E = \sqrt{\bar{\varepsilon}^2 + S_e^2} \quad (10)$$

where $RMSE$ is the root mean square residual (i.e. $RMSE = \sqrt{SSE / (n - p)}$); SSE is the sum of squared residuals (i.e. $SSE = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$); $f'(y)_g$ is the geometric mean of the first derivative of the dependent variable with respect to the untransformed dependent variable (i.e. $e^{\left[\sum_{i=1}^n \ln(f'(y))\right] / n}$); e exponential; \ln : natural logarithm; $\bar{\varepsilon}$ average deviation (i.e. $\sum_{i=1}^n \varepsilon_i / n$); S_ε^2 variance of residuals (i.e. $\sum_{i=1}^n (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2 / (n - 1)$); y_i , \hat{y}_i and \bar{y} observed value, value estimated by the model and average value of the dependent variable; p number of parameters of the model; n sample size.

3. Results

3.1. Modelling of total height

For all the species and zones, the fitting of the total height model (2) showed all the parameters statistically significant at $\alpha = 0.05$ (Table 4). The model explained a high proportion of total height variability, despite every zone bringing together data from stands of varied structure and site conditions (Figure 2, upper). For roble, the values of FI and residual CV were lower than 3.4 m and 18.6 per cent, respectively. For raulí, values of FI and CV were lower than 3.5 m and 19.4 per cent, respectively. Finally, for coigüe, values of FI and CV were lower than 3.3 m and 17.6 per cent, respectively. The weighted fitting solved the problem of heteroscedasticity in the three species (Figure 2, lower).

In the fitting including *dummy* variables, no zonal effects were detected in the regression parameters ($P \geq 0.05$). No significant zone differences were detected in the parameters b_1 and b_2 of the equations obtained in Coastal rainfed, Inner rainfed, Rainfed valley and Foothills with respect to the equation obtained in the Mountains for the tree species. Therefore, the equation obtained from the general fitting for each species is valid for all zones, i.e. $H = 1.3 + 3.1616D^{0.5631}$, $H = 1.3 + 2.9762D^{0.5878}$ y $H = 1.3 + 2.4294D^{0.6329}$, whose FI was 3.3497, 3.3028 and 2.9060 m for roble, raulí and coigüe, respectively. In the validation, the greatest accuracy was presented by raulí, followed by coigüe and roble, i.e. $E < 3.3$, $E < 3.4$ and $E < 3.5$ m, respectively. The estimation line

for each species is centrally positioned at the total set of observed validation data coming from different zones (Figure 3).

In the estimation of the total height, which corresponds to a specific diameter value, the most accurate results were obtained by positioning the estimation line at the average height (relationship 4). This option presented the greatest accuracy in all zones, for the three analysed species (column E_2 , in Table 4). Thus, relationship (4) was used to estimate the heights used to generate pseudo-data.

Table 4. Parameter estimates and fit statistics for height-diameter equations, by species and zone.

Species	Zone	n_f	Parameters				FI (m)	CV (%)	E_1 (m)	E_2 (m)	E_3 (m)	n_v	E (m)
			b_1	b_1d_i	b_2	b_2d_i							
Roble	General fitting	225	3.1616**		0.5631**		3.3497	17.6	4.9307	3.1287	3.4079	528	3.4980
	Coastal rainfed	11	5.1806*	2.2720ns	0.3936**	-0.1999ns	2.3566	11.9	2.6129	2.2780	2.3261	27	2.5314
	Inner rainfed	21	2.3053**	-0.6033ns	0.6024**	0.0089ns	2.1077	14.1	3.2199	2.3753	2.8953	49	3.2096
	Rainfed valley	17	1.7023*	-1.2063ns	0.7928**	0.1993ns	2.5151	13.5	3.1172	2.5478	4.8663	41	3.7818
	Foothills	84	4.0103*	1.1080ns	0.4989**	-0.0946ns	3.3977	16.1	3.5927	3.5735	4.3541	215	3.4503
	Mountains	92	2.9086**		0.5935**		3.3083	18.5	4.6797	3.4369	3.7287	215	3.3480
Rauli	General fitting	277	2.9762**		0.5878**		3.3028	18.3	5.5260	3.3717	3.5365	639	3.2868
	Coastal rainfed	14	5.4415*	2.3639ns	0.4324**	-0.1363ns	3.4879	16.3	5.3579	3.1823	3.3173	35	3.6731
	Inner rainfed	7	1.5227*	-1.5551ns	0.8238**	0.2551ns	2.9377	15.2	3.4705	2.5547	3.0440	9	2.8966
	Foothills	56	3.0882**	0.0106ns	0.5856**	0.0169ns	2.9258	14.7	3.4705	2.9517	3.0440	132	2.8754
	Mountains	200	3.0776*		0.5687**		3.3143	19.3	5.4808	3.1954	3.3614	463	3.3088
	Coigüe	General fitting	120	2.4294**		0.6329**		2.9060	17.1	4.5362	3.0333	3.5898	255
Coastal rainfed		7	1.2771*	-1.3472ns	0.8202**	0.2206ns	1.6664	9.8	1.7902	1.5375	2.3127	10	2.9374
Inner rainfed		8	0.7759**	-1.8485ns	1.0279**	0.4283ns	0.8821	4.7	1.2196	0.8148	1.3188	15	3.7454
Rainfed valley		9	2.3074**	-0.3170ns	0.6350**	0.0353ns	2.3870	15.0	2.5281	2.4535	4.4909	13	2.7394
Foothills		17	1.8710*	-0.7534ns	0.7525**	0.1529ns	3.2709	16.2	4.4551	3.1552	3.2103	37	3.6879
Mountains		79	2.6243*		0.5996**		2.8606	17.5	4.5979	2.9608	2.8882	180	3.1795

* $P < 0.05$, ** $P < 0.0001$; ns: non-significant ($P \geq 0.05$); n_f : sample size for fitting; b_1d_i , b_2d_i : difference between parameters b_1 and, respectively, b_2 of each zone with respect to those obtained in mountains; FI : Furnival's index; CV : residual coefficient of variation; $E_{1,2,3}$: accuracy of the option positioning the estimation line on minimum, medium and maximum height, respectively; n_v : sample size for validation; E : accuracy index.

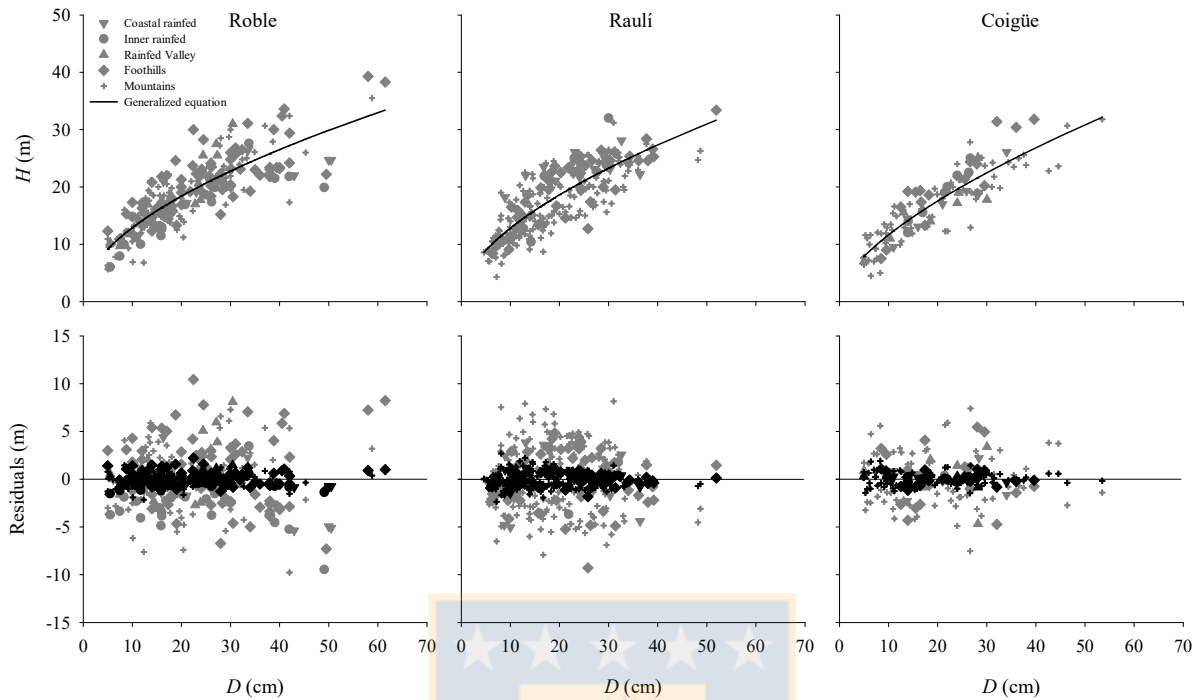


Figure 2. The upper graphs represent the relationship between D (cm) and H (m) for roble, raulí and coigüe, in the sample used for fitting. Symbols in grey represent observed data from different agro-climatic zones. Solid line represents the generalized equation.

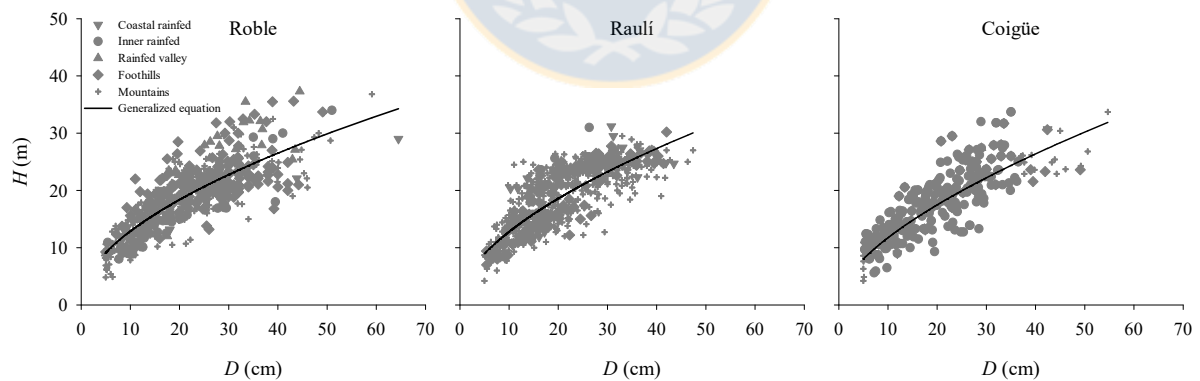


Figure 3. Relationship between D (cm) and H (m) for roble, raulí and coigüe, in the sample used for validation. Symbols in grey represent observed data from different agro-climatic zones. Solid line represents the generalized equation.

3.2. Modelling of the variance of total volume

For the three species, a linear trend of increase of the variance of total volume was observed, as the independent variable increases (D^2H) (Figure 4). The fitting of the variance model of total volume (7), by species provided equations in which all parameters were significant ($P < 0.05$) (Table 5). The greatest accuracy in terms of fitting was achieved for raulí, followed by coigüe and roble, with residual coefficients of variation 5.6, 6.5 and 7.1 per cent, respectively.

Table 5. Parameter estimates and fit statistics for variance of total volume equations, by species.

Species	n_c	Parameters		FI	CV (%)
		c_0	c_1		
Roble	8	1.7997E-03*	2.3796E-07**	4.6129E-04	7.1
Raulí	8	1.5435E-03*	2.7510E-07**	3.8719E-04	5.6
Coigüe	8	1.9584E-03*	2.3163E-07**	4.2885E-04	6.5

* $P < 0.05$; ** $P < 0.0001$; n_c : total number of classes of D^2H .

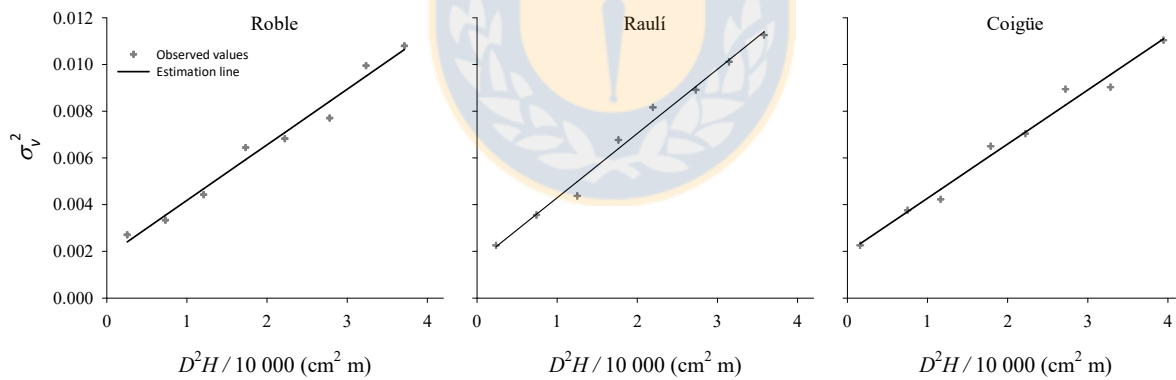


Figure 4. Relationship between the variance of total volume and D^2H ($\text{cm}^2 \text{ m}$) for roble, raulí and coigüe, in the sample used for fitting. Cross symbols represent observed values in each class. Solid line represents the estimation line.

3.3. Modelling of total volume from pseudo-data

For all the species and zones, the weighted fitting of the total volume model (1) showed all the parameters statistically significant at $\alpha = 0.05$ (Table 6). In the fitting including *dummy* variables,

no zonal effects were detected in the regression parameters for the three species. Therefore, equations obtained from the general fitting for each species are valid for the zones that provided pseudo-data for the fitting. The accuracy of the equations obtained from the general fitting is similar or even higher than the original equations used in the generation of pseudo-data. Weighted fitting solved the problem of heteroscedasticity, and for the three species the weighted residuals presented a constant trend against the predictor variable (Figure 5, lower).

Table 6. Parameter estimates and fit statistics for total volume equations, by species and zone.

Species	Zone	n_{fi}	n_p	Parameters				FI (m^3)	CV (%)
				a_1	a_1d_i	a_2	a_2d_i		
Roble	General fitting	9	575	3.4915E-05**		0.9896**		0.0851	9.4
	Inner rainfed	3	402	3.2821E-05**		0.9948**		0.0817	9.4
	Rainfed valley	2	60	3.9440E-05**	6.6193E-06ns	0.9777**	-1.7158E-02ns	0.0878	6.8
	Foothills	2	48	3.9264E-05**	6.4429E-06ns	0.9804**	-1.4404E-02ns	0.0833	7.8
	Mountains	2	65	2.7208E-05**	-5.6120E-06ns	1.0186**	2.3763E-02ns	0.0876	14.4
Raulí	General fitting	7	318	3.4704E-05**		0.9879**		0.0651	14.2
	Foothills	4	140	3.6155E-05**	2.5546E-06ns	0.9843**	-0.0061ns	0.0734	12.6
	Mountains	3	178	3.3600E-05**		0.9905**		0.0589	16.3
Coigüe	General fitting	2	80	3.8854E-05**		0.9808**		0.0679	8.8
	Rainfed valley	1	30	5.3112E-05**	1.7145E-05ns	0.9534**	-0.0334ns	0.0831	7.6
	Mountains	1	50	3.5967E-05**		0.9868**		0.0504	10.2

** $P < 0.0001$; ns: non-significant (i.e. $P \geq 0.05$); n_{fi} : number of equations for the generation of pseudo-data; n_p : total number of generated pseudo-data; a_1d_i , a_2d_i : difference between parameters a_1 and, respectively, a_2 of each zone with respect to data obtained from the non-marked zone.

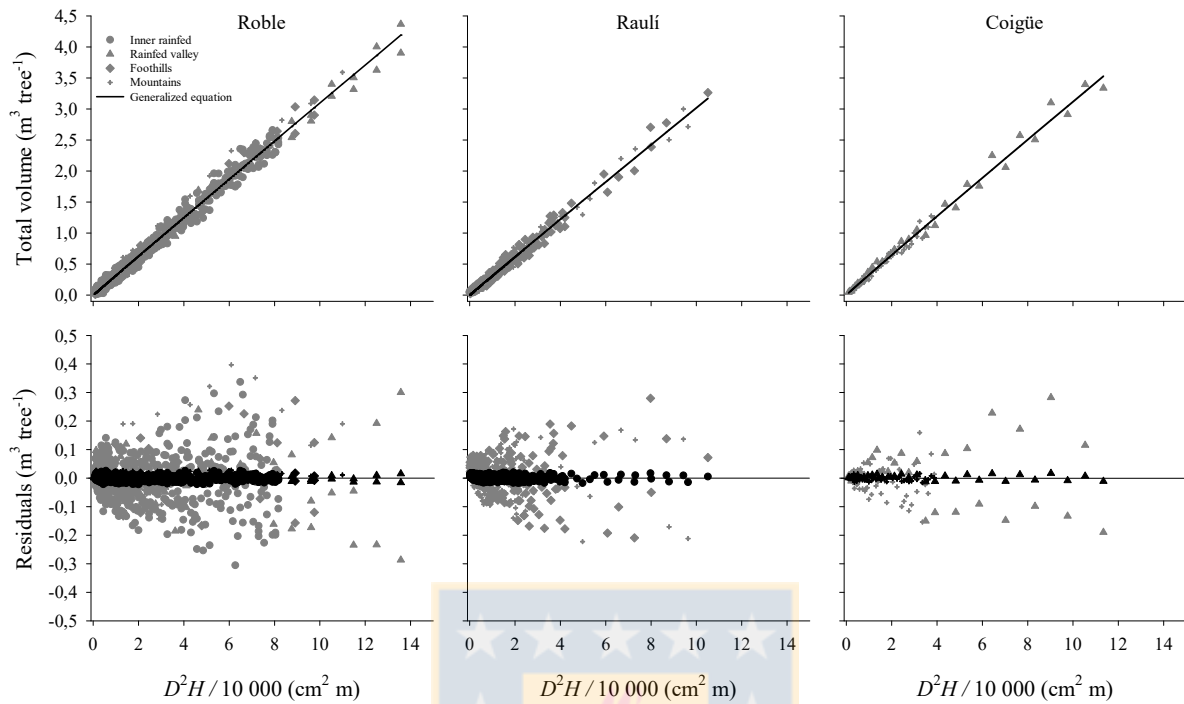


Figure 5. The upper graphs represent the relationship between total volume (m^3) and D^2H ($\text{cm}^2 \text{m}$) for roble, raulí and coigüe, in the sample used for fitting. Symbols in grey represent pseudo-data from different agro-climatic zones. Solid line represents the generalized equation. Lower graphs represent the observed residuals (in grey) and weighted residuals (in black).

For roble, FI and CV values were lower than $0.0879 \text{ m}^3 \text{ tree}^{-1}$ and 14.5 per cent, respectively. In the fitting, no significant zone differences were detected in the parameters a_1 and a_2 of the equations obtained in Rainfed valley, Foothills and Mountains with respect to the equation obtained for Inner rainfed, i.e. $V = 0.000032821(D^2H)^{0.9948}$. Therefore, the equation obtained from the general fitting is valid for the four zones that contributed with pseudo-data for the fitting, i.e. $V = 0.000034915(D^2H)^{0.9896}$. For the general fitting, an $FI = 0.0851 \text{ m}^3 \text{ tree}^{-1}$, equivalent to a $CV = 9.4$ per cent was obtained. The estimation line is centrally positioned on the total set of pseudo-data of the general fitting, showing that the generalized equation is suitable for the zones that contributed with pseudo-data for fitting (Figure 5, upper, left).

For raulí, FI and CV values were lower than $0.0735 \text{ m}^3 \text{ tree}^{-1}$ and 16.4 per cent, respectively. The equation of total volume of the Mountains zone, i.e. $V = 0.000036000(D^2H)^{0.9905}$, is not different

from that of the Foothills zone, i.e. $V = 0.000036155(D^2H)^{0.9843}$. Therefore, the equation obtained from the general fitting is valid for the two zones that contributed with pseudo-data for the fitting, i.e. $V = 0.000034704(D^2H)^{0.9879}$. For the general fitting, an $FI = 0.0651 \text{ m}^3 \text{ tree}^{-1}$, equivalent to a $CV = 14.2$ per cent was obtained. The estimation line is centrally positioned on the pseudo-data of the general fitting, showing that the generalized equation is suitable for both zones that contributed pseudo-data for the fitting (Figure 5, upper, centre).

For coigüe, FI and CV values were lower than $0.0832 \text{ m}^3 \text{ tree}^{-1}$ and 10.3 per cent, respectively. Because in the fitting no significant zonal effects were detected, the equation obtained from the general fitting is valid for the two zones that contributed with pseudo-data for the fitting, i.e. $V = 0.000038854(D^2H)^{0.9808}$. For the general fitting an $FI = 0.0679 \text{ m}^3 \text{ tree}^{-1}$, equivalent to a $CV = 8.8$ per cent was obtained. The estimation line is centrally positioned on pseudo-data of the general fitting, showing that the generalized equation is suitable for both zones that contributed with pseudo-data for the fitting (Figure 5, upper, right).

3.4. Checking the validity of the equations fitting method from pseudo-data

For all the species and zones, the weighted fitting of the total volume model (1), both from observed data and from pseudodata, showed all the parameters were statistically significant at $\alpha = 0.05$ (Table 7). As expected, for the three species, the fitting performed from observed data presented the lowest FI values. For both types of data, no significant zone effects were detected in any of the regression parameters. Therefore, the generalized equations obtained from the general fitting from observed data are $V = 0.000037897(D^2H)^{0.9847}$, $V = 0.000037442(D^2H)^{0.9867}$ y $V = 0.000039937(D^2H)^{0.9825}$, for roble, raulí and coigüe, respectively. While the respective generalized equations obtained from pseudo-data are $V = 0.000038423(D^2H)^{0.9837}$, $V = 0.000038387(D^2H)^{0.9840}$ y $V = 0.000041482(D^2H)^{0.9772}$ for roble, raulí and coigüe, respectively. Then, comparing both types of data, the estimated parameters of the total volume equations developed from pseudo-data not presented statistically significant differences with respect to the estimated parameters of the total volume equations developed from observed data. These results were verified in Table 8, where the estimated parameter confidence intervals overlap

each other for the three species. The result showed that the method used in this study to generate pseudo-data from compiled equations and then developing generalized allometric equations of total volume is suitable for the three species. In turn, the generalized allometric equations of total volume developed from the methodology proposed by this study and from a Monte-Carlo simulation (i.e. 10 000 pseudo-data, respectively) not present significant differences with the parameters generated with observed data.

Table 7. Parameter estimates and fit statistics for total volume equations, by species, type of data and zone.

Species	Type of data	Zone	n_f	Parameters				FI (m ³)	CV (%)		
				a_1	a_1d_i	a_2	a_2d_i				
Roble	Observed	General fitting	311	3.7897E-05**		0.9847**		0.0586	12.3		
		Coastal rainfed	14	6.8519E-05**	2.5130E-05ns	0.9161**	-5.2802E-02ns	0.0213	7.9		
		Inner rainfed	35	3.9058E-05**	-4.3316E-06ns	0.9916**	2.2765E-02ns	0.0432	9.7		
		Rainfed valley	29	7.7563E-05**	3.4174E-05ns	0.9075**	-6.1380E-02ns	0.0377	7.7		
		Foothills	128	4.3390E-05**		0.9689**		0.0541	10.4		
		Mountains	105	4.1401E-05**	-1.9878E-06ns	0.9792**	1.0340E-02ns	0.0562	12.4		
	Pseudo-data	General fitting	311	3.8423E-05**		0.9837**		0.0608	10.5		
		Coastal rainfed	14	7.3224E-05**	3.4606E-05ns	0.9125**	-6.8160E-02ns	0.0423	7.9		
		Inner rainfed	35	3.6235E-05**	-2.3838E-06ns	0.9977**	1.7030E-02ns	0.0664	7.0		
		Rainfed valley	29	1.6088E-04**	1.2226E-04ns	0.8415**	-1.3914E-01ns	0.0795	11.8		
		Foothills	128	3.8618E-05**		0.9806**		0.0763	9.3		
		Mountains	105	4.1869E-05**	3.2507E-06ns	0.9777**	-2.9465E-03ns	0.0816	9.0		
		Rauli	Observed	General fitting	225	3.7442E-05**		0.9867**		0.0452	10.7
				Coastal rainfed	24	7.5797E-05**	4.2754E-05ns	0.9180**	-7.9873E-02ns	0.0404	8.6
Inner rainfed	6			5.8025E-05**	2.4983E-05ns	0.9450**	-5.2872E-02ns	0.0289	6.2		
Foothills	92			3.7577E-05**	4.5342E-06ns	0.9869**	-1.0964E-02ns	0.0415	8.8		
Cordillera	103			3.3043E-05**		0.9979**		0.0498	13.1		
Pseudo-data	General fitting		225	3.8387E-05**		0.9840**		0.0734	10.8		
	Coastal rainfed		24	3.4293E-05**	3.5870E-07ns	0.9972**	1.3494E-03ns	0.0634	9.7		
	Inner rainfed		6	2.2378E-05**	-1.1556E-05ns	1.0576**	6.1767E-02ns	0.0327	12.2		
	Foothills		92	3.6878E-05**	2.9438E-06ns	0.9871**	-8.7794E-03ns	0.0782	9.9		
	Mountains		103	3.3935E-05**		0.9959**		0.0732	11.9		
Coigüe	Observed	General fitting	140	3.9937E-05**		0.9825**		0.0403	10.1		
		Coastal rainfed	9	3.3637E-05**	-2.701E-06ns	0.9977**	4.1216E-03ns	0.0164	6.5		
		Inner rainfed	11	3.4867E-05**	-1.471E-06ns	0.9898**	-3.8617E-03ns	0.0223	7.0		
		Rainfed valley	11	1.0973E-05**	-2.537E-05ns	1.1249**	1.3127E-01ns	0.0309	8.6		
		Foothills	26	6.4066E-05**	2.773E-05ns	0.9317**	-6.1943E-02ns	0.0439	8.5		
		Mountains	83	3.6338E-05**		0.9936**		0.0347	8.7		
	Pseudo-data	General fitting	140	4.1482E-05**		0.9772**		0.0656	9.4		
		Coastal rainfed	9	4.0249E-05**	-9.6108E-06ns	0.9741**	1.2753E-02ns	0.0533	8.6		
		Inner rainfed	11	2.5273E-05**	-2.4586E-05ns	1.0246**	6.3271E-02ns	0.0667	14.2		
		Rainfed valley	11	2.1439E-05**	-2.8420E-05ns	1.0534**	9.2100E-02ns	0.0386	11.1		
		Foothills	26	5.9484E-05**	9.6249E-06ns	0.9361**	-2.5161E-02ns	0.0595	11.2		
		Mountains	83	4.9859E-05**		0.9613**		0.0657	7.9		

** $P < 0.0001$; ns: not significant ($P \geq 0.05$); n_f : sample size for fitting; a_1d_i , a_2d_i : difference between parameters a_1 and, respectively, a_2 of each zone with respect to those obtained in the non-marked zone.

Table 8. Confidence intervals for estimated parameters of total volume equations, by species and type of data.

Species	Type of data	n_f	Parameters			
			a_1		a_2	
			L_1	L_u	L_1	L_u
Roble	Observed	311	3.0481E-05	4.5313E-05	0.9658	1.0036
	Pseudo-data ^d	311	3.0628E-05	4.8552E-05	0.9600	1.0020
	Pseudo-data ^f	575	3.0094E-05	3.9736E-05	0.9770	1.0022
	Pseudo-data ^f	10,000	3.0660E-05	3.3947E-05	0.9947	1.0043
	Pseudo-data ^{fM}	10,000	3.9184E-05	4.3167E-05	0.9754	0.9840
Raulí	Observed	225	2.9698E-05	4.5187E-05	0.9663	1.0071
	Pseudo-data ^d	225	3.0257E-05	5.0455E-05	0.9550	1.0015
	Pseudo-data ^f	318	2.8141E-05	4.1267E-05	0.9700	1.0058
	Pseudo-data ^f	10,000	3.3122E-05	3.3639E-05	0.9876	0.9946
	Pseudo-data ^{fM}	10,000	3.0784E-05	3.1882E-05	0.9929	0.9961
Coigüe	Observed	140	3.1595E-05	4.8278E-05	0.9622	1.0027
	Pseudo-data ^d	140	3.0136E-05	5.2829E-05	0.9516	1.0028
	Pseudo-data ^f	80	2.8136E-05	4.9572E-05	0.9555	1.0062
	Pseudo-data ^f	10,000	3.2160E-05	3.5082E-05	0.9946	1.0029
	Pseudo-data ^{fM}	10,000	3.7365E-05	3.9492E-05	0.9784	0.9833

^d: Pseudo-data generated from the equation fitted in this study with observed data; ^f: pseudo-data generated with compiled equations; ^{fM}: pseudodata generated with compiled equations using Monte-Carlo simulation; n_f : sample size for fitting; $L_{1,u}$: lower and upper limit of the confidence intervals, respectively.

3.5. Validation of allometric equations of total volume underbark

For the three species, the generalized allometric equations fitted in this study from observed data presented a small advantage in accuracy with respect to the equations fitted to pseudo-data (i.e. $E < 0.0642$, $E < 0.0658$ and $E < 0.0674$ m³ tree⁻¹, respectively) (Table 9 and Figure 6). The compiled equations presented a lower accuracy ($E < 0.1116$ m³ tree⁻¹).

Table 9. Validation of generalized and local equations to estimate total volume, by species.

Species	Zone	n	Equations	n_v	E (m^3)
Roble	Ir-Rv-Fo-Mo	575	$V^p = 0.000034915(D^2H)^{0.9896}$	134	0.0673
		311	$V^d = 0.000037897(D^2H)^{0.9847}$		0.0641
	Cr-Ir-Rv-Fo-Mo		$V^{pd} = 0.000038423(D^2H)^{0.9837}$		0.0657
		10 000	$V^p = 0.000034331(D^2H)^{0.9936}$		0.0652
	Ir		$V^{pM} = 0.000041175(D^2H)^{0.9797}$		0.0633
		134	$V^l = 0.005000 + 0.000031510D^2H$		0.0698
	Rv		$V^l = 0.009400 + 0.000034130D^2H - 0.00006350D^2$		0.0664
			$V^l = 0.001789 + 0.000036110D^2H - 0.00012990D^2 - 0.0012H$		0.0788
		30	$V^l = 0.024623 + 0.000030644D^2H$		0.0662
	Fo		$V^l = 0.025957 + 0.000030292D^2H$		0.0677
		24	$V^l = 0.003230 + 0.000032140D^2H$		0.0697
	Mo		$V^l = 0.003524 + 0.000038263D^2H$		0.0752
		15	$V^l = 0.071120 + 0.000033890D^2H$		0.1084
50		$V^l = 0.025828 + 0.000028502D^2H$		0.0841	
Raulí	Fo-Mo	318	$V^p = 0.000038854(D^2H)^{0.9808}$	96	0.0652
		225	$V^d = 0.000037442(D^2H)^{0.9867}$		0.0638
	Cr-Ir-Fo-Mo		$V^{pd} = 0.000038387(D^2H)^{0.9840}$		0.0642
		10 000	$V^p = 0.000037442(D^2H)^{0.9867}$		0.0631
	Fo		$V^{pM} = 0.000031333(D^2H)^{0.9945}$		0.0735
		26	$V^l = 0.013710 + 0.000028899D^2H$		0.0845
	Mo	13	$V^l = 0.014110 + 0.000026890D^2H$		0.1115
		21	$V^l = 0.000850 + 0.000028390D^2H$		0.0986
		80	$V^l = 0.046000 + 0.000029056D^2H$		0.0790
		75	$V^l = 0.002272 + 0.000038871D^2H$		0.0783
		28	$V^l = 0.013370 + 0.000029931D^2H$		0.0767
	75	$V^l = 0.002070 + 0.000030000D^2H$		0.0783	
	Coigüe	Rv-Mo	80	$V^p = 0.000038698(D^2H)^{0.9801}$	59
140			$V^d = 0.000039937(D^2H)^{0.9825}$	0.0432	
Cr-Ir-Rv-Fo-Mo			$V^{pd} = 0.000041482(D^2H)^{0.9772}$		0.0442
		10 000	$V^p = 0.000031329(D^2H)^{0.9987}$		0.0548
Rv			$V^{pM} = 0.000038428(D^2H)^{0.9808}$		0.0478
		30	$V^l = 0.024623 + 0.000030644D^2H$		0.0583
Mo	50	$V^l = 0.012105 + 0.000029462D^2H$		0.0646	

Cr: Coastal rainfed, Ir: Inner rainfed, Rv: Rainfed valley, Fo: Foothills, Mo: Mountains; n : sample size; V^p : generalized equation fitted with pseudo-data using compiled equations; V^d : generalized equation fitted with observed data; V^{pd} : generalized equation fitted with pseudo-data, generated with the equation V^d ; V^{pM} : generalized equation fitted with pseudo-data using compiled equations from Monte-Carlo simulation; V^l : compiled local equation; n_v : sample size for validation; E : accuracy index; the highest accuracies are highlighted in bold.

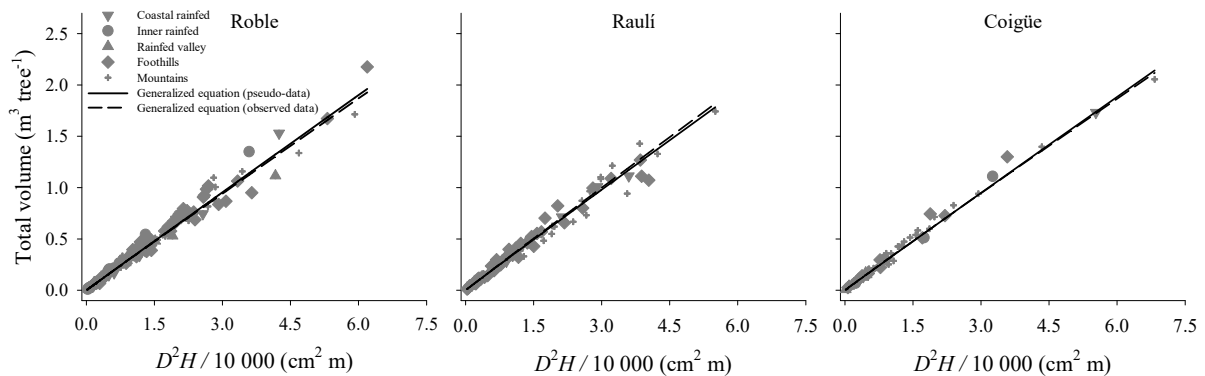


Figure 6. Relationship between total volume (m^3) and D^2H ($\text{cm}^2 \text{ m}$) for roble, raulí and coigüe, in the sample used for validation. Symbols in grey represent observed data from different zones. Solid line represents the generalized equation fitted to pseudo-data generated with compiled equations. Dash line represents the generalized equation fitted to observed data.

4. Discussion

In this study, the first generalized allometric equations of total volume for roble, raulí and coigüe in second growth in Chile forests are presented. These equations were developed using a modified meta-analysis technique that has been used in North America and Europe (Pastor *et al.*, 1983/1984; Jenkins *et al.*, 2003; Muukkonen, 2007; Chojnacky *et al.*, 2014). This technique involves collecting published equations which are used to generate pseudo-data, which then are used in the fitting of new equations. These are then analysed in order to determine their validity as generalized equations.

The meta-analysis used in this study was supplemented with a base of observed data (Table 3). This database was used to fit the height-diameter relationship, as well as a variance equation of total volume for each species, in order to solve the problem of heteroscedasticity and autocorrelation of the pseudo-data generated from the allometric equations of total volume compiled. Results show that the generalized allometric equations of total volume for each species obtained through non-linear least squares are precise and consistent (Table 6). An alternative way to generate non-autocorrelated data has been proposed by Wayson *et al.*, (2015), who used the determination coefficient (R^2), n and D range with a Monte-Carlo simulation. In this study, both

methodologies were tested simulating 10 000 pseudo-data, to validate the generalized allometric equations of total volume, resulting that the parameters generated with pseudo-data not present significant differences with the parameters generated with observed data (Table 8).

The fitted equations in this study include as a predictive variable the combined variable D^2H . This facilitates their utilization in varied conditions of site, management and age (Montagu *et al.*, 2005; Ung *et al.*, 2008; Gilabert and Paci, 2010; Alegría, 2011), because the variability in site quality is reflected in the variability of the stem height and the variability in silvicultural management or natural distribution of trees is reflected in variability of diameters. In turn, the combined variable, i.e. D^2H , is an indicator of cilindricity of the tree, so that these equations would have greater capability to explain the variability of the volume, resulting in more precise estimates (Prodan *et al.*, 1997; Vallet *et al.*, 2006; Corral *et al.*, 2007; Neumann *et al.*, 2016). This variability of the volume is due to the shift of the cilindricity over the length of the stem, which also shifts as a function of several variables (Návar, 2010).

Although all compiled total volume equations presented linear structures, in this study the non-linear model proposed by Spurr (1952) was fitted. This is because of the curvature presented by the relationship between the observed volume and the combined variable D^2H . The Spurr (1952) model is frequently used in studies of volume and biomass equations (Chave *et al.*, 2005; Wutzler *et al.*, 2008; Vejpustková *et al.*, 2015).

Although the available local equations for roble, raulí and coigüe are based on models that use the D and H as independent variables, enabling greater accuracy using models whose only variable is D , the statistical information reported together with the compiled equations is scarce. In extreme cases, this information is restricted to regression parameters and sample size, making it difficult to generate independent pseudo-data from equations that include H among predictors (Magnussen and Carillo, 2015). The obtained results in this study are similar to the results obtained by Wayson *et al.* (2015). It is probable that meta-analytical studies on allometric equations of volume or biomass will be frequent in the future. Thus, it should be noted that it would be of great help that authors of such studies should report the behaviour of the variance of the dependent variable and the height-diameter relationship of the sample used.

In the fitting of the allometric equations of total height and total volume using *dummy* variables, no significant zonal effects were detected on the parameters of the equations in any of the species under study (Table 4 and 7). One likely explanation is the sample size has larger variability than the zonal effect variability. Undoubtedly, the residual variability within each zone is relatively wide, due to a mixture of densities and stand ages. Still, the fitted equations in each zone are useful to estimate total height and generate pseudo-data for the fitting of total volume equations. Evidence not presented in the present document support the conclusion that obtaining generalized allometric equations of total volume are not depend on the sample size. The statistical tests carried out with small sample sizes (e.g. $n = 6$) and large sample sizes (e.g. $n = 10\ 000$) in each zone detected no statistical zonal effects on the parameters of the fitted total volume model in any of the species. However, as the sample size increases the variability of the parameters reduces (Table 9).

5. Conclusions

The generalized allometric equations of total volume underbark for second growth forests of roble, raulí and coigüe generated in this study using meta-analysis are valid for general use in the study zones. This technique, supplemented with data observed to model the height-diameter relationship and model the variance of the total volume allows for the generating non-autocorrelated random pseudo-data and with homogeneous variance. The allometric equations of total volume underbark obtained present high precision and accuracy.

It is likely that the use of modified meta-analysis will increase in the future, in studies that involve equations of volume or biomass. Therefore, it would be of great help that each author provides information on the behaviour of the variance of the dependent variable and the height-diameter relationship of the sample used in the fitting of this type of equations. Thus, the greatest advantage of this technique could be achieved, which in practice is an alternative to direct sampling. This technique even would allow for the elimination of direct sampling, with the exception of samples intended for validation.

Acknowledgements

Authors also thank the Forest Company MASISA S.A. for granting access to farms of its assets in order to collect data. In addition, we would like to record our thanks to the Editor of the paper, Professor Mark Ducey, and two anonymous reviews of the paper, who all provided useful comments and suggestions that helped improve the paper.

Conflict of interest statement

None declared.

Funding

The authors thank the Corporación Nacional Forestal (CONAF) (Project Name: 025/2012 Desarrollo de herramientas de cuantificación biométrica generalizadas para el manejo y uso integral sustentable de renovales de *Nothofagus* spp.) III Concurso del Fondo de Investigación del Bosque Nativo for the financing of this research.

6. References

- Alegría, C. 2011 Modelling merchantable volumes for uneven aged maritime pine (*Pinus pinaster* Aiton) stands established by natural regeneration in the central Portugal. *Ann. For. Res.* 54 (2), 197-214.
- António, N., Tomé, M., Tomé, J., Soares, P. and Fontes, L. 2007 Effect of tree, stand, and site variables on the allometry of *Eucalyptus globulus* tree biomass. *Can. J. For. Res.* 37 (5), 895-906.
- Bergerud, W. 1994 GLM: Comparing regression lines. B.C. Biometrics Information. Ministry of Forests Research Program, British Columbia. Pamphlet 46.
- Bruce, D. 1975 Evaluating accuracy of tree measurements made with optical instruments. *For. Sci.* 21 (4), 421-426.

- Case, B. and Hall, R. 2008 Assessing prediction errors of generalized tree biomass and volume equations for the boreal forest region of westcentral. *Canada. Can. J. For. Res.* 38 (4), 878-889.
- CONAF. 2011 Corporación Nacional Forestal, CL. Catastro de los recursos vegetacionales nativos de Chile. Sección Monitoreo de Ecosistemas Forestales. Santiago, Chile. 28 p.
- Corral, J., Barrio, M., Aguirre, O. and Diéguez, U. 2007 Use of stump diameter to estimate diameter at breast height and tree volume for major pine species in El Salto, Durango (Mexico). *Forestry* 80 (1), 29-40.
- Cubillos, V. 1988a Funciones de volumen y factor de forma para renovales de raulí. *Ciencia Investigación Forestal* 2 (3), 103-113.
- Cubillos, V. 1988b Funciones de volumen y factor de forma para renovales de coigüe. *Ciencia Investigación Forestal* 2 (4), 62-68.
- Chave, J., Andalo, C., Brown, S., Cairns, M.A., Chambers, J.Q., Eamus, D. *et al.* 2005 Tree allometry and improved estimation of carbon stocks and balance in tropical forests. *Oecologia* 145 (1), 87-99.
- Chojnacky, D.C., Heath, L.S. and Jenkins, J.C. 2014 Updated generalized biomass equations for North American tree species. *Forestry* 87 (1), 129-151.
- Donoso, P., Donoso, C. and Sandoval, V. 1993 Proposición de zonas de crecimiento de renovales de roble (*Nothofagus obliqua*) y raulí (*Nothofagus alpina*) en su rango de distribución natural. *Bosque* 14 (2), 37-55.
- Drake, F., Emanuelli, P. and Acuña, E. 2003 Compendio de funciones dendrométricas del bosque nativo. Universidad de Concepción - Proyecto Conservación y Manejo Sustentable del Bosque Nativo CONAFKFWDED - GTZ. Santiago, Chile. 197 p.
- Lambert, M., Ung, C. and Raulier, F. 2005 Canadian national tree aboveground biomass equations. *Can. J. For. Res.* 35 (8), 1996-2018.
- Lara, A., Donoso, C., Donoso, P., Nuñez, P. and Cavieres, A. 1999 Normas de manejo para raleo de renovales del tipo forestal roble-raulí-coigüe. En: *Silvicultura de los bosques nativos de Chile*. 1a Ed. Universitaria. Santiago. Chile. pp. 129-144.
- Magnussen, S., and Carillo, O. 2015 Model errors in tree biomass estimates computed with an approximation to a missing covariance matrix. *Carbon Balance Manage.* 10 (1), 1-14.

- Montagu, K.D., Düttmer, K., Barton, C.V.M. and Cowie, A.L. 2005 Developing general allometric relationships for regional estimates of carbon sequestration-an example using *Eucalyptus pilularis* from seven contrasting sites. *For. Ecol. Manage.* 204 (1), 115-129.
- Muukkonen, P. 2007 Generalized allometric volume and biomass equations for some tree species in Europe. *Eur. J. For. Res.* 126 (2), 157-166.
- Návar, J. 2009 Biomass component equations for Latin American species and groups of species. *Ann. For. Sci.* 66 (2), 1-21.
- Návar, J. 2010 (Chapter 6) Measurement and assessment methods of forest aboveground biomass: a literature review and the challenges ahead. In: Biomass. Momba, M. and Bux, F. (eds). Sciyo, p. 202. ISBN: 978-953-307-113-B.
- Neumann, M., Moreno, A., Mues, V., Härkönen, S., Mura, M., Bouriaud, O. *et al.* 2016 Comparison of carbon estimation methods for European forests. *For. Ecol. Manage.* 361, 397-420.
- ODEPA. 2000 Oficinas De Estudios y Políticas Agrarias. Clasificación de las explotaciones agrícolas del VI censo nacional agropecuario según tipo de productor y localización geográfica. Ministerio de Agricultura. Documento de trabajo N°5. I.S.S.N. 0717-0378. Santiago, Chile. 91 p.
- Ott, P. 1997 The Use of indicator variables in non-linear regression. Biometrics Information. Ministry of Forests Research Program, British Columbia. Pamphlet 56.
- Pastor, J., Aber, J. and Melillo, J. 1983/1984 Biomass prediction using generalized allometric regressions for some northeast tree species. *For. Ecol. Manage.* 7, 265-274.
- Peña, D. 1997 Combining information in statistical modeling. *Am. Stat.* 51, 326-332.
- Prodan, M., Peters, R., Cox, F. and Real, P. 1997 Mensura forestal. IICA/GTZ. 586 p.
- Puente, E.M., Peñaloza, R.W., Donoso, C.Z., Paredes, R.O., Nuñez, P.M., Morales, R.A. *et al.* 1981 Estudio de raleo y otras técnicas para el manejo de renovales de Raulí y Roble. Instalación de ensayos de raleo. Investigación y Desarrollo Forestal: Docto. de Trabajo No 41. FO: DP/CHI/76 / 003. Santiago de Chile. 74 p.
- SAS 2009 SAS/STAT® 9.2 User's Guide. 2d edn. SAS Institute Inc.
- Spurr, S. 1952 Forest Inventory. Wiley. 472 p.
- Stage, A. 1963 A mathematical approach to polymorphic site index curves for grand fir. *For. Sci.* 9 (2), 167-180.

- Ung, C., Bernier, P. and Gou, X. 2008 Canadian national biomass equations: new parameter estimated that include British Columbia data. *Can. J. For. Res.* 38, 1123-1132.
- Vallet, P., Dhôte, J.-F., Moguédec, G.L., Ravart, M. and Pignard, G. 2006 Development of total aboveground volume equations for seven important forest tree species in France. *For. Ecol. Manag.* 229 (1-3), 98-110.
- Vejpustková, M., Zahradník, D., Čihák, T. and Šrámek, V. 2015 Models for predicting aboveground biomass of European beech (*Fagus sylvatica* L.) in the Czech Republic. *J. For. Sci.* 61 (2), 45-54.
- Wayson, C., Johnson, K., Cole, J., Olguín, M., Carrillo, O. and Birdsey, R. 2015 Estimating uncertainty of allometric biomass equations with incomplete fit error information using a pseudo-data approach: methods. *Ann. For. Sci.* 72, 825-834.
- Wirth, C., Schumacher, J. and Schulze, E.D. 2004 Generic biomass functions for Norway spruce in Central Europe—a meta-analysis approach toward prediction and uncertainty estimation. *Tree Physiol.* 24 (2), 121-139.
- Wutzler, T., Wirth, C. and Schumacher, J. 2008 Generic biomass functions for Common beech (*Fagus sylvatica*) in Central Europe: predictions and components of uncertainty. *Can. J. For. Res.* 38, 1661-1675.
- Zianis, D. and Mencuccini, M. 2003 Aboveground biomass relationships for beech (*Fagus moesiaca* Cz.) trees in Vermio Mountain, Northern Greece, and generalised equations for *Fagus* spp. *Ann. For. Sci.* 60, 439-448.
- Zianis, D., Muukkonen, P., Mäkipää, R. and Mencuccini, M. 2005 Biomass and stem volume equations for tree species in Europe. *Silva Fenn. Monogr.* 4, 63.

III. Funciones de volumen comercial de índice variable a nivel de árbol individual para renovales de roble, raulí y coigüe²

Resumen

Se ajustaron modelos de volumen comercial de índice variable a nivel de árbol individual para renovales de roble, raulí y coigüe, a partir de la combinación de un modelo de volumen total y modelos de razón de volumen de diámetro o altura variable. En los modelos de volumen comercial fueron incorporados efectos aleatorios para reducir la heterogeneidad de varianza y autocorrelación residual. Con el fin de determinar efectos zonales, las funciones de volumen total, razón de volumen y volumen comercial fueron asignadas a las zonas agroclimáticas definidas por ODEPA (2000), de acuerdo a la localización de la muestra utilizada en el ajuste de cada función. En las tres especies, el modelo logarítmico de volumen total propuesto por Spurr (1952) fue el que presentó el mejor ajuste. Mientras que los modelos propuestos por Van Deusen *et al.* (1981) y Cao y Burkhart (1980), respectivamente, fueron los que presentaron los mejores ajustes para la razón de volumen de diámetro y altura variable. En el análisis de regresión utilizando variables *dummy*, se detectó efectos de zona sobre los parámetros de las funciones de volumen comercial de diámetro y de altura variable en las tres especies. En consecuencia, se generaron funciones para agrupaciones de zonas con parámetros similares. Las funciones de volumen comercial de diámetro y altura variable presentaron una alta precisión en el ajuste y una alta exactitud en la validación, evidenciando que las funciones son insesgadas y precisas. Así, las funciones obtenidas se consideran válidas para su uso en las zonas de estudio.

Palabras clave: renovales, razón de volumen, variables *dummy*, modelos mixtos, autocorrelación.

² Valenzuela C, E Acuña, A Ortega, J Cancino. 2017. Variable-top merchantable volume equations at tree-level for roble, raulí and coigüe in second growth forests in Chile. *Canadian Journal of Forest Research*. Enviado, ID: cjfr-2017-0303.

1. Introducción

En Chile existen 3,8 millones de hectáreas de bosques de segundo crecimiento o renovales, de los cuales 1,2 millones son del Tipo Forestal Roble-Raulí-Coigüe, distribuidos desde la Región del Maule (35°25'S - 71°40'O) hasta la Región de Los Lagos (43°28'S - 72°56'O) (CONAF 2011). Los renovales de roble (*Nothofagus obliqua* (Mirb.) Oerst.), raulí (*N. alpina* (Poepp et Endl.) Oerst.) y coigüe (*N. dombeyi* (Mirb.) Oerst.) representan un recurso económico de alto valor, debido a que poseen altas tasas de crecimiento y excelente calidad maderera (Donoso *et al.* 1993, Lara *et al.* 1999). Es por ello que el aprovechamiento sustentable de este recurso requiere de una cuantificación a nivel de árbol individual, por lo cual, es fundamental la disponibilidad de funciones de volumen comercial.

La estimación del volumen comercial de árboles en pie es uno de los problemas más importantes en inventarios forestales (Corral y Nívar 2009). Las funciones de volumen de árbol individual normalmente se utilizan para estimar el volumen comercial del fuste entre el tocón y un diámetro límite de utilización (*dlu*) específico, lo que obliga a construir nuevas funciones cuando se requiere estimar volúmenes hasta otros *dlu*'s (Prodan *et al.* 1997). Cuando el ajuste de las funciones para cada uno de los distintos índices comerciales se ha realizado en forma independiente, las estimaciones pueden ser inconsistentes, por ejemplo que el volumen estimado hasta un *dlu* = 10 cm sea menor que el volumen hasta un *dlu* = 20 cm (Burkhart 1977, Prodan *et al.* 1997). Los constantes cambios en los límites comercializables y la nula flexibilidad de las funciones de volumen comercial de *dlu* fijo ha estimulado el desarrollado de métodos alternativos para la estimación del volumen comercial de límite variable (Gregoire y Schabenberger 1996a, b).

Un método para estimar el volumen comercial de índice variable, corresponde a un sistema de funciones que opera conjuntamente mediante el producto entre un modelo de volumen total y un modelo de razón de volumen (Bueno-López y Bevilacqua 2012, Burkhart 1977, Fonweban *et al.* 2012). Las funciones de volumen total a nivel de árbol individual estiman el volumen fustal de un árbol a partir de una o más variables, por lo general estas variables son el diámetro a la altura del pecho y la altura total (Alegría 2011, Gilabert y Paci 2010). Por su parte, la función de razón de volumen estima la proporción de volumen hasta un límite de utilización especificado en función

del diámetro o de la altura comercial, variables que junto al diámetro a la altura del pecho o altura total se incorporan como variables independientes (Cao *et al.* 1980, Gilabert y Paci 2010). Las funciones de razón de volumen fueron introducidas por Honer (1967) y Burkhart (1977) y han sido ampliamente utilizadas en diferentes especies, debido a su sencillez y facilidad de uso (Cao *et al.* 1980, Prodan *et al.* 1997). Una característica deseable de las funciones de razón de volumen es que pueden utilizarse para derivar funciones de perfil fustal implícitas, las cuales son compatibles con las funciones de razón de volumen (Amateis y Burkhart 1987, Tassisa *et al.* 1997). Tales funciones de perfil fustal se pueden utilizar para predecir los diámetros a cualquier altura y la altura en cualquier límite superior del diámetro (Adams 2005).

El ajuste de modelos de razón de volumen y de volumen comercial requiere de una estructura longitudinal de datos, es decir, múltiples medidas a lo largo del fuste en cada árbol (Lindstrom y Bates 1990). El principal problema que surge al utilizar este tipo de datos es que se violan dos supuestos básicos de regresión, i.e. homogeneidad de varianzas e independencia de los residuos (Gregoire y Schabenberger 1996a). Aunque existe literatura disponible sobre el análisis de datos longitudinales (Diggle *et al.* 2002, Leites y Robinson 2004), la estructura del error en este tipo de datos ha sido con frecuencia ignorada en varios estudios (Garber y Maguire 2003, Gregorie *et al.* 1995, Tassisa y Burkhart 1998), probablemente debido a que los parámetros estimados permanecen insesgados y consistentes en presencia de autocorrelación (Kozak 1997). Sin embargo, los parámetros estimados ya no son eficientes; las varianzas estimadas son sesgadas, por lo cual, las pruebas estadísticas habituales y los intervalos de confianza, generados para verificar la validez de las estimaciones, ya no son confiables (Neter *et al.* 1998).

El problema de varianzas heterogéneas y autocorrelación residual se ha intentado solucionar mediante efectos aleatorios, empleando modelos mixtos (Gregoire *et al.* 1995, Gregoire y Schabenberger 1996a, b). Los modelos de efectos mixtos, que incorporan tanto efectos fijos como aleatorios, tienen la ventaja de permitir modelar la matriz de varianzas-covarianzas de datos correlacionados (Yang *et al.* 2009a). El uso de efectos aleatorios permite controlar la variación aleatoria individual dentro y entre árboles, para así reducir la heterogeneidad de varianzas y la autocorrelación (Garber y Maguire 2003, Trincado y Burkhart 2006). Así, el uso de modelos mixtos permite mejorar las estimaciones del volumen comercial (Gregoire y Schabenberger 1996a, b).

El objetivo de este estudio fue desarrollar funciones de volumen comercial de diámetro y altura variable a nivel de árbol individual para renovales de roble, raulí y coigüe, mediante la combinación de funciones de volumen total sin corteza y de funciones de razón de volumen de diámetro y de altura variable. En el ajuste se incorporaron efectos aleatorios para solucionar los problemas de heterogeneidad de varianza y de autocorrelación residual.

2. Metodología

2.1. Base de datos

La base de datos se estructuró a partir de un muestreo realizado en el marco de este estudio y datos aportados por otros estudios. La base de datos fue asignada a las zonas agroclimáticas definidas por ODEPA (2000), de acuerdo a la localización geográfica de cada muestra (Tabla 10). Los datos fueron recolectados en el rango de distribución natural de renovales de roble, raulí y coigüe (Figura 7). La base incluye un total de 1,380 árboles (i.e. 635 robles, 459 raulies y 286 coigües) con mediciones de altura total (H), diámetro a la altura del pecho (D) y diámetros con y sin corteza a lo largo del fuste, datos a partir de los cuales se determinó el volumen total sin corteza. El volumen sin corteza para cada sección se determinó mediante la fórmula de Smalian, i.e. $V_i = (A_b + A_s)L / 2$, donde V_i es el volumen sin corteza de cada sección del fuste (m^3); L es la longitud de la sección fustal (m); $A_{b,s}$ son las áreas en la base y extremo superior de cada sección fustal sin corteza (m^2), respectivamente. El volumen total de cada árbol se obtuvo de la sumatoria de los volúmenes de cada sección fustal desde la altura de 0.3 m hasta la parte superior del árbol. La base de datos se dividió sistemáticamente en dos fracciones, según especie y zona, una destinada al ajuste y otra destinada a la validación. En total, en las tres especies, la primera fracción quedó constituida por 1,107 árboles, y se utilizó en el ajuste de funciones de volumen total sin corteza, funciones de razón de volumen de diámetro y de altura variable y funciones de volumen comercial de diámetro y de altura variable; la segunda quedó constituida por 273 árboles y se destinó a la validación de esas funciones. En las tres especies se analizó el mismo conjunto de modelos.

Tabla 10. Descripción de la base de datos utilizada en el ajuste y validación, según especie y zona.

Especie	Base	Zona	n	D (cm)			CV (%)	H (m)			CV (%)	V (m ³)			CV (%)
				Min.	Media	Máx.		Min.	Media	Máx.		Min.	Media	Máx.	
Roble	Ajuste	Secano costero	23	9.8	21.6	43.9	40.7	11.0	18.1	23.6	19.5	0.0380	0.3508	1.5299	112.4
		Secano interior	57	5.4	19.3	51.0	52.9	7.9	15.6	34.0	37.1	0.0109	0.3581	3.1375	154.3
		Valle secano	46	5.0	22.3	44.5	46.2	9.0	20.7	35.5	35.5	0.0083	0.4682	1.5559	95.5
		Precordillera	210	5.3	24.8	51.1	35.2	9.0	20.6	33.7	22.4	0.0104	0.4962	2.8803	76.5
		Cordillera	172	5.1	22.1	54.7	46.6	4.9	19.0	32.5	31.2	0.0064	0.4524	2.7317	104.6
	Total	508	5.0	22.9	54.7	42.5	4.9	19.4	35.5	29.3	0.0064	0.4568	3.1375	96.8	
	Validación	Secano costero	6	12.0	22.9	33.5	38.2	12.5	19.2	26.3	28.2	0.0569	0.3876	0.8437	78.2
		Secano interior	13	5.5	23.9	49.1	53.3	6.0	16.9	29.3	37.3	0.0075	0.5517	1.8694	107.4
		Valle secano	12	5.5	16.1	26.3	49.5	10.0	17.7	28.5	40.8	0.0109	0.2468	0.6611	103.1
		Precordillera	53	7.4	24.6	42.1	38.1	10.0	20.4	35.6	24.7	0.0196	0.5155	2.1762	82.2
Cordillera		43	4.9	20.3	43.5	47.8	6.3	18.2	31.0	36.5	0.0068	0.3684	1.4509	93.8	
Total	127	4.9	22.2	49.1	44.9	6.0	19.0	35.6	31.8	0.0068	0.4380	2.1762	92.9		
Raulí	Ajuste	Secano costero	39	8.8	23.0	43.5	39.8	10.9	21.6	31.2	24.1	0.0337	0.4948	1.5057	79.3
		Secano interior	9	10.4	16.8	25.6	32.2	14.2	16.6	20.4	14.1	0.0542	0.1896	0.4893	72.3
		Precordillera	152	5.4	22.6	52.0	41.3	7.0	20.2	33.4	27.8	0.0088	0.4571	2.3675	85.9
		Cordillera	169	4.6	22.5	47.9	41.7	7.0	20.0	29.5	25.9	0.0072	0.4404	2.0573	85.4
		Total	369	4.6	22.5	52.0	41.3	7.0	20.2	33.4	26.5	0.0072	0.4469	2.3675	85.5
	Validación	Secano costero	10	11.8	23.3	36.5	38.3	11.8	21.4	27.0	23.8	0.0566	0.4797	1.1140	78.0
		Secano interior	2	15.4	18.7	21.9	24.6	16.6	16.8	16.9	1.3	0.1320	0.2090	0.2859	52.1
		Precordillera	36	7.3	22.7	39.4	38.1	8.8	20.3	27.8	26.8	0.0157	0.4512	1.3187	82.1
		Cordillera	42	5.6	20.9	38.0	42.4	8.8	19.6	31.2	24.8	0.0102	0.3607	1.0842	82.8
		Total	90	5.6	21.8	39.4	39.7	8.8	20.0	31.2	25.3	0.0102	0.4067	1.3187	82.5
Coigüe	Ajuste	Secano costero	14	11.0	20.4	42.5	46.8	9.0	16.8	30.7	38.7	0.0375	0.3616	1.7325	132.4
		Secano interior	19	5.3	21.0	36.5	43.3	9.7	18.9	33.7	35.0	0.0105	0.3980	1.5183	104.1
		Valle secano	17	5.0	19.1	33.0	45.5	7.0	16.5	28.0	36.6	0.0067	0.3278	1.2248	109.3
		Precordillera	44	6.9	23.2	42.4	39.0	7.5	21.1	31.8	26.9	0.0175	0.4986	1.7741	86.1
		Cordillera	136	4.9	20.6	53.2	54.0	5.6	17.9	33.7	33.5	0.0068	0.4164	2.8389	125.8
	Total	230	4.9	21.0	53.2	49.1	5.6	18.5	33.7	33.3	0.0067	0.4207	2.8389	115.0	
	Validación	Secano costero	3	11.7	19.4	28.9	45.1	10.5	15.5	23.0	42.5	0.0463	0.2685	0.6251	116.2
		Secano interior	4	11.5	20.4	26.7	36.5	15.0	20.8	27.8	26.8	0.0700	0.3414	0.6333	78.8
		Valle secano	5	6.4	19.4	26.8	42.0	10.3	16.9	21.0	24.8	0.0167	0.2783	0.4933	68.0
		Precordillera	10	8.5	26.0	45.3	43.3	9.0	22.3	28.6	25.8	0.0252	0.6583	1.8176	83.6
Cordillera		34	6.0	19.8	41.2	44.5	9.9	16.8	27.4	29.7	0.0117	0.3239	1.4751	106.8	
Total	56	6.0	20.9	45.3	43.8	9.0	18.0	28.6	30.5	0.0117	0.3778	1.8176	102.3		

D: Diámetro a la altura del pecho; H: altura total; V: volumen total sin corteza, considerando un tocón de 30 cm de altura, n: tamaño de la muestra; CV: coeficiente de variación.

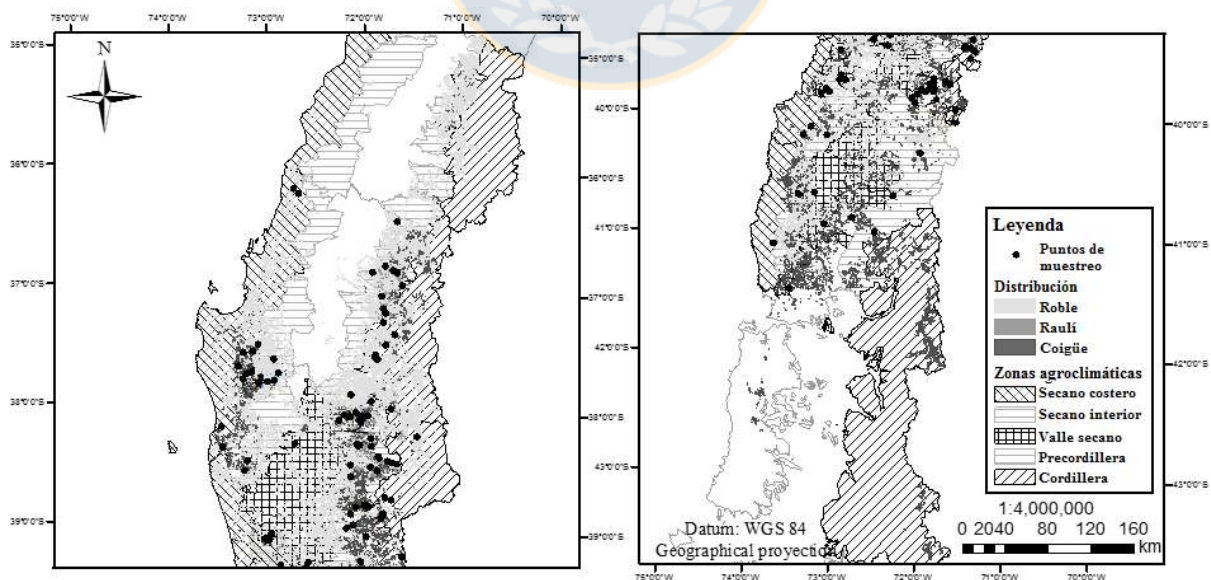


Figura 7. Zonas agroclimáticas, distribución geográfica del Tipo Forestal Roble-Raulí-Coigüe y localización de los puntos de muestreo.

2.2. Desarrollo de los modelos

2.2.1. Modelos de volumen total y razón de volumen

En la modelación del volumen fustal se ajustaron tres tipos de modelos, i.e. volumen total, razón de volumen y volumen comercial (Tabla 11). Estos modelos son los más utilizados en literatura (Avery y Burkhart, 2002; Prodan, 1997). En todos los casos se utilizó el volumen sin corteza y considerando un tocón de 30 cm de altura. En la modelación del volumen total se analizaron tres modelos logarítmicos (1, 2 y 3). En la modelación de la razón de volumen se utilizaron cuatro modelos, los cuales varían tanto en estructura como en las variables independientes. Dos de estos dos son modelos de razón de volumen de diámetro variable y los otros dos corresponden a modelos de razón de volumen de altura variable. Los mejores modelos de razón de volumen fueron utilizados para derivar los correspondientes modelos implícitos de perfil fustal.

Tabla 11. Modelos de volumen total sin corteza.

Modelo	Fuente	N°
$\ln(V) = \ln(a_0) + a_1 \ln(D)$	Spurr (1952)	(1)
$\ln(V) = \ln(a_0) + a_1 \ln(D^2 H)$	Spurr (1952)	(2)
$\ln(V) = \ln(a_0) + a_1 \ln(D) + a_2 \ln(H)$	Schumacher y Hall (1933)	(3)
$R_{V_d} = 1 + a_3 (d^{a_4} / D^{a_5})$	Burkhart (1977)	(4)
$R_{V_d} = e^{[-a_3 (d^{a_4} / D^{a_5})]}$	Van Deusen <i>et al.</i> (1981)	(5)
$R_{V_h} = 1 + a_6 (H - h)^{a_7} / H^{a_8}$	Cao and Burkhart (1980)	(6)
$R_{V_h} = e^{\{-a_6 [(H-h)^{a_7} / H^{a_8}]\}}$	Van Deusen <i>et al.</i> (1981)	(7)

ln: logaritmo natural; V : volumen total sin corteza (m^3); D : diámetro a la altura del pecho (cm); H : altura total (m); R_{V_d} : razón de volumen comercial (hasta el límite de diámetro superior d) para el volumen total ($V_{c_d} = V$); R_{V_h} : razón de volumen comercial (hasta el límite de altura superior h) para el volumen total ($V_{c_h} = V$); d : diámetro superior límite (cm); h : altura superior límite (m); a_i : parámetros de los modelos. Su construcción asegura que $R_{V_d} = 1$ cuando $d = 0$ en el ápice del árbol y $R_{V_h} = 1$ cuando $h = H$ en el ápice del árbol, proporcionando así que $V_{c_d} = V$ y $V_{c_h} = V$ en ese punto, respectivamente.

2.2.2. Modelos implícitos de perfil fustal

Los modelos de razón de volumen de índice variable se utilizaron para derivar modelos de perfil fustal implícitos como los describen Amateis y Burkhart (1987) y Tasissa *et al.* (1997). Esto produce una y una sola relación del perfil fustal consistente con los modelos de razón de volumen y pueden ser utilizados para predecir el diámetro superior del fuste en cualquier altura y la altura comercial en cualquier límite superior del diámetro. En este estudio, el modelo (5) dio los mejores resultados para la razón de volumen de diámetro variable, mientras que el modelo (6) dio los mejores resultados para la razón de volumen de altura variable (véase Tabla 4 en Resultados). A continuación, a partir de estos modelos se derivaron modelos implícitos de perfil fustal de la siguiente manera: a partir de los modelos (5) y (6) reorganizados, se obtuvo un modelo de perfil fustal implícito (8) que se puede utilizar para predecir el diámetro del árbol sin corteza, d a cualquier altura y h a lo largo del fuste del árbol. A partir de otra reorganización, se obtuvo el modelo (9) que se puede utilizar para predecir la altura (h) en la que se produce un valor de diámetro dado (d) en el fuste del árbol. Las Tablas 17 y 18 (ver en Resultados) presentan las estimaciones de parámetros para las funciones de volumen comercial de índice variable que también pueden ser utilizadas para las funciones implícitas de perfil fustal.

$$d = \left\{ (D^{a_5} / a_3) \left[\ln(1 + a_6 (H - h)^{a_7} / H^{a_8}) \right] \right\}^{1/a_4} \quad (8)$$

$$h = H - \left\{ (H^{a_8} / a_6) \left[e^{(a_3 (d^{a_4} / D^{a_5}) - 1)} \right] \right\}^{1/a_7} \quad (9)$$

2.2.3. Modelos de volumen comercial

En la modelación del volumen comercial se analizaron dos variantes que resultan de la combinación del mejor modelo de volumen total sin corteza, primero con el mejor modelo de razón de volumen comercial de diámetro variable y luego con el mejor modelo de razón de volumen comercial de altura variable. En ambos casos se utilizó la relación (10), que fue sugerida por Burkhart (1977) y mejorada posteriormente por Schabenberger y Pierce (1996a).

$$V_{c_i} = VR_{V_i} \quad (10)$$

Donde V , V_{c_i} : volumen total y volumen comercial (m^3) hasta un diámetro (d) o altura definida (h), respectivamente; R_{V_i} : razón de volumen comercial de diámetro o de altura variable.

En este estudio, el mejor modelo de volumen total fue el modelo (2) y los mejores modelos de razón de volumen de diámetro y altura variable fueron los modelos (9) y (17), respectivamente (ver Tabla 13 en resultados). Así, los modelos finales de volumen comercial de diámetro y altura variable quedaron estructurados como los modelos (10a) y (10c), respectivamente (Tabla 12). Posteriormente a estos modelos fueron incorporados efectos aleatorios, con el objetivo de solucionar los problemas de heterogeneidad de varianza y autocorrelación residual (10b y 10d).

Tabla 12. Modelos de volumen comercial de diámetro y altura variable.

Modelo	N°
$V_{c_d} = e^{\ln(a_0)} (D^2 H / 1000)^{a_1} CF e^{\left[-a_3 (d^{a_4} / D^{a_5})\right]}$	(10a)
$V_{c_d} = e^{\ln(a_0)} (D^2 H / 1000)^{(a_1+u_1)} CF e^{\left[-(a_3+u_2)(d^{a_4} / D^{a_5})\right]}$	(10b)
$V_{c_h} = e^{\ln(a_0)} (D^2 H / 1000)^{a_1} CF \left[1 - a_6 (H - h)^{a_7} / H^{a_8}\right]$	(10c)
$V_{c_h} = e^{\ln(a_0)} (D^2 H / 1000)^{(a_1+u_1)} CF \left[1 - (a_6 + u_2)(H - h)^{a_7} / H^{a_8}\right]$	(10d)

$V_{c_{d,h}}$: volumen comercial sin corteza (m^3) hasta un diámetro (d) o hasta una altura comercial definida (h); $b_{0,1,2,3}$: parámetros de los modelos; CF : factor de corrección; $u_{1,2}$: coeficientes de efectos aleatorios, con $u_{1i} \sim N(0, \sigma_1^2)$, $u_{2i} \sim N(0, \sigma_2^2)$ y $\text{cov}(u_1, u_2) = \sigma_{1,2} = 0$. El coeficiente aleatorio u_1 fue incorporado a la pendiente del modelo de volumen total, mientras que u_2 fue incorporado al parámetro b_2 del modelo de razón de volumen comercial de diámetro y altura variable. El factor de escala 1/1000 se introdujo con el objetivo de mantener las estimaciones de los parámetros en la misma escala y para resolver problemas de convergencia de los parámetros de los modelos mixtos no lineales (Gregoire y Schabenberger 1996b).

2.3. Ajuste y evaluación de los modelos

En el ajuste de todos los modelos se utilizó el software estadístico SAS (SAS 2009). En una primera fase, se realizó un ajuste independiente de los modelos lineales (1 y 2) y no lineales (3, 4, 5, 6 y 7) utilizando los procedimientos REG y NLIN, respectivamente. Los ajustes se realizaron por especie, mediante el método de mínimos cuadrados ordinarios. Los modelos de volumen total y razón de volumen se compararon mediante el índice Akaike (Akaike 1974), seleccionando el modelo con el *AIC* más bajo. En esta fase, el mejor modelo para el volumen total fue el modelo (2) y los mejores modelos para razón de volumen fueron los modelos (5) y (6), respectivamente (ver Tabla 2 en Resultados). Los modelos de perfil fustal implícitos (8 y 9) derivados de los modelos de razón de volumen compatibles (5 y 6), no fueron ajustados, pero los parámetros pueden ser obtenidos de las funciones de volumen comercial corregidas (Tabla 8 y 9).

$$AIC = n \ln(SSE / n) + 2p \quad (11)$$

Donde *SSE*: suma de cuadrados residual (i.e. $\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$); *ln*: logaritmo natural; y_i and \hat{y}_i : valor observado y valor promedio observado, respectivamente; *p*: número de parámetros del modelo; *n*: tamaño de la muestra.

En la segunda y tercera fase, los ajustes se realizaron por especie y zona. En la segunda fase, los modelos seleccionados de volumen total (2) y razón de volumen (5) y (6) fueron ajustados de manera independiente. En la tercera fase, los modelos no lineales de efectos fijos (10a y 10c) y efectos mixtos (10b y 10d) fueron ajustados simultáneamente utilizando los procedimientos NLIN y NLMIXED, respectivamente. Este último ajuste se realizó mediante el método de máxima verosimilitud. Los modelos (10a-d) también fueron comparados mediante *AIC*. La determinación de la significancia de los efectos zonales en estos modelos se realizó incorporando variables *dummy* asociadas a cada parámetro (Hardy 1993, Ott 1997). En una situación hipotética con datos disponibles para *z* zonas, se requiere incorporar *z* - 1 variables *dummy* para identificar los datos de *z* - 1 de esas zonas. En el caso de datos provenientes de las cinco zonas utilizadas en este estudio, por ejemplo el modelo (2) con variables *dummy* adquiere la estructura (21).

$$\ln(V) = \ln(a_0 + a_{01}d_1 + a_{02}d_2 + a_{03}d_3 + a_{04}d_4) + (a_1 + a_{11}d_1 + a_{12}d_2 + a_{13}d_3 + a_{14}d_4) \ln(D^2H) \quad (12)$$

Donde $a_{0,i}$: Parámetros de los modelos para aquella zona no marcada mediante variables *dummy*; $d_{1,2,3,4}$: variables *dummy*, con $d_i = 1$ para aquellos datos pertenecientes a la i -ésima zona y $d_i = 0$ en caso contrario; $a_{0i,1i}$: representan la diferencia entre los parámetros obtenidos en la i -ésima zona y los valores respectivos obtenidos del ajuste para la zona cuyos datos no fueron marcados ($a_{0,1}$). La zona no marcada correspondió a la zona que presentaba el mayor tamaño de la muestra destinada al ajuste, i.e. Precordillera en roble y Cordillera en raulí y coigüe.

Los estadísticos utilizados para evaluar la precisión del ajuste de los modelos seleccionados de volumen total, razón de volumen y volumen comercial índice variable fueron la raíz del error cuadrático medio (*RMSE*) y coeficiente de variación residual (*CV*). En el caso del modelo logarítmico se utilizó además, coeficiente de determinación (R^2), el índice de Furnival (*FI*) (Furnival 1961) y el factor de corrección (*CF*) (Sprugel 1983), este último para corregir el sesgo producido en las estimaciones de biomasa al retransformar el modelo en escala logarítmica a la escala original (i.e. $V = e^{\ln(a_0)}(D^2H)^{a_1}CF$). El mejor modelo de volumen comercial de diámetro y altura variable fue determinado mediante *AIC*. En la validación de todas las funciones se utilizó el índice de exactitud (*E*) (Bruce 1975).

$$RMSE = \sqrt{SSE / (n - p)} \quad (13)$$

$$FI = RMSE / f'(y)_g \quad (14)$$

$$CV(\%) = 100IF / \bar{y} \quad (15)$$

$$R^2 = 1 - SSE / SST \quad (16)$$

$$CF = e^{RMSE^2/2} \quad (17)$$

$$E = \sqrt{\bar{\epsilon}^2 + s_{\epsilon}^2} \quad (18)$$

$$E(\%) = 100E / \bar{y} \quad (19)$$

Donde SEE : suma de cuadrados residual (i.e. $\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$); $f'(y)_g$: media geométrica de la primera derivada de la variable dependiente transformada, con respecto a la variable dependiente sin transformar (i.e. $e^{\left[\sum_{i=1}^n \ln(f'(y))\right]/n}$); e : exponencial; SST : suma de cuadrados total (i.e. $\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$); y_i , \hat{y}_i y \bar{y} : valor observado, valor estimado por el modelo y valor promedio observado, respectivamente; $\bar{\varepsilon}$: average deviation (i.e. $\sum_{i=1}^n \varepsilon_i / n$); s_ε^2 : varianza de los desvíos (i.e. $\sum_{i=1}^n (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2 / (n-1)$); n : tamaño de la muestra.

3. Resultados

3.1. Comparación y selección de modelos de volumen total y razón de volumen

En las tres especies, el ajuste de los modelos de volumen total y razón de volumen de diámetro y altura variable presentó todos los parámetros altamente significativos ($P < 0.0001$) (Tabla 13). El modelo logarítmico (2) propuesto por Spurr (1952) fue el que presentó el mejor ajuste con los menores valores de índice de Furnival (i.e. $FI < 0.0287 \text{ m}^3 \text{ árbol}^{-1}$), seguido del modelo (3) y el modelo (1) (i.e. $FI < 0.0697 \text{ m}^3 \text{ árbol}^{-1}$, $FI < 0.0701 \text{ m}^3 \text{ árbol}^{-1}$, respectivamente). Por su parte, el modelo de razón de volumen de diámetro variable (9) propuesto por Burkhart (1977) fue el que presentó el mejor ajuste con los menores valores de índice de Akaike (i.e. $AIC = -36917.6$, $AIC = -23398.1$ y $AIC = -15876.7$ en roble, raulí y coigüe, respectivamente). Mientras que, el modelo de razón de volumen de altura variable (17), propuesto por este Cao y Burkhart (1980), fue el que presentó el mejor ajuste con los menores AIC (i.e. $AIC = -38845.8$, $AIC = -25031.9$ y $AIC = -16403.4$ en roble, raulí y coigüe, respectivamente).

Tabla 13. Comparación de los modelos de volumen total y razón de volumen de diámetro y altura variable, según especie.

Variable dependiente	Especie	Modelo	Parámetros			AIC
			$\ln(a_0)$	a_1	a_2	
V	Roble	1	-8.7670**	2.4578**		-1657.1
		2	-9.9632**	0.9626**		-2268.4
		3	-9.9132**	1.9530**	0.9166**	-2265.4
	Raulí	1	-8.6134**	2.4266**		-1145.1
		2	-9.9167**	0.9583**		-1669.8
		3	-10.0413**	1.8554**	1.0627**	-1660.5
	Coigüe	1	-8.8496**	2.4911**		-689.7
		2	-10.0424**	0.9732**		-1073.0
		3	-10.1521**	1.8848**	1.0744**	-10662
			a_3	a_4	a_5	
R_{v_d}	Roble	4	-0.6441**	2.5782**	2.4926**	-28833.5
		5	-1.4323**	5.2512**	5.1094**	-33342.1
	Raulí	4	-0.7047**	2.4876**	2.4362**	-17988.1
		5	-1.3291**	5.2914**	5.1254**	-20983.5
	Coigüe	4	-0.7308**	2.7097**	2.6737**	-12358.1
		5	-1.5404**	5.4874**	5.3938**	-14083.6
			a_6	a_7	a_8	
R_{v_h}	Roble	6	-1.1231**	2.2839**	2.3180**	-38739.6
		7	-2.5180**	3.3782**	3.4259**	-35747.7
	Raulí	6	-1.1824**	2.2762**	2.3243**	-24905.1
		7	-2.6234**	3.3546**	3.4130**	-23097.9
	Coigüe	6	-1.1892**	2.3922**	2.4414**	-16283.7
		7	-2.5543**	3.5364**	3.5813**	-15252.4

** : $P < 0.0001$; V , R_{v_d} y R_{v_h} : fueron definidas anteriormente; AIC: índice de Akaike; en negrita se resaltan los mejores modelos.

3.2. Modelación del volumen total

En las tres especies y cada zona, el ajuste del modelo de volumen total (2) entregó todos los parámetros altamente significativos ($P < 0.0001$) (Tabla 14). En el ajuste incluyendo variables *dummy*, no se detectó efectos significativos de zona en los parámetros de regresión para las tres especies. En consecuencia, las funciones obtenidas del ajuste general para cada especie son válidas para estimar el volumen fustal en las zonas de estudio.

En roble, los valores de R^2 fueron mayores a 0.9867, mientras que los valores de FI y CV fueron menores a $0.0365 \text{ m}^3 \text{ árbol}^{-1}$ y 7.4 %, respectivamente (Tabla 14). En el ajuste con variables *dummy*, no se detectaron diferencias significativas sobre los parámetros $\ln(a_0)$ y a_1 de las funciones obtenidas en Secano costero, Secano interior, Valle seco y Cordillera con respecto a la función

obtenida en la Precordillera, i.e. $V = e^{-9.9576} (D^2 H)^{0.9600} 1.0055$. En consecuencia, la función obtenida del ajuste $V = e^{-9.9632} (D^2 H)^{0.9626} 1.0058$ general fue válida para las cinco zonas que aportaron datos para el ajuste. Para el ajuste general se obtuvo un $FI = 0.0851 \text{ m}^3 \text{ árbol}^{-1}$ equivalente a un $CV = 9.4 \%$ y en la validación se obtuvo un $E = 0.0685 \text{ m}^3 \text{ árbol}^{-1}$ equivalente a un $E = 15 \%$.

En raulí, los valores de R^2 fueron mayores a 0.9873, mientras que los valores de FI y CV fueron menores a $0.0365 \text{ m}^3 \text{ árbol}^{-1}$ y 7.4% , respectivamente (Tabla 14). En el ajuste con variables *dummy*, las funciones obtenidas en Secano costero, Secano interior y Precordillera no fueron diferentes que la obtenida en la Cordillera, i.e. $V = e^{-9.9207} (D^2 H)^{0.9572} 1.0051$. En consecuencia, la función obtenida del ajuste general fue válida para las cuatro zonas que aportaron datos para el ajuste, i.e. $V = e^{-9.9167} (D^2 H)^{0.9583} 1.0055$. Para el ajuste general se obtuvo un $FI = 0.0283 \text{ m}^3 \text{ tree}^{-1}$, equivalente a un $CV = 6.3 \%$ y en la validación se obtuvo un $E = 0.0569 \text{ m}^3 \text{ árbol}^{-1}$ equivalente a un $E = 12.7 \%$.

En coigüe, los valores de R^2 fueron mayores a 0.9915, mientras que los valores de FI y CV fueron menores a $0.0321 \text{ m}^3 \text{ árbol}^{-1}$ y 6.5% , respectivamente (Tabla 14). Debido a que en el ajuste no se detectó efectos significativos de zona, la función obtenida del ajuste general fue válida para las cinco zonas que aportaron datos para el ajuste, i.e. $V = e^{-10.0424} (D^2 H)^{0.9732} 1.0048$. Para el ajuste general se obtuvo un $FI = 0.0198 \text{ m}^3 \text{ árbol}^{-1}$, equivalente a un $CV = 4.7 \%$ en el ajuste y una $E = 0.0453 \text{ m}^3 \text{ árbol}^{-1}$, equivalente a un $E = 10.8 \%$ en la validación. En las tres especies, las líneas de estimación se posicionan centradamente sobre los datos del ajuste general, confirmando que la función generalizada para cada especie es adecuada para las zonas que aportaron datos para el ajuste (Figura 8, izquierda roble, centro raulí y derecha coigüe).

Tabla 14. Parámetros estimados y estadísticos de las funciones de volumen total sin corteza ajustadas, según especie y zona.

Especie	Zona	n_a	Parámetros				R^2	RMSE ln(m ³)	FI (m ³)	CV (%)	CF	n_v	E	
			ln(a_0)	a_0d_i	a_1	a_1d_i							(m ³)	(%)
Roble	Ajuste general	508	-9.9632**		0.9626**	0.9920	0.1074	0.0286	6.3	1.0058	127	0.0685	15.0	
	Secano costero	23	-9.9905**	-2.6093E-01ns	0.9601**	2.2143E-02ns	0.9868	0.1072	0.0248	7.1	1.0058	6	0.0397	11.3
	Secano interior	57	-10.2172**	-2.1658E-01ns	0.9986**	3.4669E-02ns	0.9943	0.1023	0.0156	4.3	1.0052	13	0.0612	17.1
	Valle secano	46	-9.8084**	6.9408E-02ns	0.9420**	-5.8592E-03ns	0.9946	0.1022	0.0251	5.4	1.0052	12	0.0263	5.6
	Precordillera	210	-9.9576**		0.9600**		0.9882	0.1044	0.0364	7.3	1.0055	43	0.0645	13.5
	Cordillera	172	-10.0006**	4.4317E-02ns	0.9692**	1.5294E-03ns	0.9941	0.1011	0.0242	5.3	1.0051	53	0.0612	13.0
Raulí	Ajuste general	369	-9.9167**		0.9583**		0.9924	0.1051	0.0283	6.3	1.0055	90	0.0569	12.7
	Secano costero	39	-9.9587**	-6.0041E-02ns	0.9663**	1.0424E-02ns	0.9960	0.068	0.0219	4.4	1.0023	10	0.0577	11.7
	Secano interior	9	-10.1489**	-5.9328E-01ns	0.9915**	7.3148E-02ns	0.9874	0.0816	0.0126	6.6	1.0033	2	0.0106	5.6
	Precordillera	152	-9.9059**	-2.3445E-02ns	0.9576**	2.7290E-03ns	0.9935	0.1169	0.0321	7.0	1.0069	42	0.0538	13.6
	Cordillera	169	-9.9207**		0.9572**		0.9908	0.1005	0.0264	6.0	1.0051	36	0.0601	11.8
	Coigüe	Ajuste general	230	-10.0424**		0.9732**		0.9951	0.0981	0.0198	4.7	1.0048	56	0.0453
Secano costero		14	-10.1330**	-4.2129E-01ns	0.9812**	3.5450E-02ns	0.9953	0.0845	0.0156	4.3	1.0036	3	0.0078	2.2
Secano interior		19	-10.1451**	-2.9425E-01ns	0.9799**	2.0579E-02ns	0.9949	0.0988	0.0206	5.2	1.0049	4	0.0077	1.9
Valle secano		17	-10.2619**	-4.2801E-01ns	1.0017**	5.1266E-02ns	0.9947	0.1071	0.0169	5.2	1.0058	5	0.0345	10.5
Precordillera		44	-9.8949**	-9.4834E-02 ns	0.9584**	5.9021E-03ns	0.9958	0.1003	0.0320	6.4	1.0050	34	0.0555	9.1
Cordillera		136	-10.0254**		0.9714**		0.9916	0.0965	0.0173	4.2	1.0047	10	0.0379	11.1

** $P < 0.0001$; ns: no significativo ($P \geq 0.05$); n_a : tamaño de muestra para ajuste; ln(a_0) d_i , a_1d_i : diferencia entre el intercepto y, respectivamente, el coeficiente de regresión de cada zona respecto de aquellos obtenidos en la zona no marcada; R^2 : coeficiente de determinación; FI: índice de Furnival; CV: coeficiente de variación residual; CF: factor de corrección; n_v : tamaño de muestra para validación; E: índice de exactitud.

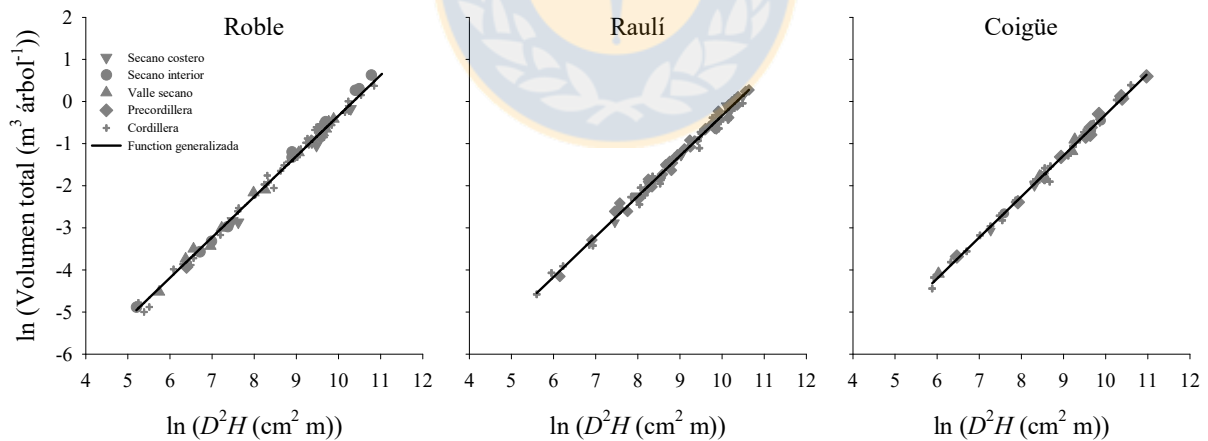


Figura 8. Relación entre el logaritmo natural del volumen total sin corteza y el logaritmo natural de D^2H (cm² m) para roble, raulí y coigüe, en la muestra utilizada para el ajuste. Los símbolos en gris representan los datos observados provenientes de las diferentes zonas y la línea continua representa la función generalizada.

3.3. Modelación de la razón de volumen de diámetro variable

En las tres especies y cada zona, el ajuste del modelo de razón de volumen (5) entregó todos los parámetros altamente significativos ($P < 0.0001$) (Tabla 15). A su vez, el modelo (5) presentó alta precisión en el ajuste con valores de CV menores a 10.8 %, 11.8 %, and 10.4 %, para roble, raulí y coigüe, respectivamente.

En el ajuste incluyendo variables *dummy*, se detectaron efectos de zona sobre los parámetros de regresión para roble (Tabla 15). El análisis continuó con la reagrupación de zonas para cada parámetro del modelo, hasta detectar grupos con parámetros similares. Para cada especie, el primer conjunto de funciones que se presentan en el Tabla 15, son las funciones resultantes del ajuste independiente para cada zona, las cuales incorporan las pruebas de significancia de efectos asociadas a cada parámetro. El segundo conjunto corresponde a los parámetros de las funciones finales resultantes de la agrupación de zonas que presentaron valores similares. Para roble, en el parámetro a_3 se detectó una agrupación con cuatro zonas, i.e. Secano costero, Secano interior, Precordillera y Cordillera, con $a_3 = 1.6139$, mientras que Valle seco fue una zona independiente con $a_3 = 1.0071$. Para a_2 y a_3 se detectó una agrupación con dos zonas, i.e. Secano costero y Precordillera con $a_4 = 5.2424$ y $a_5 = 5.1365$, respectivamente. Mientras que Secano interior, Valle seco y Cordillera fueron zonas independientes. En la validación, las funciones finales presentaron valores de E de 8.5 %, 9.2 %, 9.3 %, 10.1 % y 9.6 % para Secano costero, Secano interior, Valle seco, Precordillera y Cordillera, respectivamente. Para raulí, las funciones finales presentaron valores de E de 10.9 % y 11.0 % para las agrupaciones Pr_Co (Precordillera - Cordillera) y Sc_Si (Secano costero - Secano interior), respectivamente. Mientras que en coigüe, las funciones finales presentaron valores de E de 10.8 % y 10.5 % para las agrupaciones Vs_Pr_Co (Valle seco - Precordillera - Cordillera) y Sc_Si (Secano costero - Secano interior), respectivamente.

Tabla 15. Parámetros estimados y estadísticos de ajuste para las funciones de razón de volumen de diámetro variable, por especie y zona.

Especie	Zona	n_a	Parámetros						RMSE	CV (%)	n_v	E	
			a_3	a_3d_i	a_4	a_4d_i	a_5	a_5d_i				(%)	(%)
Roble	Secano costero	23	1.7607**	0.1667ns	5.2927**	0.1006ns	5.1903**	0.1076ns	0.0508	8.0	6	0.0612	9.1
	Secano interior	57	1.5979**	0.0039ns	5.3854**	0.1933*	5.2939**	0.2112*	0.0579	9.2	13	0.0594	9.2
	Valle secano	46	1.0071**	-0.5869*	4.9112**	-0.2809*	4.6578**	-0.4249*	0.0597	9.3	12	0.0560	9.3
	Precordillera	210	1.5940**		5.1921**		5.0827**		0.0682	10.7	53	0.0644	10.1
	Cordillera	172	1.5030**	-0.0910ns	5.4571**	0.2650*	5.3293**	0.2466*	0.0601	9.7	43	0.0572	9.4
	Sc_Pr	233	1.6139**		5.2424**		5.1365**				59	0.0628	9.6
	Secano interior	57	1.6139**		5.3854**		5.2939**				13	0.0595	9.2
	Valle secano	46	1.0071**		4.9112**		4.6578**				12	0.0560	9.3
Rauli	Cordillera	172	1.6139**		5.4571**		5.3293**				43	0.0590	9.6
	Secano costero	39	1.8319**	0.4883*	5.7929**	0.5628*	5.7126**	0.6500*	0.0556	9.5	10	0.0640	11.1
	Secano interior	9	2.3662**	1.0227*	5.8355**	0.6054*	5.8874**	0.8249*	0.0486	8.2	2	0.0523	9.1
	Precordillera	152	1.2324**	-0.1111ns	5.2546**	0.0245ns	5.0718**	0.0092ns	0.0676	10.9	36	0.0608	9.9
	Cordillera	169	1.3435**		5.2301**		5.0626**		0.0731	11.7	42	0.0701	11.5
	Pr_Co	321	1.2941**		5.2342**		5.0607**		0.0709	11.4	12	0.0668	10.9
	Sc_Si	48	1.6887**	0.3946*	5.7712**	0.5370*	5.6715**	0.6108*	0.0555	9.4	12	0.0633	11.0
	Coigüe	Secano costero	14	0.9799**	-0.6625*	5.2039**	-0.4057*	4.9931**	-0.5438*	0.0665	10.3	3	0.0688
Coigüe	Secano interior	19	1.3025**	-0.3399*	5.0096**	-0.5999*	4.8653**	-0.6716*	0.0556	8.5	4	0.0472	7.1
	Valle secano	17	1.4416**	-0.2008ns	5.6026**	-0.0070ns	5.5099**	-0.0270ns	0.0570	8.7	5	0.0714	11.9
	Precordillera	44	1.7888**	0.1464ns	5.5198**	-0.0898ns	5.4539**	-0.0830ns	0.0616	9.6	10	0.0706	10.6
	Cordillera	136	1.6424**		5.6096**		5.5369**		0.0633	10.2	34	0.0638	10.5
	Vs_Pr_Co	197	1.1783**		5.0789**		4.9146**		0.0619	9.8	56	0.0674	10.8
	Sc_Si	33	1.5897**	-0.4114*	5.5625**	-0.4836*	5.4761**	-0.5614*	0.0631	9.7	7	0.0664	10.5

** $: P < 0.0001$; * $: P < 0.05$; ns: no significativo ($P \geq 0.05$); n_a : tamaño de la muestra para ajuste; Pr_Co: Precordillera

- Cordillera; Sc_Si: Secano costero - Secano interior; Vs_Pr_Co: Valle secano - Precordillera - Cordillera; n_v : tamaño de la muestra para validación; E : índice de exactitud.

3.4. Modelación de la razón de volumen de altura variable

En las tres especies y cada zona, el ajuste del modelo de razón de volumen (6) entregó todos los parámetros altamente significativos ($P < 0.0001$) (Tabla 16). A su vez, el modelo (6) presentó alta precisión en el ajuste con valores de CV menores a 5.5 %, 4.9 % y 4.9 %, para roble, raulí y coigüe, respectivamente.

En el ajuste incluyendo variables *dummy*, se detectaron efectos de zona sobre los parámetros de regresión para tres especies (Tabla 16). Para roble, en el parámetro a_6 se detectó una agrupación de tres zonas, i.e. Secano interior - Precordillera - Cordillera con $a_6 = -1.0821$, mientras que Secano costero y Valle secano fueron independientes con $a_6 = -1.6540$ y $a_6 = -1.2635$. Para a_7 y a_8 se detectó una agrupación de dos zonas, i.e. Valle secano - Precordillera con $a_7 = -2.3142$ y $a_8 = 2.3624$, respectivamente, mientras que Secano costero, Secano interior y Cordillera fueron zonas

independientes. En la validación de las funciones finales para Secano costero, Secano interior, Valle secano, Precordillera y Cordillera se obtuvieron valores de E de 9.7 %, 3.9 %, 4.8 %, 6.7 % y 5.1 %, respectivamente. Para raulí, las funciones finales para Secano costero, Secano interior, Valle secano, Precordillera y Cordillera presentaron valores de E de 2.8 %, 2.5 %, 4.3 % y 5.9 %. Mientras que para coigüe, las funciones finales para Secano costero, Secano interior, Valle secano, Precordillera y Cordillera presentaron valores de E de 3.8 %, 3.4 %, 6.6 %, 6.6 % y 4.4 %.

Tabla 16. Parámetros estimados y estadísticos de las funciones de razón de volumen de altura variable, según especie y zona.

Especie	Zona	n_a	Parámetros					$RMSE$	CV (%)	n_v	E			
			a_6	a_6d_i	a_7	a_7d_i	a_8				a_8d_i	(%)	(%)	
Roble	Secano costero	23	-1.6540**	-0.5565*	2.4023**	0.0852*	2.5721**	0.2299*	4.3	6	0.0694	9.7		
	Secano interior	57	-1.0542**	0.0433ns	2.1761**	-0.1410*	2.1957**	-0.1465*	0.0358	5.4	13	0.0249	3.7	
	Valle secano	46	-1.2635**	-0.1660*	2.3112**	-0.0059ns	2.3825**	0.0403ns	0.0300	4.4	12	0.0285	4.4	
	Precordillera	210	-1.0975**		2.3171**		2.3422**		0.0301	4.4	53	0.0300	4.4	
	Cordillera	172	-1.0947**	0.0027ns	2.2497**	-0.0674*	2.2743**	-0.0678*	0.0289	4.3	43	0.0339	5.1	
	Secano costero	23	-1.6540**		2.4023**		2.5721**			6	0.0694	9.7		
	Secano interior	57	-1.0821**		2.1761**		2.1957**			13	0.0264	3.9		
	Valle secano	46	-1.2635**		2.3142**		2.3624**			12	0.0313	4.8		
	Precordillera	210	-1.0821**		2.3142**		2.3624**			53	0.0453	6.7		
	Cordillera	172	-1.0821**		2.2497**		2.2743**			43	0.0338	5.1		
Raulí	Secano costero	39	-1.0801**	0.1074*	2.2510**	-0.0343ns	2.2680**	-0.0675*	0.0182	2.8	10	0.0147	2.3	
	Secano interior	9	-1.5521**	-0.3646ns	2.2208**	-0.0645ns	2.3653**	0.0298ns	0.0212	3.2	2	0.0190	2.9	
	Precordillera	152	-1.1998**	-0.0123ns	2.2729**	-0.0124ns	2.3257**	-0.0098ns	0.0324	4.8	36	0.0288	4.3	
	Cordillera	169	-1.1875**		2.2853**		2.3355**		0.0282	4.2	42	0.0393	5.9	
	Secano costero	39	-1.0801**		2.2575**		2.2680**			10	0.0177	2.8		
	Secano interior	9	-1.3131**		2.2575**		2.3422**			2	0.0163	2.5		
	Precordillera	152	-1.3131**		2.2575**		2.3422**			36	0.0291	4.3		
	Cordillera	169	-1.3131**		2.2575**		2.3422**			42	0.0390	5.9		
	Coigüe	Secano costero	14	-1.0893**	0.1355*	2.4557**	0.0576ns	2.4724**	0.0184ns	0.0231	3.4	3	0.0222	3.6
		Secano interior	19	-1.1258**	0.0990ns	2.4340**	0.0359ns	2.4642**	0.0102ns	0.0210	3.2	4	0.0291	4.1
Valle secano		17	-1.0620**	0.1628*	2.3720**	-0.0261ns	2.3799**	-0.0741ns	0.0256	3.8	5	0.0283	4.3	
Precordillera		44	-1.0625**	0.1623*	2.3816**	-0.0165ns	2.3994**	-0.0545*	0.0292	4.3	10	0.0296	4.3	
Cordillera		136	-1.2248**		2.3981**		2.4540**		0.0321	4.8	34	0.0288	4.3	
Secano costero		14	-1.0893**		2.4083**		2.4426**			3	0.0239	3.8		
Secano interior		19	-1.1753**		2.4082**		2.4426**			4	0.0240	3.4		
Valle secano		17	-1.0620**		2.4082**		2.4426**			5	0.0440	6.6		
Precordillera		44	-1.0625**		2.4082**		2.3994**			10	0.0451	6.6		
Cordillera		136	-1.1753**		2.4082**		2.4426**			34	0.0291	4.4		

** $: P < 0.0001$; * $: P < 0.05$; ns: no significativo ($P \geq 0.05$); n_a : tamaño de muestra para ajuste; Si_Pr_Co: Secano interior - Precordillera - Cordillera; Si_Co: Secano interior - Cordillera; n_a : tamaño de muestra para ajuste; a_6d_i, a_7d_i, a_8d_i : diferencia entre los parámetros obtenidos en la i -ésima zona, respecto de aquellos obtenidos en la zona no marcada ($a_{6,7,8}$); $RMSE$: raíz del error cuadrático medio; CV : coeficiente de variación residual; n_v : tamaño de muestra para validación; E : índice de exactitud.

3.5. Modelación de la razón de volumen comercial de diámetro variable

En las tres especies y cada zona, el ajuste de los modelos de volumen comercial de diámetro variable (10a y 10b) presentó todos los parámetros altamente significativos ($P < 0,0001$) (Tabla

17). El modelo mixto (10b) con efectos aleatorios resultó con los menores valores de $RMSE$, CV , AIC y E en las tres especies, superando en precisión en más del doble al modelo (10a) de efectos fijos. A su vez, el ajuste con efectos aleatorios solucionó el problema de heterogeneidad de varianza y de autocorrelación residual en las tres especies (Figuras 9 y 10).

En el ajuste del modelo mixto (10b) incluyendo variables *dummy*, se detectó efectos significativos de zonas en las tres especies. Para roble, los parámetros $\ln(a_0)$, a_1 y a_3 fueron únicos para todas las zonas, i.e. $\ln(a_0) = -3.3287$, $a_1 = 0.9516$ y $a_3 = 2.1925$, respectivamente; mientras que en a_4 y a_5 se detectó una agrupación de tres zonas, i.e. Secano costero - Precordillera - Cordillera. En Secano interior y Valle seco a_4 y a_5 fueron independientes. En la validación de las funciones finales para Secano costero, Secano interior, Valle seco, Precordillera y Cordillera se obtuvieron valores de E de 18.8 %, 20.0 %, 24.2 %, 20.5 % y 19.3 %, respectivamente. En raulí, las funciones finales para Secano costero, Secano interior, Precordillera y Cordillera presentaron valores de E de 32.9 %, 12.8 %, 24.9 % y 30.6 %, respectivamente. Mientras que en coigüe, las funciones finales para Secano costero, Secano interior, Valle seco, Precordillera y Cordillera presentaron valores de E de 25.8 %, 24.2 %, 28.5 %, 11.7 % y 16.5 %, respectivamente.

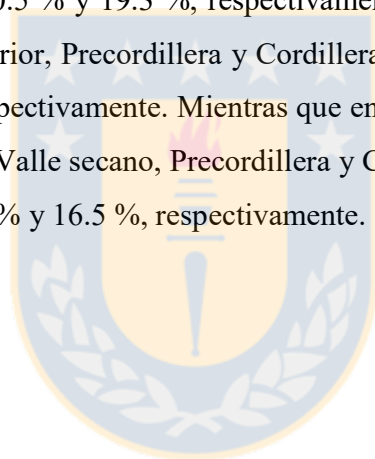


Tabla 17. Parámetros estimados y estadísticos de las funciones de volumen comercial de diámetro variable, según especie y zona.

Especie	Modelo	Zona	n_a	Parámetros							Comp. de la varianza				RMSE	CV (%)	AIC	n_v	E		
				$\ln(a_0)$	$\ln(a_0)d_i$	a_1	a_1d_i	a_3	a_3d_i	a_4	a_4d_i	a_5	b_5d_i	$\sigma_{u_i}^2$					$\sigma_{v_i}^2$	(m ³)	(%)
Roble	10a	Secano costero	23	-3.9870**		1.1661**		8.2618**		6.0093**		6.3799**		0.0399	16.9	-1138	6	0.0741	26.0		
		Secano interior	57	-3.3397**		0.9880**		13.1413**		6.8411**		7.3101**		0.0574	21.2	-1846	13	0.0822	20.3		
		Valle secano	46	-3.2408**		0.9120**		1.6231**		5.1938**		5.0678**		0.0599	15.7	-2003	12	0.0622	33.5		
		Precordillera	210	-3.3691**		0.9582**		0.7756**		5.7650**		5.4299**		0.0730	21.4	-6801	53	0.0757	20.6		
		Cordillera	172	-3.2070**		0.9306**		3.0861**		5.8913**		5.9596**		0.0761	22.4	-4721	43	0.0620	22.6		
	10b	Secano costero	23	-3.2737**	0.1048ns	0.8954**	-0.0721ns	4.3044**	3.0948ns	6.1637**	0.0452ns	6.3124**	0.4341ns	2.48E-03**	3.793E-01**	0.0170	7.2	-1584	6	0.0381	13.4
		Secano interior	57	-3.3768**	0.0017ns	1.0066**	0.0391ns	3.0999**	1.8903ns	7.2974**	1.1789*	7.3221**	1.4438*	2.65E-03**	2.772E-01**	0.0275	10.2	-2645	13	0.0800	19.8
		Valle secano	46	-3.2643**	0.1142ns	0.9160**	-0.0515ns	0.9185**	-0.2911ns	5.6126**	-0.5059*	5.2876**	-0.5907*	1.49E-03**	4.309E-02**	0.0215	5.6	-3244	12	0.0396	21.3
		Precordillera	210	-3.3785**		0.9675**		1.2096**		6.1185**		5.8783**		1.71E-03**	6.426E-02**	0.0280	8.2	-11281	53	0.0732	19.8
		Cordillera	172	-3.3504**	0.0281ns	0.9725**	0.0050ns	1.4301**	0.2205ns	6.1210**	0.0025ns	5.9488**	0.0705ns	1.94E-03**	4.971E-02**	0.0280	8.3	-8207	43	0.0590	21.5
		Secano costero	23	-3.3287**		0.9516**		2.1925**		6.1344**		6.0465**						6	0.0535	18.8	
		Secano interior	57	-3.3287**		0.9516**		2.1925**		7.2974**		7.3221**						13	0.0810	20.0	
		Valle secano	46	-3.3287**		0.9516**		2.1925**		5.6126**		5.2876**						12	0.0450	24.2	
		Precordillera	210	-3.3287**		0.9516**		2.1925**		6.1344**		6.0465**						53	0.0757	20.5	
		Cordillera	172	-3.3287**		0.9516**		2.1925**		6.1344**		6.0465**						43	0.0530	19.3	
Raulí	10a	Secano costero	39	-3.1635**		0.9157**		5.6398**		6.5658**		6.7891**		0.0529	9.0	-1323	10	0.0753	26.4		
		Secano interior	9	-3.4859**		1.0707**		1.3974**		6.6297**		6.4919**		0.0149	2.5	-478	2	0.0135	10.5		
		Precordillera	152	-3.0589**		0.8719**		0.9116**		5.2801**		5.0263**		0.0684	11.1	-4378	36	0.0667	20.6		
		Cordillera	169	-3.5341**		1.0207**		4.6569**		5.6258**		5.8497**		0.0747	11.9	-4782	42	0.0746	28.5		
		Secano costero	39	-3.3794**	-0.0040ns	0.9863**	0.0183ns	2.4665**	0.4231ns	6.9284**	0.6077*	6.8906**	0.6702*	6.24E-04**	1.18E-01**	0.0270	4.6	-1787	10	0.0684	24.7
	10b	Secano interior	9	-3.3798**	-0.0044ns	1.0191**	0.0511ns	1.6188**	-0.4246ns	6.6322**	0.3115ns	6.5429**	0.3225ns	3.95E-03**	1.11E-02**	0.0077	1.3	-565	2	0.0125	9.7
		Precordillera	152	-3.3025**	0.0729ns	0.9519**	-0.0161ns	1.3222**	-0.7212ns	5.9256**	-0.3951*	5.7295**	-0.4909*	2.24E-03**	8.21E-02**	0.0276	4.5	-6883	36	0.0629	19.5
		Cordillera	169	-3.3754**		0.9680**		2.0434**		6.3207**		6.2204**		1.77E-03**	2.48E-01**	0.0296	4.7	-7864	42	0.0691	26.4
		Secano costero	39	-3.3593**		0.9813**		1.8627**		6.9284**		6.8906**						10	0.0969	32.9	
		Secano interior	9	-3.3593**		0.9813**		1.8627**		6.4765**		6.3817**						2	0.0166	12.8	
		Precordillera	152	-3.3593**		0.9813**		1.8627**		5.9256**		5.7295**						36	0.0805	24.9	
		Cordillera	169	-3.3593**		0.9813**		1.8627**		6.4765**		6.2204**						42	0.0827	30.6	
		Coigüe	10a	Secano costero	14	-3.3177**		0.9593**		0.2520**		6.0326**		5.4006**		0.0340	11.4	-663	3	0.0613	24.7
				Secano interior	19	-3.9386**		1.1520**		1.2334**		6.5510**		6.3635**		0.0468	16.5	-780	4	0.0182	8.2
				Valle secano	17	-3.9032**		1.1941**		0.8130**		7.7789**		7.4745**		0.0293	11.2	-516	5	0.0607	31.7
Precordillera	44			-3.2181**		0.9253**		5.2291**		6.2806**		6.4975**		0.0650	16.6	-1669	10	0.0720	17.4		
Cordillera	136			-3.2135**		0.9347**		5.0706**		5.9996**		6.2511**		0.0654	18.9	-4001	34	0.0465	21.0		
10b	Secano costero		14	-3.4192**	-0.1391ns	0.9899**	0.0414ns	0.6372**	-1.9872ns	5.9361**	-0.4771ns	5.5629**	-0.8647*	2.81E-03**	8.33E-03**	0.0166	5.6	-852	3	0.0295	20.6
	Secano interior		19	-3.4849**	-0.2048ns	1.0032**	0.0547ns	1.0591**	-1.5653ns	6.5397**	0.1265ns	6.2694**	-0.1582ns	1.36E-03**	3.39E-02**	0.0227	8.0	-1059	4	0.0142	6.4
	Valle secano		17	-3.4395**	-0.1594ns	1.0699**	0.1214ns	0.1640**	-2.4604*	3.0875**	-3.3257*	2.4713**	-3.9563*	7.58E-04**	1.08E-03**	0.0592	22.5	-811	5	0.0511	26.7
	Precordillera		44	-3.2801**	0.1096ns	0.9485**	-0.0383ns	2.6244**	0.4115ns	6.4132**	0.2059ns	6.4276**	0.2179ns	1.76E-03**	2.87E-01**	0.0269	6.9	-2593	10	0.0695	16.8
	Cordillera		136	-3.3897**		0.9868**		2.2129**		6.2073**		6.2097**		1.23E-03**	1.00E-01**	0.0368	10.6	-5453	34	0.0457	20.6
	Secano costero		14	-3.4027**		0.9997**		1.6334**		6.2741**		5.5629**						3	0.0613	25.8	
	Secano interior		19	-3.4027**		0.9997**		1.6334**		6.2741**		6.3022**						4	0.0540	24.2	
	Valle secano		17	-3.4027**		0.9997**		0.1640**		3.0875**		2.4713**						5	0.0546	28.5	
	Precordillera		44	-3.4027**		0.9997**		1.6334**		6.2741**		6.3022**						10	0.0485	11.7	
	Cordillera		136	-3.4027**		0.9997**		1.6334**		6.2741**		6.2097**						34	0.0366	16.5	

** $: P < 0.0001$; * $: P < 0.05$; ns: no significativo; ($P \geq 0.05$); n_a : tamaño de muestra para ajuste; $\ln(a_0)d_i, a_1d_i, a_3d_i, a_4d_i, a_5d_i$: diferencia entre los parámetros obtenidos en la i -ésima zona, respecto de aquellos obtenidos en la zona no marcada ($\ln(a_0), a_{1,3,4,5}$); RMSE: raíz del error cuadrático medio; CV: coeficiente de variación residual; AIC: índice de Akaike; n_v : tamaño de muestra para validación; E: índice de exactitud.

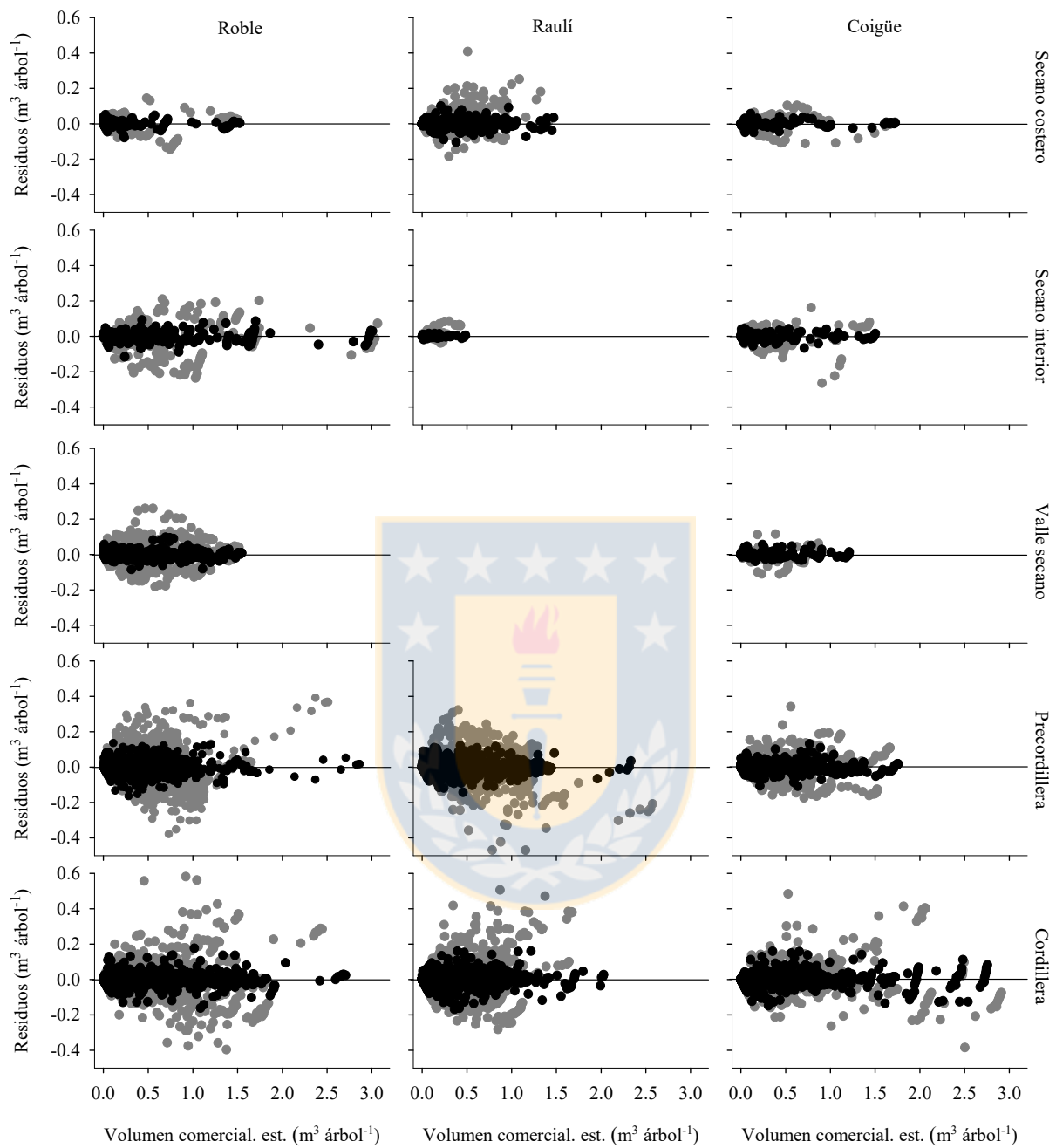


Figura 9. Relación entre los residuos y el volumen comercial estimado para roble, raulí y coigüe, según zona en la muestra de ajuste. Los símbolos en gris representan los residuos observados del ajuste del modelo de efectos fijos. Los símbolos en negro representan los residuos observados del ajuste del modelo de efectos mixtos.

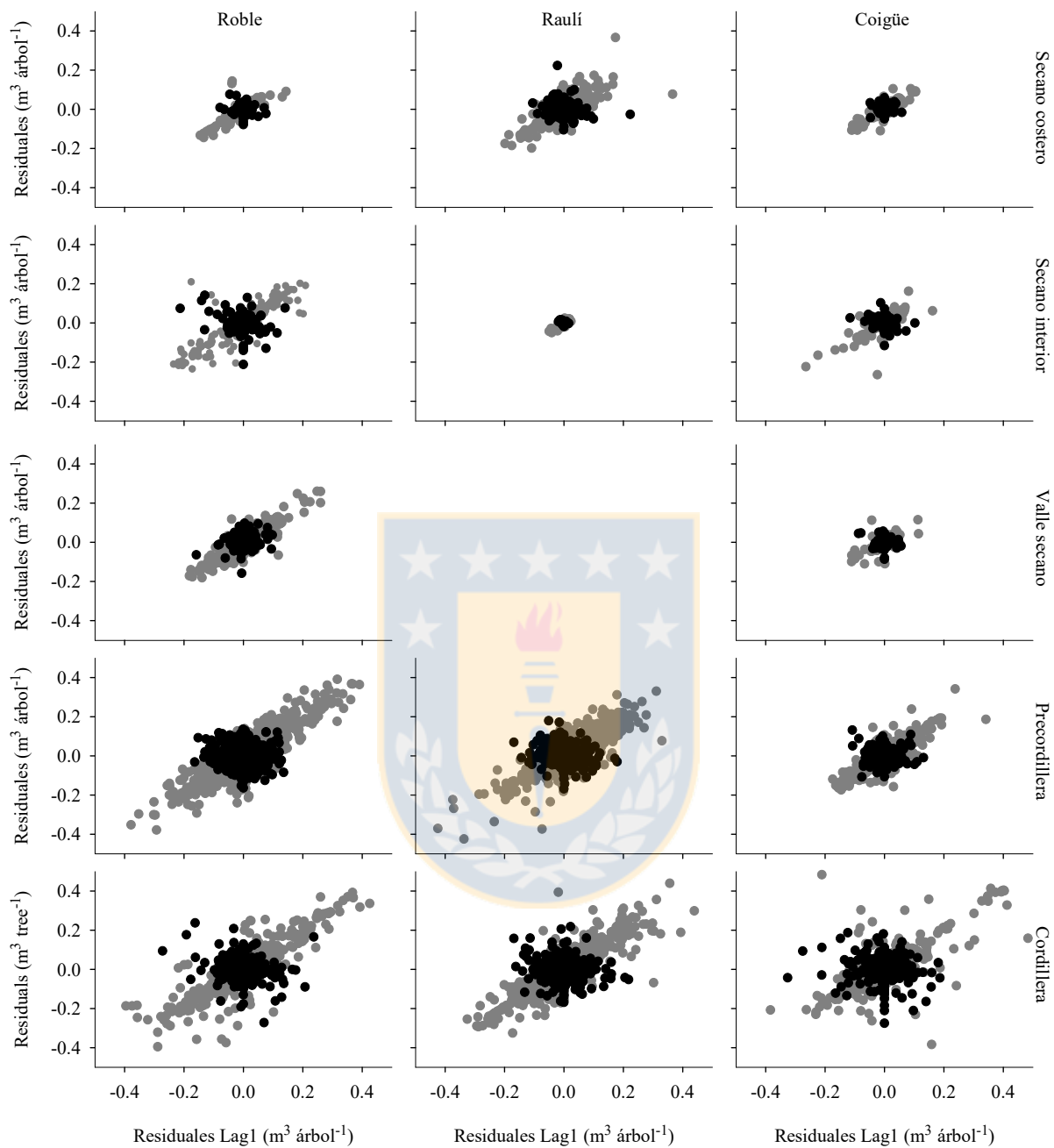


Figura 10. Relación entre los residuos y residuos Lag1 para roble, raulí y coigüe, según zona en la muestra de ajuste. Los símbolos en gris representan los residuos observados del ajuste del modelo de efectos fijos. Los símbolos en negro representan los residuos observados del ajuste del modelo de efectos mixtos.

3.6. Modelación de la razón de volumen comercial de altura variable

En las tres especies y cada zona, el ajuste de los modelos de volumen comercial de altura variable (10c y 10d) entregó todos los parámetros altamente significativos ($P < 0.0001$) (Tabla 18). El modelo (10d) con efectos mixtos resultó con los menores valores de $RMSE$, CV , AIC y E en las tres especies, superando en precisión en más del doble al modelo (10c) con efectos fijos. El ajuste con efectos aleatorios solucionó el problema de heterogeneidad de varianza y de autocorrelación residual en las tres especies (Figuras 11 y 12).

En el ajuste del modelo (10d) con efectos mixtos incluyendo variables *dummy*, se detectó efectos significativos de zona, en los parámetros de regresión de las tres especies (Tabla 18). Para roble, los parámetros $\ln(a_0)$, a_1 y a_6 fueron únicos para todas las zonas, i.e. -3.3168, 0.9613 y -1.1431, respectivamente; para a_7 y a_8 se detectó una agrupación con dos zonas, i.e. Precordillera - Cordillera y Secano interior - Precordillera - Cordillera con $a_7 = 2.2616$ $a_8 = 2.3039$, respectivamente. Mientras que las demás zonas fueron independientes. En la validación, las funciones finales para Secano costero, Secano interior, Valle seco y Precordillera y Cordillera se obtuvieron valores de E de 14.9 %, 10.9 %, 7.9 %, 10.8 % y 10.8 %, respectivamente. En raulí, las funciones finales para Secano costero, Secano interior, Valle seco y Precordillera y Cordillera presentaron valores de E de 12.4 %, 11.8 %, 17.3 % and 18.7 %, respectivamente. Mientras que en coigüe, las funciones finales para Secano costero, Secano interior, Valle seco y Precordillera y Cordillera presentaron valores de E de 16.1 %, 10.0 %, 22.5 %, 9.6 % y 17.6 % para Secano costero, Secano interior, Valle seco, Precordillera y Cordillera, respectivamente.

Tabla 18. Parámetros estimados y estadísticos de las funciones de volumen comercial de altura variable, según especie y zona.

Especie	Model	Zona	n_a	Parámetros										Comp. de la varianza		RMSE	CV (%)	AIC	n_v	E			
				$\ln(a_0)$	$\ln(a_0)d_i$	a_1	a_1d_i	a_6	a_6d_i	a_7	a_7d_i	a_8	a_8d_i	$\sigma_{\epsilon_1}^2$	$\sigma_{\epsilon_2}^2$					$\sigma_{\epsilon_1}^2$	$\sigma_{\epsilon_2}^2$	(m ³)	(%)
Roble	10c	Secano costero	23	-3.7777**		1.1198**		-0.3968**		2.2599**		1.9549**				0.0246	9.7	-1342	6	0.0478	15.8		
		Secano interior	57	-3.3530**		1.0096**		-1.0389**		2.2366**		2.2442**				0.0295	10.5	-2590	13	0.0452	9.5		
		Valle secano	46	-3.2921**		0.9338**		-0.8564**		2.4575**		2.4069**				0.0360	8.9	-2584	12	0.0199	10.0		
		Precordillera	210	-3.3129**		0.9569**		-0.9901**		2.2721**		2.2652**				0.0433	11.8	-9115	53	0.0454	11.4		
		Cordillera	172	-3.2314**		0.9522**		-0.8316**		2.1670**		2.1081**				0.0471	12.9	-6206	43	0.0381	12.9		
	10d	Secano costero	23	-3.3045**	0.0459ns	0.9307**	-0.0409ns	-1.3210**	-0.2429ns	2.3989**	0.1169*	2.4882**	0.1864*	1.82E-03**	2.00E-03**	0.0057	2.2	-2062	6	0.0202	6.7		
		Secano interior	57	-3.3501**	0.0003ns	1.0076**	0.0360ns	-1.0575**	0.0206ns	2.3338**	0.0518*	2.3452**	0.0434ns	1.48E-03**	3.54E-04**	0.0122	4.3	-3518	13	0.0399	9.5		
		Valle secano	46	-3.2638**	0.0866ns	0.9240**	-0.0476ns	-1.1685**	-0.0904ns	2.4359**	0.1539*	2.4776**	0.1758*	8.73E-04**	8.50E-04**	0.0106	2.6	-4023	12	0.0200	10.0		
		Precordillera	210	-3.3504**		0.9716**		-1.0781**		2.2820**		2.3018**		1.19E-03**	9.72E-04**	0.0112	3.1	-15156	53	0.0423	10.7		
		Cordillera	172	-3.3154**	0.0350ns	0.9724**	0.0008ns	-1.0903**	-0.0122ns	2.2411**	-0.0409ns	2.2648**	-0.0370ns	1.23E-03**	6.34E-04**	0.0108	3.0	-11057	43	0.0378	12.8		
		Secano costero	23	-3.3168**		0.9613**		-1.1431**		2.3989**		2.4882**							6	0.0452	14.9		
		Secano interior	57	-3.3168**		0.9613**		-1.1431**		2.3338**		2.3039**							13	0.0380	10.9		
		Valle secano	46	-3.3168**		0.9613**		-1.1431**		2.4359**		2.4776**							12	0.0157	7.9		
		Precordillera	210	-3.3168**		0.9613**		-1.1431**		2.2616**		2.3039**							53	0.0429	10.8		
Cordillera	172	-3.3168**		0.9613**		-1.1431**		2.2616**		2.3039**							43	0.0320	10.8				
Raulí	10c	Secano costero	39	-3.2663**		0.9622**		-0.7114**		2.2513**		2.1397**				0.0279	8.0	-1716	10	0.0360	11.8		
		Secano interior	9	-3.3523**		1.0279**		-1.3099**		2.1357**		2.2185**				0.0087	6.5	-514	2	0.0171	5.8		
		Precordillera	152	-3.1433**		0.9090**		-1.2314**		2.3643**		2.4223**				0.0405	11.3	-5673	36	0.0395	10.9		
		Cordillera	169	-3.5038**		1.0270**		-0.7905**		2.2258**		2.1476**				0.0451	13.0	-6308	42	0.0481	16.9		
		Secano costero	39	-3.3280**	0.0113ns	0.9815**	0.0141ns	-1.1510**	-0.1028ns	2.2730**	-0.0272ns	2.3082**	-0.0007ns	4.09E-04**	1.84E-04**	0.0074	2.1	-2605	10	0.0374	12.3		
	10d	Secano interior	9	-3.3382**	0.0011ns	1.0224**	0.0550ns	-1.3501**	-0.3019ns	2.1682**	-0.1320*	2.2647**	-0.0442ns	1.63E-03**	6.47E-04**	0.0026	2.0	-652	2	0.0080	5.5		
		Precordillera	152	-3.3180**	0.0213ns	0.9644**	-0.0030ns	-1.2015**	-0.1533ns	2.3998**	0.0996*	2.4478**	0.1389*	1.43E-03**	1.01E-03**	0.0119	3.3	-8873	36	0.0361	10.1		
		Cordillera	169	-3.3393**		0.9674**		-1.0482**		2.3002**		2.3089**		1.38E-03**	7.23E-04**	0.0099	2.9	-11171	42	0.0419	14.7		
		Secano costero	39	-3.3309**		0.9839**		-1.1877**		2.2730**		2.3082**							10	0.0377	12.4		
		Secano interior	9	-3.3309**		0.9839**		-1.1877**		2.1682**		2.2868**							2	0.0171	11.8		
		Precordillera	152	-3.3309**		0.9839**		-1.1877**		2.3998**		2.4478**							2	0.0395	17.3		
		Cordillera	169	-3.3309**		0.9839**		-1.1877**		2.3002**		2.2868**							36	0.0667	18.7		
		Coigüte	10c	Secano costero	14	-3.1983***		0.9353**		-1.4427**		2.4616**		2.5661**				0.0153	5.5	-867	3	0.0230	6.5
				Secano interior	19	-3.7146**		1.0989**		-0.8662**		2.3967**		2.3438**				0.0314	11.6	-907	4	0.0222	6.5
Valle secano	17			-3.5978**		1.1116**		-0.7948**		2.1844**		2.1024**				0.0145	5.6	-990	5	0.0539	12.1		
Precordillera	44			-3.2561**		0.9513**		-0.7698**		2.4091**		2.3244**				0.0383	9.5	-2270	10	0.0439	10.6		
Cordillera	136			-3.2560**		0.9589**		-1.2664**		2.4522**		2.5156**				0.0428	12.8	-5305	34	0.0389	13.0		
10d	Secano costero		14	-3.3581**	-0.0736ns	0.9846**	0.0256ns	-1.0959**	-0.0809ns	2.4131**	-0.0510*	2.4340**	-0.0281*	2.16E-03**	6.18E-04**	0.0055	2.0	-1119	3	0.0043	3.0		
	Secano interior		19	-3.4317**	-0.1472ns	1.0013**	0.0423ns	-0.9183**	0.0967ns	2.3314**	-0.1327*	2.2998**	-0.1623*	1.96E-03**	2.58E-04**	0.0066	2.4	-1505	4	0.0110	4.9		
	Valle secano		17	-3.3978**	-0.1133ns	1.0273**	0.0683ns	-0.8101**	0.2049ns	2.1723**	-0.2918*	2.0988**	-0.3633*	8.91E-04**	2.92E-04**	0.0074	2.9	-1163	5	0.0206	10.9		
	Precordillera		44	-3.2845**	0.0930ns	0.9590**	-0.0308ns	-1.0150**	0.1615ns	2.4641**	-0.1031*	2.4621**	-0.1432*	1.24E-03**	4.10E-04**	0.0133	3.3	-3380	10	0.0428	10.4		
	Cordillera		136	-3.3775**		0.9898**		-1.1765**		2.5672**		2.6053**		7.02E-04**	2.30E-04**	0.0182	5.5	-7611	34	0.0303	13.7		
	Secano costero		14	-3.3699**		0.9924**		-1.0032**		2.4131**		2.4340**							3	0.0230	16.1		
	Secano interior		19	-3.3699**		0.9924**		-1.0032**		2.3314**		2.2998**							4	0.0222	10.0		
	Valle secano		17	-3.3699**		0.9924**		-1.0032**		2.1723**		2.0988**							5	0.0539	22.5		
	Precordillera		44	-3.3699**		0.9924**		-1.0032**		2.4641**		2.4621**							10	0.0395	9.6		
Cordillera	136	-3.3699**		0.9924**		-1.0032**		2.5672**		2.6053**							34	0.0389	17.6				

** $P < 0.0001$; * $P < 0.05$; ns: no significativo ($P \geq 0.05$); n_i : tamaño de muestra para ajuste; $\ln(a_0)$, a_1d_i , a_6d_i , a_7d_i , a_8d_i : diferencia entre los parámetros obtenidos en la i -ésima zona, respecto de aquellos obtenidos en la zona no marcada ($\ln(a_0), a_{1,6,7,8}$); RMSE: raíz del error cuadrático medio; CV: coeficiente de variación residual; AIC: índice de Akaike; n_v : tamaño de muestra para validación; E: índice de exactitud.

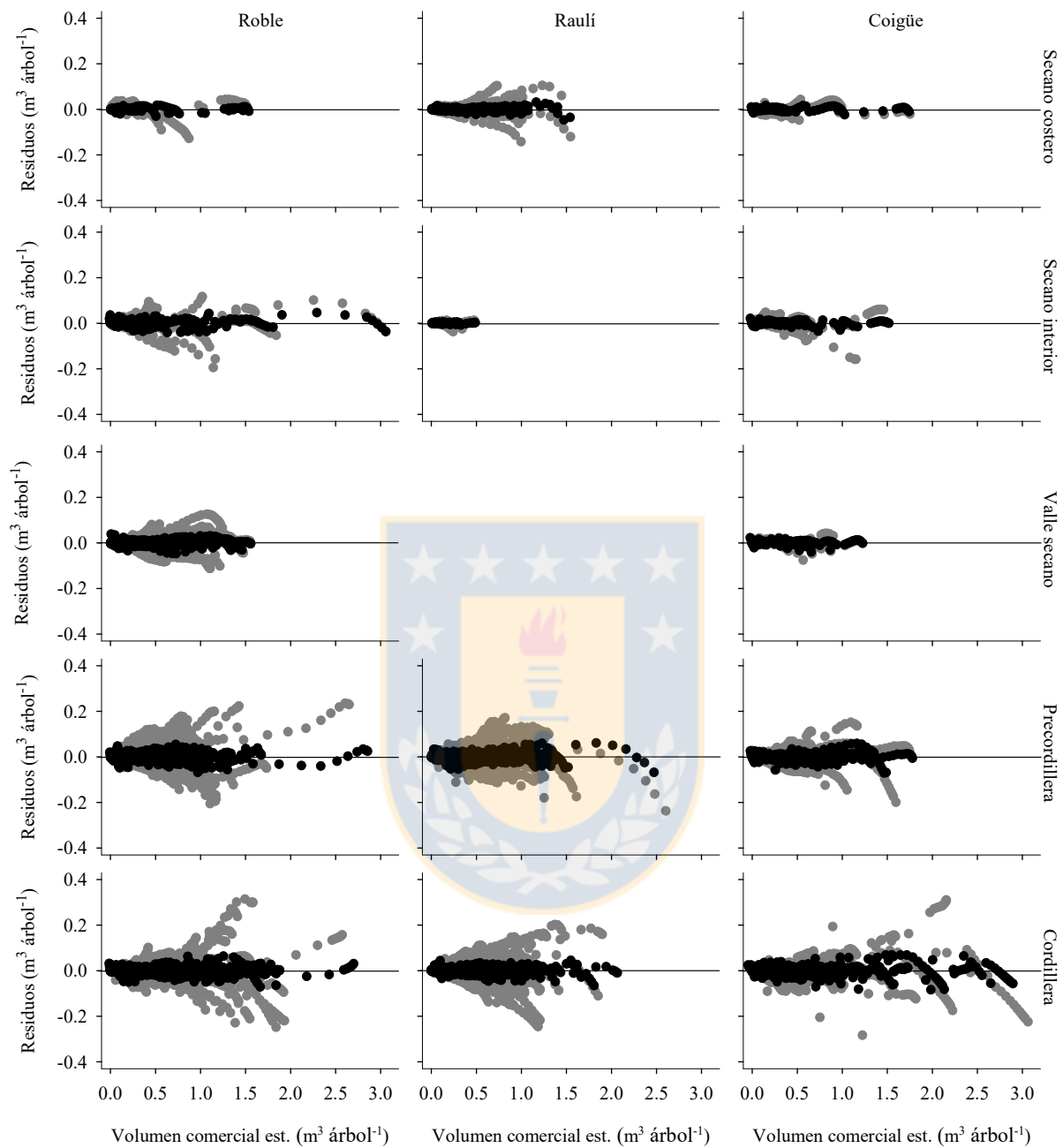


Figura 11. Relación entre los residuos y el volumen comercial estimado para roble, raulí y coigüe, según zona en la muestra de ajuste. Los símbolos en gris representan los residuos observados del ajuste del modelo de efectos fijos. Los símbolos en negro representan los residuos observados del ajuste del modelo de efectos mixtos.

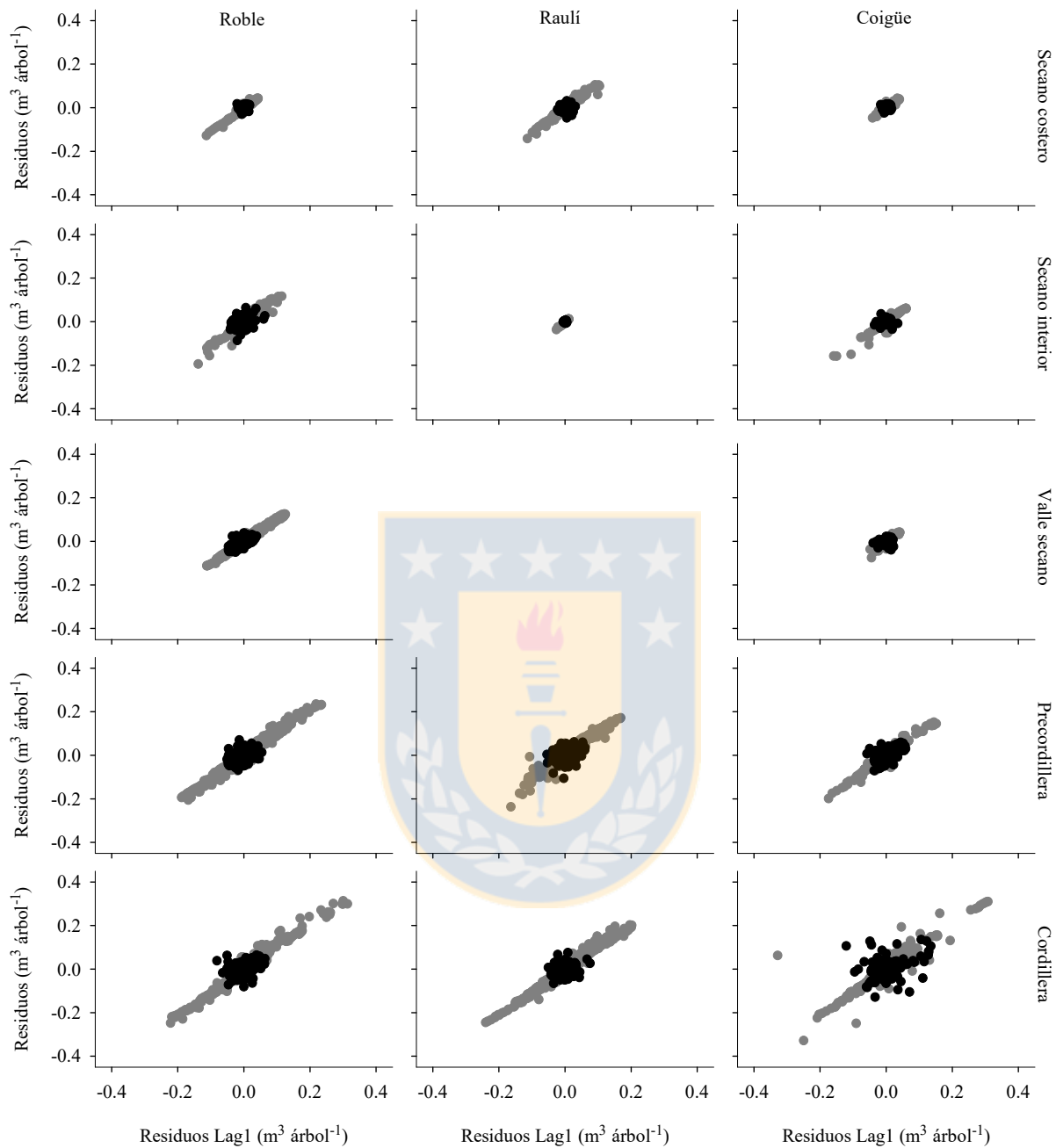


Figura 12. Relación entre los residuos y residuos Lag1 para roble, raulí y coigüe, según zona en la muestra de ajuste. Los símbolos en gris representan los residuos observados del ajuste del modelo de efectos fijos. Los símbolos en negro representan los residuos observados del ajuste del modelo de efectos mixtos.

4. Discusión

En este estudio se presentan las primeras funciones de volumen comercial de diámetro y altura variable para renovales de roble, raulí y coigüe en Chile. Estas funciones combinan un modelo de volumen total sin corteza y un modelo de razón de volumen de diámetro o altura variable, por lo cual, permiten la estimación del volumen sin corteza, a cualquier diámetro o altura límite definida. En este estudio, el modelo logarítmico de volumen total (2) propuesto por Spurr (1952) entrega los mejores resultados (Tabla 13). La mayor precisión en el ajuste probablemente explica que haya sido ampliamente utilizado en la estimación del volumen total en varias especies (Alegría 2011, Gilabert y Paci 2010). La ventaja de un modelo logarítmico es que mejora la estimación de los parámetros, ya que resuelve el problema de heterogeneidad de varianza producto del uso de volúmenes provenientes de árboles de diferentes tamaños (Barrio *et al.* 2004). Por su parte, los modelos de razón de volumen de diámetro variable (5) y altura variable (6) propuestos por Van Deusen *et al.* (1981) y Cao y Burkhart (1980), respectivamente, son los que entregan los mejores resultados (Tabla 13), estos a su vez han sido utilizados en varios estudios (Amateis y Burkhart 1987, Bullock y Burkhart 2003, Tasissa *et al.* 1997). Estos modelos también se utilizaron para derivar los modelos implícitos perfil fustal (8) y (9), cuyos parámetros estimados se presentan en los Tablas (17) y (18).

Los resultados indican que la incorporación de efectos aleatorios a los modelos de volumen comercial de diámetro y de altura variable (10b y 10d), respectivamente, proporcionan un mejor ajuste que los modelos con efectos fijos (10a y 10c) en las tres especies (Tablas 17 y 18). Las mejoras se deben a que los efectos aleatorios permiten individualizar el ajuste del modelo a cada árbol y explicar la variación entre árboles a través de la estructura de covarianza. Los parámetros aleatorios en el modelo de volumen comercial explican la variabilidad en tamaño (i.e. volumen total) y la forma del perfil del volumen. En este modelo, el término aleatorio u_1 modela las pendientes aleatorias en la función de volumen total, mientras que u_2 modela la tasa de cambio del perfil fustal del árbol. Estos resultados concuerdan con otros estudios donde se ha evaluado la incorporación de efectos aleatorios en modelos de volumen comercial (Barrio *et al.* 2004, Bueno-López y Bevilacqua 2012, Fonweban *et al.* 2012, Gregoire y Schabenberger 1996a, b, Teshome 2005) y en modelos de perfil fustal (Arias-Rodil *et al.* 2015, Garber y Maguire 2003, Leites y

Robinson 2004, Trincado y Burkhart 2006, Yang *et al.* 2009a, b). Según Gregoire y Schabenberger (1996a), la incorporación de efectos aleatorios en los modelos es suficiente para resolver eficazmente la heterocedasticidad y la autocorrelación residual, lo que fue confirmado por los resultados presentados en las Figuras 9, 10, 11 y 12.

Estos resultados evidencian que la generalización solo puede lograrse en funciones cuya variable dependiente puede estimarse utilizando como predictores el diámetro a la altura del pecho, la altura total o combinaciones de estas variables, como por ejemplo el volumen total. Resultados similares fueron obtenidos por Case y Hall (2008) y Lambert *et al.* (2005) en la modelización generalizada del volumen total y la biomasa aérea. Sin embargo, no es posible generalizar funciones de características de árbol individual asociadas a fracciones variables del fuste, como por ejemplo el volumen comercial. Aunque la modelación es exitosa utilizando como predictores variables de estado del árbol, junto a otras relacionadas con variaciones en la forma del fuste, este conjunto de predictores no es suficiente para generalizar funciones de razón de volumen y volumen comercial de diámetro y altura variable. Una o más de ese conjunto de variables predictoras es dependiente del manejo silvícola y calidad de sitio, cuyas variaciones se reflejarían en variaciones en la forma del fuste.

5. Conclusiones

Las funciones de volumen comercial de diámetro y de altura variable ajustadas en este estudio estiman con alta precisión el volumen comercial a nivel de árbol individual en renovales de roble, raulí y coigüe. Estas funciones son el producto de la combinación de una función de volumen total y una función de razón de volumen de diámetro o altura variable, permitiendo estimar el volumen sin corteza hasta un diámetro límite o hasta una altura límite específica. La incorporación de efectos aleatorios en ambas funciones de volumen comercial permite solucionar el problema de heterocedasticidad y autocorrelación residual, mejorando la estimación de los parámetros de regresión. A su vez, las funciones de volumen comercializable proporcionan funciones para el volumen total, la relación volumétrica y perfil fustal con alta precisión en ajuste y validación para las tres especies incluidas en el presente estudio.

6. Referencias

- Adams J. 2005. Green weight, volume and taper equations for Virginia pine (*Pinus virginiana*) in the piedmont Region of North Carolina. MS thesis, North Carolina State University, 107 pp.
- Akaike H. 1974. A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control* 19(6): 716-723.
- Alegria C. 2011. Modelling merchantable volumes for uneven aged maritime pine (*Pinus pinaster* Aiton) stands established by natural regeneration in the central Portugal. *Annals of Forest Research* 54(2): 197-214.
- Amateis R, H Burkhart. 1987. Cubic-foot volume equations for loblolly pine trees in cutover, site-prepared plantations. *Southern Journal of Applied Forestry* 11: 190-192.
- Arias-Rodil M, U Diéguez-Aranda, F Rodríguez Puerta, CA López-Sánchez, E Canga Libano, A Cámara Obregón, F Castedo-Dorado. 2015. Modelling and localizing a stem taper function for *Pinus radiata* in Spain. *Canadian Journal of Forest Research* 45(6): 647-658.
- Avery T, H Burkhart. 2002. Forest Measurements. 5th edn. McGraw-Hill, New York, NY, 456 pp.
- Barrio M, J Álvarez-González, I Díaz-Maroto. 2004. Elaboración de una tarifa con clasificación de productos para *Quercus robur* L. en Galicia basada en un modelo de volumen porcentual. *Investigación Agraria: Sistemas y Recursos Forestales* 13(3): 506-517.
- Bruce D. 1975. Evaluating accuracy of tree measurements made with optical instruments. *Forest Science* 21(4): 421-426.
- Bueno-López SW, E Bevilacqua. 2012. Nonlinear mixed model approaches to estimating merchantable bole volume for *Pinus occidentalis*. *iForest - Biogeosciences and Forestry* 5: 247-254.
- Bullock B, H Burkhart. 2003. Equations for predicting green weight of loblolly pine trees in the South. *Southern Journal of Applied Forestry* 27: 153-159.
- Burkhart H. 1977. Cubic-foot volume of loblolly pine to any merchantable top limit. *Southern Journal of Applied Forestry* 1(2): 7-9.
- Cao QV, HE Burkhart. 1980. Cubic-foot volume of loblolly pine to any height limit. *Southern Journal of Applied Forestry* 4: 166-168.

- Cao QV, HE Burkhart, TA Max. 1980. Evaluation of Two Methods for Cubic-Volume Prediction of Loblolly Pine to Any Merchantable Limit. *Forest Science* 26(1): 71-80.
- Case B, R Hall. 2008. Assessing prediction errors of generalized tree biomass and volume equations for the boreal forest region of west-central Canada. *Canadian Journal of Forest Research* 38: 878-889.
- CONAF. 2011. Corporación Nacional Forestal, CL. Catastro de los recursos vegetacionales nativos de Chile. 28 p.
- Corral S, J Nívar. 2009. Comparación de técnicas de estimación de volumen fustal total para cinco especies de pino de Durango, México. *Revista Chapingo. Serie Ciencias Forestales y del Ambiente* 15(1): 5-13.
- Diggle P, P Heagerty, K Liang, SL Zeger. 2001. Analysis of Longitudinal Data, Second Edition, Oxford: Oxford University Press.
- Donoso P, C Donoso, V Sandoval. 1993. Proposición de zonas de crecimiento de renovales de roble (*Nothofagus obliqua*) y raulí (*Nothofagus alpina*) en su rango de distribución natural. *Bosque* 14(2): 37-55.
- Fonweban J, B Gardiner, D Auty. 2012. Variable-top merchantable volume equations for Scots pine (*Pinus sylvestris*) and Sitka spruce (*Picea sitchensis* (Bong.) Carr.) in Northern Britain. *Forestry* 85(2): 237-253.
- Furnival G. 1961. An index for comparing equations used in constructing volume tables. *Forest Science* 7(4): 337-341.
- Garber SM, DA Maguire. 2003. Modeling stem taper of three central Oregon species using nonlinear mixed effects models and autoregressive error structures. *Forest Ecology and Management* 179(1-3): 507-522.
- Gilbert H, C Paci. 2010. An assessment of volume-ratio functions for *Eucalyptus globulus* and *E. nitens* in Chile. *Ciencia e investigación agraria* 37: 5-15.
- Gregoire T, O Schabenberger. 1996a. A non-linear mixed-effects model to predict cumulative bole volume of standing trees. *Journal of Applied Statistics* 23 (2-3): 257-272.
- Gregoire T, O Schabenberger. 1996b. Nonlinear Mixed-Effects Modeling of Cumulative Bole Volume with Spatially Correlated Within-Tree Data. *Journal of Agricultural, Biological, and Environmental Statistics* 1(1): 107-119.

- Gregoire TG, O Schabenberger, JP Barrett. 1995. Linear modelling of irregularly spaced, unbalanced, longitudinal data from permanent-plot measurements. *Canadian Journal of Forest Research* 25(1): 137-156.
- Hardy M. 1993. Regression with dummy variables. Sage university paper series on quantitative applications in the Social Sciences, 07-093. Newbury Park, CA: Sage.
- Honer T. 1967. Standar volume tables and merchantable conversion factors for the commercial tree species of central and eastern Canada. Ontario, Forest Management Research and Service Institute, 162p. (Information report FMR-X-5.). 162p.
- Kozak A. 1997. Effects of multicollinearity and autocorrelation on the variable-exponent taper functions. *Canadian Journal of Forest Research* 27(5): 619-629.
- Lambert M, C Ung, F Raulier. 2005. Canadian national tree aboveground biomass equations. *Canadian Journal of Forest Research* 25: 1996-2018.
- Lara A, C Donoso, P Donoso, P Nuñez, A Cavieres. 1999. Normas de manejo para raleo de renovales del tipo forestal roble-raulí-coigüe. En: Silvicultura de los bosques nativos de Chile. 1a Ed. Universitaria. Santiago. Chile. pp. 129-144.
- Leites LP, AP Robinson. 2004. Improving Taper Equations of Loblolly Pine with Crown Dimensions in a Mixed-Effects Modeling Framework. *Forest Science*, 50 (2), 204-212.
- Lindstrom MJ, DM Bates. 1990. Nonlinear Mixed Effects Models for Repeated Measures Data. *Biometrics* 46(3): 673-687.
- Neter J, M Kutner, C Nachtsheim, W Wasserman. 1998. Applied Linear Statistical Models. Mc Graw-Hill, NY, 1408 pp.
- ODEPA. 2000. Oficinas De Estudios y Políticas Agrarias. Clasificación de las explotaciones agrícolas del VI censo nacional agropecuario según tipo de productor y localización geográfica. Ministerio de Agricultura. Documento de trabajo N°5. I.S.S.N. 0717-0378. Santiago, Chile. 91 p.
- Ott P. 1997. The Use of indicator variables in non-linear regression. Biometrics Information. Ministry of Forests Research Program, British Columbia. Pamphlet 56.
- Prodan M, R Peters, F Cox, P Real. 1997. Mensura Forestal. San José: IICA-GTZ. 561 p.
- Schumacher F, F Hall. 1933 Logarithmic expression of timber tree volume. *Journal of Agricultural Research* 47: 719-734.
- SAS. 2009. SAS/STAT ® 9.2 User's Guide, Second Edition. Cary, NC: SAS Institute Inc.

- Schumacher F, F Hall. 1933. Logarithmic expression of timber tree volume. *Journal of Agricultural Research* 47: 719-734.
- Sprugel D. 1983. Correcting for bias in log-transformed allometric equations. *Ecology* 64: 209-210.
- Spurr S. 1952. Forest Inventory. Ronald Press, New York, NY, 476 pp.
- Tasissa G. H Burkhardt. 1998. An application of mixed effects analysis to modeling thinning effects on stem profile of loblolly pine. *Forest Ecology and Management* 103: 87-101.
- Teshome T. 2005. A ratio method for predicting stem merchantable volume and associated taper equations for *Cupressus lusitanica*, Ethiopia. *Forest Ecology and Management* 204(2-3): 171-179.
- Trincado G, HE Burkhardt. 2006. A Generalized Approach for Modeling and Localizing Stem Profile Curves. *Forest Science* 52(6): 670-682.
- Van Deusen P, A Sullivan, T Matney. 1981. A prediction system for cubic foot volume of loblolly pine applicable through much of its range. *Southern Journal of Applied Forestry*, 5, 186-189.
- Yang Y, S Huang, S Meng. 2009a. Development of a tree-specific stem profile model for white spruce: a nonlinear mixed model approach with a generalized covariance structure. *Forestry* 82(5): 541-555.
- Yang Y, S Huang, G Trincado, S Meng. 2009b. Nonlinear mixed-effects modeling of variable-exponent taper equations for lodgepole pine in Alberta, Canada. *European Journal of Forest Research* 128 (4): 415-429.

IV. Funciones de perfil fustal usando modelos de efectos mixtos para renovales de roble, raulí y coigüe³

Resumen

Se ajustaron funciones de perfil fustal usando modelos mixtos para renovales de roble, raulí y coigüe. Con el fin de determinar efectos zonales, el ajuste de funciones se inició a nivel de zona agroclimática. Una versión modificada del modelo de Bruce *et al.* (1968) presentó el mejor ajuste en las tres especies. A este modelo básico se le incorporan efectos aleatorios para solucionar problemas de heterogeneidad de varianza y autocorrelación residual. En el análisis de regresión utilizando variables *dummy* se detectó efectos de zona sobre los parámetros de las funciones de perfil fustal en las tres especies. En consecuencia, se obtuvieron funciones para agrupaciones de zonas que presentaron parámetros similares. Las funciones de perfil fustal presentaron una alta precisión en el ajuste y una alta exactitud en la validación, evidenciando que las funciones son insesgadas y precisas. Las funciones de volumen, resultantes de la integración del área de la sección fustal obtenida de las funciones de perfil fustal, arrojaron alta exactitud a nivel de troza y a nivel de árbol. Así, ambos tipos de funciones se consideran válidas para su uso en las zonas de estudio.

Palabras clave: renovales, variables *dummy*, modelos mixtos, autocorrelación.

1. Introducción

En Chile existen 3,8 millones de hectáreas de bosques de segundo crecimiento o renovales, de los cuales 1,2 millones son del Tipo Forestal Roble-Raulí-Coigüe, distribuidos desde la Región del Maule (35°25'S - 71°40'O) hasta la Región de Los Lagos (43°28'S - 72°56'O) (CONAF 2011). Los renovales de roble (*Nothofagus obliqua* (Mirb.) Oerst.), raulí (*N. alpina* (Poepp et Endl.) Oerst.) y coigüe (*N. dombeyi* (Mirb.) Oerst.) representan un recurso económico de alto valor, debido a que poseen altas tasas de crecimiento y excelente calidad maderera (Donoso *et al.* 1993, Lara *et al.*

³ Valenzuela C, E Acuña, A Ortega, J Cancino. 2017. Development of stem taper equations using mixed-effects models for second growth forests of roble, raulí and coigüe in Chile. *Forest Science*. Enviado, ID: FS-2017-137.

1999). El aprovechamiento sustentable de este recurso requiere de una cuantificación a nivel de árbol individual, por lo cual, es fundamental la disponibilidad de funciones de volumen comercial.

La estimación del volumen comercial de árboles en pie es uno de los problemas más importantes en inventarios forestales (Corra y Návar 2009). Las funciones de volumen de árbol individual normalmente se utilizan para estimar el volumen comercial del fuste entre el tocón y un diámetro límite de utilización (*dlu*) específico, lo que obliga a construir nuevas funciones cuando se requiere estimar volúmenes hasta otros *dlu*'s (Prodan *et al.* 1997). Cuando el ajuste de las funciones para cada uno de los distintos índices comerciales se ha realizado en forma independiente, las estimaciones pueden ser inconsistentes, por ejemplo que el volumen estimado hasta un *dlu* = 10 cm sea menor que el volumen hasta un *dlu* = 20 cm (Burkhardt 1977, Prodan *et al.* 1997). Los constantes cambios en los límites comercializables y la nula flexibilidad de las funciones de volumen comercial de *dlu* fijo ha estimulado el desarrollado de nuevos métodos para la estimación del volumen comercial de límite variable (Gregoire y Schabenberger 1996a, b).

Un método para estimar el volumen comercial de altura variable, corresponde a las funciones de ahusamiento o perfil fustal (Bi y Long 2001, Kozak 1988, Newnham 1992). Estas funciones relacionan el diámetro de fuste con la altura comercial y variables de estado del árbol como el diámetro a la altura del pecho y la altura total (Prodan *et al.* 1997). Aunque estas funciones permiten estimar el diámetro con o sin corteza en cualquier altura del fuste y la altura comercial, su principal aplicación es en estimaciones del volumen total o comercial para cualquier diámetro límite de utilización y desde cualquier altura de tocón (Kozak 2004). La estimación del volumen total, o comercial entre dos alturas cualquiera del fuste, requiere la integración del área de la sección fustal, obtenida de la función de perfil fustal (Newham 1992). Algunos ejemplos de funciones de perfil fustal para renovales de roble, raulí y coigüe se encuentran en los estudios de Kahler (1993), González (1997), Pérez (2004), Hueitra (2004) y Gezan *et al.* (2009).

El ajuste de modelos de perfil fustal requiere de una estructura longitudinal de datos, es decir, múltiples medidas a lo largo del fuste en cada árbol (Lindstrom y Bates 1990). El principal problema que surge al utilizar este tipo de datos es que se violan dos supuestos básicos de regresión, i.e. homogeneidad de varianza e independencia de los residuos (Gregoire y Schabenberger 1996a).

Aunque existe literatura disponible sobre el análisis de datos longitudinales (Diggle *et al.* 2002, Leites y Robinson 2004), la estructura del error en este tipo de datos ha sido con frecuencia ignorada en varios estudios (Garber y Maguire 2003, Gregorie *et al.* 1995, Tassisa y Burkhart 1998), probablemente debido a que los parámetros estimados permanecen insesgados y consistentes en presencia de autocorrelación (Kozak 1997). Sin embargo, los parámetros estimados ya no son eficientes; las varianzas estimadas son sesgadas, por lo cual, las pruebas estadísticas habituales y los intervalos de confianza, generados para verificar la validez de las estimaciones, ya no son confiables (Neter *et al.* 1998).

El problema de varianza heterogénea y autocorrelación residual se ha intentado solucionar mediante efectos aleatorios, empleando modelos mixtos (Gregoire *et al.* 1995, Gregoire y Schabenberger 1996a, b). Los modelos de efectos mixtos, que incorporan tanto efectos fijos como aleatorios, tienen la ventaja de permitir modelar la matriz de varianza-covarianza de datos correlacionados (Yang *et al.* 2009a). El uso de efectos aleatorios permite controlar la variación aleatoria individual dentro y entre árboles, para así reducir la heterogeneidad de varianza y la autocorrelación (Garber y Maguire 2003, Trincado y Burkhart 2006, Yang *et al.* 2009a, b). Así, el uso de modelos mixtos permite mejorar las estimaciones del volumen comercial (Gregoire y Schabenberger 1996a, b).

El objetivo de este estudio fue desarrollar funciones de perfil fustal para renovales de roble, raulí y coigüe. En el ajuste de las funciones se incorporaron efectos aleatorios para solucionar los problemas de heterogeneidad de varianza y de autocorrelación residual. A partir de la integración de estas funciones se estimó el volumen comercial a nivel de troza y el volumen total a nivel de árbol con el fin de validar las funciones de volumen generadas.

2. Metodología

2.1. Base de datos

La base de datos se estructuró a partir de un muestreo realizado en el marco de este estudio y datos aportados por otros estudios. La base de datos fue asignada a las zonas agroclimáticas definidas

por ODEPA (2000), de acuerdo a la localización geográfica de cada muestra (Tabla 19). Los datos fueron recolectados en el rango de distribución natural de renovales de roble, raulí y coigüe (Figura 13). La base incluye un total de 1,380 árboles (i.e. 635 robles, 459 raulies y 286 coigües) con mediciones de altura total (H), diámetro a la altura del pecho (D) y diámetros con y sin corteza a lo largo del fuste, datos a partir de los cuales se determinó el volumen total sin corteza. El volumen sin corteza para cada sección se determinó mediante la fórmula de Smalian, i.e. $V_i = (A_b + A_s)L / 2$, donde V_i es el volumen sin corteza de cada sección del fuste (m^3); L es la longitud de la sección fustal (m); $A_{b,s}$ son las áreas en la base y extremo superior de cada sección fustal sin corteza (m^2), respectivamente. El volumen total de cada árbol se obtuvo de la sumatoria de los volúmenes de cada sección fustal desde la altura de 0.3 m hasta la parte superior del árbol. La base de datos se dividió sistemáticamente en dos fracciones, según especie y zona, una destinada al ajuste y otra destinada a la validación. En total, en las tres especies, la primera fracción quedó constituida por 1,107 árboles, y se utilizó en el ajuste de funciones de volumen total sin corteza, funciones de razón de volumen de diámetro y de altura variable y funciones de volumen comercial de diámetro y de altura variable; la segunda quedó constituida por 273 árboles y se destinó a la validación de esas funciones. En las tres especies se analizó el mismo conjunto de modelos.

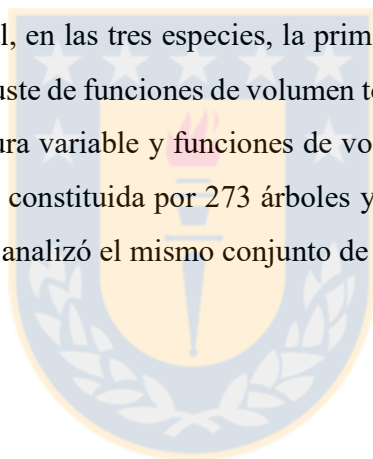


Tabla 19. Descripción de la base de datos utilizada en el ajuste y validación, según especie y zona.

Especie	Base	Zona	n	D (cm)			CV (%)	H (m)			CV (%)	V (m ³)			CV (%)
				Min	Media	Máx		Min	Media	Máx		Min	Media	Máx	
Roble	Ajuste	Secano costero	23	9.8	21.6	43.9	40.7	11.0	18.1	23.6	19.5	0.0380	0.3508	1.5299	112.4
		Secano interior	57	5.4	19.3	51.0	52.9	7.9	15.6	34.0	37.1	0.0109	0.3581	3.1375	154.3
		Valle secano	46	5.0	22.3	44.5	46.2	9.0	20.7	35.5	35.5	0.0083	0.4682	1.5559	95.5
		Precordillera	210	5.3	24.8	51.1	35.2	9.0	20.6	33.7	22.4	0.0104	0.4962	2.8803	76.5
		Cordillera	172	5.1	22.1	54.7	46.6	4.9	19.0	32.5	31.2	0.0064	0.4524	2.7317	104.6
	Total	508	5.0	22.9	54.7	42.5	4.9	19.4	35.5	29.3	0.0064	0.4568	3.1375	96.8	
	Validación	Secano costero	6	12.0	22.9	33.5	38.2	12.5	19.2	26.3	28.2	0.0569	0.3876	0.8437	78.2
		Secano interior	13	5.5	23.9	49.1	53.3	6.0	16.9	29.3	37.3	0.0075	0.5517	1.8694	107.4
		Valle secano	12	5.5	16.1	26.3	49.5	10.0	17.7	28.5	40.8	0.0109	0.2468	0.6611	103.1
		Precordillera	53	7.4	24.6	42.1	38.1	10.0	20.4	35.6	24.7	0.0196	0.5155	2.1762	82.2
Cordillera		43	4.9	20.3	43.5	47.8	6.3	18.2	31.0	36.5	0.0068	0.3684	1.4509	93.8	
Total	127	4.9	22.2	49.1	44.9	6.0	19.0	35.6	31.8	0.0068	0.4380	2.1762	92.9		
Raulí	Ajuste	Secano costero	39	8.8	23.0	43.5	39.8	10.9	21.6	31.2	24.1	0.0337	0.4948	1.5057	79.3
		Secano interior	9	10.4	16.8	25.6	32.2	14.2	16.6	20.4	14.1	0.0542	0.1896	0.4893	72.3
		Precordillera	152	5.4	22.6	52.0	41.3	7.0	20.2	33.4	27.8	0.0088	0.4571	2.3675	85.9
		Cordillera	169	4.6	22.5	47.9	41.7	7.0	20.0	29.5	25.9	0.0072	0.4404	2.0573	85.4
		Total	369	4.6	22.5	52.0	41.3	7.0	20.2	33.4	26.5	0.0072	0.4469	2.3675	85.5
	Validación	Secano costero	10	11.8	23.3	36.5	38.3	11.8	21.4	27.0	23.8	0.0566	0.4797	1.1140	78.0
		Secano interior	2	15.4	18.7	21.9	24.6	16.6	16.8	16.9	1.3	0.1320	0.2090	0.2859	52.1
		Precordillera	36	7.3	22.7	39.4	38.1	8.8	20.3	27.8	26.8	0.0157	0.4512	1.3187	82.1
		Cordillera	42	5.6	20.9	38.0	42.4	8.8	19.6	31.2	24.8	0.0102	0.3607	1.0842	82.8
		Total	90	5.6	21.8	39.4	39.7	8.8	20.0	31.2	25.3	0.0102	0.4067	1.3187	82.5
Coigüe	Ajuste	Secano costero	14	11.0	20.4	42.5	46.8	9.0	16.8	30.7	38.7	0.0375	0.3616	1.7325	132.4
		Secano interior	19	5.3	21.0	36.5	43.3	9.7	18.9	33.7	35.0	0.0105	0.3980	1.5183	104.1
		Valle secano	17	5.0	19.1	33.0	45.5	7.0	16.5	28.0	36.6	0.0067	0.3278	1.2248	109.3
		Precordillera	44	6.9	23.2	42.4	39.0	7.5	21.1	31.8	26.9	0.0175	0.4986	1.7741	86.1
		Cordillera	136	4.9	20.6	53.2	54.0	5.6	17.9	33.7	33.5	0.0068	0.4164	2.8389	125.8
	Total	230	4.9	21.0	53.2	49.1	5.6	18.5	33.7	33.3	0.0067	0.4207	2.8389	115.0	
	Validación	Secano costero	3	11.7	19.4	28.9	45.1	10.5	15.5	23.0	42.5	0.0463	0.2685	0.6251	116.2
		Secano interior	4	11.5	20.4	26.7	36.5	15.0	20.8	27.8	26.8	0.0700	0.3414	0.6333	78.8
		Valle secano	5	6.4	19.4	26.8	42.0	10.3	16.9	21.0	24.8	0.0167	0.2783	0.4933	68.0
		Precordillera	10	8.5	26.0	45.3	43.3	9.0	22.3	28.6	25.8	0.0252	0.6583	1.8176	83.6
Cordillera		34	6.0	19.8	41.2	44.5	9.9	16.8	27.4	29.7	0.0117	0.3239	1.4751	106.8	
Total	56	6.0	20.9	45.3	43.8	9.0	18.0	28.6	30.5	0.0117	0.3778	1.8176	102.3		

D: Diámetro a la altura del pecho; H: altura total; V: volumen total sin corteza, considerando un tocón de 30 cm de altura, n: tamaño de la muestra; CV: coeficiente de variación.

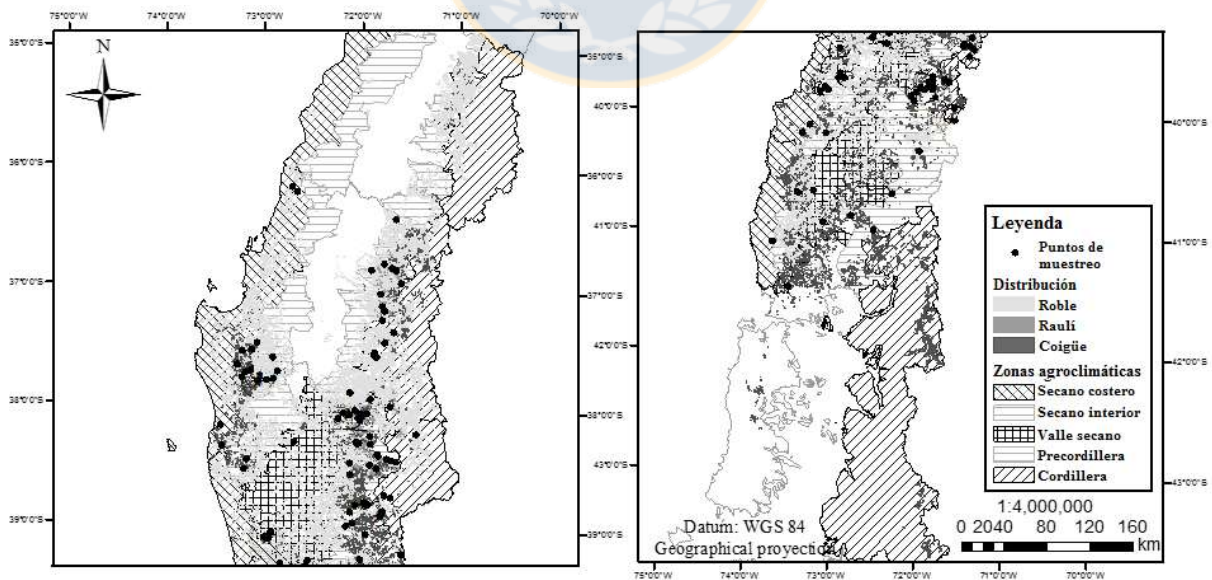


Figura 13. Zonas agroclimáticas, distribución geográfica del Tipo Forestal Roble-Raulí-Coigüe y localización de los puntos de muestreo.

2.2. Modelación del perfil fustal

En la modelación del perfil fustal se consideraron dos modelos. El primero es el modelo básico propuesto por Bruce *et al.* (1968) (1), cuyos exponentes son fijos, i.e. $e_1 = 1,5$, $e_2 = 3$ y $e_3 = 32$. El segundo es una modificación del modelo Bruce *et al.* (1968) (2), ya que se estiman los exponentes e_i a partir de la información de perfil fustal disponible para este estudio. Ambos modelos se analizaron en las tres especies.

$$y_i^2 = b_1 x_i^{1.5} + b_2 x_i^3 + b_3 x_i^{32} \quad (1)$$

$$y_i^2 = b_1 x_i^{e_1} + b_2 x_i^{e_2} + b_3 x_i^{e_3} \quad (2)$$

$$\text{Con } y_i = d / D \text{ y } x_i = (H - h) / (H - 1.3)$$

Donde d : diámetro sin corteza (cm) a una altura h (m) en el fuste; D : diámetro de fuste con corteza, medido a la altura del pecho (cm); H : altura total (m); $b_{1,2,3}$ y $e_{1,2,3}$: parámetros de los modelos.

En este estudio, el mejor ajuste lo presentó el modelo modificado de perfil fustal de Bruce *et al.* (1968) (2) (ver Tabla 2 en resultados). Posteriormente a este modelo fueron incorporados efectos aleatorios a los parámetros b_1 , b_2 y b_3 , con el objetivo de solucionar problemas de heterogeneidad de varianza y autocorrelación residual (modelo (3)).

$$y_i^2 = (b_1 + u_1) x_i^{e_1} + (b_2 + u_2) x_i^{e_2} + (b_3 + u_3) x_i^{e_3} \quad (3)$$

Donde $u_{1,2,3}$ efectos aleatorios asociados a los parámetros $b_{1,2,3}$, con $u_1 \sim N(0, \sigma_1^2)$, $u_2 \sim N(0, \sigma_2^2)$, $u_3 \sim N(0, \sigma_3^2)$ and $\text{cov}(u_1, u_2) = \sigma_{12} = 0$, $\text{cov}(u_1, u_3) = \sigma_{13} = 0$, $\text{cov}(u_2, u_3) = \sigma_{23} = 0$.

2.3. Ajuste y evaluación de los modelos

En el ajuste de los modelos de ahusamiento se utilizó el software estadístico SAS (SAS 2009). En una primera fase, se realizó un ajuste independiente del modelo lineal (1) y no lineal (2) utilizando

los procedimientos REG y NLIN, respectivamente. Los ajustes se realizaron por especie, mediante el método de mínimos cuadrados ordinarios. Los modelos (1) y (2) se compararon mediante el índice Akaike (Akaike 1974), seleccionando el modelo con el *AIC* más bajo. En esta fase, el mejor modelo de perfil fustal fue el modelo (2) (ver Tabla 2 en Resultados).

$$AIC = n \ln(SSE / n) + 2p \quad (4)$$

Donde *SSE*: suma de cuadrados residual (i.e. $\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$); *ln*: logaritmo natural; y_i y \hat{y}_i : valor observado y valor estimado por el modelo, respectivamente; *p*: número de parámetros del modelo; *n*: tamaño de la muestra.

En la segunda y tercera fase, los ajustes se realizaron por especie y zona. En la segunda fase, el modelo (2) fue ajustado de manera independiente. En la tercera fase, los modelos de efectos fijos (2) y efectos mixtos (3) fueron ajustados simultáneamente utilizando los procedimientos NLIN y NLMIXED, respectivamente. Este último ajuste se realizó mediante el método de máxima verosimilitud. Los modelos (2 y 3) también fueron comparados mediante *AIC*. La determinación de la significancia de los efectos zonales en estos modelos se realizó incorporando variables *dummy* asociadas a cada parámetro (Hardy 1993, Ott 1997). En una situación hipotética con datos disponibles para *z* zonas, de acuerdo a esta metodología, se requiere incorporar *z*-1 variables *dummy* para identificar los datos de *z*-1 de esas zonas. En el caso de datos provenientes de las cinco zonas utilizadas en este estudio, el modelo (2) con variables *dummy* adquiere la estructura (5).

$$y_i^2 = (b_1 + B_1)x_i^{e_1} + (b_2 + B_2)x_i^{e_2} + (b_3 + B_3)x_i^{e_3} \quad (5)$$

Donde $B_1 = b_{11}d_1 + b_{12}d_2 + b_{13}d_3 + b_{14}d_4$, $B_2 = b_{21}d_1 + b_{22}d_2 + b_{23}d_3 + b_{24}d_4$, $B_3 = b_{31}d_1 + b_{32}d_2 + b_{33}d_3 + b_{34}d_4$; $b_{1,2,3}$: Parámetros de los modelos para aquella zona no marcada mediante variables *dummy*; $d_{1,2,3,4}$: variables *dummy*, con $d_i = 1$ para aquellos datos pertenecientes a la *i*-ésima zona y $d_i = 0$ en caso contrario; $b_{1i,2i,3i}$: representan la diferencia entre los parámetros

obtenidos en la i -ésima zona y los valores respectivos obtenidos del ajuste para la zona cuyos datos no fueron marcados ($b_{1,2,3}$). En este estudio, la zona no marcada correspondió a la zona que presentaba el mayor tamaño de la muestra destinada al ajuste, i.e. Precordillera en roble y Cordillera en raulí y coigüe.

Los estadísticos utilizados para evaluar la precisión del ajuste de los modelos de perfil fustal (2 y 3) fueron la raíz del error cuadrático medio ($RMSE$) y el coeficiente de variación residual (CV). El mejor modelo perfil fustal fue determinado mediante el índice de Akaike (AIC , Akaike 1974). En la validación de las funciones de perfil fustal se utilizó el índice de exactitud (E) y ($E\%$) (Bruce 1975).

$$RMSE = \sqrt{SSE / (n - p)} \quad (6)$$

$$CV(\%) = 100RMSE / \bar{y} \quad (7)$$

$$E = \sqrt{\bar{\varepsilon}^2 + S_{\varepsilon}^2} \quad (8)$$

$$E(\%) = 100E / \bar{y} \quad (9)$$

Donde SSE : suma de cuadrados residual (i.e. $\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$); y_i y \hat{y}_i : valor observado y valor estimado por el modelo, respectivamente; $\bar{\varepsilon}$: desvío promedio (i.e. $\sum_{i=1}^n \varepsilon_i / n$); S_{ε}^2 : varianza de los desvíos (i.e. $\sum_{i=1}^n (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2 / (n - 1)$); n : tamaño de la muestra.

2.4. Estimación del volumen fustal

El volumen fustal se determinó a partir de la integral del área de la sección fustal (10), obtenida del modelo mixto modificado de Bruce *et al.* (1968) (3).

$$\hat{v}_i = (1.3 - H) \int_{x_l}^{x_u} f(x_i) dx \quad (10)$$

Donde \hat{v}_i : volumen fustal sin corteza (m^3) de la sección del fuste comprendida entre las alturas relativas x_l y x_u ; H : altura total; $f(x_i)$: función del área transversal del fuste, obtenida del modelo mixto de perfil fustal (3) (i.e. $f(x_i) = kD^2(b_1x_i^{e_1} + b_2x_i^{e_2} + b_3x_i^{e_3})$ y $k = \pi / 40000$). Así, la solución de esa integral quedó definida como sigue:

$$\hat{v}_i = (1.3 - H)kD^2 \left\{ \frac{b_1x_i^{e_1+1}}{e_1+1} + \frac{b_2x_i^{e_2+1}}{e_2+1} + \frac{b_3x_i^{e_3+1}}{e_3+1} \right\} \Bigg|_{x_l}^{x_u} \quad (11)$$

El análisis de la calidad predictiva de la función de volumen de altura variable se realizó a nivel de troza y a nivel de árbol. El volumen fustal de cada árbol se obtuvo de la sumatoria del volumen de las secciones que lo componían. En ambos casos, el análisis incluyó la separación según clases de tamaño, i.e. en clases de diámetro menor de trozas y en clases de D para los árboles. El análisis se realizó en base al índice de exactitud (E).

3. Resultados

3.1. Comparación y selección de modelos de perfil fustal

En las tres especies, el ajuste de los modelos de perfil fustal presentó todos los parámetros altamente significativos ($P < 0.0001$) (Tabla 20). El modelo modificado de Bruce *et al.* (1968) (2) fue el que presentó los menores valores de índice de AIC (i.e. $AIC = -12763$, $AIC = -7986$ y $AIC = -5759$ en roble, raulí y coigüe, respectivamente), seguido del modelo básico de Bruce *et al.* (1968) (1) (i.e. $AIC = -12605$, $AIC = -7880$ y $AIC = -5644$ en roble, raulí y coigüe, respectivamente). Aunque el modelo modificado de Bruce *et al.* (1968) (2), requiere de la estimación de seis parámetros, i.e. tres coeficientes y tres exponentes, este presentó un menor índice de Akaike en las tres especies, superando en 1.3, 1.6 y 2.0 % en roble, raulí y coigüe, respectivamente, al modelo básico de Bruce *et al.* (1968) de tres parámetros.

Tabla 20. Parámetros estimados y comparación de los modelos de perfil fustal, según especie.

Especie	Modelo	Parámetros						AIC
		b_1	b_2	b_3	e_1	e_2	e_3	
Roble	1	1.0425**	-0.1032**	0.0093**				-12605
	2	1.0905**	-0.1578**	0.0124**	1.4768**	2.3417**	30.1882**	-12763
Raulí	1	1.1278**	-0.2178**	0.0319**				-7860
	2	1.1244**	-0.2125**	0.0348**	1.3238**	1.5342**	30.0748**	-7986
Coigüe	1	1.0768**	-0.1395**	0.0181**				-5644
	2	1.0813**	-0.1439**	0.0196**	1.4566**	2.3104**	30.6976**	-5759

** : $P < 0.0001$; AIC: índice de Akaike.

3.2. Modelación del perfil fustal

En las tres especies y en cada zona agroclimática, el ajuste de los modelos de efectos fijos (2) y de efectos mixtos (3) entregó todos los parámetros altamente significativos ($P < 0.0001$) (Tabla 21). El modelo mixto (3) resultó con los menores valores de AIC y RMSE en las tres especies, superando en precisión al modelo de efectos fijos (2); la reducción en el índice de Akaike fue de 18.0 %, 10.0 % y 30.0 %, en roble, raulí y coigüe, respectivamente. A su vez, el ajuste del modelo mixto (3) solucionó los problemas de heterogeneidad de varianza y de autocorrelación residual en las tres especies (Figuras 15 y 16).

En el ajuste del modelo mixto (3) incluyendo variables *dummy*, se detectó efectos significativos de zonas en las tres especies. El análisis continuó con un proceso de reagrupación de zonas para cada parámetro del modelo, hasta identificar agrupaciones con parámetros similares. En el Tabla 3, en las tres especies, el primer conjunto de funciones para cada especie incorpora las pruebas de significancia de efectos asociadas a cada parámetro. El segundo conjunto corresponde a las funciones finales resultantes de la agrupación de zonas que presentaron parámetros similares. Por ejemplo, en roble, en los parámetros b_1 y b_2 se detectó una agrupación con cuatro zonas, i.e. Secano costero, Secano interior, Valle seco y Precordillera con $b_1 = 1.1827$ y $b_2 = -0.3215$; en el parámetro b_3 se detectó una agrupación con cuatro zonas, i.e. Secano costero, Valle seco, Precordillera y Cordillera con $b_3 = 0.0538$. En la validación de estas funciones se obtuvieron valores

de E equivalentes a 18.2, 13.8, 12.8, 18.6 y 14.2 %, respectivamente. En las tres especies y en todas las zonas, las líneas de estimación se posicionan centradamente sobre los datos observados, confirmando que las funciones son adecuadas para las zonas que aportaron datos para los ajustes (Figura 14).



Tabla 21. Parámetros estimados y estadísticos de las funciones de perfil fustal, según especie y zona.

Especie	Modelo	Zona	n_a	Parámetros							Componentes de la varianza			RMSE	CV (%)	AIC	n_v	E	E (%)				
				b_1	b_{1d_i}	b_2	b_{2d_i}	b_3	b_{3d_i}	e_1	e_2	e_3	$\sigma_{\mu_1}^2$							$\sigma_{\mu_2}^2$	$\sigma_{\mu_3}^2$		
Roble	2	Secano costero	23	0.9919**		-0.1129**		0.0223**		1.4954**	2.6649**	31.3128**				0.0701	13.5	-726	6	0.0883	18.0		
		Secano interior	57	1.1567**		-0.2288**		0.0054**		1.4669**	2.3862**	31.5008**				0.0799	14.1	-1302	13	0.0749	14.2		
		Valle secano	46	0.9598**		-0.0230**		0.0126**		1.4716**	2.1795**	31.0617**				0.0827	16.1	-1443	12	0.0761	13.7		
		Precordillera	210	1.1162**		-0.2409**		0.0432**		1.4184**	2.2700**	30.5867**				0.0772	14.6	-5966	53	0.1060	19.8		
		Cordillera	172	1.2605**		-0.3611**		0.0342**		1.4552**	2.2832**	31.8395**				0.0757	13.6	-4270	43	0.0813	14.4		
	3	Secano costero	23	1.0872**	-0.0667ns	-0.2424**	0.0523ns	0.0420**	-0.0139ns	1.4954**	2.6649**	31.3128**	7.88E-02**	8.15E-02**	4.03E-04**	0.0272	5.2	-999	6	0.0768	15.7		
		Secano interior	57	1.2962**	0.1423ns	-0.4152**	-0.1205ns	0.0207**	-0.0352*	1.4669**	2.3862**	31.5008**	1.23E-01**	1.34E-01**	2.19E-04**	0.0410	7.2	-1479	13	0.0683	13.0		
		Valle secano	46	1.1934**	0.0395ns	-0.3338**	-0.0391ns	0.0619**	0.0060ns	1.4716**	2.1795**	31.0617**	2.16E-01**	2.20E-01**	2.14E-03**	0.0306	6.0	-2130	12	0.0712	12.8		
		Precordillera	210	1.1539**		-0.2947**		0.0559**		1.4184**	2.2700**	30.5867**	1.18E-01**	1.17E-01**	1.28E-03**	0.0423	8.0	-6997	53	0.0932	17.4		
		Cordillera	172	1.3230**	0.1691*	-0.4518**	-0.1571*	0.0553**	-0.0006ns	1.4552**	2.2832**	31.8395**	1.30E-01**	1.37E-01**	1.38E-03**	0.0376	6.8	-5042	43	0.0701	12.5		
		Secano costero	23	1.1827**		-0.3215**		0.0538**		1.4954**	2.6649**	31.3128**							6	0.0891	18.2		
		Secano interior	57	1.1827**		-0.3215**		0.0207**		1.4669**	2.3862**	31.5008**							13	0.0727	13.8		
		Valle secano	46	1.1827**		-0.3215**		0.0538**		1.4716**	2.1795**	31.0617**							12	0.0711	12.8		
		Precordillera	210	1.1827**		-0.3215**		0.0538**		1.4184**	2.2700**	30.5867**							53	0.0995	18.6		
		Cordillera	172	1.3230**		-0.4518**		0.0538**		1.4552**	2.2832**	31.8395**							43	0.0800	14.2		
		Raulí	2	Secano costero	39	1.2186**		-0.2994**		0.0341**		1.3990**	2.2052**	30.7324**				0.0585	9.7	-1125	10	0.0991	16.7
				Secano interior	9	1.1820**		-0.2370**		0.0267**		1.3703**	2.7160**	25.4376**				0.0480	7.7	-251	2	0.0538	8.4
				Precordillera	152	1.1464**		-0.2296**		0.0321**		1.4878**	2.6620**	30.3488**				0.0898	16.1	-3105	36	0.0960	16.6
Cordillera	169			1.1054**		-0.2154**		0.0417**		1.4915**	3.0893**	30.6695**				0.0905	16.6	-3645	42	0.1073	19.3		
Secano costero	39			1.3135**	0.1262*	-0.4292**	-0.0826ns	0.0579**	-0.0166ns	1.3990**	2.2052**	30.7324**	1.59E-03**	9.33E-04**	7.40E-04**	0.0399	6.6	-1137	10	0.0764	12.9		
3	Secano interior		9	1.1951**	0.0078ns	-0.2626**	0.0840ns	0.0329**	-0.0416*	1.3703**	2.7160**	25.4376**	6.05E-04**	1.63E-03**	1.17E-04**	0.0306	4.9	-281	2	0.0423	6.6		
	Precordillera		152	1.2464**	0.0591ns	-0.3771**	-0.0305ns	0.0648**	-0.0097ns	1.4878**	2.6620**	30.3488**	8.23E-02**	8.00E-02**	2.35E-03**	0.0437	7.8	-3902	36	0.0867	15.0		
	Cordillera		169	1.1873**		-0.3466**		0.0745**		1.4915**	3.0893**	30.6695**	3.77E-02**	3.38E-02**	2.43E-03**	0.0445	8.1	-4820	42	0.0880	15.8		
	Secano costero		39	1.3235**		-0.3539**		0.0657**		1.3990**	2.2052**	30.7324**							10	0.0936	15.8		
	Secano interior		9	1.2096**		-0.3539**		0.0329**		1.3703**	2.7160**	25.4376**							2	0.0587	9.2		
	Precordillera		152	1.2096**		-0.3539**		0.0657**		1.4878**	2.6620**	30.3488**							36	0.0975	16.9		
	Cordillera		169	1.2096**		-0.3539**		0.0657**		1.4915**	3.0893**	30.6695**							42	0.0894	16.1		
	Coigüe		2	Secano costero	14	0.9889**		-0.0409**		0.0154**		1.5102**	3.4359**	31.3430**				0.0593	10.8	-431	3	0.0740	12.0
				Secano interior	129	0.9880**		-0.0533**		0.0180**		1.4897**	1.8579**	31.0068**				0.0592	11.4	-617	4	0.0687	13.4
				Valle secano	17	1.1417**		-0.1964**		0.0195**		1.4081**	2.0179**	30.1972**				0.0697	12.8	-428	5	0.0586	10.0
				Precordillera	44	1.1144**		-0.1952**		0.0306**		1.4239**	2.1260**	30.5390**				0.0805	14.9	-1301	10	0.0646	12.8
				Cordillera	136	1.0934**		-0.1523**		0.0170**		1.4831**	2.6833**	30.9079**				0.0821	14.3	-2975	34	0.0761	12.6
				Secano costero	14	0.9900**	-0.1626*	-0.0518**	0.1869*	0.0220**	-0.0122ns	1.5102**	3.4359**	31.3430**	4.00E-03**	2.86E-03**	1.86E-04**	0.0376	6.8	-455	3	0.0660	10.7
3		Secano interior	19	1.0931**	-0.0595ns	-0.1821**	0.0566*	0.0353**	0.0011ns	1.4897**	1.8579**	31.0068**	2.28E-01**	2.15E-01**	4.89E-04**	0.0288	5.5	-709	4	0.0531	10.4		
		Valle secano	17	1.1567**	0.0041ns	-0.2274**	0.0113ns	0.0300**	-0.0042ns	1.4081**	2.0179**	30.1972**	6.63E-02**	5.34E-02**	5.05E-04**	0.0373	6.9	-495	5	0.0483	8.3		
		Precordillera	44	1.2677**	0.1151ns	-0.3808**	-0.1421ns	0.0549**	0.0207*	1.4239**	2.1260**	30.5390**	1.31E-01**	1.26E-01**	1.31E-03**	0.0419	7.8	-1599	10	0.0569	11.3		
		Cordillera	136	1.1526**		-0.2387**		0.0342**		1.4831**	2.6833**	30.9079**	8.24E-02**	8.50E-02**	1.09E-03**	0.0432	7.5	-3450	34	0.0704	11.6		
		Secano costero	14	0.9900**		-0.0518**		0.0304**		1.5102**	3.4359**	31.3430**							3	0.0911	14.8		
		Secano interior	19	1.1675**		-0.1821**		0.0304**		1.4897**	1.8579**	31.0068**							4	0.0732	14.3		
		Valle secano	17	1.1675**		-0.2823**		0.0304**		1.4081**	2.0179**	30.1972**							5	0.0523	8.9		
		Precordillera	44	1.1675**		-0.2823**		0.0549**		1.4239**	2.1260**	30.5390**							10	0.0631	12.6		
		Cordillera	136	1.1675**		-0.2823**		0.0304**		1.4831**	2.6833**	30.9079**							34	0.0775	12.8		

** $: P < 0.0001$; * $: P < 0.05$; ns: no significativo ($P \geq 0.05$); n_a : tamaño de muestra para ajuste; b_{1i2i3i} : diferencia entre los parámetros obtenidos en la i -ésima zona, respecto de aquellos obtenidos en la zona no marcada ($b_{1,2,3}$); RMSE: raíz del error cuadrático medio; AIC: índice de Akaike CV: coeficiente de variación residual; n_v : tamaño de muestra para validación; E: índice de exactitud.

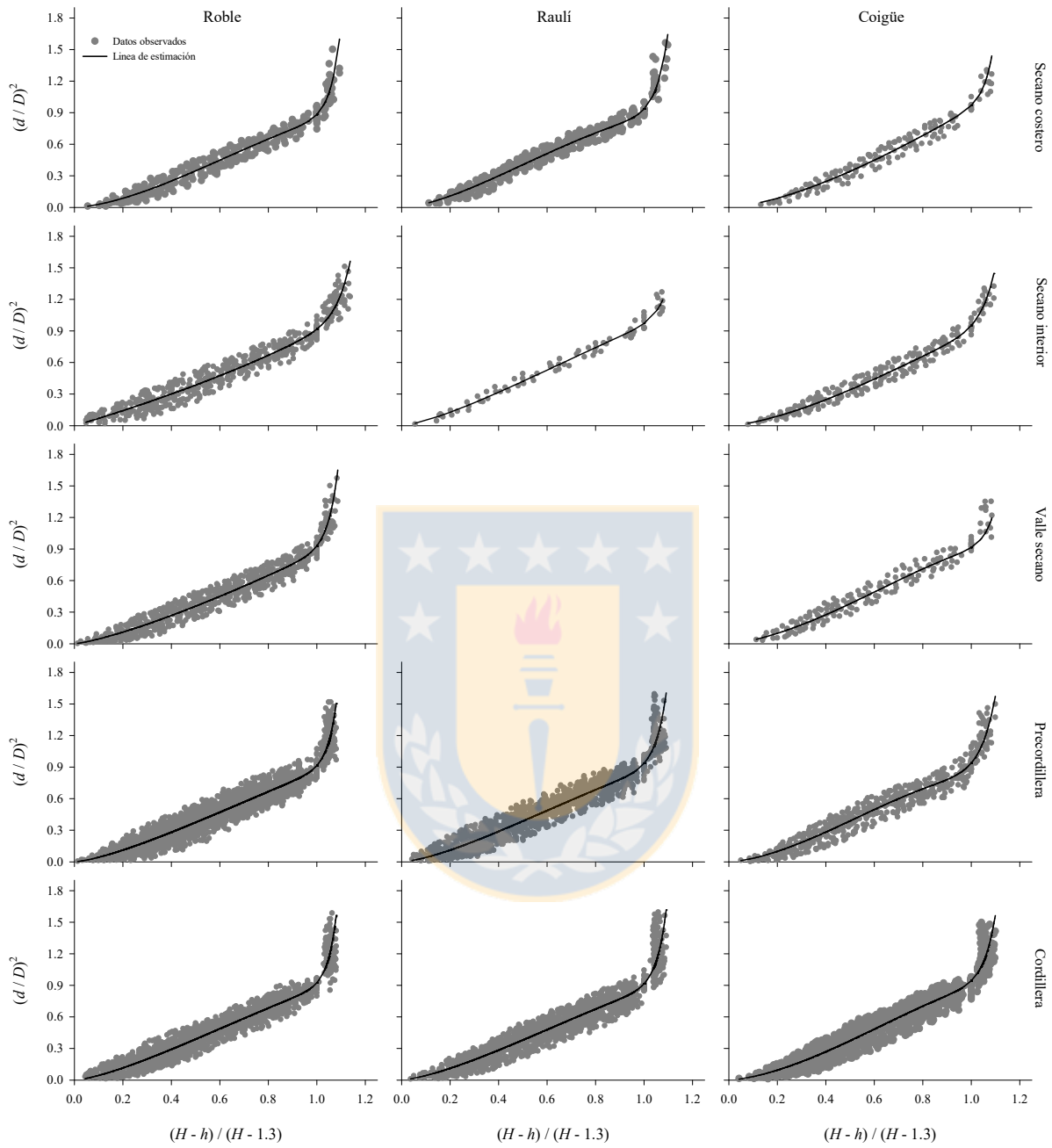


Figura 14. Relación entre el área de la sección relativa y la distancia al ápice relativa a la altura sobre el D , en la muestra utilizada para el ajuste, según especie y zona. Los símbolos en gris representan los datos observados y la línea continua representa la función ajustada.

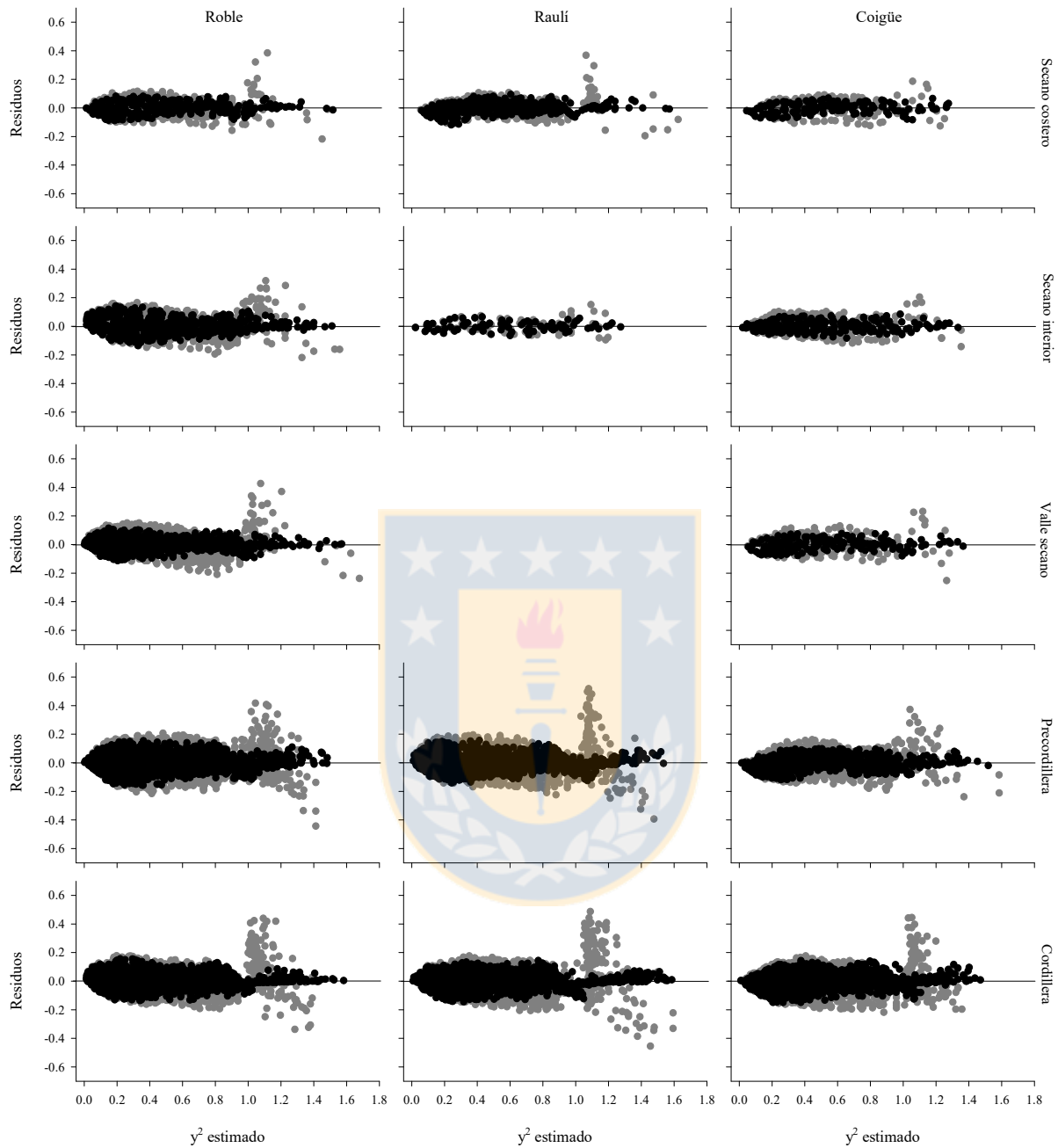


Figura 15. Relación entre los residuos y el área de la sección relativa estimado, en la muestra utilizada para el ajuste, según especie y zona. Los símbolos en gris representan los residuos observados del ajuste con efectos fijos y los símbolos en negro representan los residuos del ajuste con efectos mixtos.

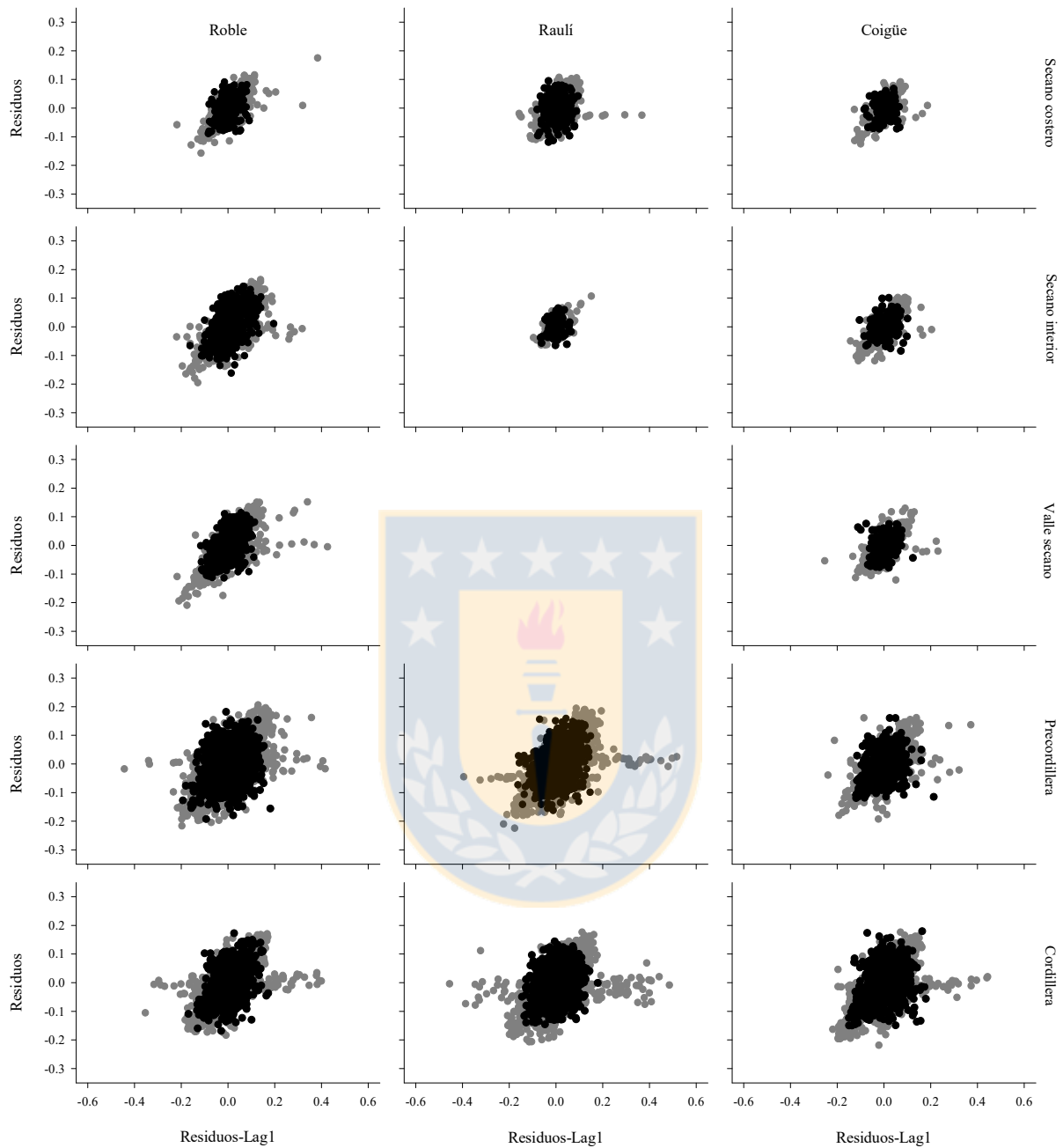


Figura 16. Relación entre los residuos y los residuos con un retardo igual a 1 (Lag1), en la muestra utilizada para el ajuste, según especie y zona. Los símbolos en gris representan los residuos observados del ajuste del modelo de ahusamiento de efectos fijos y los símbolos en negro representan los residuos del ajuste del modelo de ahusamiento de efectos mixtos.

3.3. Estimación del volumen fustal a nivel de troza

En las tres especies, tanto en la base de ajuste como en la base de validación, la estimación del volumen comercial a nivel de troza presentó una alta exactitud (Tabla 22). En roble, en la base de ajuste, la mayor exactitud la presentó Valle seco, seguida de Precordillera, Secano costero, Cordillera y Secano interior, i.e. 5.9484E-03, 7.5331E-03, 8.0067E-03, 8.4181E-03 y 8.6692E-03 m³ troza⁻¹, respectivamente; en la base de validación, la mayor exactitud la presentó Valle seco, seguida de Secano costero, Precordillera, Cordillera y Secano interior, i.e. 2.9581E-03, 6.8322E-03, 7.1614E-03, 7.7058E-03 y 1.0162E-02 m³ troza⁻¹, respectivamente. En raulí, en la base de ajuste, la mayor exactitud la presentó Secano interior seguida de Cordillera, Secano costero y Precordillera, i.e. 2.5278E-03, 7.6729E-03, 7.8594E-03 y 9.2554E-03 m³ troza⁻¹, respectivamente; en la base de validación, la mayor exactitud la presentó Secano interior seguida de Cordillera, Precordillera y Secano costero, i.e. 2.9417E-03, 6.4177E-03, 7.2931E-03 y 1.0162E-02 m³ troza⁻¹, respectivamente. En coigüe, en la base de ajuste, la mayor exactitud la presentó Secano costero, seguida de Precordillera, Valle seco, Secano interior y Cordillera, i.e. 4.0741E-03, 7.2176E-03, 7.8183E-03, 8.3419E-03 y 1.1316E-02, respectivamente; en la base de validación, la mayor exactitud la presentó Secano costero seguida de Valle seco, Secano interior, Cordillera y Precordillera, i.e. 2.3750E-03, 3.6831E-03, 4.1425E-03, 7.7316E-03 y 7.7531E-03 m³ troza⁻¹, respectivamente. En las tres especies se detectó evidencia de efecto del tamaño de troza sobre la exactitud de la estimación del volumen comercial; en la mayoría de los casos, la precisión disminuyó a medida que aumentó el tamaño de las trozas.

Tabla 22. Exactitud de estimación del volumen fustal, según especie, zona y clase de diámetro menor de troza, en la muestra de ajuste y en la muestra de validación.

Base	Zona	Clase de diámetro (cm)	Roble		Raulí		Coigüe	
			N° de trozas	E ($m^3 \text{ árb}^{-1}$)	N° de trozas	E ($m^3 \text{ árb}^{-1}$)	N° de trozas	E ($m^3 \text{ árb}^{-1}$)
Ajuste	Secano costero	5	110	2.5232E-03	121	7.0553E-03	60	2.6176E-03
		15	149	3.1123E-03	156	6.1169E-03	68	2.7258E-03
		25	29	1.5044E-02	99	8.8914E-03	25	6.5676E-03
		35	5	1.5093E-02	22	1.5154E-02		
		45	2	4.5374E-02	2	9.9586E-03		
		35 - 45					4	1.6254E-02
		Total	295	8.0067E-03	400	7.8594E-03	157	4.0741E-03
	Secano interior	5	266	4.5806E-03	40	1.5011E-03	91	1.5239E-03
		15	226	5.8984E-03	32	2.6871E-03	95	9.1514E-03
		25	69	1.3606E-02	7	5.2010E-03	32	1.5172E-02
		35	24	2.0623E-02			4	6.5080E-03
		45	5	4.1621E-02				
		Total	590	8.6692E-03	79	2.5278E-03	222	8.3419E-03
	Valle secano	5	224	5.0980E-03			78	1.9172E-03
		15	286	5.3364E-03			74	5.9218E-03
		25	127	7.1586E-03				
		35	32	7.3986E-03				
		25 - 35					26	1.8034E-02
		45	4	7.4492E-03				
		Total	673	5.9484E-03			178	7.8183E-03
Precordillera	5	765	6.2842E-03	529	7.3266E-03	186	5.1462E-03	
	15	1059	7.0248E-03	633	8.2190E-03	249	6.0783E-03	
	25	671	9.0865E-03	347	1.0783E-02	121	1.0165E-02	
	35	134	9.1478E-03	73	1.6761E-02	36	1.1083E-02	
	45	5	1.1971E-02			3	7.9675E-03	
		45 - 55			4	3.5417E-02		
		Total	2634	7.5331E-03	1586	9.2554E-03	595	7.2176E-03
Cordillera	5	598	5.1728E-03	620	5.4978E-03	568	5.3396E-03	
	15	804	5.6974E-03	761	6.6779E-03	540	7.4768E-03	
	25	359	1.1369E-02	414	9.5692E-03	228	1.4556E-02	
	35	77	2.2144E-02	69	1.4063E-02	49	3.3647E-02	
	45			6	3.2995E-02	11	4.3797E-02	
		55				3	6.0416E-02	
		45 - 55	16	2.9917E-02				
	Total	1854	8.4181E-03	1870	7.6729E-03	1399	1.1316E-02	
Validación	Secano costero	5	28	7.6272E-03	34	5.1076E-03	4	1.3707E-03
		15	30	6.9690E-03	37	5.7482E-03	9	3.3205E-03
		25			25	1.6269E-02	7	1.3425E-03
		35			5	1.9216E-02		
		25 - 35	19	5.4443E-03				
		Total	77	6.8322E-03	101	1.0162E-02	20	2.3750E-03
	Secano interior	5	57	2.4669E-03	5	3.2609E-03	20	3.7925E-03
		15	48	5.7895E-03	9	2.2893E-03	25	4.0911E-03
		25	33	1.3424E-02	2	4.2935E-03	4	6.5131E-03
		35	10	2.4615E-02				
		45	3	2.6360E-02				
		Total	151	1.0162E-02	16	2.9417E-03	49	4.1425E-03
	Valle secano	5	69	2.1071E-03			17	3.7346E-03
		15	58	3.4494E-03			18	4.5225E-03
		25	26	3.6933E-03			9	1.0280E-03
		Total	153	2.9581E-03			44	3.6831E-03
	Precordillera	5	201	5.8948E-03	110	6.4489E-03	52	4.0869E-03
		15	244	6.5484E-03	153	5.7861E-03	58	7.7217E-03
		25	156	9.1766E-03	79	8.9765E-03	21	1.1842E-02
		35	47	9.8345E-03	18	1.3453E-02	9	1.2113E-02
45		2	2.3398E-02			3	8.8605E-02	
	Total	650	7.1614E-03	360	7.2931E-03	143	7.7531E-03	
Cordillera	5	167	4.6246E-03	161	4.6248E-03	139	2.6652E-03	
	15	177	6.9761E-03	184	6.2351E-03	137	3.1320E-03	
	25	95	1.1953E-02	90	8.5569E-03	55	1.1704E-02	
	35	10	1.2769E-02	10	8.9176E-03			
	35 - 45					6	4.6601E-02	
	Total	449	7.7058E-03	445	6.4177E-03	337	7.7316E-03	

3.4. Estimación del volumen fustal a nivel de árbol

En las tres especies, tanto en la base de ajuste como en la base de validación, la estimación del volumen total a nivel de árbol presentó una alta exactitud (Tabla 23). En roble, en la base de ajuste, la mayor exactitud la presentó Secano interior, seguida de Secano costero, Valle secano, Cordillera y Precordillera, i.e. $6.2847E-02$, $6.4296E-02$, $6.5123E-02$, $6.8143E-02$ y $7.0333E-02$ m^3 árbol⁻¹, respectivamente; en la base de validación, la mayor exactitud la presentó Secano interior, seguida de Cordillera, Valle secano, Precordillera y Secano costero, i.e. $3.3058E-02$, $3.4810E-02$, $3.9696E-02$, $6.5122E-02$ y $6.6176E-02$ m^3 árbol⁻¹, respectivamente. En raulí, la mayor exactitud, en la base de ajuste, la presentó Secano interior, seguida de Cordillera, Secano costero y Precordillera, i.e. $1.6978E-02$, $6.2122E-02$, $6.3257E-02$ y $7.8600E-02$ m^3 árbol⁻¹, respectivamente; en la base de validación, la mayor exactitud la presentó Secano interior, seguida de Cordillera, Precordillera y Secano costero, i.e. $6.8355E-03$, $4.0033E-02$, $5.3423E-02$ y $7.3462E-02$ m^3 árbol⁻¹, respectivamente. En coigüe, en la base de ajuste, la mayor exactitud la presentó Secano costero, seguida de Secano interior, Valle secano, Precordillera y Cordillera, i.e. $2.9426E-02$, $5.6857E-02$, $5.9332E-02$, $6.7676E-02$ y $7.5451E-02$ m^3 árbol⁻¹, respectivamente; en la base de validación, la mayor exactitud la presentó Secano costero, seguida de Valle secano, Secano interior, Cordillera y Precordillera, i.e. $1.5682E-02$, $2.4068E-02$, $2.7257E-02$, $4.2343E-02$ y $4.8778E-02$ m^3 árbol⁻¹. En las tres especies se detectó evidencia de efecto del tamaño de árbol sobre la exactitud de la estimación del volumen fustal; en la mayoría de los casos, la precisión disminuyó a medida que aumentó el tamaño de los árboles.

Tabla 23. Exactitud de estimación del volumen fustal, según especie, zona y clase diamétrica de árbol, en la muestra de ajuste y en la muestra de validación.

Base	Zona	Clase de diámetro (cm)	Roble		Raulí		Coigüe	
			N° de árboles	E ($m^3 \text{ árb}^{-1}$)	N° de árboles	E ($m^3 \text{ árb}^{-1}$)	N° de árboles	E ($m^3 \text{ árb}^{-1}$)
Ajuste	Secano costero	5			3	3.2484E-03		
		15			12	1.0554E-02	8	6.1706E-03
		5 - 15	10	1.2071E-02				
		25	10	3.8469E-02	15	4.1089E-02	4	5.3113E-02
		35			7	7.0313E-02		
		45			2	9.8514E-02		
		35 - 45	3	8.6130E-02			2	5.0176E-02
		Total	23	6.4296E-02	39	6.3257E-02	14	2.9426E-02
	Secano interior	5	10	2.4203E-03			3	1.8396E-03
		15	26	1.0839E-02	7	9.8521E-03	5	2.9728E-02
		25	12	5.2139E-02	2	3.5487E-02	8	5.6315E-02
		35	6	6.2457E-02			3	
		45 - 55	3	8.7210E-02				9.2761E-02
		Total	57	6.2847E-02	9	1.6978E-02	19	5.6857E-02
	Valle secano	5	6	2.5528E-03			3	3.7083E-03
		15	16	2.4284E-02			7	1.1443E-02
		25	13	6.1177E-02			5	8.1443E-02
		35	8	8.1742E-01			2	9.1431E-02
		45	3	9.9411E-02				
		Total	46	6.5123E-02			17	5.9332E-02
	Precordillera	5	12	4.2950E-03	16	3.2844E-03	3	4.0377E-03
15		59	1.7061E-02	43	2.4324E-02	17	1.9170E-02	
25		86	5.0363E-02	61	6.0969E-02	13	7.0702E-02	
35		47	7.8313E-02	28	8.9178E-02			
35 - 45						11	9.8395E-02	
45 - 55		6	9.1164E-02	4	9.8610E-02			
Total	210	7.0333E-02	152	7.8600E-02	44	6.7676E-02		
Cordillera	5	16	3.9550E-03	21	3.3847E-03	30	4.6137E-03	
	15	64	1.1576E-02	49	1.7862E-02	37	1.3254E-02	
	25	58	4.3057E-02	60	5.0514E-02	45	4.9830E-02	
	35	22	8.8930E-02	35	8.9541E-02	16	6.4577E-02	
	45			4	9.4640E-02	5	8.6837E-02	
	45 - 55	12	9.7158E-02			3	9.8599E-02	
Total	172	6.8143E-02	169	6.2122E-02	136	7.5451E-02		
Validación	Secano costero	5	2	1.4100E-02				
		15			5	2.0650E-02		
		25			2	5.0639E-02		
		15 - 25					3	1.5682E-02
		35			3	9.9155E-02		
		25 - 35	4	7.3830E-02				
	Total	6	6.6176E-02	10	7.3462E-02	3	1.5682E-02	
	Secano interior	5 - 15	4	3.7450E-03				
		15					2	1.5521E-02
		25	6	4.2944E-02			2	3.9945E-02
		15 - 25			2	6.8355E-03		
		35 - 45	3	7.2710E-02				
	Total	13	3.3058E-02	2	6.8355E-03	4	2.7257E-02	
	Valle secano	5	4	3.1706E-03				
		15	4	1.3082E-02				
		5 - 15					2	9.3127E-04
		25	4	7.0838E-02			3	3.3604E-02
	Total	12	3.9696E-02			5	2.4068E-02	
	Precordillera	5	2	3.1390E-03	2	3.4786E-03		
		15	18	1.5086E-02	15	1.6737E-02	3	4.9200E-03
		25	17	3.4896E-02	11	6.4266E-02	4	5.7079E-02
35		13	9.4326E-02	8	8.8242E-02	3	9.1675E-02	
45		3	9.0884E-02					
Total	53	6.5122E-02	36	5.3423E-02	10	4.8778E-02		
Cordillera	5	8	4.9629E-03	5	2.1835E-03	5	1.9959E-03	
	15	12	1.0097E-02	16	1.7617E-02	13	9.3754E-03	
	25	17	3.8632E-02	13	4.4241E-02	11	3.2654E-02	
	35			8	6.4493E-02			
	35 - 45	6	5.3536E-02			5	7.2214E-02	
Total	43	3.4810E-02	42	4.0033E-02	34	4.2343E-02		

4. Discusión

En este estudio se presentan las primeras funciones de perfil fustal desarrolladas a partir de un modelo mixto para renovales de roble, raulí y coigüe en Chile. En la actualidad, los estudios relacionados con este tema en estas tres especies son aún escasos; ejemplos aislados son los estudios de Kahler (1993) en renovales de roble y raulí, González (1997), Pérez (2004) y Hueitra (2004) en renovales roble, y Gezan *et al.* (2009) en renovales de roble, raulí y coigüe. Esos estudios evidencian escasez de funciones de perfil fustal para estas especies, especialmente para coigüe. Las funciones obtenidas en este estudio presentan una alta precisión en el ajuste y una alta exactitud en la validación, constituyéndose en un aporte concreto para la estimación del volumen en estas especies.

En este estudio, el mejor modelo de mejor ajuste fue el modelo modificado de Bruce *et al.* (1968) (2), el cual entregó los menores valores de *AIC* (Tabla 20). Como era de esperar, en el ajuste del modelo (2) se observó la presencia de heterogeneidad de varianza y autocorrelación residual (Figuras 16 y 17), las cuales fueron solucionadas incorporando efectos aleatorios en el modelo, según sugieren Gregoire y Schabenberger (1996a, b). Esto concuerda con los resultados obtenidos en este estudio (Figuras 3 y 4) y con los resultados de Yang *et al.* (2009) y Arias-Rodil *et al.* (2015). Por su parte, en los estudios realizados por Kahler (1993), González (1997), Pérez (2004), Hueitra (2004) y Gezan *et al.* (2009) en renovales de roble, raulí y coigüe, no presentan evidencias sobre tratamientos de los problemas de heterogeneidad de varianza y autocorrelación residual.

Los resultados del presente estudio indican que el modelo mixto de perfil fustal (3), proporciona un mejor ajuste que el modelo con efectos fijos (2) en las tres especies (Tabla 21). El ajuste del modelo mixto (3) aumenta significativamente la precisión, en comparación a los modelos de efectos fijos (2). Estos resultados concuerdan con otros estudios donde se ha evaluado la incorporación de efectos aleatorios en modelos de perfil fustal (Arias-Rodil *et al.* 2015, García y Campos 2013, Gómez-García *et al.* 2013, Leites y Robinson 2004, Trincado y Burkhart 2006, Yang *et al.* 2009a, b) y en modelos de volumen comercial (Barrio *et al.* 2004, Bueno-López y Bevilacqua 2012, Gregoire y Schabenberger 1996a, b, Teshome 2005.). Basándose en los resultados obtenidos

en este y otros estudios (e.g. Gómez-García *et al.* 2013, Arias-Rodil *et al.* 2015), se recomienda el empleo de modelos mixtos para el ajuste de funciones de perfil fustal.

En el ajuste de las funciones de perfil fustal utilizando variables *dummy*, se detectaron efectos significativos de zona sobre los parámetros de las funciones en las tres especies (Tabla 21). Así se sugiere la existencia de funciones para agrupaciones de zonas que presentaron parámetros similares. Estos resultados evidencian que no es posible generalizar funciones de características de árbol individual asociadas a fracciones variables del fuste. Aunque la modelación es exitosa utilizando como predictores variables de estado del árbol (i.e. diámetro a la altura del pecho y altura total), junto a otras relacionadas con variaciones en la forma del fuste, este conjunto de predictores no es suficiente para generalizar funciones de perfil fustal. Una o más de ese conjunto de variables predictoras es dependiente del manejo silvícola y calidad de sitio, cuyas variaciones se reflejarían en variaciones en la forma del fuste.

Las funciones de volumen a nivel de troza y a nivel de árbol resultantes de la integración del área de la sección fustal obtenidas de las funciones de perfil fustal, proporcionan estimaciones de volumen con alta exactitud hasta cualquier altura del fuste (Tablas 22 y 23). En las tres especies, el tamaño de troza y el tamaño del árbol tienen efectos sobre la exactitud en la estimación del volumen comercial y total; en la mayoría de los casos, la exactitud disminuye a medida que aumenta el tamaño de troza y de árbol.

5. Conclusiones

Las funciones de perfil fustal provenientes de un modelo mixto presentan una alta precisión en el ajuste y una alta exactitud en la validación en renovales de roble, raulí y coigüe. La incorporación de efectos aleatorios en el modelo de perfil fustal permite solucionar los problemas de heterogeneidad de varianza y autocorrelación residual. Las funciones de volumen, resultantes de la integración del área de la sección fustal obtenida de las funciones de perfil fustal, proporcionan estimaciones exactas del volumen de secciones del fuste, definidas entre dos puntos cualquiera del fuste, en las tres especies en estudio.

6. Referencias

- Akaike H. 1974. A new look at the statistical identification model. *IEEE Transactions on Automatic Control* 19: 716-723.
- Arias-Rodil M, U Diéguez-Aranda, F Rodríguez, C López-Sánchez, E Canga, A Cámara, F Castedo-Dorado. 2015. Modelling and localizing a stem taper function for *Pinus radiata* in Spain. *Canadian Journal of Forest Research* 45: 647-658.
- Barrio M, JG Álvarez González, IJ Díaz-Maroto. 2004. Elaboración de una tarifa con clasificación de productos para *Quercus robur* L. en Galicia basada en un modelo de volumen porcentual, *Investigación Agraria: Sistemas y Recursos Forestales* 13: 506-517.
- Bi H, Y Long. 2001. Flexible taper equation for site-specific management of *Pinus radiata* in New South Wales, Australia. *Forest Ecology and Management* 148: 79-91.
- Bruce D. 1975. Evaluating accuracy of tree measurements made with optical instruments. *Forest Science* 21: 421-426.
- Bruce R, L Curtis, C Van Coevering. 1968. Development of a system of taper and volume tables for red alder. *Forest Science* 14: 339-350.
- Bueno-López SW, E Bevilacqua. 2012. Nonlinear mixed model approaches to estimating merchantable bole volume for *Pinus occidentalis*. *iForest - Biogeosciences and Forestry* 5: 247-254.
- Burkhart HE. 1977. Cubic-foot volume of loblolly pine to any merchantable top limit. *Southern Journal of Applied Forestry* 1(2): 7-9.
- CONAF. 2011. Corporación Nacional Forestal, CL. Catastro de los recursos vegetacionales nativos de Chile. 28 p.
- Diggle PJ, P Heagerty, KY Liang, SL Zeger. 2001. Analysis of Longitudinal Data, Second Edition, Oxford: Oxford University Press.
- Donoso P, C Donoso, V Sandoval. 1993. Proposición de zonas de crecimiento de renovales de roble (*Nothofagus obliqua*) y raulí (*Nothofagus alpina*) en su rango de distribución natural. *Bosque* 14(2): 37-55.
- Garber SM, DA Maguire. 2003. Modeling stem taper of three central Oregon species using nonlinear mixed effects models and autoregressive error structures. *Forest Ecology and Management* 179: 507-522.

- Gezan S, P Moreno, A Ortega. 2009. Modelos fustales para renovales de roble, raulí y coigüe en Chile. *Bosque* 30(2): 61-69.
- Gómez-García, E, F Crecente-Campo, U Diéguez-Aranda. 2013. Selection of mixed-effects parameters in a variable-exponent taper equation for birch trees in northwestern Spain. *Annals of Forest Science* 70(7): 707-715.
- González HA. 1997. Modelos de ahusamiento para árboles de roble (*Nothofagus obliqua* (mirb.) oerst. var. *obliqua*) y raulí (*Nothofagus alpina* (poepp. et endl.) oerst). Tesis Ingeniero Forestal. Concepción. Facultad de Ciencias Forestales, Universidad de Concepción. 42 p.
- Gregoire TG, O Schabenberger, JP Barrett. 1995. Linear modeling of irregularly spaced, unbalanced, longitudinal data from permanent plot measurement. *Canadian Journal of Forest Research* 25: 137-156.
- Gregoire TG, O Schabenberger. 1996a. Non-linear mixed effects modeling of cumulative bole volume with spatially correlated within-tree data. *Journal of Agricultural, Biological, and Environmental Statistics* 1: 107-109.
- Gregoire TG, O Schabenberger. 1996b. A non-linear mixed-effects model to predict cumulative bole volume of standing trees. *Journal of Applied Statistics* 23(2-3): 257-271.
- Hardy M. 1993. Regression with *dummy* variables. Sage university paper series on quantitative applications in the Social Sciences, 07-093. Newbury Park, CA: Sage.
- Hueitra R. 2004. Funciones de volumen y ahusamiento para renovales de roble (*Nothofagus obliqua* [Mirb.] Oerst.) en zonas de crecimiento, en la IX y X Región. Tesis Ingeniero Forestal. Valdivia, Chile. Facultad de Ciencias Forestales, Universidad Austral de Chile. 47 p.
- Kahler C. 1993. Determinación de una función de ahusamiento para renovales de roble y raulí. *Ciencia e Investigación Forestal* 7(1): 117-133.
- Kozak A. 1988. A variable-exponent taper equation. *Canadian Journal of Forest Research* 18: 1363-1398.
- Kozak A. 1997. Effects of multicollinearity and autocorrelation on the variable-exponent taper functions. *Canadian Journal of Forest Research* 27(5): 619-629.
- Kozak A. 2004. My last words on taper functions. *Forestry Chronicle* 80:507-515.

- Lara A, C Donoso, P Donoso, P Nuñez, A Cavieres. 1999 Normas de manejo para raleo de renovales del tipo forestal roble-raulí-coigüe. En: *Silvicultura de los bosques nativos de Chile*. 1a Ed. Universitaria. Santiago. Chile. pp. 129-144.
- Leites LP, AP Robinson. 2004. Improving taper equations of loblolly pine with crown dimensions in a mixed-effects modeling framework. *Forest Science* 50: 204-212.
- Lindstrom MJ, DM Bates. 1990. Nonlinear mixed effects models for repeated measures data. *Biometrics* 46: 673-687.
- Neter J, MH Kutner, CJ Nachtsheim, W Wasserman. 1998. *Applied Linear Statistical Models*. McGraw-Hill, NY, 1408 pp.
- Newnham RM. 1992. Variable-form taper functions for four Alberta tree species. *Canadian Journal of Forest Research* 22(2): 210-223.
- ODEPA. 2000. Oficinas De Estudios y Política Agrarias. Clasificación de las explotaciones agrícolas del VI censo nacional agropecuario según tipo de productor y localización geográfica. Documento de trabajo N°5. I.S.S.N. 0717-0378. 91p.
- Ott P. 1997. The Use of indicator variables in non-linear regression. Biometrics Information. Ministry of Forests Research Program, British Columbia. Pamphlet 56.
- Pérez M. 2004. Compatibilidad de funciones de volumen y ahusamiento para renovales de roble en la Décima Región. Tesis Ingeniero Forestal. Valdivia, Chile. Facultad de Ciencias Forestales, Universidad Austral de Chile. 57 p.
- Prodan M, R Peters, F Cox, P Real. 1997. *Mensura Forestal*. San José: IICA-GTZ. 561 p.
- SAS. 2009. SAS/STAT ® 9.2 User's Guide, Second Edition. Cary, NC: SAS Institute Inc.
- Tasissa G, HE Burkhart, RL Amateis. 1997. Volume and taper equations for thinned and unthinned loblolly pine tree in cutover, site-prepared plantations. *Southern Journal of Applied Forestry* 21: 146-152.
- Teshome T. 2005. A ratio method for predicting stem merchantable volume and associated taper equations for *Cupressus lusitanica*, Ethiopia. *Forest Ecology and Management* 204: 171-179.
- Trincado G, HE Burkhart. 2006. A generalized approach for modeling and localizing stem profiles curves. *Forest Science* 52: 670-682.

Yang Y, S Huang, G Trincado, SX Meng. 2009a. Nonlinear mixed effects modelling of variable-exponent taper equations for lodge pole pine in Alberta, Canada. *European Journal of Forest Research* 128: 415-429.

Yang Y, S Huang, SX Meng. 2009b. Development of a tree-specific stem profile model for white spruce: a nonlinear mixed model approach with a generalized covariance structure. *Forestry* 82(5): 541-555.



V. Funciones de biomasa fustal de altura variable mediante un sistema simultáneo de densidad-integral para renovales de roble, raulí y coigüe⁴

Resumen

Se ajustaron modelos de biomasa fustal de altura variable a nivel de árbol individual para renovales de roble, raulí y coigüe, mediante un sistema simultáneo densidad-integral, el cual combina un modelo de perfil fustal y un modelo de densidad básica de la madera. En cada modelo fue incorporada una estructura autorregresiva de orden 2 y una función de potencia de la varianza residual para reducir la autocorrelación residual y la heterocedasticidad, respectivamente. Con el fin de determinar efectos zonales, las funciones resultantes de biomasa de altura variable fueron asignadas a las zonas agroclimáticas definidas por ODEPA (2000), de acuerdo a la localización de la muestra utilizada para el ajuste de cada función. En este análisis con variables *dummy* se detectó efectos de zona sobre los parámetros de las funciones de biomasa fustal de altura variable en roble; en consecuencia, se obtuvieron funciones para agrupaciones de zonas que presentaron parámetros similares. Estas funciones presentaron todos los parámetros significativos y una alta precisión en el ajuste y validación (i.e. $CV < 11.5\%$ y $CV_p < 11.9\%$, respectivamente), evidenciando que son insesgadas y precisas. Así, las funciones de biomasa fustal de altura variable se consideran adecuadas para estimar la biomasa fustal en las zonas de estudio.

Palabras clave: autocorrelación, densidad-integral, variables *dummy*, estructura autorregresiva, heterocedasticidad.

1. Introducción

En Chile existen 3,8 millones de hectáreas de bosques de segundo crecimiento o renovales, de los cuales 1,2 millones son del Tipo Forestal Roble-Raulí-Coigüe, distribuidos desde la Región del Maule (35°25'S - 71°40'O) hasta la Región de Los Lagos (43°28'S - 72°56'O) (CONAF 2011). Los renovales de roble (*Nothofagus obliqua* (Mirb.) Oerst.), raulí (*N. alpina* (Poepp et Endl.) Oerst.) y

⁴ Valenzuela C, E Acuña, A Ortega, G Quiñonez, J Corral, J Cancino. 2017. Variable-top stem biomass equations at tree-level generated by a simultaneous density-integral system for second growth forests of roble, raulí and coigüe in Chile. *Journal of Forestry Research*. Enviado, ID: JFR-D-17-00517.

coigüe (*N. dombeyi* (Mirb.) Oerst.), representan un recurso económico de alto valor, debido a que poseen altas tasas de crecimiento y excelente calidad maderera (Donoso *et al.* 1993, Lara *et al.* 1999). El aprovechamiento sustentable de este recurso requiere de una cuantificación a nivel de árbol individual, por lo cual, es necesaria la disponibilidad de funciones de volumen o de biomasa fustal. La cuantificación de la biomasa fustal es de interés fundamental para varios fines, entre otros, se puede utilizar como indicador de la cantidad de madera disponible para uso comercial (e.g. madera aserrada, astillas, pulpa), cantidad de carbono almacenado y cantidad potencial de combustible energético (Brown *et al.* 1989, Návar *et al.* 2001).

La biomasa fustal puede determinarse mediante métodos directos o indirectos (Fonseca *et al.* 2009). Los métodos directos consisten en procedimientos destructivos que involucran el seccionamiento del fuste para la obtención de muestras, a partir de las cuales se determina la masa seca del fuste. Por su parte, los métodos indirectos involucran el uso de modelos alométricos que determinan la relación existente entre la biomasa fustal y variables de estado del árbol como el diámetro a la altura del pecho, la altura total o densidad básica de la madera (Fehrmann y Kleinn 2006, Li y Xiao 2007, Návar *et al.* 2002). En el ajuste de estos modelos se utilizan los datos obtenidos mediante métodos directos. Aunque las funciones resultantes del ajuste permiten estimar la biomasa con un alto grado de precisión, la mayor limitación deriva del hecho que habitualmente se elaboran funciones de biomasa fustal a nivel de árbol y no para fracciones del fuste comprendidas entre el tocón y otro punto superior en el árbol (Prodan *et al.* 1997). Así, estas funciones son poco útiles para planificar el aprovechamiento integral del fuste, especialmente en aquellos casos en los que éste genera algunos productos que requieren la cuantificación volumétrica (e.g. trozas destinadas a aserrío, debobinado o defoliado), en tanto que otros requieren una cuantificación másica (e.g. pulpa, bioenergía). Los constantes cambios en los límites comercializables y la nula flexibilidad de las funciones de biomasa fustal a nivel de árbol ha estimulado el desarrollo de métodos alternativos para la estimación de biomasa fustal de altura variable.

Modelos de biomasa fustal de altura variable pueden obtenerse a partir del enfoque densidad-integral propuesto por Parresol y Thomas (1989). Este método combina un modelo de perfil fustal y un modelo de densidad básica de la madera, ambos expresados en función de la altura relativa

del fuste (Jordan *et al.* 2006, Parresol 1999, Parresol y Thomas 1989). La función resultante, permite obtener la biomasa entre dos alturas cualquiera del fuste o la biomasa desde el tocón hasta cualquier altura del fuste. El modelo se obtiene a partir de la doble integral del producto entre el área de la sección fustal, estimada mediante un modelo de perfil fustal, y la densidad básica de la madera, describiendo simultáneamente el cambio vertical en volumen y biomasa fustal. Aunque en el ajuste de ambos modelos se basa en los mismos datos que se requieren para el ajuste de modelos de biomasa fustal, no solo la función resultante de la doble integral es más flexible y útil que aquellas de altura fija, sino que ésta en conjunto con el modelo de perfil fustal constituyen un sistema de funciones que permiten la cuantificación complementaria másica-volumétrica del fuste. Este método se ha aplicado con éxito para estimar la biomasa fustal en diferentes especies (Brooks *et al.* 2007a, b, Calegario *et al.* 2017, Jordan *et al.* 2006, Flórez *et al.* 2014, Parresol y Thomas 1989, 1996, Thomas *et al.* 1995; Ver Planck y MacFarlane 2015, Zhang *et al.* 2002, Zakrzewski y Duchesne 2012).

El ajuste de modelos de perfil fustal, densidad básica de la madera y biomasa fustal de altura variable requiere de una estructura longitudinal de datos, es decir, múltiples medidas a lo largo del fuste en cada árbol (Lindstrom y Bates 1990). El principal problema que surge al utilizar este tipo de datos es que se violan dos supuestos básicos de regresión, i.e. homogeneidad de varianza e independencia de los residuos (Gregoire y Schabenberger 1996). Aunque existe literatura disponible sobre el análisis de datos longitudinales (Diggle *et al.* 2002, Leites y Robinson 2004), la estructura del error en este tipo de datos ha sido con frecuencia ignorada en varios estudios (Garber y Maguire 2003, Gregorie *et al.* 1995, Tassisa y Burkhart 1998), probablemente debido a que los parámetros estimados permanecen insesgados y consistentes en presencia de autocorrelación (Kozak 1997). Sin embargo, los parámetros estimados ya no son eficientes; las varianzas estimadas son sesgadas, por lo cual, las pruebas estadísticas habituales y los intervalos de confianza, generados para verificar la validez de las estimaciones, ya no son confiables (Neter *et al.* 1998).

El problema de autocorrelación residual se ha intentado solucionar mediante la incorporación de una estructura particular de error, donde es habitual expresar la autocorrelación entre los errores como una estructura autorregresiva de orden p , i.e. CAR(p) (Garber y Maguire 2003, Tassisa y

Burkhardt 1998, Zimmerman y Núñez-Antón 2001). Por su parte, el problema de heterocedasticidad puede ser solucionado mediante la incorporación de una función de potencia de la varianza residual utilizando como variables independientes el diámetro a la altura del pecho y la altura total (Crecente-Campo *et al.* 2009).

El objetivo de este estudio fue desarrollar funciones de biomasa fustal de altura variable mediante un sistema simultáneo densidad-integral para renovales de roble, raulí y coigüe. Estas funciones se obtienen de la doble integral del producto entre el área de sección fustal, obtenida de una función de perfil fustal, y una función de densidad básica de la madera; ambas variables en función de la altura relativa del fuste. En el ajuste simultáneo de las funciones de biomasa fustal se incorporó una estructura autorregresiva de orden 2 y una función de potencia de la varianza residual para solucionar los problemas de autocorrelación residual y heterocedasticidad.

2. Metodología

2.1. Método de muestreo

El área de interés del estudio se dividió en estratos de acuerdo a las zonas agroclimáticas definidas por ODEPA (2000), i.e. Secano costero, Secano interior, Valle seco y Precordillera (Figura 17). En Secano costero y Valle seco se seleccionaron 2 rodales, en Secano interior se seleccionó un rodal y en Precordillera, la zona de mayor extensión longitudinal, se seleccionaron cuatro rodales. Los rodales fueron relativamente homogéneos en cuanto a composición de especies y alteración antrópica y poseían una superficie mayor a 10 ha.

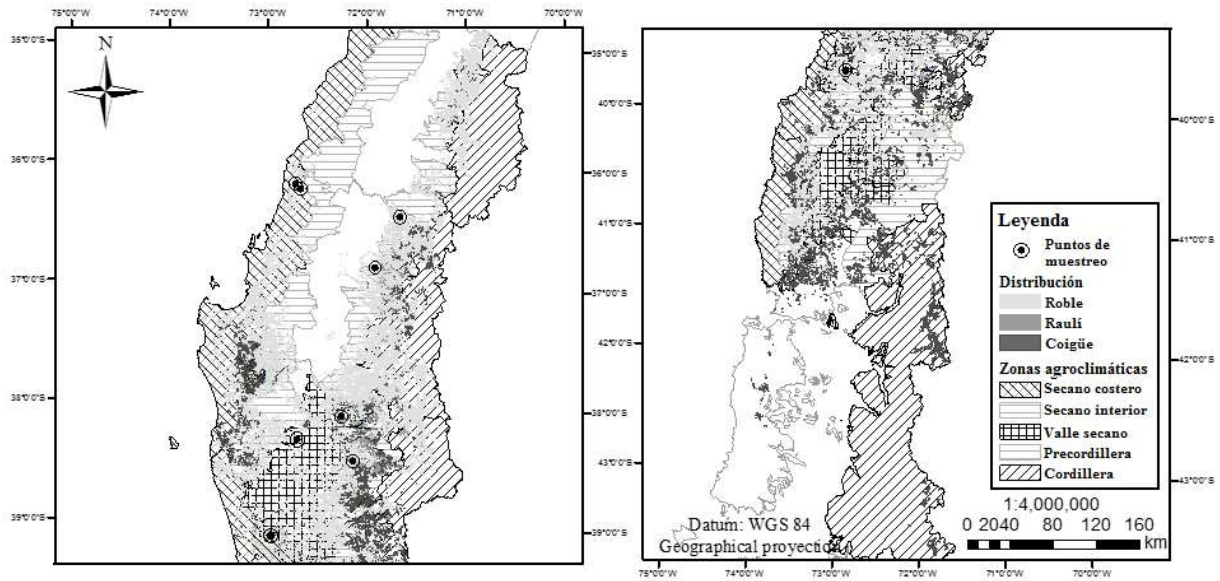


Figura 17. Zonas agroclimáticas, distribución geográfica del Tipo Forestal Roble-Raulí-Coigüe y puntos de muestreo.

La selección de rodales de muestreo se realizó en base a criterios de representatividad de las especies roble, raulí y coigüe, dando mayor probabilidad de selección a rodales de mejor estructura y cobertura, usando para ello bases de datos del Catastro de Recursos Vegetacionales Nativos de Chile (CONAF 2011). En cada rodal se establecieron tres parcelas circulares de 500 m² cada una, las cuales se distribuyeron aleatoriamente. En cada parcela se realizó la medición del diámetro a la altura del pecho (D) de todos los árboles con $D \geq 10$ cm, descartando árboles de otras especies. Las tres parcelas fueron procesadas para generar la tabla de rodal promedio, la que se utilizó como base para la selección de los árboles muestra. La selección de estos árboles se realizó de acuerdo a la distribución del diámetro a la altura del pecho al cuadrado (D^2), debido a que esta variable está mejor correlacionada con la biomasa aérea a nivel de árbol; esta forma de selección permitió generar una muestra auto-ponderada. En cada rodal mixto se seleccionaron cinco árboles de cada una de las tres especies de interés del estudio (i.e. roble, raulí y coigüe); en rodales mono-específicos se seleccionaron diez árboles de la especie presente; los árboles seleccionados fueron sometidos a muestreo destructivo.

2.2. Medición y determinación de variables

A cada árbol seleccionado en pie se le registró el diámetro a la altura del pecho (D). Una vez volteados, se midió la altura de tocón, altura total, y diámetro con y sin corteza en los extremos de cada sección del fuste, comenzando a la altura de tocón, luego a la altura media entre tocón y 1.3 m de altura, a la altura de 1.3 m y desde esta altura cada 2.44 m hasta un diámetro límite de utilización de 10 cm, y luego cada 1 m hasta un diámetro de 2.5 cm. A su vez, se midió la altura y diámetros en la mitad de cada sección. En forma paralela se extrajeron rodela de los extremos de cada sección fustal. Estas rodela se utilizaron para determinar espesor de corteza, densidad básica de la madera y biomasa de cada sección fustal.

La densidad básica de la madera se determinó a partir de la razón entre el peso seco y el volumen verde (ambos sin corteza) de una muestra angular en cada una de las rodela, i.e. $\delta_i = Ps / Vv$, donde δ_i : es la densidad básica de la madera (g cm^{-3}), Ps : es el peso seco de la muestra (g), Vv : es el volumen de la muestra saturada (cm^3). La muestra angular abarcó un sector de 30° con centro en la médula y abarcando hasta el exterior de cada rodela y se localizó sobre el radio promedio de la rodela. El peso seco sin corteza fue obtenido con una balanza electrónica (precisión 0.01 g), posterior al secado en horno a 105°C , hasta alcanzar peso constante, de acuerdo a la Norma ASTM E 871-82. El volumen verde fue determinado mediante el método de desplazamiento de líquidos, con una balanza electrónica (precisión 0,01 g), asumiendo una densidad del agua de 1 g cm^{-3} .

La biomasa fustal se obtuvo de los datos de tamaño y distanciamiento entre rodela y de la densidad básica de la madera (δ_i) mediante la relación (3). Esta relación resultó del producto entre el volumen de la sección fustal, determinada mediante la fórmula de Smalian (1) y la densidad básica promedio de la sección (2), valor correspondiente al promedio de las densidades de las rodela en los extremos de cada sección ponderado por las correspondientes áreas transversales de cada sección. El volumen y biomasa fustal total, respectivamente, de cada árbol se obtuvo de la sumatoria del volumen y biomasa de las secciones que lo componían desde la base hasta la parte superior del árbol. En el Tabla 24 se presenta el resumen estadístico de las principales variables de la base de datos utilizada en el ajuste y validación de los modelos.

$$V_i = (A_b + A_s)L / 2 \quad (1)$$

$$\bar{\delta}_i = (\delta_b A_b + \delta_s A_s) / (A_b + A_s) \quad (2)$$

$$W_i = (\delta_b A_b + \delta_s A_s)L / 2 \quad (3)$$

Donde V_i , $\bar{\delta}_i$ y W_i son el volumen de madera (m^3), densidad básica promedio de la madera ($kg\ m^{-3}$) y peso seco (kg), respectivamente, de la sección del fuste comprendida entre dos rodela sucesivas en el fuste de un árbol, los cuales se asumieron como valores reales para efectos de este estudio; A_b , A_s , δ_b y δ_s , respectivamente, son las áreas de sección (m^2) y las densidades básicas de la madera ($kg\ m^{-3}$) de la rodela basal y superior de cada sección fustal; L es la longitud de la sección (m).

Tabla 24. Estadísticos descriptivos de la base de datos utilizada en el estudio.

Especie	Zona	n	D (cm)			CV (%)	H (m)			CV (%)
			mínimo	media	máximo		mínimo	media	máximo	
Roble	Secano costero	20	10.0	19.4	28.2	27.9	12.0	17.0	24.0	19.9
	Secano interior	10	12.9	19.7	35.1	37.0	11.7	15.8	24.0	24.7
	Valle secano	20	11.6	28.6	49.0	35.8	12.8	26.7	38.5	25.7
	Precordillera	30	10.6	23.6	42.1	35.7	12.6	22.6	33.6	26.5
	Total	80	10.0	23.3	49.0	37.7	11.7	21.4	38.5	31.6
Raulí	Precordillera	10	11.1	23.4	42.0	41.8	12.5	22.5	28.2	22.1
Coigüe	Precordillera	10	12.0	26.7	42.4	39.1	18.0	26.4	31.7	19.8
			V (m^3)				W (kg)			
Roble	Secano costero	20	0.0408	0.2140	0.4517	57.6	20.2	101.8	224.8	58.2
	Secano interior	10	0.0672	0.2380	0.7699	94.9	29.7	106.1	340.7	95.2
	Valle secano	20	0.0665	0.8045	2.6951	82.9	27.6	364.2	1227.1	84.4
	Precordillera	30	0.0575	0.4869	1.6736	84.9	25.4	221.8	748.5	86.0
	Total	80	0.0408	0.4670	2.6951	102.9	20.2	212.9	1227.1	103.4
Raulí	Precordillera	10	0.0607	0.4573	1.1983	83.3	27.3	192.7	560.4	88.1
Coigüe	Precordillera	10	0.0919	0.7064	1.7418	80.6	43.6	335.6	842.3	80.4

D: diámetro a la altura del pecho (cm); H: altura total (m); V: volumen fustal total sin corteza (m^3);

W: biomasa fustal total sin corteza (kg), CV: coeficiente de variación (%).

2.3. Modelación del perfil fustal y densidad básica de la madera

En la modelación del perfil fustal se utilizó el modelo básico de Bruce *et al.* (1968) modificado (4), en el cual se estimaron los exponentes (e_i) a partir de los datos de diámetro de fuste disponibles para este estudio. En la modelación de la densidad básica de la madera se utilizó el modelo (5),

tomando como base un polinomio de tres parámetros, donde $c_i = 6$ para roble y raulí y $c_i = 3$ para coigüe.

$$y_i^2 = b_1 x_i^{e_1} + b_2 x_i^{e_2} + b_3 x_i^{e_3} \quad (4)$$

$$\hat{\delta}_i = a_0 + a_1 x_i^{0.5} + a_2 x_i^{c_i} \quad (5)$$

$$\text{Con } y_i = d / D \text{ y } x_i = (H - h) / (H - 1.3)$$

Donde d : diámetro sin corteza (cm) a una altura h (m) en el fuste; D : diámetro de fuste con corteza, medido a 1.3 m desde el suelo (cm); H : altura total (m); $\hat{\delta}_i$: densidad básica de la madera (kg m^{-3}) a la altura relativa x_i en el fuste; $b_{1,2,3}$, $e_{1,2,3}$ y $a_{0,1,2}$: parámetros de los modelos.

2.4. Desarrollo de los modelos

En la modelación del volumen fustal de altura variable se utilizó la integral del área de la sección fustal (6), obtenida del modelo de perfil fustal (4). En la modelación de la biomasa fustal de altura variable se utilizó el método de densidad-integral (7) sugerido por Parresol y Thomas (1989), resultante de la doble integral del producto entre el área de la sección fustal, obtenida del modelo de perfil fustal (4) y la densidad básica de la madera (5), ambos expresados en función de la altura relativa del fuste.

$$\hat{v}_i = (1.3 - H) \int_{x_l}^{x_u} f(x_i) dx \quad (6)$$

$$\hat{w}_i = (1.3 - H) \int_{x_l}^{x_u} \int_0^{f(x_i)} \hat{\delta}_i(x_i, y_i) dx dy \quad (7)$$

Donde \hat{v}_i y \hat{w}_i : son el volumen (m^3) y la biomasa de madera (kg), respectivamente, de la sección del fuste comprendida entre las alturas relativas x_l y x_u , $f(x_i)$: es la función del área transversal del fuste, obtenida del modelo de perfil fustal (i.e. $f(x_i) = kD^2(b_1 x_i^{e_1} + b_2 x_i^{e_2} + b_3 x_i^{e_3})$ y $k = \pi / 40000$) y $\hat{\delta}_i$: es la función de densidad básica de la madera (i.e. $\hat{\delta}_i = a_0 + a_1 x_i^{0.5} + a_2 x_i^{c_i}$).

Así, las soluciones de las integrales (6) y (7) quedaron definidas como los modelos (8) y (9), respectivamente.

$$\hat{v}_i = (1.3 - H)kD^2 \left\{ \frac{b_1 x_i^{e_1+1}}{e_1+1} + \frac{b_2 x_i^{e_2+1}}{e_2+1} + \frac{b_3 x_i^{e_3+1}}{e_3+1} \right\} \Bigg|_{x_y}^{x_u} \quad (8)$$

$$\hat{w}_i = (1.3 - H)kD^2 \left\{ \begin{array}{l} a_0 \left(\frac{b_1 x_i^{e_1+1}}{e_1+1} + \frac{b_2 x_i^{e_2+1}}{e_2+1} + \frac{b_3 x_i^{e_3+1}}{e_3+1} \right) \\ + a_1 \left(\frac{b_1 x_i^{e_1+1.5}}{e_1+1.5} + \frac{b_2 x_i^{e_2+1.5}}{e_2+1.5} + \frac{b_3 x_i^{e_3+1.5}}{e_3+1.5} \right) \\ + a_2 \left(\frac{b_1 x_i^{e_1+(c_i+1)}}{e_1+(c_i+1)} + \frac{b_2 x_i^{e_2+(c_i+1)}}{e_2+(c_i+1)} + \frac{b_3 x_i^{e_3+(c_i+1)}}{e_3+(c_i+1)} \right) \end{array} \right\} \Bigg|_{x_y}^{x_u} \quad (9)$$

Posteriormente, para solucionar los problemas de autocorrelación en los modelos de perfil fustal y de densidad básica de la madera, se incorporó una estructura autorregresiva de orden 2 (i.e. CAR(p)) (10), para la matriz de varianzas-covarianzas en el que se asume que las correlaciones decrecen con el incremento de la distancia (d_{ij}) entre mediciones (h_{ij}) (Gregoire *et al.* 1995; Zimmerman y Núñez-Antón, 2001). A su vez, para solucionar el problema de heterocedasticidad en el ajuste de los modelos de volumen y biomasa fustal se empleó regresión ponderada, asumiendo que la varianza del error puede ser modelada como una función de la variable combinada D^2H , i.e. $\sigma_i^2 = (D^2H)^\phi$ (Crecente-Campos *et al.* 2009). Los valores de ϕ fueron estimados a través de regresión lineal, utilizando el método propuesto por Harvey (1976), el cual consiste en emplear el error estimado del modelo no ponderado como variable dependiente en el modelo de varianza del error, i.e. $\hat{e}_i^2 = \phi_0 (D^2H)^\phi$.

$$e_{ij} = \sum_{k=1}^{k=x} I_k \rho_k^{h_{ij}-h_{ij-k}} e_{ij-k} \quad (10)$$

Donde e_{ij} : j -ésimo residuo del i -ésimo árbol; e_{ij-k} : $j-k$ -ésimo residuo del i -ésimo árbol, con $I_k = 1$ para $j > k$ e $I_k = 0$ para $j \leq k$; ρ_k parámetro autorregresivo de orden k ; $h_{ij} - h_{ij-k}$: distancia que separa la altura de medición j -ésima de la altura de medición $j-k$ -ésima en cada árbol ($h_{ij} > h_{ij-k}$).

2.5. Ajuste y evaluación de los modelos

En el ajuste de todos los modelos se utilizó el software estadístico SAS (SAS 2009). En una primera fase, se realizó un ajuste independiente de los modelos (4) y (5) utilizando los procedimientos NLIN y REG, respectivamente, mediante el método de mínimos cuadrados ordinarios. En la segunda fase, los modelos (4), (5), (8) y (9) fueron ajustados simultáneamente utilizando el procedimiento MODEL, mediante el método de regresiones aparentemente no relacionadas (SUR) (Parresol y Thomas 1996, Thomas *et al.* 1995). Todos los modelos fueron ajustados por especie y zona. La determinación de la significancia de los efectos zonales en estos modelos se realizó incorporando variables *dummy* asociadas a cada parámetro (Hardy 1993, Ott 1997). En una situación hipotética con datos disponibles para z zonas, de acuerdo a esta metodología, se requiere incorporar $z - 1$ variables *dummy* para identificar los datos de $z - 1$ de esas zonas. Por ejemplo, en roble, especie con datos en cuatro zonas en este estudio, el modelo (4) con variables *dummy* adquiere la estructura (11).

$$y_i^2 = (b_1 + B_1)x_i^{e_1} + (b_2 + B_2)x_i^{e_2} + (b_3 + B_3)x_i^{e_3} \quad (11)$$

Donde $B_1 = b_{11}d_1 + b_{12}d_2 + b_{13}d_3$, $B_2 = b_{21}d_1 + b_{22}d_2 + b_{23}d_3$, $B_3 = b_{31}d_1 + b_{32}d_2 + b_{33}d_3$; $b_{1,2,3}$: parámetros del modelo para aquella zona no marcada mediante variables *dummy*; $d_{1,2,3}$: variables *dummy*, con $d_i = 1$ para aquellos datos pertenecientes a la i -ésima zona y $d_i = 0$ en caso contrario; $b_{1i,2i,3i}$: representan la diferencia entre los parámetros obtenidos en la i -ésima zona y los valores respectivos obtenidos del ajuste para la zona cuyos datos no fueron marcados ($b_{1,2,3}$). En este estudio, la zona no marcada correspondió a la zona que presentaba el mayor tamaño de la muestra destinada al ajuste, i.e. Precordillera en roble; en raulí y coigüe no se realizó este análisis, debido a que para ambas especies este estudio solo recopiló datos en una única zona (i.e. Precordillera).

Los estadísticos utilizados para evaluar la precisión del ajuste de todos los modelos fueron la raíz del error cuadrático medio (*RMSE*) y el coeficiente de variación residual (*CV*). En la comparación del modelo (9) con y sin corregir se utilizó el índice de Akaike (*AIC*) (Akaike 1974), seleccionando el modelo con el *AIC* más bajo. En la validación de todas las funciones se utilizó la raíz del error cuadrático medio (*RMSE_p*) y el coeficiente de variación residual (*CV_p*), ambos provenientes de la validación cruzada.

$$RMSE = \sqrt{SSE / (n - p)} \quad (12)$$

$$CV(\%) = 100RMSE / \bar{y} \quad (13)$$

$$AIC = n \ln(SSE / n) + 2p \quad (14)$$

$$RMSE_p = \sqrt{PRESS / (n - p)} \quad (15)$$

$$CV_p(\%) = 100RMSE_p / \bar{y} \quad (16)$$

Donde *SSE*: suma de cuadrados residual (i.e. $\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$); *PRESS*: suma de cuadrados de la predicción (i.e. $\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_{i1})^2$); y_i , \bar{y} y \hat{y}_i : valor observado, valor promedio y valor estimado por el modelo, respectivamente; \hat{y}_{i1} : valor estimado para la observación *i* mediante el modelo ajustado sin considerar esta observación en el ajuste del modelo; ln: logaritmo natural; *n*: tamaño de la muestra; *p*: número de parámetros de los modelos.

El análisis de la calidad predictiva de los modelos de volumen (8) y biomasa fustal (9) se realizó contrastando los valores estimados de volumen y biomasa, respectivamente, con los valores observados. Este análisis se realizó a nivel de troza y árbol. En ambos casos, el análisis incluyó la separación según clases de tamaño, i.e. en clases de diámetro menor de trozas y en clases de *D* para los árboles. El análisis se realizó en base al índice de exactitud (*E*).

$$E = \sqrt{\bar{\epsilon}^2 + S_{\epsilon}^2} \quad (17)$$

Donde $\bar{\varepsilon}$: desvío promedio (i.e. $\sum_{i=1}^n \varepsilon / n$); S_{ε}^2 : varianza de los desvíos (i.e. $\sum_{i=1}^n (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2 / (n-1)$).

3. Resultados

3.1. Modelación del perfil fustal

En las tres especies y distintas zonas de estudio, el ajuste del modelo de perfil fustal (4) entregó todos los parámetros altamente significativos ($P < 0.0001$) (Tabla 25). A su vez, el modelo (4) presentó una alta precisión, con valores de CV menores a 14.4 %, 11.9 % y 12.6 % en roble, raulí y coigüe, respectivamente.

En el ajuste del modelo (4) incluyendo variables *dummy*, se detectó efecto significativo de zona en las tres especies (Tabla 25). El análisis continuó con un proceso de reagrupación de zonas para cada parámetro del modelo, hasta identificar agrupaciones con parámetros similares. En la Tabla 25, el primer conjunto de funciones para cada especie incorpora las pruebas de significancia de efectos asociadas a cada parámetro; el segundo conjunto corresponde a las funciones resultantes para la agrupación de zonas que presentaron parámetros similares. En roble, en el parámetros b_2 se detectó una agrupación de tres zonas, i.e. Secano costero, Secano interior y Precordillera con $b_2 = -0.1340$; las demás zonas presentaron parámetros independientes. Así, las funciones finales para Secano costero, Secano interior, Valle seco y Precordillera fueron $y_i^2 = 0.9484x_i^{1.4978} - 0.1340x_i^{2.7293} + 0.0229x_i^{31.4880}$, $y_i^2 = 0.9211x_i^{1.4993} - 0.0463x_i^{2.5964} + 0.0163x_i^{31.7159}$, $y_i^2 = 0.9417x_i^{1.4993} - 0.1340x_i^{2.5043} + 0.0750x_i^{31.5249}$ y $y_i^2 = 1.0434x_i^{1.4848} - 0.1340x_i^{2.5442} + 0.0314x_i^{30.7098}$, respectivamente. En la validación de estas funciones se obtuvieron valores de CVp iguales a 14.7 %, 11.1 %, 14.5 % y 16.4 %, respectivamente. Para raulí y coigüe las funciones finales fueron $y_i^2 = 0.9934x_i^{1.4430} - 0.1636x_i^{2.2677} + 0.0649x_i^{30.4892}$ y $y_i^2 = 1.0231x_i^{1.5120} - 0.1715x_i^{3.1599} + 0.0748x_i^{31.5734}$ con valores de $CVp = 12.9$ % y $CVp = 13.4$ % en la validación, respectivamente. En las tres especies y diferentes zonas, las líneas de estimación se posicionan centradamente sobre los datos observados, confirmando que las funciones son adecuadas para las zonas consideradas en el ajuste de los modelos (Figura 18).

Tabla 25. Parámetros estimados y estadísticos de las funciones de perfil fustal, según especie y zona.

Especie	Zona	n	Parámetros									RMSE	CV (%)	RMSEp	CVp (%)
			b_1	b_1d_i	b_2	b_2d_i	b_3	b_3d_i	e_1	e_2	e_3				
Roble	Secano costero	20	0.9484**	-0.0950*	-0.0993**	0.0757ns	0.0229**	-0.0085*	1.4978**	2.7293**	31.4880**	0.0720	14.1	0.0741	14.5
	Secano interior	10	0.9211**	-0.1223*	-0.0463**	0.1288*	0.0163**	-0.0151*	1.4993**	2.5964**	31.7159**	0.0562	11.1	0.0582	11.5
	Valle secano	20	0.9417**	-0.1017*	-0.0929**	0.0822ns	0.0750**	0.0436*	1.4911**	2.5043**	30.5249**	0.0612	13.7	0.0718	16.0
	Precordillera	30	1.0434**		-0.1751**		0.0314**		1.4848**	2.5442**	30.7098**	0.0684	14.3	0.0702	14.7
	Secano costero	20	0.9484**		-0.1340**		0.0229**		1.4978**	2.7293**	31.4880**			0.0748	14.7
	Secano interior	10	0.9211**		-0.0463**		0.0163**		1.4993**	2.5964**	31.7159**			0.0558	11.1
	Valle secano	20	0.9417**		-0.1340**		0.0750**		1.4911**	2.5043**	30.5249**			0.0648	14.5
	Precordillera	30	1.0434**		-0.1340**		0.0314**		1.4848**	2.5442**	30.7098**			0.0783	16.4
Raulí	Precordillera	10	0.9934**		-0.1636**		0.0649*		1.4430**	2.2677**	30.4892**	0.0539	11.8	0.0588	12.9
Coigüe	Precordillera	10	1.0231**		-0.1715**		0.0748**		1.5120**	3.1599**	31.5734**	0.0590	12.5	0.0632	13.4

** : $P < 0.0001$; * : $P < 0.05$; ns: no significativo ($P \geq 0.05$); n: tamaño de muestra para ajuste; $b_{i,2,3i}$: diferencia entre los parámetros obtenidos en la i -ésima zona, respecto de aquellos obtenidos en la zona no marcada ($b_{1,2,3}$); RMSE: raíz del error cuadrático medio; CV: coeficiente de variación residual; RMSEp: raíz del error cuadrático medio de la validación cruzada; CVp: coeficiente de variación residual de la validación cruzada.

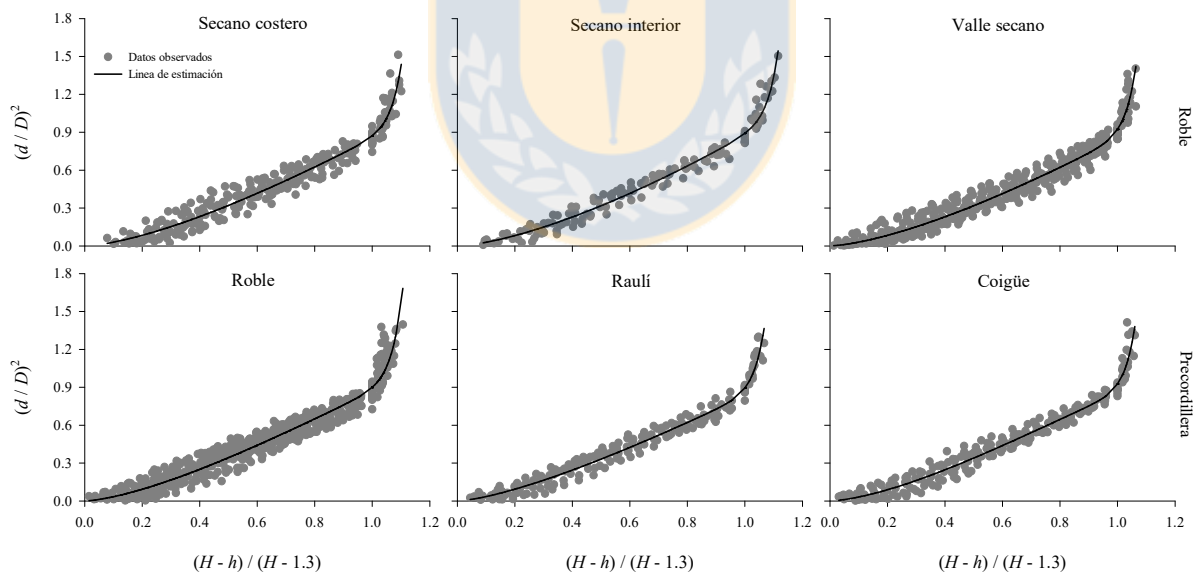


Figura 18. Relación entre el área de sección relativa y la distancia al ápice relativa (a la altura sobre el D), según especie y zona. Los símbolos en gris representan los datos observados y la línea continua representa la función ajustada.

3.2. Modelación de la densidad básica de la madera

En las tres especies y diferentes zonas, el ajuste del modelo de densidad básica de la madera (5) entregó todos los parámetros altamente significativos ($P < 0.0001$) (Tabla 26). A su vez, el modelo (5) presentó una alta precisión, con valores de CV menores a 7.8 %, 7.4 % y 3.8 % en roble, raulí y coigüe, respectivamente.

En el ajuste del modelo (5) incluyendo variables *dummy*, se detectó efecto significativo de zona en las tres especies (Tabla 26). En roble, en el parámetro a_1 se detectó una agrupación de tres zonas, i.e. Secano costero, Secano interior y Precordillera con $a_1 = 39.0607$; mientras que el parámetro a_2 fue único para las cuatro zonas, i.e. Secano costero, Secano interior, Valle seco y Precordillera con $a_2 = 45.2926$. Por su parte, el parámetro a_0 fue independiente para las demás zonas. Así, las funciones finales para Secano costero, Secano interior, Valle seco y Precordillera fueron $\hat{\delta}_i = 437.4077 + 39.0607x_i^{0.5} + 45.2926x_i^6$, $\hat{\delta}_i = 363.7527 + 73.1834x_i^{0.5} + 45.2926x_i^6$, $\hat{\delta}_i = 391.2954 + 39.0607x_i^{0.5} + 45.2926x_i^6$ y $\hat{\delta}_i = 411.8972 + 39.0607x_i^{0.5} + 45.2926x_i^6$, respectivamente. En la validación de estas funciones se obtuvieron valores de CVp equivalentes a 8.1 %, 5.5 %, 6.2 % y 7.6 %, respectivamente. Para raulí y coigüe las funciones finales fueron $\hat{\delta}_i = 357.1920 + 57.0779x_i^{0.5} + 26.0884x_i^6$ y $\hat{\delta}_i = 478.4811 + 30.3413x_i^{0.5} - 53.2818x_i^3$, obteniéndose valores de CVp de 8.3 % y 4.1 %, respectivamente. En las tres especies y diferentes zonas, las líneas de estimación se posicionan centradamente sobre los datos observados, confirmando que las funciones son adecuadas para las zonas consideradas en el ajuste de los modelos (Figura 19).

Tabla 26. Parámetros estimados y estadísticos de las funciones de densidad básica de la madera, según especie y zona.

Especie	Zona	n	Parámetros						RMSE (kg m ⁻³)	CV (%)	RMSE _p (kg m ⁻³)	CV _p (%)
			a ₀	a ₀ d _i	a ₁	a ₁ d _i	a ₂	a ₂ d _i				
Roble	Secano costero	20	437.4077**	25.5106*	21.3908**	-1.2170ns	51.9195**	4.9549ns	36.4408	7.7	37.5530	8.0
	Secano interior	10	363.7527**	-48.1444*	73.1834**	50.5755*	34.8092**	-12.1554ns	22.8013	5.3	25.2879	5.9
	Valle secano	20	391.2954**	-20.6018*	43.7150**	21.1072ns	47.4768**	0.5121ns	26.5215	6.1	27.3020	6.3
	Precordillera	30	411.8972**		22.6078**		46.9647**		31.4709	7.1	33.0482	7.5
	Secano costero	20	437.4077**		39.0607**		45.2926**				37.9201	8.1
	Secano interior	10	363.7527**		73.1834**		45.2926**				23.8064	5.5
	Valle secano	20	391.2954**		39.0607**		45.2926**				26.7460	6.2
	Precordillera	30	411.8972**		39.0607**		45.2926**				33.4982	7.6
Raulí	Precordillera	10	357.1920**		57.0778**		26.0884**		29.4378	7.3	33.7262	8.3
Coigüe	Precordillera	10	478.4811**		30.3413**		-53.2818**		17.9335	3.7	19.6618	4.1

** : $P < 0.0001$; * : $P < 0.05$; ns: no significativo ($P \geq 0.05$); n: tamaño de muestra para ajuste; $a_{0,i,2i}$: diferencia entre los parámetros obtenidos en la i -ésima zona, respecto de aquellos obtenidos en la zona no marcada ($a_{0,1,2}$); RMSE: raíz del error cuadrático medio; CV: coeficiente de variación residual; RMSE_p: raíz del error cuadrático medio de la validación cruzada; CV_p: coeficiente de variación residual de la validación cruzada.

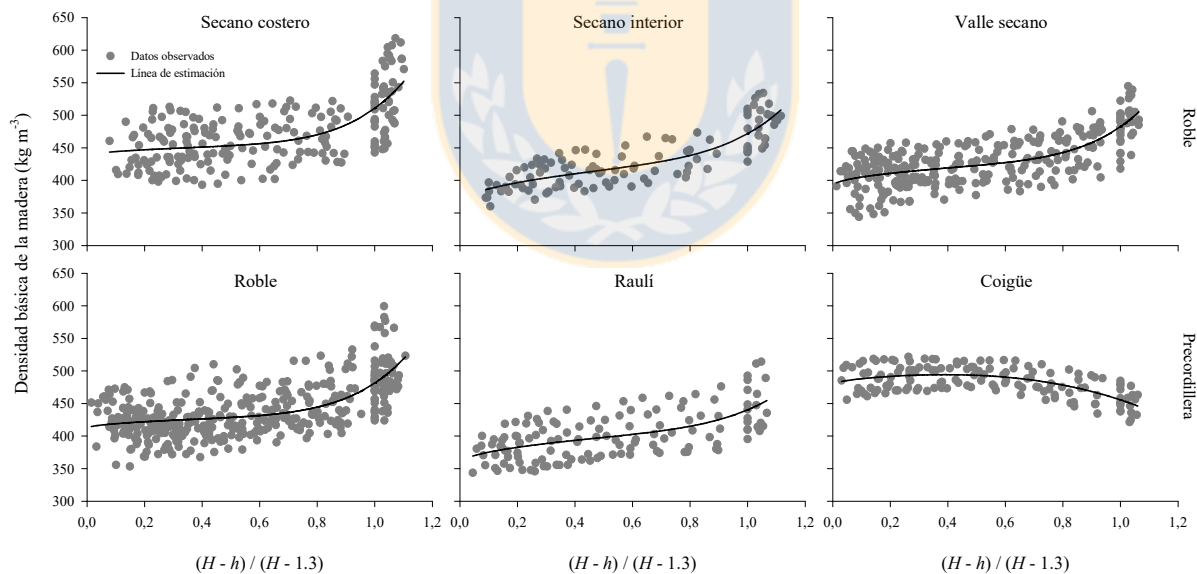


Figura 19. Relación entre la densidad básica de la madera y la distancia al ápice relativa (a la altura sobre el D), según especie y zona. Los símbolos en gris representan los datos observados y la línea continua representa la función ajustada.

3.3. Modelación simultánea de la biomasa fustal

En las tres especies y diferentes zonas, el ajuste del modelo de biomasa fustal (9) sin corregir y corregido para controlar autocorrelación y heterocedasticidad resultó con todos los parámetros significativos ($P < 0.05$) (Tabla 27), exceptuando b_2 de modelo (9) sin corregir en roble en tres de las cuatro zonas. El modelo (9) corregido con la estructura autorregresiva y la función de potencia resultó con los menores valores de $RMSE$, CV , AIC , $RMSEp$ y CVp para perfil fustal, densidad básica de la madera, volumen y biomasa fustal en las tres especies, superando en precisión al modelo sin corregir. A su vez, el ajuste del modelo (9) corregido solucionó los problemas de autocorrelación residual y de heterocedasticidad en las tres especies (Figuras 20 y 21) y aumentó la precisión de las funciones resultantes de perfil fustal, con valores de CV menores a 11.1 %, 9.7 % y 10.0 % para roble, raulí y coigüe, respectivamente, de densidad básica de la madera con valores de CV menores a 5.2 %, 4.1 % y 2.2 % para roble, raulí y coigüe, respectivamente, de volumen fustal con valores de CV menores a 10.5 %, 15.0 % y 7.1 % para roble, raulí y coigüe, respectivamente y de biomasa fustal con valores de CV menores a 11.5 %, 5.9 % y 8.6 % para roble, raulí y coigüe, respectivamente

En el ajuste del modelo (9) corregido incluyendo variables *dummy*, se detectaron efectos significativos de zona en las tres especies (Tabla 27). Para roble, los parámetros a_1 y b_2 fueron únicos para todas las zonas, i.e. $a_1 = 44.8319$ y $b_2 = -0.0658$; mientras que en el parámetro a_2 se detectó una agrupación de tres zonas, i.e. Secano interior, Valle seco y Precordillera con $a_2 = 29.4997$ y en el parámetro b_1 se detectó una agrupación de tres zonas, i.e. Secano costero, Secano interior y Precordillera con $b_1 = 0.9530$. Por su parte, los parámetros a_0 y b_3 fueron independientes para cada zona. En la validación de las funciones finales de biomasa fustal para Secano costero, Secano interior, Valle seco y Precordillera se obtuvieron valores de $RMSEp$ de 8.6034, 7.6470, 20.9919 y 16.9684 kg árbol⁻¹ equivalentes a CVp de 12.8 %, 11.6 %, 7.1 % y 13.1 %, respectivamente. Por su parte, para raulí y coigüe, se obtuvieron valores de $RMSEp$ de 9.1177 y 27.5856 kg árbol⁻¹ equivalentes a CVp de 8.0 % y 11.8 %, respectivamente.

Tabla 27. Parámetros estimados y estadísticos de las funciones de biomasa fustal de altura variable, según especie y zona.

Especie	Modelo	Zona	n	Parámetros																	
				a_0	a_{0d_i}	a_1	a_{1d_i}	a_2	a_{2d_i}	b_1	b_{1d_i}	b_2	b_{2d_i}	b_3	b_{3d_i}	e_1	e_2	e_3	ρ_1	ρ_2	
Roble	9 ^s	Secano costero	20	430.0696**		40.2326**		34.1291**		0.9056**		-0.0744**		0.0241**		1.4978**	2.7293**	31.4880**			
		Secano interior	10	376.5850**		63.3456**		29.8009**		0.8143**		0.0383ns		0.0175**		1.4993**	2.5964**	31.7159**			
		Valle secano	20	387.5501**		57.2997**		38.9711**		0.8502**		-0.0318ns		0.0519**		1.4911**	2.5043**	30.5249**			
		Precordillera	30	418.5893**		23.9044**		42.3717**		0.8701**		0.0179ns		0.0286**		1.4848**	2.5442**	30.7098**			
	9 ^c	Secano costero	20	436.4903**	25.4925*	31.2684**	-9.4404ns	40.8829**	12.8538*	0.9283**	-0.0353ns	-0.0775**	-0.0222ns	0.0214**	-0.0050*	1.4978**	2.7293**	31.4880**	0.8478**	0.5499**	
		Secano interior	10	386.4914**	-24.5064*	53.3595**	12.6507ns	27.6738**	-0.3553ns	0.9673**	0.0037ns	-0.1023**	-0.0470ns	0.0170**	-0.0093*	1.4993**	2.5964**	31.7159**	0.8280**	0.4684**	
		Valle secano	20	390.4248**	-20.5730*	53.9908**	13.2820ns	32.7961**	4.7671ns	0.9113**	-0.0523*	-0.0281**	0.0272ns	0.0483**	0.0220*	1.4911**	2.5043**	30.5249**	0.8072**	0.6034**	
		Precordillera	30	410.9978**		40.7088**		28.0291**		0.9636**		-0.0553**		0.0263**		1.4848**	2.5442**	30.7098**	0.8529**	0.5831**	
		Secano costero	20	436.4903**		44.8319**		40.8829**		0.9530**		-0.0658**		0.0214**		1.4978**	2.7293**	31.4880**			
		Secano interior	10	386.4914**		44.8319**		29.4997**		0.9530**		-0.0658**		0.0170**		1.4993**	2.5964**	31.7159**			
		Valle secano	20	392.9717**		44.8319**		29.4997**		0.8556**		-0.0658**		0.0447**		1.4911**	2.5043**	30.5249**			
		Precordillera	30	410.9978**		44.8319**		29.4997**		0.9530**		-0.0658**		0.0263**		1.4848**	2.5442**	30.7098**			
	Raulí	9 ^s	Precordillera	10	369.1759**		44.3104**		28.7414**		0.9087**		-0.0848**		0.0684**		1.4430**	2.2677**	30.4892**		
		9 ^c		10	376.7747**		27.0711**		34.6392**		0.9950**		-0.1516**		0.0601**		1.4430**	2.2677**	30.4892**	0.8817**	0.6049**
Coigüe	9 ^s	Precordillera	10	482.6218**		19.4304**		-49.4108**		1.0635**		-0.1889**		0.0552**		1.5120**	3.1599**	31.5734**			
	9 ^c		10	487.0920**		13.0971**		-45.9624**		1.0633**		-0.2156**		0.0798**		1.5120**	3.1599**	31.5734**	0.9110**	0.5740**	

** $: P(t) < 0.0001$; * $: P(t) < 0.05$; ns: no significativo ($P(t) \geq 0.05$); 9^{s,c}: sin corregir y corregido; y_i^2 , $\hat{\delta}_i$, \hat{v}_i y \hat{w}_i : función de perfil fustal, densidad básica de la madera, volumen fustal y biomasa fustal de altura variable; n: tamaño de muestra; $a_{0i,1,2i}$ y $b_{1i,2i,3i}$: diferencia entre los parámetros obtenidos en la i-ésima zona, respecto de aquellos obtenidos en la zona no marcada ($a_{0,1,2}$ y $b_{1,2,3}$); RMSE: raíz del error cuadrático medio; AIC: índice de Akaike; CV: coeficiente de variación residual; RMSEP: raíz del error cuadrático medio de la validación cruzada; CVp: coeficiente de variación residual de la validación cruzada.

Tabla 27. Parámetros estimados y estadísticos de las funciones de biomasa fustal de altura variable, según especie y zona (continuación).

Especie	Modelo	Zona	n	y_i^2					$\hat{\delta}_i$					\hat{v}_i					\hat{w}_i								
				RMSE	CV (%)	AIC	RMSE _p	CV _p (%)	RMSE (kg m ⁻³)	CV (%)	AIC	RMSE (kg m ⁻³)	CV _p (%)	RMSE (m ³)	CV (%)	AIC	RMSE (m ³)	CV _p	RMSE (kg)	CV (%)	AIC	RMSE (kg)	CV _p (%)				
Roble	1	Secano costero	20	0.0705	13.8	-1596.4					36.0535	7.7	2183				0.0140	9.7	-2623				8.5180	12.3	1307.1		
		Secano interior	10	0.0577	11.4	-850.4					23.3923	5.4	963				0.0208	12.2	-1278				7.3369	9.5	610.8		
		Valle secano	20	0.0633	14.1	-2567.4					26.1199	6.0	3058				0.0490	7.6	-2866				18.1541	6.1	2716.6		
		Precordillera	30	0.0694	14.6	-3253.8					32.2133	7.3	4261				0.0439	12.2	-4006				17.3565	10.4	3502.3		
	2	Secano costero	20	0.0518	10.2	-1779.2	0.0695	13.6			24.0269	5.1	1941	35.7398	7.6		0.0130	9.0	-2574	0.0140	9.7		7.8731	11.4	1263.9	8.4958	12.3
		Secano interior	10	0.0455	9.0	-918.5	0.0542	10.7			16.7272	3.9	865	23.9067	5.5		0.0140	8.2	-1155	0.0208	12.2		7.0032	9.0	601.3	7.3502	9.5
		Valle secano	20	0.0491	11.0	-2800.1	0.0633	14.1			15.0750	3.5	2548	26.1808	6.0		0.0459	7.1	-2803	0.0490	7.6		17.1890	5.8	2708.9	18.1180	6.1
		Precordillera	30	0.0501	10.5	-3649.7	0.0685	14.4			20.5301	4.6	3713	32.8029	7.4		0.0375	10.4	-3812	0.0438	12.2		16.8558	10.1	3470.9	17.3320	10.4
		Secano costero	20				0.0779	15.3						38.1770	8.1									8.8577		12.8	
		Secano interior	10				0.0610	12.1						25.6549	6.0									8.9853		11.6	
		Valle secano	20				0.0713	15.9						27.5349	6.3									21.2015		7.1	
		Precordillera	30				0.0774	16.2						33.1152	7.5									21.9747		13.1	
	Raulí	1	Precordillera	10	0.0534		-1190.1				29.8515	7.4	1403				0.0558	17.0	-1228				8.5250	6.1	872.9		
		2		10	0.0438	9.6	-1267.6	0.0610	13.3		16.3615	4.0	1160	33.9302	8.4		0.0487	14.9	-1169	0.0665	17.3		8.0698	5.8	869.6	11.2149	8.0
Coigüe	1	Precordillera	10	0.0601		-1282.8				17.5623	3.6	1329				0.0366	7.3	-1527				20.7291	8.8	1403.5			
	2		10	0.0466	9.9	-1395.9	0.0703	14.9		10.1018	2.1	1078	19.4385	4.0		0.0353	7.0	-1507	0.0544	10.8		20.1890	8.5	1407.1	27.8017	11.8	

** $: P(t) < 0.0001$; * $: P(t) < 0.05$; ns: no significativo ($P(t) \geq 0.05$); 9^{s.c.}: sin corregir y corregido; y_i^2 , $\hat{\delta}_i$, \hat{v}_i y \hat{w}_i : función de perfil fustal, densidad básica de la madera, volumen fustal y biomasa fustal de altura variable; n: tamaño de muestra; $a_{0i,1i,2i}$ y $b_{1i,2i,3i}$: diferencia entre los parámetros obtenidos en la i-ésima zona, respecto de aquellos obtenidos en la zona no marcada ($a_{0,1,2}$ y $b_{1,2,3}$); RMSE: raíz del error cuadrático medio; AIC: índice de Akaike; CV: coeficiente de variación residual; RMSE_p: raíz del error cuadrático medio de la validación cruzada; CV_p: coeficiente de variación residual de la validación cruzada.

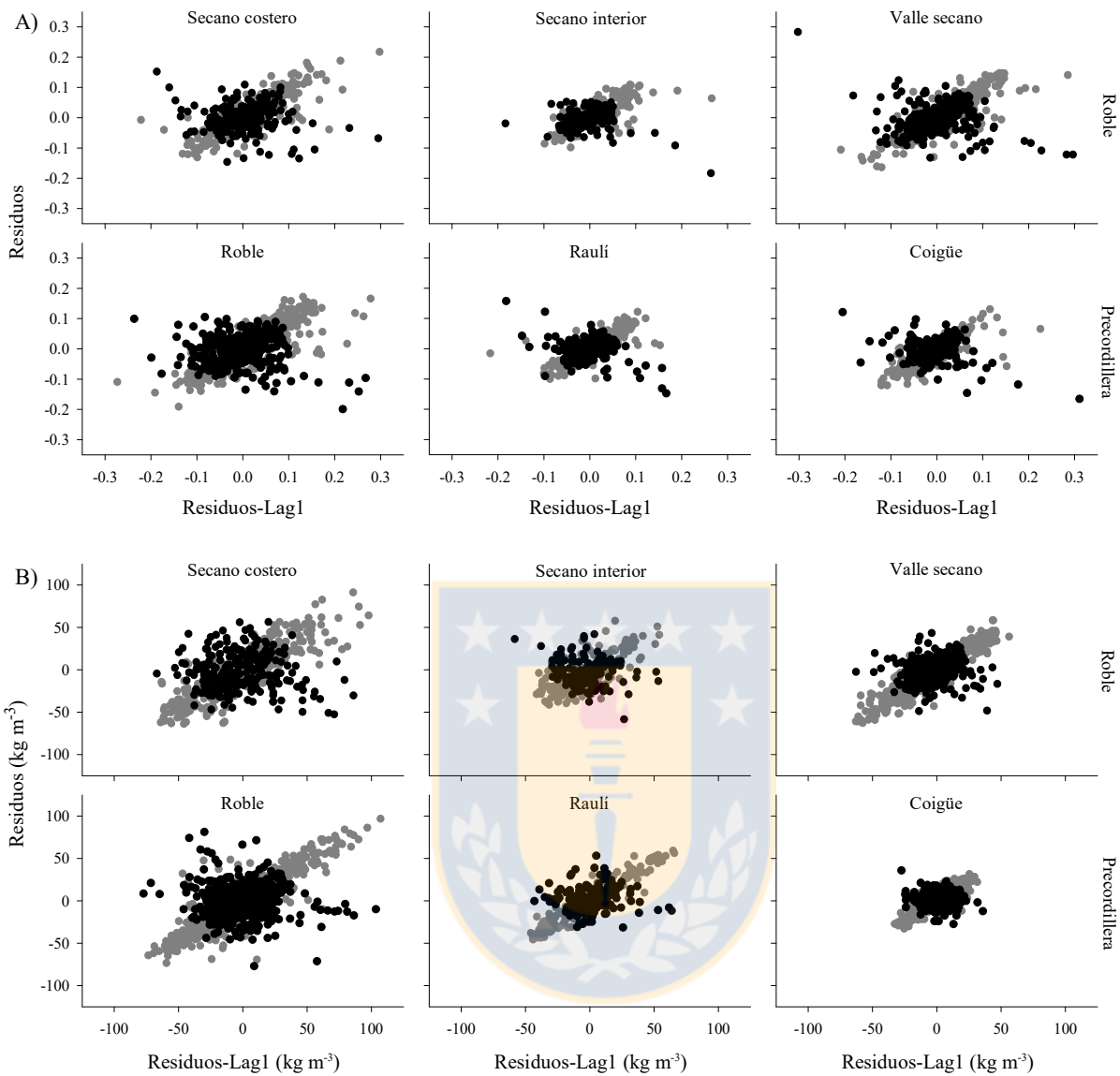


Figura 20. Relación entre los residuos y los residuos con un retardo (Lag1) (perfil fustal y densidad básica de la madera), según especie y zona. Los símbolos en gris representan los residuos observados del ajuste del modelo (9) sin corregir para el perfil fustal (A) y la densidad básica de la madera (B). Los símbolos en negro representan los residuos observados del ajuste del modelo (9) corregido para el perfil fustal (A) y la densidad básica de la madera (B).

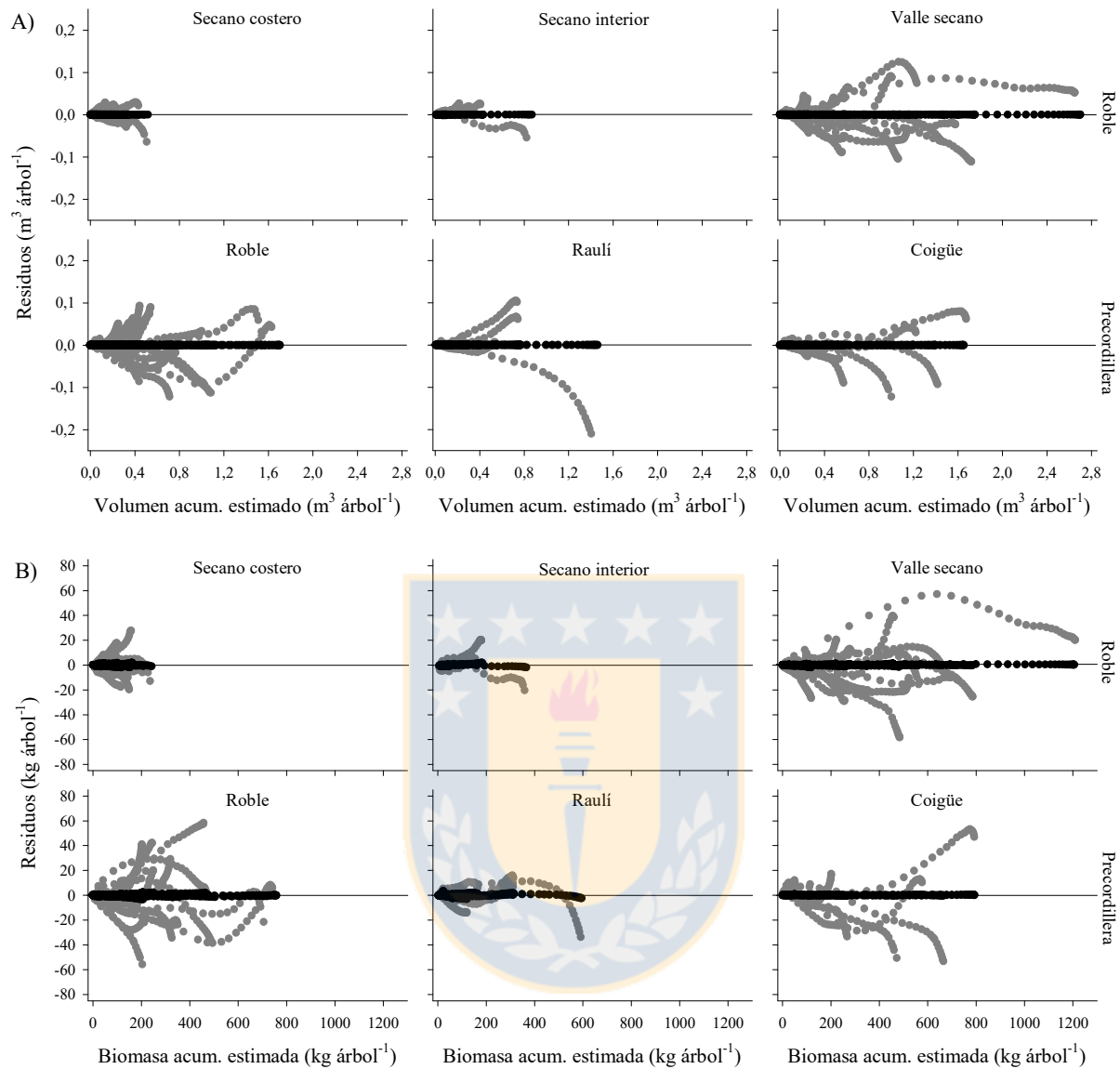


Figura 21. Relación entre los residuos y los valores estimados (volumen y biomasa), según especie y zona. Los símbolos en gris representan los residuos observados del ajuste del modelo (9) sin corregir para el volumen (A) y la biomasa (B). Los símbolos en negro representan los residuos observados del ajuste del modelo (9) corregido para el volumen (A) y la biomasa (B).

3.4. Estimación del volumen y biomasa fustal a nivel de troza y árbol

En las tres especies, la estimación del volumen y la biomasa a nivel de troza y árbol presentó una alta exactitud (Tabla 28). A nivel de troza, en roble, la mayor exactitud la presentó Secano costero, seguida de Secano interior, Valle seco y Precordillera, i.e. $3.3050E-03$, $4.2180E-03$, $7.0626E-03$ y $1.2731E-02$ m^3 troza⁻¹, respectivamente, para el volumen y 1.7207 , 2.1065 , 3.4258 y 3.5629 kg troza⁻¹, respectivamente, para la biomasa. En raulí y coigüe, los valores de E fueron $7.8456E-03$ y $6.8552E-03$ m^3 troza⁻¹, respectivamente, para el volumen y 2.3371 y 3.5463 kg troza⁻¹, respectivamente, para la biomasa. A nivel de árbol, en roble, la mayor exactitud la presentó Secano costero, seguida de Secano interior, Valle seco y Precordillera, i.e. $2.4337E-02$, $3.3705E-02$, $6.3390E-02$ y $5.0840E-02$ m^3 árbol⁻¹, respectivamente, para el volumen y 13.0443 , 15.0525 , 21.7356 y 26.5960 kg árbol⁻¹, respectivamente, para la biomasa. En raulí y en coigüe los valores de E fueron $9.1517E-02$ y $6.2329E-02$ m^3 árbol⁻¹, respectivamente, para el volumen y 14.8308 y 34.6404 kg árbol⁻¹, respectivamente, para la biomasa. El análisis por clase de tamaño de árbol y de troza, indica que no hubo evidencia de un efecto significativo del tamaño del árbol en la exactitud de la estimación del volumen y la biomasa fustal.

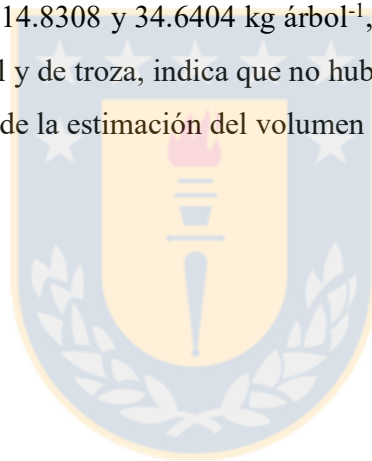


Tabla 28. Exactitud de estimación del volumen y la biomasa fustal, según especie, zona, clase de diámetro menor de troza y clase diamétrica del árbol.

Especie	Zona	Clase de diámetro (cm)	Troza			Árbol			
			<i>n</i>	<i>E</i>		<i>n</i>	<i>E</i>		
				Volumen (m ³)	Biomasa (kg)		Volumen (m ³)	Biomasa (kg)	
Roble	Secano costero	5	113	2.6962E-03	1.1752				
		15	78	4.1780E-03	2.2253				
		5 - 15					10	1.5930E-02	9.4701
		25	22	2.7343E-03	2.0869	10	3.1307E-02	16.3120	
		Total	213	3.3050E-03	1.7207	20	2.4337E-02	13.0443	
	Secano interior	5	60	2.6850E-03	1.0623				
		15	32	3.1180E-03	1.4263	6	4.9670E-03	3.5977	
		25	12	9.9550E-03	5.2729				
		35	2	4.3420E-03	3.7957				
		25 - 35				4	5.6823E-02	25.2840	
	Total	106	4.2180E-03	2.1065	10	3.3705E-02	15.0525		
	Valle secano	5	118	3.6600E-03	1.4313				
		15	86	9.2270E-03	3.7666	7	2.9980E-02	11.5555	
		25	49	1.0540E-02	3.5254	4	7.2260E-02	22.2912	
		35	22	9.2880E-03	4.3535	6	8.0688E-02	34.0062	
		45	4	1.0851E-02	4.8669	3	9.0556E-02	19.7715	
	Total	279	7.0626E-03	3.4258	20	6.3390E-02	21.7356		
	Precordillera	5	193	3.6790E-03	1.5636				
		15	134	8.0230E-03	3.5772	11	9.1040E-03	5.1857	
		25	62	1.1100E-02	5.4353	12	5.3557E-02	26.6387	
35					5	1.0443E-01	46.8325		
45					2	3.1850E-02	20.1916		
35 - 45	14	1.2731E-02	9.2872						
Total	403	7.0480E-03	3.5629	30	5.0840E-02	24.2960			
Raulí	Precordillera	5	73	3.2900E-03	1.2428				
		15	36	1.0570E-02	3.4281	4	1.0415E-02	5.3980	
		25	17	1.2076E-02	2.4846	3	1.8401E-02	11.1213	
		35	4	1.6667E-02	4.9305				
		35 - 45				3	1.8960E-01	28.0543	
Total	130	7.8456E-03	2.3371	10	9.1517E-02	14.8308			
Coigüe	Precordillera	5	71	4.9270E-03	2.4590				
		15	39	6.3560E-03	3.2921	3	2.0506E-02	10.5071	
		25	22	9.1630E-03	5.2781	3	5.7409E-02	31.6125	
		35 - 45	11	1.2482E-02	5.8957	4	9.4066E-02	52.2503	
		Total	143	6.8552E-03	3.5463	10	6.2329E-02	34.6404	

4. Discusión

En este estudio se presentan las primeras funciones de biomasa fustal de altura variable y de densidad básica de la madera desarrolladas para renovales de roble, raulí y coigüe en Chile. En la actualidad, los estudios relacionados de biomasa en estas especies son aún escasos; ejemplos aislados son los estudios de biomasa aérea total y de componentes realizados por Canales (2009) y Gayoso (2013) para renovales de roble y Sáez (1991) y Gayoso (2002) para renovales de raulí y coigüe, respectivamente. La escasez

de estudios explica la existencia de pocas funciones de biomasa ya sea fustal o de otros componentes, y a su vez se evidencia que no existen estudios reportados sobre funciones de densidad básica de la madera y por ello este estudio es un aporte concreto para la caracterización biométrica de los ecosistemas en que estas especies son elementos relevantes.

En la modelación del perfil fustal, el modelo de Bruce *et al.* (1968), modificado mediante la estimación de los exponentes, presenta una alta precisión; concordando con los resultados de Flórez *et al.* (2014), los cuales compararon este modelo con exponentes fijos y con exponentes estimados, dando como resultado un mejor ajuste el modelo modificado. En cuanto exponentes estimados, e_1 y e_2 no fueron demasiado diferentes que los exponentes de las funciones de perfil fustal desarrolladas por Flórez *et al.* (2014), diferenciándose en aproximadamente en 0.18 y 2.70, mientras que e_3 presenta una diferencia mucho mayor de aproximadamente 14.70. En la modelación de la densidad básica de madera, los modelos polinómicos utilizados presentan una alta precisión, a pesar de la alta variabilidad presentada por esta variable. Similares resultados obtuvieron Brooks *et al.* (2007a, b) y Flores *et al.* (2014) al utilizar este tipo de modelos de densidad básica de la madera. La alta variabilidad de la densidad básica de la madera se debe a que ésta varía no solo entre especies sino también varía ampliamente dentro del mismo árbol, axialmente de la médula a la corteza (a diferentes edades) y longitudinalmente desde la base hasta el ápice del árbol (Zakrzewski y Duchesne 2012). Según los resultados de este estudio, la densidad básica de la madera en roble y raulí disminuye desde la base hasta el ápice, tendencia que coincide con los resultados reportados por Zakrzewski y Duchesne (2012) y Muñoz (2015) en plantaciones de pinos (*Pinus banksiana* Lamb. y *Pinus radiata* D. Don); en coigüe aumenta desde la base hasta el ápice, manteniéndose constante desde la mitad del fuste de los árboles, tendencia que es más similar a árboles de los géneros *Populus* y *Acacia* (Díaz *et al.* 2010, Fang y Yang 2003).

Las funciones obtenidas en este estudio, a partir del sistema simultáneo densidad-integral propuesto por Parresol y Thomas (1989), mediante la doble integración del producto entre el área de la sección fustal, obtenida de la función de perfil fustal, y la densidad básica de la madera, presentan una alta precisión en el ajuste y validación, constituyéndose en un aporte concreto para la estimación de la biomasa fustal a nivel de trozas y árbol en estas especies. El sistema simultáneo densidad-integral no solo entrega funciones de biomasa fustal con alta precisión (i.e. $CV < 11.5\%$), sino que también da como resultado funciones de perfil fustal, densidad básica de la madera y volumen comercial con alta precisión (i.e. $CV < 11.1\%$, $CV < 5.2\%$ y $CV < 14.5\%$, respectivamente) para las tres especies (Tabla 27). Este método se ha aplicado con éxito para estimar la biomasa fustal de altura variable en pinos (*Pinus banksiana* Lamb.,

Pinus elliottii Engelm., *Pinus palustris* Mill. y *Pinus taeda* L.), roble americano (*Quercus phellos* L.), álamo amarillo (*Liriodendron tulipifera* L.), álamo (*Populus x canadensis*), haya americana (*Fagus grandifolia* Ehrh., FG), arce (*Acer saccharum* Marsh., AS) y cedro australiano (*Toona ciliata* M. Roem.) (Brooks *et al.* 2007a, b, Calegario *et al.* 2017, Flórez *et al.* 2014, Jordan *et al.* 2006, Parresol y Thomas 1989, 1996, Thomas *et al.* 1995, Ver Planck y MacFarlane 2015, Zakrzewski y Duchesne 2012, Zhang *et al.* 2002).

En el ajuste simultáneo de los modelos (4), (5), (8) y (9) se detectó la presencia de autocorrelación residual y heterocedasticidad (Figuras 20 y 21), las cuales fueron solucionadas incorporando una estructura autorregresiva de orden 2 y una función de potencia de la varianza residual (Tabla 27). Los resultados del presente estudio indican que el modelo de biomasa fustal (9) corregido, proporciona un mejor ajuste que el modelo (9) sin corregir en las tres especies (Tabla 27). Estos resultados concuerdan con otros estudios donde se han incorporado este tipo de estructuras de error en modelos de perfil fustal (Arias-Rodil *et al.* 2015, Gómez-García *et al.* 2013, Leites y Robinson 2004, Trincado y Burkhart 2006, Yang *et al.* 2009) y en modelos de volumen comercial (Barrio *et al.* 2004, Teshome 2005). Basándose en los resultados obtenidos, se recomienda el empleo de modelos autorregresivos y funciones de potencia de la varianza residual para el ajuste simultáneo de funciones de perfil fustal, densidad básica de la madera, volumen comercial y biomasa fustal de altura variable mediante el sistema densidad-integral.

En el ajuste de las funciones de perfil fustal, densidad básica de la madera y biomasa fustal de altura variable utilizando variables *dummy*, se detectaron efectos significativos de zona sobre los parámetros de las funciones en las tres especies (Tabla 25, 26 y 27). Esto sugiere la existencia de funciones para agrupaciones de zonas que presentaron parámetros similares. Estos resultados evidencian que no es posible generalizar funciones de características de árbol individual asociadas a fracciones variables del fuste. Aunque la modelación es exitosa utilizando como predictores variables de estado del árbol (i.e. diámetro a la altura del pecho y altura total, junto a otras relacionadas con variaciones en la forma del fuste, este conjunto de predictores no es suficiente para generalizar funciones de perfil fustal y de densidad básica de la madera. Una o más de ese conjunto de variables predictoras es dependiente del manejo silvícola y calidad de sitio, cuyas variaciones se reflejarían en variaciones en la forma del fuste.

La estimación de la biomasa fustal mediante el sistema simultáneo densidad-integral proporciona estimaciones tanto en volumen como de biomasa fustal con alta exactitud hasta cualquier altura del fuste, para cualquier tamaño del árbol en las tres especies en estudio (Tabla 28). Aunque en el ajuste de los

modelos de biomasa de altura variable se utilizan los mismos datos que los requeridos para ajustar modelos de biomasa con diámetro comercial fijo superior, las funciones resultantes de este estudio son más flexible y útiles que las funciones de diámetro comercial fijo y esto, junto con las funciones de perfil de fustal, constituye un conjunto simple de funciones que permite la cuantificación complementaria de la masa-volumétrica del fuste. Por ejemplo, la función de volumen comercial puede utilizarse para la cuantificación volumétrica de la fracción del fuste con dimensiones adecuadas para generar trozas destinadas al aserrío; mientras que la función de biomasa puede utilizarse para la cuantificación de la biomasa del fuste restante que podría utilizarse para bioenergía.

5. Conclusiones

Las funciones de biomasa fustal obtenidas para roble, raulí y coigüe no sólo estiman la biomasa con la alta precisión, sino que también permiten la estimación de la biomasa entre dos puntos cualquiera del fuste, lo que representa una gran ventaja en comparación con los modelos tradicionales de biomasa que sólo estiman la biomasa total hasta un altura superior específica; a su vez permiten la estimación del perfil fustal, volumen fustal y de la densidad básica de la madera a lo largo del fuste.

La incorporación de la estructura autorregresiva de orden 2 y la función de potencia de la varianza residual al modelo de biomasa fustal de altura variable permiten solucionar los problemas de autocorrelación residual y heterocedasticidad. A su vez, las funciones resultantes proporcionan estimaciones exactas de volumen y biomasa de secciones del fuste, definidas entre dos puntos cualquiera del fuste en las tres especies en estudio. Así, dependiendo del uso final de la madera y de las dimensiones del árbol, una fracción del fuste puede ser cuantificada en unidades de volumen y la fracción restante en unidades de peso.

6. Referencias

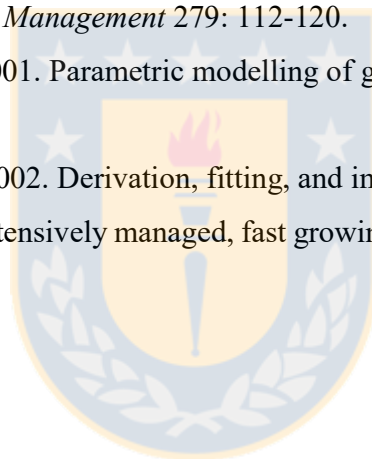
- Akaike H. 1974. A new look at the statistical identification model. *IEEE Transactions on Automatic Control* 19: 716-723.
- Arias-Rodil M, U Diéguez-Aranda, F Rodríguez, C López-Sánchez, E Canga, A. Cámara, F Castedo-Dorado. 2015. Modelling and localizing a stem taper function for *Pinus radiata* in Spain. *Canadian Journal of Forest Research* 45: 647-658.

- Barrio M, JG Álvarez-González, IJ Díaz-Maroto. 2004. Elaboración de una tarifa con clasificación de productos para *Quercus robur* L. en Galicia basada en un modelo de volumen porcentual, *Investigación Agraria: Sistemas y Recursos Forestales* 13: 506-517.
- Brooks JR, L Jiang, Y Zhang. 2007a. Predicting green and dry mass of yellow-poplar: An integral approach. *Canadian Journal of Forest Research* 37(4): 786 -794.
- Brooks JR, J Lichun, C Alexander. 2007b. Compatible stem taper, volume, and weight equations for young Longleaf Pine Plantations in Southwest Georgia. *Southern Journal of Applied Forestry* 31(4): 187-191.
- Brown S, A Gillespie, A Lugo. 1989. Biomass estimation methods for tropical forests with applications to forest inventory data. *Forest Science* 35(4): 881-902.
- Bruce R, L Curtis, C Van Coevering. 1968. Development of a system of taper and volume tables for red alder. *Forest Science* 14: 339-350.
- Bruce D. 1975 Evaluating accuracy of tree measurements made with optical instruments. *Forest Science* 21(4): 421-426.
- Canales AV. 2009. Efecto de la intensidad de raleo en el área foliar y la distribución de biomasa en árboles individuales pertenecientes a un renoval puro de roble (*Nothofagus obliqua*. Mirb. Oerst) de 34 años de edad. Tesis Ingeniero Forestal. Universidad de Concepción, Facultad de Ciencias Forestales, Concepción, Chile. 29 p.
- Calegario N, TG Gregoire, TA da Silva, MT Filho, JA Alves. 2017. Integrated system of equations for estimating stem volume, density, and biomass for Australian redcedar (*Toona ciliata*) plantations. *Canadian Journal of Forest Research* 47: 681-689
- CONAF. 2011 Corporación Nacional Forestal, CL. Catastro de los recursos vegetacionales nativos de Chile. Sección Monitoreo de Ecosistemas Forestales. Santiago, Chile. 28 p.
- Crecente-Campo F, A Rojo, U Diéguez-Aranda. 2009. A merchantable volume system for *Pinus sylvestris* L. in the major mountains ranges of Spain. *Annals of Forest Science* 66 (808): 1-12.
- Díaz G, S Monteoliva, J Álvarez, E Fernández, 2010. *Populus deltoides* 'Australiano 129/60': variación axial de la densidad y desarrollo de un modelo predictivo de la densidad del árbol completo. *Bosque* 31(1): 65-72.
- Diggle PJ, P Heagerty, KY Liang, SL Zeger. 2001. Analysis of Longitudinal Data, Second Edition, Oxford: Oxford University Press.
- Donoso P, C Donoso, V Sandoval. 1993. Proposición de zonas de crecimiento de renovales de roble (*Nothofagus obliqua*) y raulí (*Nothofagus alpina*) en su rango de distribución natural. *Bosque* 14(2): 37-55.

- Fehrmann L, C Kleinn. 2006. General considerations about the use of allometric equations for biomass estimation on the example of Norway spruce in central Europe. *Forest Ecology and Management* 236: 412-421.
- Fonseca W, FG Alice, JM Rey. 2009. Modelos para estimar la biomasa de especies nativas en plantaciones y bosques secundarios en la zona Caribe de Costa Rica. *Bosque* 30(1): 36-47.
- Flórez V, C Valenzuela, E Acuña, J Cancino. 2014. Combining taper and basic wood density equations for estimating stem biomass of the *Populus x canadensis* I - 488 variety. *Bosque* 35(1): 89-100.
- Garber SM, DA Maguire. 2003. Modeling stem taper of three central Oregon species using nonlinear mixed effects models and autoregressive error structures. *Forest Ecology and Management* 179: 507-522.
- Gayoso J. 2002. Medición de la capacidad de captura de carbono en bosques nativos y plantaciones de Chile. *Revista Forestal Iberoamericana* 1(1): 1-13.
- Gayoso J. 2013. Funciones alométricas para la determinación de existencias de carbono forestal para la especie *Nothofagus obliqua* (Mirb.) Oerst. (roble). Santiago, Chile. CONAF. 41 p.
- Gómez-García E, F Crecente-Campo, U Diéguez-Aranda. 2013. Selection of mixed-effects parameters in a variable-exponent taper equation for birch trees in northwestern Spain. *Annals of Forest Science* 70(7): 707-715.
- Gregoire TG, O Schabenberger, JP Barrett. 1995. Linear modeling of irregularly spaced, unbalanced, longitudinal data from permanent plot measurement. *Canadian Journal of Forest Research* 25: 137-156.
- Gregoire TG, O Schabenberger. 1996. A non-linear mixed-effects model to predict cumulative bole volume of standing trees. *Journal of Applied Statistics* 23(2-3): 257-271.
- Hardy M. 1993. Regression with *dummy* variables. Sage university paper series on quantitative applications in the Social Sciences, 07-093. Newbury Park, CA: Sage.
- Harvey AC. 1976. Estimating regression models with multiplicative heteroscedasticity. *Econometrica* 44(3): 461-465.
- Jordan L, R Souter, B Parresol, RF Daniels. 2006. Application of the algebraic difference approach for developing self-referencing specific gravity and biomass equations. *Forest Science* 52(1): 81-92.
- Kozak A. 1997. Effects of multicollinearity and autocorrelation on the variable-exponent taper functions. *Canadian Journal of Forest Research* 27(5): 619-629.
- Lara A, C Donoso, P Donoso, P Nuñez, A Cavieres. 1999. Normas de manejo para raleo de renovales del tipo forestal roble-raulí-coigüe. En: *Silvicultura de los bosques nativos de Chile*. 1a Ed. Universitaria. Santiago. Chile. pp. 129-144.

- Leites LP, AP Robinson. 2004. Improving taper equations of loblolly pine with crown dimensions in a mixed-effects modeling framework. *Forest Science* 50: 204-212.
- Li CP, CW Xiao. 2007. Above- and belowground biomass of *Artemisia ordosica* communities in three contrasting habitats of the Mu Us desert, northern China. *Journal of Arid Environments* 70: 195-207.
- Lindstrom MJ, DM Bates. 1990. Nonlinear mixed effects models for repeated measures data. *Biometrics* 46: 673-687.
- Muñoz L. 2013. Desarrollo de modelos flexibles para la determinación de biomasa fustal de *Pinus radiata* D. Don en suelos trumaos de la Precordillera andina. Tesis Ingeniero Forestal. Universidad de Concepción, Facultad de Ciencias Forestales, Concepción, Chile. 32 p.
- Návar CJ, N Gonzáles, J Graciano. 2001. Ecuaciones para estimar el rendimiento e incremento de biomasa total en plantaciones forestales de Durango, México. Simposio internacional medición y monitoreo de la captura de carbono en ecosistemas forestales. Valdivia - Chile. 13 p.
- Návar J, J Nájera, E Jurado. 2002. Biomass estimation equations in the Tamaulipan thornscrub of northeastern Mexico. *Journal of Arid Environments* 52: 167-179.
- Neter J, MH Kutner, CJ Nachtsheim, W Wasserman. 1998. *Applied Linear Statistical Models*. Mc Graw-Hill, NY, 1408 pp.
- ODEPA. 2000 Oficinas De Estudios y Políticas Agrarias. Clasificación de las explotaciones agrícolas del VI censo nacional agropecuario según tipo de productor y localización geográfica. Ministerio de Agricultura. Documento de trabajo N°5. I.S.S.N. 0717-0378. Santiago, Chile. 91 p.
- Parresol BR, CE Thomas. 1989. A density integral approach to estimating stem biomass. *Forest Ecology and Management* 26: 285-297.
- Parresol BR, CE Thomas. 1996. A simultaneous density-integral system for estimating stem profile and biomass: slash pine and willow oak. *Canadian Journal of Forest Research* 26: 773-781.
- Prodan M, R Peters, F Cox, P Real. 1997. Mensura Forestal. San José: IICA-GTZ. 561 p.
- Sáez M. 1991. Biomasa y contenido de nutrientes de renovales no intervenidos roble-raulí (*Nothofagus obliqua* (Mirb) Oerst - *Nothofagus alpina* (Poepp. et Endl.) Oerst) en suelos volcánicos de la Precordillera Andina, IX Región, Tesis de Grado. Universidad de Chile, Escuela de Ciencias Forestales, Santiago, Chile. 96 p.
- SAS. 2009. SAS/STAT ® 9.2 User's Guide, Second Edition. Cary, NC: SAS Institute Inc.
- Tasissa G, HE Burkhart. 1998. An application of mixed effects analysis to modeling thinning effects on stem profile of loblolly pine. *Forest Ecology and Management* 103: 87-101.

- Teshome T. 2005. A ratio method for predicting stem merchantable volume and associated taper equations for *Cupressus lusitanica*, Ethiopia. *Forest Ecology and Management* 204: 171-179.
- Trincado G, HE Burkhart. 2006. A generalized approach for modeling and localizing stem profiles curves. *Forest Science* 52: 670-682.
- Thomas CE, BR Parresol, KH Lê, RE Lohrey. 1995. Biomass and taper for trees in thinned and unthinned longleaf pine plantations. *Southern Journal of Applied Forestry* 19(1): 29-35.
- Ver Planck NR, DW Macfarlane. 2014. A vertically integrated whole-tree biomass model. *Trees* 29: 449-460.
- Yang Y, S Huang, SX Meng. 2009. Development of a tree-specific stem profile model for white spruce: a nonlinear mixed model approach with a generalized covariance structure. *Forestry* 82(5): 541-555.
- Zakrzewski WT, I Duchesne. 2012. Stem biomass model for jack pine (*Pinus banksiana* Lamb.) in Ontario. *Forest Ecology and Management* 279: 112-120.
- Zimmerman, D, V Núñez-Antón. 2001. Parametric modelling of growth curve data: An overview. *Test*, 10 (1), 1-73.
- Zhang Y, BE Borders, RL Bailey. 2002. Derivation, fitting, and implication of a compatible stem taper-volume-weight system for intensively managed, fast growing loblolly pine. *Forest Science* 48(3): 595- 607.



VI. Funciones de biomasa aérea total y de componentes a nivel de árbol individual para renovales de roble, raulí y coigüe⁵

Resumen

Se ajustaron funciones de biomasa aérea total y de componentes (i.e. ramas, follaje, corteza y fuste) a nivel de árbol individual, para renovales de roble, raulí y coigüe, mediante un sistema simultáneo para garantizar la propiedad de aditividad de los componentes de la biomasa. Este sistema de funciones aseguró la propiedad de aditividad entre la biomasa de componentes y la biomasa aérea total del árbol. Con el fin de determinar efectos zonales, la base de datos utilizada en el ajuste de las funciones de biomasa aérea total y de componentes, fue asignada a las zonas agroclimáticas definidas por ODEPA (2000), de acuerdo al origen geográfico de cada muestra. En la modelación se utilizó el modelo alométrico $y = ax^b$, tanto en forma no lineal como en forma linealizada, utilizando D^2 y D^2H como variables predictoras. Los mejores ajustes se obtuvieron con los modelos lineales, siendo D^2 la mejor variable para estimar biomasa de ramas y de follaje, y D^2H la mejor variable para estimar biomasa de corteza y de madera de fuste. En roble se detectó efectos de zona en los parámetros de las funciones de biomasa de ramas y follaje. En consecuencia, para estos componentes de la biomasa se generaron funciones para agrupaciones de zonas con parámetros similares, mientras que para la biomasa de corteza y fuste se generaron funciones generalizadas. Las funciones de biomasa presentaron una alta precisión en el ajuste y validación para las tres especies, evidenciando que son insesgadas y precisas, por lo cual, se consideran adecuadas para su uso en las zonas de estudio.

Palabras clave: aditividad, biomasa de componentes, variables *dummy*, sistema simultáneo.

1. Introducción

En Chile existen 3,8 millones de hectáreas de bosques naturales de segundo crecimiento o renovales, de los cuales 1,2 millones son del Tipo Forestal Roble-Raulí-Coigüe, distribuidos desde la Región del Maule (35°25'S - 71°40'O) hasta la Región de Los Lagos (43°28'S - 72°56'O) (CONAF 2011). Los renovales de roble (*Nothofagus obliqua* (Mirb.) Oerst.), raulí (*N. alpina* (Poepp et Endl.) Oerst.) y coigüe (*N.*

⁵ Valenzuela C, E Acuña, A Ortega, S Cuadros, J Cancino. 2017. Total aboveground biomass and components equations at tree-level in second growth forests of roble, raulí and coigüe in Chile. Artículo en preparación.

dombeyi (Mirb.) Oerst.), representan un recurso económico de alto valor, debido a que poseen altas tasas de crecimiento y excelente calidad maderera (Donoso *et al.* 1993, Lara *et al.* 1999). El aprovechamiento sustentable de este recurso requiere de una cuantificación a nivel de árbol individual, por lo cual, es importante la disponibilidad de funciones de biomasa aérea total y de componentes (i.e. ramas, follaje, corteza y fuste). La cuantificación de la biomasa aérea es de interés fundamental para varios fines, entre otros, se puede utilizar como indicador de la cantidad de madera disponible para uso comercial (e.g. madera aserrada, astillas, pulpa) (Brown 1997), cantidad de carbono almacenado (Brown *et al.* 1989, Xiao y Ceulemans 2004) y cantidad potencial de combustible energético (Návar 2009).

Aunque en la actualidad, en revistas especializadas y otras fuentes bibliográficas, existen funciones locales de biomasa aérea total y de componentes, su utilización en sitios no representados en las muestras usadas en el ajuste de esas funciones es riesgoso, porque puede resultar en estimaciones erróneas (Fournier *et al.* 2003, Henry *et al.* 2011). Debido a que las funciones locales son provenientes de áreas geográficas limitadas, su uso generalizado en condiciones ambientales diferentes, en donde se entremezclan rodales de variadas estructuras, densidades y edades, requiere al menos una validación con muestras independientes (Wirth *et al.* 2004). Por lo general, las funciones locales no son recomendables para realizar estimaciones a grandes escalas, lo que resulta en la necesidad de desarrollar funciones generalizadas de biomasa (Muukkonen 2007). Numerosos autores han desarrollado funciones generalizadas de biomasa aérea total y de componentes para diferentes especies arbóreas en una amplia gama de condiciones ambientales (Chojnacky *et al.* 2014, Case y Hall 2008, Henry *et al.* 2011, Zianis *et al.* 2005). Aunque esas funciones cubren un amplio rango de formaciones vegetales, incluyendo bosques tropicales, boreales, templados, semiáridos y plantaciones forestales (Ter-Mikaelian y Korzukhin 1997, Návar *et al.* 2002, Návar *et al.* 2004), en Chile aún no se han desarrollado funciones generalizadas de biomasa aérea total y de componentes; incluso los estudios que existen sobre funciones de biomasa a nivel local son escasos (Canales 2009, Gayoso 2002, Gayoso 2013, Sáez 1991).

Las funciones locales y generalizadas de biomasa aérea total y de componentes generalmente se utilizan como predictores variables de estado del árbol, tales como el diámetro a la altura del pecho y la altura total (Alvarez *et al.* 2012, Chan *et al.* 2013, Fehrmann y Kleinn 2006). Algunos autores utilizan sólo el diámetro a la altura del pecho como variable predictora en modelos de biomasa; otros consideran que, junto al diámetro a la altura del pecho, se debe incluir la altura total del árbol, debido a que proporciona mejores estimaciones de la biomasa ya sea total o de componentes (González-Benecke *et al.* 2014, Li y Zhao 2013, Montagu *et al.* 2005).

Una característica deseable en las funciones de biomasa es la aditividad, es decir, que la suma de las estimaciones de la biomasa de los componentes sea igual a la estimación de la biomasa total del árbol (Kozak 1970, Parresol 1999, 2001). Sin embargo, cuando el ajuste de los modelos de biomasa para cada componente se realiza en forma independiente, se ignoran no solo el concepto de aditividad sino también las correlaciones entre las biomásas de los componentes del árbol; en consecuencia, la suma de las estimaciones de la biomasa a partir de modelos ajustados independientemente para cada componente no puede ser igual a la estimación de la biomasa a partir del modelo de árbol total (Parresol 1999). Aunque esta propiedad aditiva ha sido estudiada por varios investigadores (Chiyenda y Kozak 1984, Kozak 1970, Parresol 1999, 2001), comúnmente se desarrollan funciones de biomasa de cada componente de manera independiente. Un método para asegurar la propiedad de aditividad es mediante el ajuste de un sistema simultáneo de funciones de biomasa utilizando regresión aparentemente no relacionada (SUR) (Carvalho y Parresol 2003, Chiyenda y Kozak 1984, Kozak 1970, Parresol 1999, 2001). La ventaja de este método es que los intervalos de confianza para la predicción de biomasa se pueden reducir en gran medida, lo que se traduce en una menor varianza para las funciones de biomasa aérea total del árbol (Parresol 2001, Russell 2009). Por esta razón, en los últimos años, se ha convertido en el método más utilizado en el ajuste de modelos biomasa aérea total y de componentes (Dong *et al.* 2016, Li y Zhao 2013, Magalhães y Seifert 2015, Nord-Larsen *et al.* 2017, Poudel y Temesgen 2016, Xue *et al.* 2016, Zeng *et al.* 2016, Zhuo *et al.* 2016). El objetivo de este estudio fue desarrollar funciones de biomasa aérea total y de componentes (i.e. ramas, follaje, corteza y fuste) a nivel de árbol individual, mediante un sistema simultáneo, para renovales de roble, raulí y coigüe.

2. Metodología

2.1. Método de muestreo

El área de interés del estudio se dividió en estratos de acuerdo a las zonas agroclimáticas definidas por ODEPA (2000), i.e. Secano costero, Secano interior, Valle secano y Precordillera (Figura 22). En Secano costero y Valle secano se seleccionaron 2 rodales, en Secano interior se seleccionó un rodal y en Precordillera, la zona de mayor extensión longitudinal, se seleccionaron cuatro rodales. Los rodales eran homogéneos en cuanto a composición de especies y alteración antrópica y poseían una superficie mayor a 10 ha.

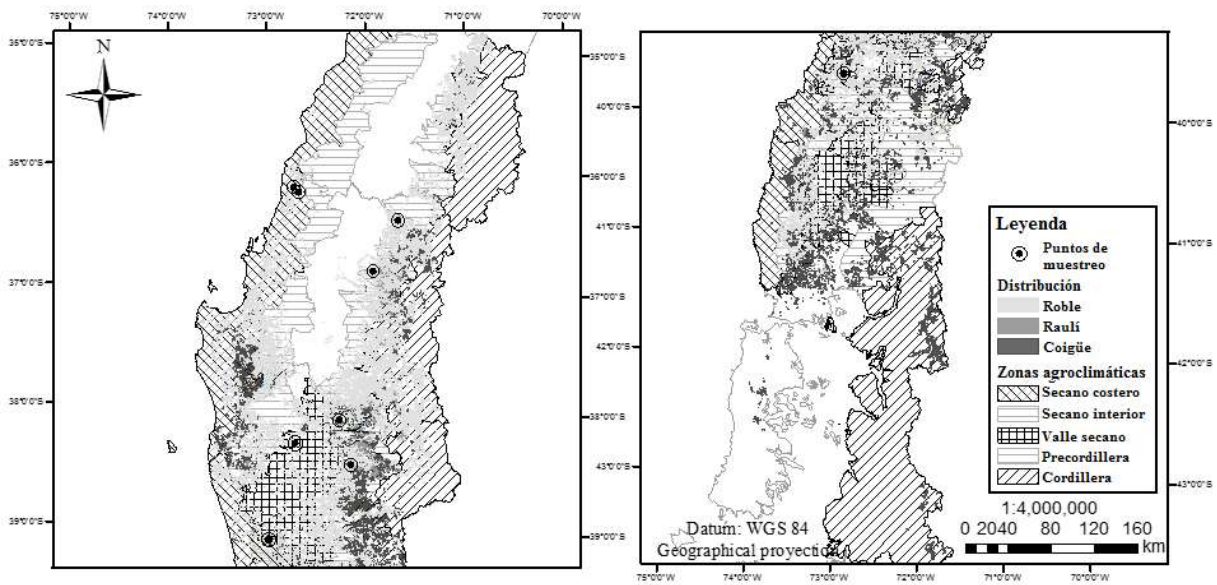


Figura 22. Zonas agroclimáticas, distribución geográfica del Tipo Forestal Roble-Raulí-Coigüe y puntos de muestreo asociados a la base de datos.

La selección de rodales de muestreo se realizó en base a criterios de representatividad de las especies roble, raulí y coigüe, dando mayor probabilidad de selección a rodales de mejor estructura y cobertura, usando para ello bases de datos de CONAF (CONAF 2011). En cada rodal se establecieron tres parcelas circulares de 500 m² cada una, las cuales se distribuyeron aleatoriamente. En cada parcela se realizó la medición del diámetro a la altura del pecho (D) de todos los árboles con $D \geq 10$ cm, descartando árboles de otras especies. Las tres parcelas fueron procesadas para generar la tabla de rodal promedio, la que se utilizó como base para la selección de los árboles muestra. La selección de estos árboles se realizó de acuerdo a la distribución del diámetro a la altura del pecho al cuadrado (D^2), debido a que esta variable está mejor correlacionada con la biomasa aérea a nivel de árbol; esta forma de selección permitió generar una muestra auto-ponderada. En cada rodal mixto se seleccionaron cinco árboles de cada una de las tres especies de interés del estudio (i.e. roble, raulí y coigüe); en rodales mono-específicos se seleccionaron diez árboles de la especie presente; los árboles seleccionados fueron sometidos a muestreo destructivo, para determinar densidad básica de la madera, biomasa de leño y follaje a nivel de rama, biomasa aérea total y de componentes a nivel de árbol (i.e. ramas, follaje, corteza y madera de fuste).

2.2. Medición de variables y determinación de la biomasa aérea total y de componentes

A cada árbol seleccionado en pie se le registró el diámetro a la altura del pecho (D). Una vez volteados, se midió la altura de tocón y la altura total; luego se midió el diámetro con y sin corteza a la altura de tocón, a la altura media entre tocón y 1.3 m de altura, a la altura de 1.3 m, y desde esta altura cada 2.44 m hasta un diámetro límite de utilización de 10 cm, y luego cada 1 m hasta un diámetro de 2.5 cm. En forma paralela se extrajeron rodela de los extremos de cada sección fustal, las que se utilizaron para determinar espesor de corteza, densidad básica de la madera y biomasa de cada sección fustal. El proceso de captura de datos y muestras en terreno finalizó con la medición del diámetro basal y longitud de cada rama viva, y la extracción de cinco ramas muestra de cada árbol, seleccionadas en base al rango de diámetro basal.

La densidad básica de la madera se determinó a partir de la razón entre el peso seco y el volumen verde (ambos sin corteza) de una muestra angular en cada una de las rodela, i.e. $\delta_i = Ps / Vv$, donde δ_i : es la densidad básica de la madera (g cm^{-3}); Ps : es el peso seco de la muestra (g); y Vv : es el volumen de la muestra saturada (cm^3). La muestra angular abarcó un sector de 30° con centro en la médula y abarcando hasta el exterior de cada rodela y se localizó sobre el radio promedio de la rodela. El peso seco sin corteza fue obtenido con una balanza electrónica (precisión 0.01 g), posterior al secado en horno a 105°C , hasta alcanzar peso constante, de acuerdo a la Norma ASTM E 871-82. El volumen verde fue determinado mediante el método de desplazamiento de líquidos, con una balanza electrónica (precisión 0.01 g), asumiendo una densidad del agua de 1 g cm^{-3} .

La biomasa fustal se obtuvo de los datos de tamaño y distanciamiento entre rodela y de la densidad básica de la madera (δ_i) mediante la relación (3). Esta relación resultó del producto entre el volumen de la sección fustal, determinada mediante la fórmula de Smalian (1), y la densidad básica promedio de la sección (2), valor correspondiente al promedio de las densidades de las rodela en los extremos de cada sección, ponderado por las correspondientes áreas transversales de cada sección. El volumen y biomasa fustal total de cada árbol se obtuvo de la sumatoria del volumen y biomasa, respectivamente, de todas las secciones desde la base hasta el ápice.

$$V_i = (A_b + A_s)L / 2 \quad (1)$$

$$\bar{\delta}_i = (\delta_b A_b + \delta_s A_s) / (A_b + A_s) \quad (2)$$

$$W_i = (\delta_b A_b + \delta_s A_s) L / 2 \quad (3)$$

Donde V_i , $\bar{\delta}_i$ y W_i son el volumen de madera (m^3), densidad básica promedio de la madera (kg m^{-3}) y peso seco (kg), respectivamente, de la sección del fuste comprendida entre dos rodela sucesivas en el fuste de un árbol, los cuales se asumieron como valores reales para efectos de este estudio; A_b , A_s , δ_b y δ_s , respectivamente, son las áreas de sección (m^2) y las densidades básicas de la madera (kg m^{-3}) de la rodela basal y superior de cada sección fustal; L es la longitud de la sección (m).

La biomasa de corteza de cada sección (W_c) se determinó a partir del producto entre el volumen de corteza y la densidad básica promedio de la corteza de cada sección fustal (δ_c). El volumen de corteza se obtuvo de la diferencia entre el volumen con corteza (V_{cc}) y el volumen sin corteza (V_{sc}) de cada sección (i.e. $W_c = (V_{cc} - V_{sc})\delta_c$). La biomasa total de corteza de fuste se obtuvo de la sumatoria de las biomazas respectivas de todas las secciones fustales de cada árbol.

Las ramas muestra fueron separadas en sus componentes (i.e. madera y follaje). Cada componente de cada rama fue pesado en una balanza digital (precisión 0.01 g) y posteriormente fue secado en cámaras a 65 °C, hasta alcanzar peso constante. La biomasa de los componentes de cada rama de cada árbol se estimó mediante funciones ajustadas con los datos obtenidos de la muestra de ramas. La suma de esas biomazas permitió obtener la biomasa de cada componente a nivel de árbol individual. La biomasa aérea total a nivel de árbol se obtuvo de la sumatoria de la biomasa seca de todos los componentes (i.e. ramas, follaje, corteza y fuste). En el Tabla 29 se presenta el resumen estadístico de las principales variables de la base de datos utilizada en el ajuste y validación de los modelos. El ajuste y validación se realizó con la misma base de datos.

Tabla 29. Estadísticos descriptivos de la base de datos utilizada en el estudio.

Especie	Zona	n	D (cm)			CV (%)	H (m)			CV (%)	W _r (kg)			CV (%)
			mínimo	media	máximo		mínimo	media	máximo		mínimo	media	máximo	
Roble	Secano costero	20	10.0	19.4	28.2	27.9	12.0	17.0	24.0	19.9	1.5	11.5	24.2	56.6
	Secano interior	10	12.9	19.7	35.1	37.0	11.7	15.8	24.0	24.7	3.6	13.0	28.4	58.1
	Valle secano	20	11.6	28.6	49.0	35.8	12.8	26.7	38.5	25.7	1.7	19.1	50.4	66.2
	Precordillera	30	10.6	23.6	42.1	35.7	12.6	22.6	33.6	26.5	3.6	16.5	32.6	48.8
	Total	80	10.0	23.3	49.0	37.7	11.7	21.4	38.5	31.6	1.5	15.5	50.4	60.4
Raulí	Precordillera	10	11.1	23.4	42.0	41.8	12.5	22.5	28.2	22.1	2.6	14.5	32.5	73.4
Coigüe	Precordillera	10	12.0	26.7	42.4	39.1	18.0	26.4	31.7	19.8	2.9	17.8	33.6	59.4
			W _r (kg)				W _c (kg)				W _f (kg)			
Roble	Secano costero	20	0.2	2.1	4.6	58.7	4.4	21.3	43.4	58.2	21.2	105.1	225.6	57.8
	Secano interior	10	1.1	2.7	6.7	59.7	4.2	20.0	66.7	101.2	29.5	104.2	321.9	91.9
	Valle secano	20	0.4	3.9	8.5	56.4	4.0	46.8	143.5	76.6	28.6	364.8	1226.7	84.7
	Precordillera	30	1.1	3.9	7.5	42.5	3.6	33.9	90.4	78.6	25.3	222.2	748.4	86.7
	Total	80	0.2	3.3	8.5	56.2	3.6	32.3	143.5	85.3	21.2	213.8	1226.7	103.4
Raulí	Precordillera	10	0.8	3.6	8.6	71.3	3.6	29.8	111.5	107.6	29.8	191.4	522.2	83.6
Coigüe	Precordillera	10	1.0	3.7	6.1	49.0	5.8	41.1	85.4	66.4	43.5	333.6	839.6	80.0
			W _r (kg)				W _c (kg)				W _f (kg)			
Roble	Secano costero	20	27.7	140.1	297.9	56.6								
	Secano interior	10	38.5	140.0	423.7	89.3								
	Valle secano	20	34.6	434.5	1429.1	82.4								
	Precordillera	30	33.6	276.5	859.0	81.2								
	Total	80	27.7	264.8	1429.1	96.9								
Raulí	Precordillera	10	37.4	239.4	674.8	84.7								
Coigüe	Precordillera	10	53.3	396.3	964.8	76.9								

D: diámetro a la altura del pecho (cm); H: altura total (m); W_r, W_h, W_c y W_f: biomasa de ramas, hojas, corteza y fuste (kg), respectivamente, W_t: biomasa aérea total (kg) (i.e. W_t = W_r + W_h + W_c + W_f); CV: coeficiente de variación (%).

2.3. Modelación de la biomasa a nivel de rama

En la modelación de la biomasa de componentes a nivel de rama se analizaron seis modelos de dos parámetros (modelos (4) a (9)). Tres de estos modelos (4, 6 y 8) presentan como variable independiente el diámetro basal de rama (d^2); los tres modelos restantes (5, 7 y 9) presentan como variable independiente la variable combinada (dr^2lr). Los modelos (8) y (9) son transformaciones logarítmicas de los modelos no lineales (6) y (7), respectivamente.

$$w_i = a_0 + b_1 dr^2 \quad (4)$$

$$w_i = a_1 + b_2 dr^2 lr \quad (5)$$

$$w_i = a_2 (dr^2)^{b_3} \quad (6)$$

$$w_i = a_3 (dr^2 lr)^{b_4} \quad (7)$$

$$\ln(w_i) = a_4 + b_5 \ln(dr^2) \quad (8)$$

$$\ln(w_i) = a_5 + b_6 \ln(dr^2 lr) \quad (9)$$

Donde w_i : biomasa de componentes de la copa (i.e. follaje o leño de ramas) (kg); dr : diámetro basal de rama (mm); lr : longitud de rama (cm); \ln : logaritmo natural; a_i y b_i : parámetros de los modelos, donde $a_4 = \ln(a_2)$ y $a_5 = \ln(a_3)$.

2.4. Modelación de la biomasa aérea total y de componentes

En la modelación de la biomasa aérea total y de componentes se consideraron seis modelos de dos parámetros (modelos (10) a (15)). Estos modelos son los más utilizados en la modelación de la biomasa (Zianis *et al.* 2005, Magalhães y Seifert 2015, Xue *et al.* 2016). Tres de estos modelos (10, 12 y 14) presentan como variable independiente el diámetro a la altura del pecho al cuadrado (D^2); los tres modelos restantes (11, 13 y 15) presentan como variable independiente la variable combinada (D^2H). Los modelos (14) y (15) son transformaciones logarítmicas de los modelos no lineales (12) y (13), respectivamente.

$$W_i = a_6 + b_7 D^2 \quad (10)$$

$$W_i = a_7 + b_8 D^2 H \quad (11)$$

$$W_i = a_8 (D^2)^{b_9} \quad (12)$$

$$W_i = a_{10} (D^2 H)^{b_{11}} \quad (13)$$

$$\ln(W_i) = a_{12} + b_{13} \ln(D^2) \quad (14)$$

$$\ln(W_i) = a_{14} + b_{15} \ln(D^2 H) \quad (15)$$

Donde W_i : biomasa aérea total o de componentes (i.e. ramas, follaje, corteza o fuste) (kg); D : diámetro a la altura del pecho (cm); H : altura total del árbol (m); \ln : logaritmo natural; a_i y b_i : parámetros de los modelos, donde $a_{12} = \ln(a_8)$ y $a_{14} = \ln(a_{10})$.

2.5. Ajuste y evaluación de los modelos

En el ajuste de todos los modelos se utilizó el software estadístico SAS (SAS 2009). En una primera fase, se realizó un ajuste independiente de los modelos lineales (4, 5, 8, 9, 10, 11, 14 y 15) y no lineales (6, 7, 12 y 13), utilizando los procedimientos REG y NLIN, respectivamente. Los ajustes se realizaron por

especie, mediante el método de mínimos cuadrados ordinarios. Los modelos de biomasa aérea total y de componentes a nivel de rama y árbol se compararon mediante el índice de Furnival (16) (Furnival 1961), seleccionando el modelo con el *FI* más bajo. En esta fase, el mejor modelo para la biomasa de ramas y follaje a nivel de rama fue el modelo logarítmico (9); el mejor modelo para la biomasa de ramas y follaje a nivel de árbol fue el modelo logarítmico (14); el modelo logarítmico (15) fue el mejor para la biomasa de corteza y fuste a nivel de árbol (ver Tabla 2 en Resultados).

$$IF = RMSE / f'(y)_g \quad (10)$$

Donde *RMSE*: raíz del error cuadrático medio (i.e. $RMSE = \sqrt{SSE / (n - p)}$); *SEE*: suma de cuadrados residual (i.e. $\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$); $f'(y)_g$: media geométrica de la primera derivada de la variable dependiente transformada, con respecto a la variable dependiente sin transformar (i.e. $e^{\left[\sum_{i=1}^n \ln(f'(y))\right] / n}$); *e*: base logarítmica natural; ln: logaritmo natural; y_i y \hat{y}_i : valor observado y valor estimado por el modelo, respectivamente; *p*: número de parámetros del modelo; *n*: tamaño de la muestra.

En la segunda y tercera fase, los ajustes se realizaron por especie y zona. En la segunda fase, el mejor modelo de biomasa a nivel de rama (9), fue ajustado de manera independiente, utilizando el procedimiento REG y el método de mínimos cuadrados ordinarios. En la tercera fase, los mejores modelos de biomasa (14) y (15), seleccionados en la primera fase, fueron ajustados simultáneamente, utilizando el procedimiento MODEL y el método de regresiones aparentemente no relacionadas (SUR) (Parresol 1999, 2001). Este método involucra de forma conjunta todos los errores, permite estimadores consistentes de los componentes de las funciones del ajuste simultáneo y garantiza la aditividad del sistema de funciones, donde la biomasa aérea total es la suma de las estimaciones de componentes de los árboles. El sistema simultáneo de funciones adquirió la estructura (17); sin embargo, debido a la restricción de aditividad, el modelo para la biomasa aérea total no puede ser expresado en términos lineales, por lo cual queda con una estructura no lineal (Parresol 2001).

$$\begin{cases} \ln(W_r) = a_{12r} + b_{13r} \ln(D^2) \\ \ln(W_h) = a_{12h} + b_{13h} \ln(D^2) \\ \ln(W_c) = a_{14c} + b_{15c} \ln(D^2 H) \\ \ln(W_f) = a_{14f} + b_{15f} \ln(D^2 H) \\ \ln(W_t) = \ln \left[e^{a_{12r}} (D^2)^{b_{13r}} + e^{a_{12h}} (D^2)^{b_{13h}} + e^{a_{14c}} (D^2 H)^{b_{15c}} + e^{a_{14f}} (D^2 H)^{b_{15f}} \right] \end{cases} \quad (11)$$

Donde $a_{4r} = \ln(a_{2r})$ y $a_{4h} = \ln(a_{2h})$ para biomasa de ramas y follaje, respectivamente; $a_{5c} = \ln(a_{3c})$ y $a_{5f} = \ln(a_{3f})$ para biomasa de corteza y fuste, respectivamente.

La determinación de la significancia de los efectos zonales en estos modelos se realizó incorporando variables *dummy* asociadas a cada parámetro (Hardy 1993, Ott 1997). De acuerdo a esta metodología, en una situación hipotética con datos disponibles para z zonas, se requiere incorporar $z-1$ variables *dummy* para identificar los datos de $z-1$ de esas zonas. Por ejemplo, en roble, especie con datos en cuatro zonas en este estudio, el modelo (15) para biomasa fustal con variables *dummy* adquiere la estructura (18).

$$\ln(W_f) = a_{14}' + b_{15}' \ln(D^2 H) \quad (12)$$

Donde $a_5' = \ln(a_3 + a_{31}d_1 + a_{32}d_2 + a_{33}d_3)$ y $b_6' = (b_6 + b_{61}d_1 + b_{62}d_2 + b_{63}d_3)$; a_3 y b_6 : parámetros de los modelos para aquella zona no marcada mediante variables *dummy*; $d_{1,2,3}$: variables *dummy*, con $d_i = 1$ para aquellos datos pertenecientes a la i -ésima zona y $d_i = 0$ en caso contrario; a_{3i} , b_{6i} : representan la diferencia entre los parámetros obtenidos en la i -ésima zona y los valores respectivos obtenidos del ajuste para la zona cuyos datos no fueron marcados (a_3 , b_6). En este estudio, la zona no marcada correspondió a la zona que presentaba el mayor tamaño de la muestra destinada al ajuste, i.e. Precordillera en roble; en raulí y coigüe no se realizó este análisis, debido a que en este estudio solo se recopiló datos en una única zona para estas dos especies (i.e. Precordillera).

La precisión del ajuste simultáneo de los modelos seleccionados de biomasa aérea total y de componentes fue evaluada mediante el coeficiente de determinación (R^2), el coeficiente de variación residual (CV) y el índice de Furnival (FI). También se obtuvo el factor de corrección (CF) de Sprugel (Sprugel 1983),

para corregir el sesgo introducido en las estimaciones de biomasa al retransformar el modelo logarítmico a la escala original (e.g. $\hat{W}_f = e^{a_{4f}} (D^2 H)^{b_{5f}} CF$). Las funciones de biomasa resultantes del ajuste simultáneo se validaron en forma cruzada utilizando el índice de Furnival (*FIp*).

$$R^2 = 1 - SSE / SST \quad (13)$$

$$CV(\%) = 100RMSE / \bar{y} \quad (14)$$

$$CF = e^{RMSE^2/2} \quad (15)$$

$$FIp = RMSEp / f'(y)_g \quad (16)$$

Donde *SSE*: suma de cuadrados residual (i.e. $\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$); *SST*: suma de cuadrados total (i.e. $\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$); *RMSEp*: raíz del error cuadrático medio de la validación cruzada (i.e. $RMSEp = \sqrt{PRESS / (n - p)}$); *PRESS*: suma de cuadrados de la predicción (i.e. $\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_{i1})^2$), y_i , \hat{y}_i y \bar{y} : valor observado, valor estimado por el modelo y valor promedio observado, respectivamente; \hat{y}_{i1} : valor estimado para la observación *i* mediante el modelo ajustado, sin considerar esta observación en el ajuste del modelo; *e*: base logarítmica natural; *p*: número de parámetros del modelo; *n*: tamaño de la muestra.

3. Resultados

3.1. Comparación y selección de modelos

En las tres especies, el ajuste independiente de los modelos de biomasa aérea total y de componentes presentó la mayoría de los parámetros significativos ($P < 0.05$) (Tabla 30). A nivel de rama, el modelo logarítmico (9), cuya variable independiente es la variable combinada dr^2lr , presentó todos los parámetros significativos para las tres especies; fue el modelo de mejor ajuste para la biomasa de leño de ramas y follaje y presentó los valores más bajos de *FI* para ambos componentes (i.e. $FI < 0.2483$ kg rama⁻¹ y $FI < 0.0454$ kg rama⁻¹, respectivamente). A nivel de árbol, los modelos logarítmicos (8 y 9) presentaron todos los parámetros significativos y valores de *FI* menores que los modelos no transformados para las tres especies. El modelo (14), cuya variable independiente es D^2 , fue el de mejor ajuste para la biomasa de ramas y follaje; presentó los menores valores de *FI* para estos componentes

(i.e. $FI < 3.6782$ kg árbol⁻¹ y $FI < 0.8925$ kg árbol⁻¹, respectivamente). El modelo (15), cuya variable independiente es la variable combinada D^2H , fue el de mejor ajuste para la biomasa de corteza y fuste; presentó los menores valores de FI para estos componentes (i.e. $FI < 6.2168$ kg árbol⁻¹ y $FI < 27.6446$ kg árbol⁻¹, respectivamente).

Tabla 30. Comparación de los modelos de la biomasa de componentes (i.e. ramas, follaje, corteza y fuste), según especie.

Componente	Modelo	Roble			Raulí			Coigüe		
		a_i	b_i	FI (kg)	a_i	b_i	FI (kg)	a_i	b_i	FI (kg)
Rama ^b	4	-0.0562ns	5.39E-04**	0.4805	-0.3771**	7.37E-04**	0.4774	-0.0523ns	4.78E-04**	0.2219
	5	0.2293**	1.01E-06**	0.4562	-0.0242ns	1.30E-06**	0.4554	0.1181**	9.62E-07**	0.2031
	6	2.22E-04**	1.1024**	0.4768	4.72E-06ns	1.5831**	0.3780	3.24E-04**	1.0423**	0.2243
	7	3.80E-05**	0.7622**	0.4445	7.68E-07ns	1.0349**	0.4545	2.60E-05**	0.7812**	0.1749
	8	-8.0865**	1.0428**	0.2212	-8.4635**	1.0889**	0.2599	-8.4354**	1.0716**	0.1109
	9	-9.8630**	0.7293**	0.2095	-10.1122**	0.7345**	0.2483	-10.1722**	0.7460**	0.0991
Follaje ^b	4	0.0267**	5.80E-05**	0.0635	0.0355**	4.00E-05**	0.0397	0.0306**	7.31E-05**	0.0417
	5	0.0593**	1.05E-07**	0.0659	0.0576**	6.66E-08**	0.0448	0.0584**	1.43E-07**	0.0500
	6	2.98E-04**	0.8193**	0.0639	9.62E-04**	0.6431**	0.0359	6.26E-04**	0.7591**	0.0361
	7	7.60E-05**	0.5703**	0.0635	2.34E-04ns	0.4670**	0.0349	1.55E-04**	0.5384**	0.0354
	8	-7.5591**	0.7230**	0.0458	-7.9524**	0.7669**	0.0281	-7.9369**	0.8271**	0.0261
	9	-8.7299**	0.5006**	0.0454	-9.2129**	0.5251**	0.0272	-9.2111**	0.5701**	0.0250
Rama ^t	10	4.3703**	0.0179**	3.9993	2.2201ns	0.0195**	3.9825	0.0174**	0.0174**	3.7863
	11	7.7926**	0.0005**	4.6801	3.9178ns	0.0007**	5.4183	0.0005**	0.0005**	4.1071
	12	0.1657**	0.7144**	3.7490	0.0848ns	0.8065**	3.8483	0.7192**	0.7192**	3.3517
	13	0.1217**	0.5130**	4.1735	0.0204ns	0.6881**	3.9473	0.6249**	0.6249**	3.7044
	14	-2.7714**	0.8599**	3.6781	-3.3536**	0.9358**	3.0932	0.9222**	0.9222**	3.1396
	15	-3.0364**	0.6059**	4.2538	-4.5212**	0.7489**	3.8082	0.7418**	0.7418**	4.1204
Follaje ^t	10	1.2011**	0.0034**	0.9474	0.6124**	0.0047**	0.9323	1.4585**	0.0029**	0.8651
	11	1.8588**	0.0001**	1.0692	1.0076**	0.0002**	0.9852	1.7257**	0.0001**	0.9511
	12	0.0574**	0.6398**	1.0653	0.0180ns	0.8263**	0.9309	0.0931ns	0.5633**	0.7690
	13	0.0448**	0.4566**	0.9508	0.0042ns	0.7036**	0.9716	0.0362ns	0.4706**	0.8684
	14	-3.9303**	0.7991**	0.8924	-4.0147**	0.8224**	0.7513	-3.1455**	0.6755**	0.7151
	15	-4.2435**	0.5704**	1.1055	-5.0541**	0.6596**	0.8193	-4.0110**	0.5374**	0.8758
Corteza	10	-1.5866ns	0.0546**	9.6969	-8.1435ns	0.0601**	9.8905	5.9243ns	0.0445**	10.7236
	11	7.6652**	0.0015**	9.1658	-3.8210ns	0.0021**	8.1765	8.4109ns	0.0014**	8.8149
	12	0.0535**	0.9985**	9.7453	0.0019ns	1.4636**	7.3083	0.2278ns	0.7869**	9.9353
	13	0.0239**	0.7548**	8.1411	0.0001ns	1.2915**	6.3094	0.0326ns	0.7187**	7.6158
	14	-4.3029**	1.2000**	5.3550	-4.3630**	1.1874**	4.8413	-3.1973**	1.0355**	8.3034
	15	-4.9194**	0.8725**	5.0075	-5.8174**	0.9473**	4.2698	-4.8556**	0.8582**	6.2167
Fuste	10	-68.1208**	0.4545**	52.3506	-5.7842ns	0.3124**	16.1109	-27.0489ns	0.4557**	64.3906
	11	5.7368ns	0.0130**	23.5600	19.7379ns	0.0107**	21.1146	2.8764ns	0.0145**	48.3672
	12	0.0399**	1.3189**	45.0810	0.3221**	0.3221**	16.5560	0.2515ns	1.0755**	65.0131
	13	0.0148**	0.9891**	23.8432	0.0470**	0.8641**	15.8651	0.0137ns	1.0060**	48.3932
	14	-2.9703**	1.2787**	24.3677	-1.9692**	1.1163**	12.4021	-2.0273**	1.1675**	41.3017
	15	-3.6984**	0.9375**	15.3524	-3.2870**	0.8852**	12.2660	-3.8007**	0.9576**	27.6445

^b: componente a nivel de rama; ^t: componente a nivel de árbol; **: $P < 0.0001$; ns: no significativo ($P \geq 0.05$); FI : índice de Furnival; en negrita se destacan los mejores modelos para cada componente de biomasa.

3.2. Modelación de la biomasa de componentes a nivel de rama

En las tres especies y distintas zonas de estudio, la modelación de la biomasa de componentes de la copa (i.e. ramas y follaje) resultó con todos los parámetros altamente significativos ($P < 0.0001$) (Tabla 31). En roble se detectó efecto significativo de zona en las funciones de biomasa de ramas y follaje. En consecuencia, el análisis continuó con un proceso de reagrupación de zonas para cada parámetro del modelo, hasta identificar agrupaciones con parámetros similares. En el Tabla 3, en roble, el primer conjunto de parámetros y estadísticos de las funciones de biomasa de ramas y follaje, fue obtenido del ajuste independiente para cada zona e incorpora la prueba de significancia de efectos asociadas a cada parámetro. El segundo conjunto corresponde a los parámetros y estadísticos de las funciones resultantes de la agrupación de zonas que presentaron ambos parámetros en común. Para la biomasa de ramas se detectaron dos grupos de funciones, i.e. Secano costero - Precordillera (Sc_Pr) y Secano interior - Valle seco (Si_Vs). Así, las funciones finales con sus respectivos factores de corrección (FC), fueron $\hat{w}_r = e^{-9.0598} (D^2 H)^{0.7050} 1.0922$ y $\hat{w}_r = e^{-10.1082} (D^2 H)^{0.8654} 1.2041$, con valores en la validación de $FIp = 0.3473 \text{ kg árbol}^{-1}$ y $FIp = 0.3989 \text{ kg árbol}^{-1}$, respectivamente. Para la biomasa de follaje se detectó un grupo de tres zonas, i.e. Secano costero - Valle seco - Precordillera (Sc_Vs_Pr), mientras que en Secano interior ambos parámetros fueron independientes. Así, las funciones finales fueron $\hat{w}_h = e^{-9.2563} (D^2 H)^{0.5368} 1.1998$ y $\hat{w}_h = e^{-5.9587} (D^2 H)^{0.3189} 1.0563$, con valores en la validación de $FIp = 0.0641 \text{ kg árbol}^{-1}$ y $FIp = 0.0526 \text{ kg árbol}^{-1}$, respectivamente.

En raulí, las funciones de biomasa de ramas y follaje fueron $\hat{w}_r = e^{-10.1122} (D^2 H)^{0.7345} 1.1671$ y $\hat{w}_h = e^{-9.2129} (D^2 H)^{0.5251} 1.0598$, con valores en la validación de $FIp = 0.5709 \text{ kg árbol}^{-1}$ y $FIp = 0.0390 \text{ kg árbol}^{-1}$, respectivamente. Por su parte, en coigüe, las funciones para biomasa de ramas y follaje fueron $\hat{w}_r = e^{-10.1722} (D^2 H)^{0.7460} 1.1137$ y $\hat{w}_h = e^{-9.2111} (D^2 H)^{0.5701} 1.0603$, con valores en la validación $FIp = 0.1901 \text{ kg árbol}^{-1}$ y $FIp = 0.0368 \text{ kg árbol}^{-1}$, respectivamente. En las tres especies, las líneas de estimación de las funciones de biomasa de leño y follaje a nivel de rama se posicionan centradamente sobre los datos del ajuste, confirmando que las funciones para cada especie son adecuadas para las zonas que aportaron datos para el ajuste (Figura 23).

Tabla 31. Parámetros estimados y estadísticos de ajuste de las funciones de biomasa de leño y follaje a nivel de rama, según especie y zona.

Componente	Especie	Zona	n	Parámetros				R ²	CV (%)	FI (kg)	CF	FIp (kg)
				a ₅	a ₆ d _i	b ₆	b ₆ d _i					
Leño	Roble	Secano costero	100	-10.4725**	0.1202ns	0.7943**	-0.0069ns	0.8576	24.4	0.2001	1.0943	0.3887
		Secano interior	50	-9.0970**	1.4956*	0.6933**	-0.1079*	0.9028	21.0	0.1578	1.0581	0.2287
		Valle secano	100	-9.3945**	1.1981*	0.6439**	-0.1573*	0.8261	28.2	0.1044	1.1233	0.1856
		Precordillera	150	-10.5926**		0.8012**		0.8592	22.1	0.1867	1.0919	0.3475
		Sc_Pr	240	-9.05983**		0.7050**		0.7486	23.0	0.1923	1.0922	0.3473
	Si_Vs	130	-10.1082**	-1.0484*	0.8654**	0.1605*	0.8601	37.4	0.1860	1.2041	0.3989	
	Raulí	Precordillera	50	-10.1122**		0.7345**		0.8165	26.0	0.2599	1.1671	0.5709
Coigüe	Precordillera	50	-10.1722**		0.7460**		0.894	17.5	0.0991	1.1137	0.1901	
Follaje	Roble	Secano costero	100	-10.2000**	-1.0356ns	0.6308**	0.0941ns	0.6304	40.1	0.0530	1.2223	0.0752
		Secano interior	50	-5.9587**	3.2056*	0.3189**	-0.2178*	0.6697	28.5	0.0397	1.0563	0.0526
		Valle secano	100	-8.8381**	0.3262ns	0.4745**	-0.0622ns	0.7265	32.9	0.0227	1.1196	0.0310
		Precordillera	150	-9.1643**		0.5368**		0.6100	37.0	0.0408	1.1664	0.0517
		Sc_Vs_Pr	320	-9.2563**		0.5368**		0.6062	38.9	0.0407	1.1998	0.0641
	Secano interior	50	-5.9587**	3.2976*	0.3189**	-0.2179*	0.6697	28.5	0.0397	1.0563	0.0526	
	Raulí	Precordillera	50	-9.2129**		0.5251**		0.8581	24.7	0.0272	1.0598	0.0390
Coigüe	Precordillera	50	-9.2111**		0.5701**		0.9003	20.0	0.0250	1.0603	0.0368	

* $p < 0.05$; ** $p < 0.0001$; ns: $p \geq 0.05$; n: tamaño de la muestra (número de ramas); Sc_Pr: Secano costero - Precordillera; Si_Vs: Secano interior - Valle secano; a₅d_i y b₆d_i: diferencia entre el intercepto y, respectivamente, el coeficiente de regresión, de cada zona respecto de aquellos de la zona Precordillera (a₅ y b₆); R² es el coeficiente de determinación; RMSE es la raíz del error cuadrático medio; CV: coeficiente de variación residual; FI: índice de Furnival; CF: factor de corrección; FIp: índice de Furnival de la validación cruzada.

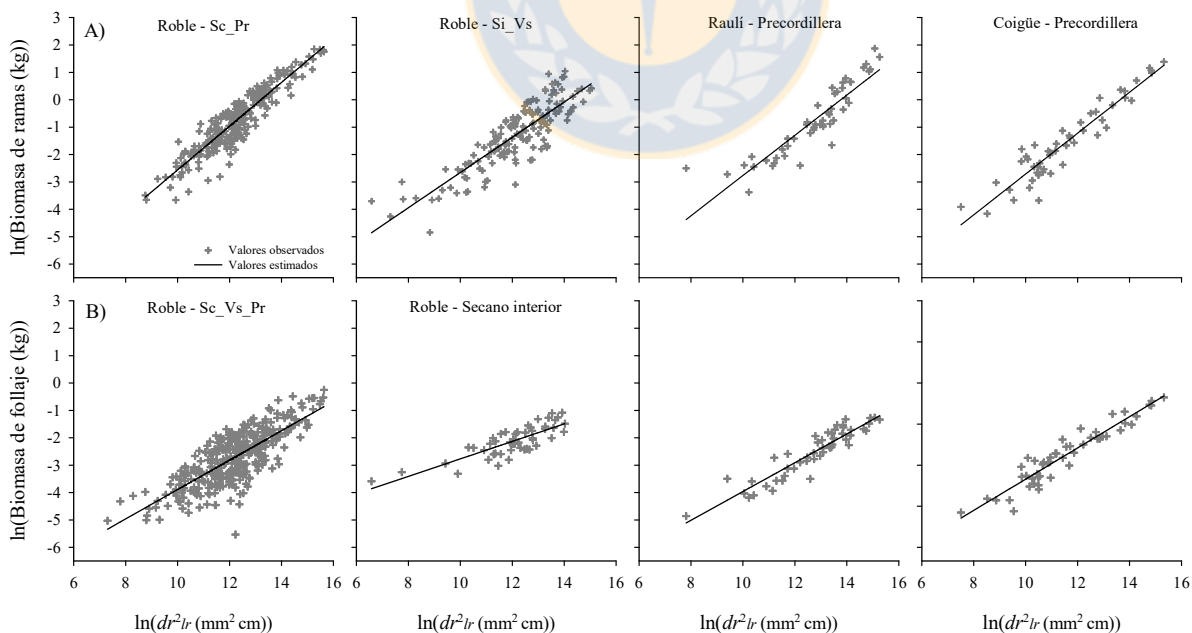


Figura 23. Relación entre el logaritmo natural de la biomasa de ramas (A) y de follaje (B) y el logaritmo natural de dr^2lr , según especie y zona. Los símbolos en gris representan los datos observados y la línea continua representa la función ajustada.

3.3. Modelación simultánea de la biomasa aérea total y de componentes

En las tres especies y distintas zonas de estudio, la modelación simultánea de la biomasa aérea total y de componentes resultó con todos los parámetros altamente significativos ($P < 0.0001$) y una alta precisión en el ajuste y validación (Tabla 32). En roble se detectó efecto significativo de zona en las funciones de biomasa de ramas y follaje; no se detectó efecto de zona en las funciones de biomasa de corteza y fuste. En consecuencia, para la biomasa de ramas y follaje, el análisis continuó con un proceso de reagrupación de zonas para cada parámetro de las funciones, hasta identificar agrupaciones con parámetros similares; en la biomasa de corteza y de fuste, las funciones obtenidas del ajuste general fueron válidas para las zonas que aportaron datos para el ajuste.

En el Tabla 32, en roble, el primer conjunto de parámetros y estadísticos de las funciones de biomasa de ramas y follaje, fue obtenido del ajuste independiente para cada zona e incorpora la prueba de significancia de efectos asociadas a cada parámetro. El segundo conjunto corresponde a los parámetros y estadísticos de las funciones resultantes de la agrupación de zonas que presentaron ambos parámetros en común. Así para biomasa de ramas y follaje se detectaron dos grupos de funciones, i.e. Secano costero - Valle seco (Sc_Vs) y Secano interior - Precordillera (Si_Pr). En el primer grupo, las funciones finales para la biomasa de ramas y follaje, con sus respectivos factores de corrección (FC), fueron $\hat{W}_r = e^{-3.1848} (D^2 H)^{0.9039} 1.0507$ y $\hat{W}_h = e^{-4.9928} (D^2 H)^{0.9328} 1.0687$, con valores en la validación de $FIp = 3.9035 \text{ kg árbol}^{-1}$ y $FIp = 0.8954 \text{ kg árbol}^{-1}$, respectivamente. En el segundo grupo, las funciones finales para biomasa de ramas y follaje fueron $\hat{W}_r = e^{-1.8937} (D^2 H)^{0.7255} 1.0271$ y $\hat{W}_h = e^{-2.5187} (D^2 H)^{0.5923} 1.0338$, con valores en la validación de $FIp = 3.1693 \text{ kg árbol}^{-1}$ y $FIp = 0.8392 \text{ kg árbol}^{-1}$, respectivamente. Por su parte, las funciones generalizadas de biomasa de corteza y fuste fueron $\hat{W}_c = e^{-4.8715} (D^2 H)^{0.8664} 1.0282$ y $\hat{W}_f = e^{-3.8213} (D^2 H)^{0.9502} 1.0065$ con valores en la validación de $FIp = 5.5637 \text{ kg árbol}^{-1}$ y $FIp = 16.3853 \text{ kg árbol}^{-1}$, respectivamente.

En raulí, las funciones de biomasa de ramas, follaje, corteza y fuste fueron $\hat{W}_r = e^{-3.7772} (D^2 H)^{0.9890} 1.0436$, $\hat{W}_h = e^{-4.4760} (D^2 H)^{0.8836} 1.0449$, $\hat{W}_c = e^{-5.7961} (D^2 H)^{0.9494} 1.0251$ y $\hat{W}_f = e^{-3.1909} (D^2 H)^{0.8738} 1.0041$, con valores en la validación de $FIp = 3.8447 \text{ kg árbol}^{-1}$, $FIp = 1.0014 \text{ kg árbol}^{-1}$, $FIp = 3.8447 \text{ kg árbol}^{-1}$ y $FIp = 5.3546 \text{ kg árbol}^{-1}$, respectivamente. Por su parte, en coigüe las funciones para biomasa de ramas,

follaje, corteza y fuste fueron $\hat{W}_r = e^{-2.9469} (D^2 H)^{0.6474} 1.0263$, $\hat{W}_h = e^{-2.9469} (D^2 H)^{0.6474} 1.0263$, $\hat{W}_c = e^{-4.7748} (D^2 H)^{0.8476} 1.0187$ y $\hat{W}_f = e^{-3.7665} (D^2 H)^{0.9521} 1.0067$, con valores en la validación $FIp = 3.8447$ kg árbol⁻¹, $FIp = 1.0014$ kg árbol⁻¹, $FIp = 3.8447$ kg árbol⁻¹ y $FIp = 5.3546$ kg árbol⁻¹, respectivamente.

En cuanto a la biomasa aérea total, los sistemas de funciones finales para roble fueron las funciones (23) y (24), con valores de $FIp = 18.3378$ kg árbol⁻¹ y $FIp = 17.4254$ kg árbol⁻¹, respectivamente, en la validación (Tabla 33). Mientras que, para raulí y coigüe los sistemas de funciones finales fueron las funciones (25) y (26) con valores de $FIp = 11.0522$ kg árbol⁻¹ y $FIp = 40.1704$ kg árbol⁻¹, respectivamente, en la validación. En las tres especies, las líneas de estimación de las funciones de biomasa de ramas, follaje, corteza, fuste y total se posicionan centradamente sobre los datos del ajuste, confirmando que las funciones para cada especie son adecuadas para las zonas que aportaron datos para el ajuste (Figura 24 y 25).



Tabla 32. Parámetros estimados y estadísticos de ajuste de las funciones de biomasa aérea total y de componentes, según especie y zona.

Componente	Modelo	Especie	Zona	n	Parámetros				R ²	CV (%)	FI (kg)	CF	FIp (kg)
					a ₁₂	a ₁₂ d _i	b ₁₃	b ₁₃ d _i					
Ramas	14	Roble	Secano costero	20	-4.8017**	-2.8871*	1.1962**	0.4696*	0.8539	13.2	2.7184	1.0441	3.1131
			Secano interior	10	-1.9888**	-0.0743ns	0.7580**	0.0314ns	0.8634	9.4	2.5145	1.0259	3.2567
			Valle secano	20	-3.9780**	-2.0635*	1.0120**	0.2854*	0.8975	9.6	3.8137	1.0338	4.5900
			Precordillera	30	-1.9145**		0.7266**		0.8479	8.9	3.3568	1.0284	3.4805
			Sc_Vs	40	-3.1848**	-1.2911*	0.9039**	0.1784*	0.8501	12.8	3.6801	1.0507	3.9035
			Si_Pr	40	-1.8937**		0.7255**		0.8559	8.9	3.0888	1.0271	3.1693
		Raulí	Precordillera	10	-3.7772**		0.9890**		0.8872	12.3	3.1609	1.0436	3.8447
		Coigüe	Precordillera	10	-3.0443**		0.8911**		0.9039	9.6	3.5483	1.0324	4.6930
Follaje	14	Roble	Secano costero	20	-7.3005**	-5.0236*	1.3236**	0.7659*	0.8066	36.7	0.6230	1.0747	0.7075
			Secano interior	10	-2.4705**	-0.1935ns	0.5727**	0.0150ns	0.8510	23.9	0.4885	1.0215	0.5251
			Valle secano	20	-4.4094**	-2.1324*	0.8447**	0.2871*	0.8353	24.2	0.9149	1.0410	1.1205
			Precordillera	30	-2.2770**		0.5577**		0.7231	21.3	0.9229	1.0359	0.9601
			Sc_Vs	40	-4.9928**	-2.4740*	0.9328**	0.3406*	0.8150	28.7	0.8389	1.0687	0.8954
			Si_Pr	40	-2.5187**		0.5923**		0.7649	22.4	0.8149	1.0338	0.8392
		Raulí	Precordillera	10	-4.4760**		0.8836**		0.8546	28.9	0.8270	1.0449	1.0014
		Coigüe	Precordillera	10	-2.9469**		0.6474**		0.8610	19.4	0.7375	1.0263	0.9371
Corteza	15	Roble	Secano costero	20	-5.1547**	0.4856ns	0.9196**	-0.0239ns	0.9256	7.1	3.4551	1.0204	3.9071
			Secano interior	10	-6.3145**	-0.6743ns	1.0335**	0.0900ns	0.9165	11.0	3.6722	1.0408	3.8875
			Valle secano	20	-4.9714**	0.6689ns	0.8611**	-0.0823ns	0.9679	4.6	5.4580	1.0132	6.1604
			Precordillera	30	-5.6403**		0.9435**		0.9571	6.4	4.6783	1.0207	5.0966
			General	74	-4.8715**		0.8664**		0.9370	7.6	5.1785	1.0282	5.5637
			Raulí	Precordillera	10	-5.7961**		0.9494**		0.9573	7.6	4.1053	1.0251
		Coigüe	Precordillera	10	-4.7748**		0.8476**		0.9550	5.6	5.9113	1.0187	8.0459
						a ₁₄	a ₁₄ d _i	b ₁₅	b ₁₅ d _i				
Fuste	15	Roble	Secano costero	20	-3.2874**	0.4773ns	0.8896**	-0.0561ns	0.9739	2.5	9.7437	1.0064	10.9700
			Secano interior	10	-3.8743**	-0.1096ns	0.9537**	0.0080ns	0.9814	2.7	8.5526	1.0066	12.1299
			Valle secano	20	-3.9920**	-0.2273ns	0.9649**	0.0191ns	0.9896	1.9	25.0446	1.0053	28.8599
			Precordillera	30	-3.7647**		0.9457**		0.9860	2.3	17.0560	1.0065	18.3962
			General	80	-3.8213**		0.9504**		0.9866	2.3	15.3700	1.0065	16.3853
			Raulí	Precordillera	10	-3.1909**		0.8738**		0.9917	1.8	11.7593	1.0041
		Coigüe	Precordillera	10	-3.7665**		0.9521**		0.9866	2.1	26.5059	1.0067	33.9887
		Total		Roble	Secano costero	20					0.9789	2.3	12.7539
Secano interior	10								0.9737	3.5	16.6496	1.0135	17.9393
Valle secano	20								0.9926	1.6	27.2105	1.0042	30.5448
Precordillera	30								0.9891	1.9	19.6107	1.0051	21.9966
General_1	80												18.3378
General_2	80												17.4254
Raulí	Precordillera			10					0.9967	1.4	10.2941	1.0024	11.0522
Coigüe	Precordillera			10					0.9871	2.4	37.6877	1.0091	40.1704

* $p < 0.05$; ** $p < 0.0001$; ns: $p \geq 0.05$; n: tamaño de la muestra (número de árboles); Sc_Pr: Secano costero - Precordillera; Si_Vs: Secano interior - Valle secano; a₅d_i y b₆d_i: diferencia entre el intercepto y, respectivamente, el coeficiente de regresión, de cada zona respecto de aquellos de la zona Precordillera (a₅ y b₆); R² es el coeficiente de determinación; RMSE es la raíz del error cuadrático medio; CV: coeficiente de variación residual; FI: índice de Furnival; CF: factor de corrección; FIp: índice de Furnival de la validación cruzada.

Tabla 33. Funciones de biomasa aérea total, según especie y zona.

Especie	Zona	Función	N°
Roble	Sc_Vs	$\hat{W}_t = \left[e^{-3.1848} (D^2)^{0.9039} 1.0507 + e^{-4.9928} (D^2)^{0.9328} 1.0687 + e^{-4.8715} (D^2 H)^{0.8664} 1.0282 + e^{-3.8213} (D^2 H)^{0.9502} 1.0065 \right]$	(23)
	Si_Pr	$\hat{W}_t = \left[e^{-1.8937} (D^2)^{0.7255} 1.0271 + e^{-2.5187} (D^2)^{0.5923} 1.0338 + e^{-4.8715} (D^2 H)^{0.8664} 1.0282 + e^{-3.8213} (D^2 H)^{0.9502} 1.0065 \right]$	(24)
Raulí	Precordillera	$\hat{W}_t = \left[e^{-3.7772} (D^2)^{0.9890} 1.0436 + e^{-4.4760} (D^2)^{0.8836} 1.0449 + e^{-5.7961} (D^2 H)^{0.9494} 1.0251 + e^{-3.1909} (D^2 H)^{0.8738} 1.0041 \right]$	(25)
Coigüe	Precordillera	$\hat{W}_t = \left[e^{-3.0443} (D^2)^{0.8911} 1.0324 + e^{-2.9469} (D^2)^{0.6474} 1.0263 + e^{-4.7748} (D^2 H)^{0.8476} 1.0187 + e^{-3.7665} (D^2 H)^{0.9521} 1.0067 \right]$	(26)

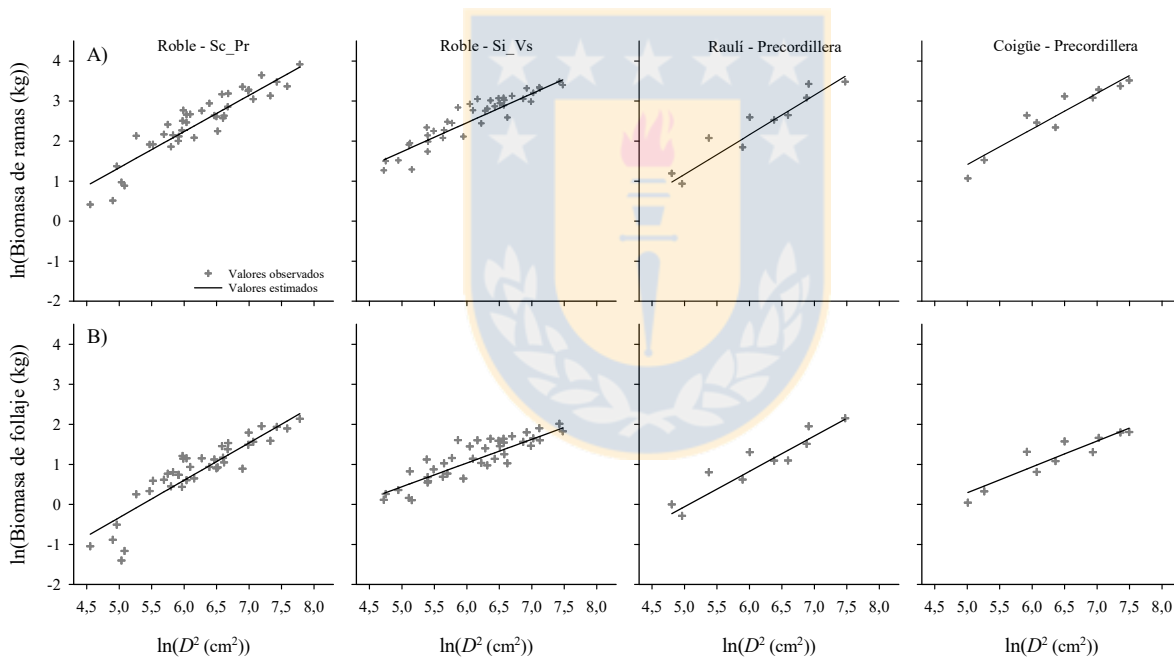


Figura 24. Relación entre el logaritmo natural de la biomasa de ramas (A) y de hojas (B) y el logaritmo natural de D^2 , según especie y zona. Los símbolos en gris representan los datos observados y la línea continua representa la función ajustada.

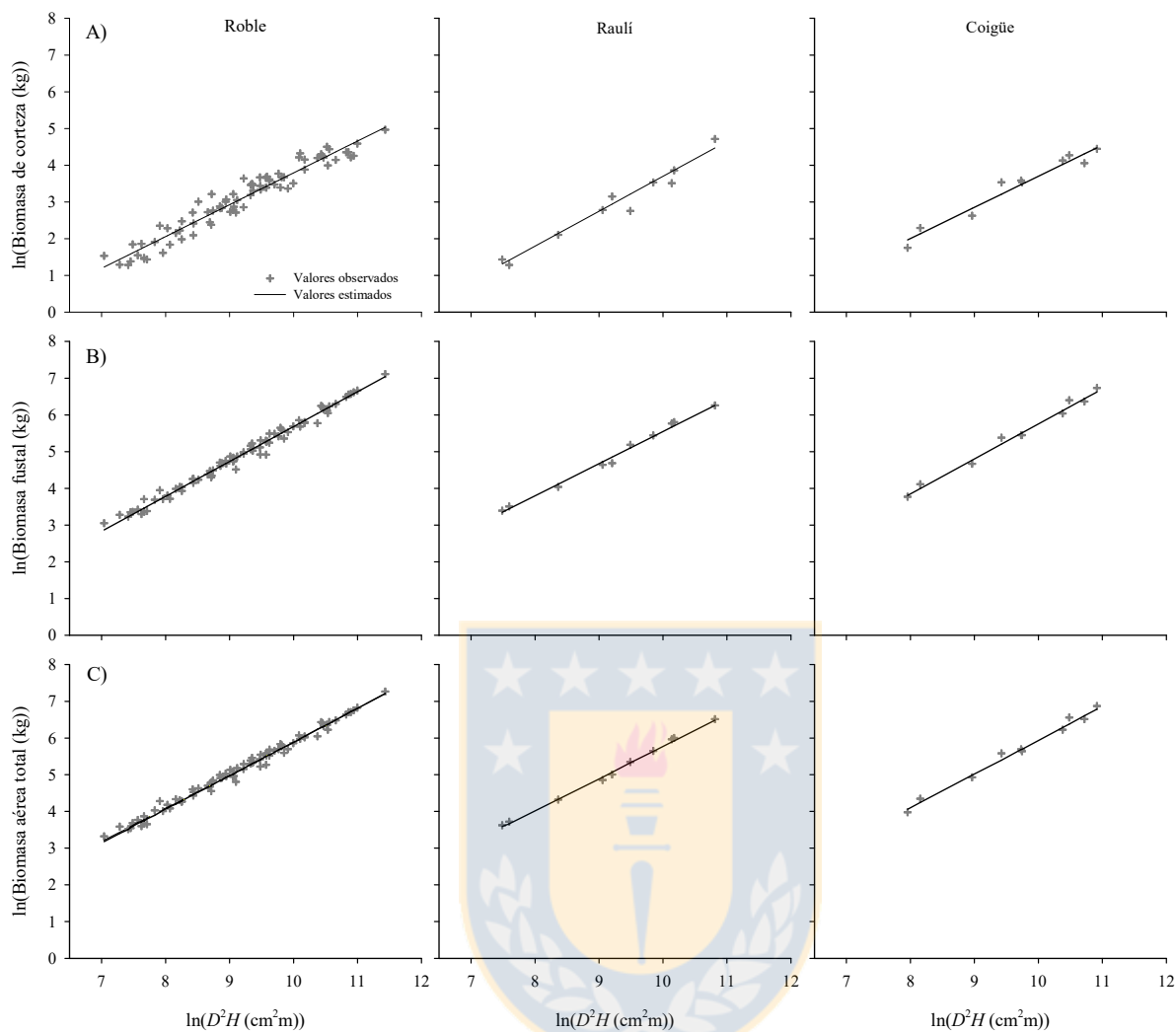


Figura 25. Relación entre el logaritmo natural de la biomasa de corteza (A), de fuste (B) y total (C) y el logaritmo natural de D^2H según especie. Los símbolos en gris representan los datos observados y la línea continua representa la función ajustada.

4. Discusión

En este estudio se presentan las primeras funciones de biomasa aérea total y de componentes (i.e. ramas, follaje, corteza y fuste) desarrolladas mediante un sistema simultáneo para renovales de roble, raulí y coigüe en Chile. En la actualidad, los estudios relacionados de biomasa en estas especies son aún escasos; ejemplos aislados son los estudios de biomasa aérea total y de componentes realizados por Canales (2009) y Gayoso (2013), para renovales de roble, y Sáez (1991) y Gayoso (2002), para renovales de raulí y coigüe, respectivamente. La escasez de estudios explica la existencia de pocas funciones de biomasa

ya sea total o de componentes; por ello, este estudio es un aporte concreto para la caracterización biométrica de los ecosistemas en que estas especies son elementos relevantes.

En las tres especies de este estudio, los modelos logarítmicos de biomasa (9), (14) y (15) lograron los mejores ajustes, con los valores de *FI* más bajos (Tabla 30). Estos modelos presentan una mayor precisión en comparación a los modelos no transformados; resultados similares obtuvieron Parresol (1999), Carvalho y Parresol (2003), Dong *et al.* (2015) con este tipo de modelos. Las mayores variaciones residuales se presentan en el ajuste de los modelos de biomasa de ramas y biomasa foliar, tanto a nivel de rama como de árbol, concordando con los resultados reportados por otros autores (Bond-Lamberty *et al.* 2002). La ventaja de los modelos logarítmicos es que mejoran la estimación de los parámetros, ya que resuelven el problema de heterocedasticidad, producto del uso de datos de biomasa provenientes de árboles de diferentes tamaños (Overman *et al.* 1994). Según Parresol (1999), la heterocedasticidad en estudios de biomasa con frecuencia ha sido ignorada, lo que lleva a estimaciones de parámetros poco confiables en las estimaciones de biomasa. En los modelos logarítmicos retransformados a su escala original se debe incluir un factor de corrección (*CF*), para corregir la subestimación sistemática de la biomasa (Sprugel 1983, Fehrmann y Kleinn 2006). Los factores de corrección obtenidos en este estudio fueron pequeños para las funciones de biomasa de fuste y corteza; en biomasa de ramas y follaje a nivel de rama y árbol, el factor de corrección presentó valores más altos, ya que estos componentes son más variables que la biomasa de corteza y fuste.

Diferentes estudios afirman que la biomasa aérea total y de componentes puede ser estimada en función del diámetro a la altura del pecho, diámetro a la altura del pecho y la altura total o combinaciones de estas variables, debido a la estrecha relación que existe entre ellas (Fehrmann y Kleinn 2006, Mugasha *et al.* 2013). En este estudio, la variable combinada D^2H otorga una mayor precisión en la estimación de la biomasa de corteza y fuste; la variable D^2 otorga una mayor precisión en la estimación de la biomasa de ramas y follaje, concordando con los resultados reportados por Bi *et al.* (2010), Dong *et al.* (2015), Zeng *et al.* (2016) y Zhang *et al.* (2015).

En el ajuste de funciones de biomasa aérea total y de componentes es deseable que se cumpla la propiedad de aditividad (Parresol 1999, Parresol 2001, Ruiz *et al.* 2012). Esta propiedad se refiere a que la suma de las estimaciones para los componentes de la biomasa del árbol sea igual a la estimación de la biomasa para todo el árbol (Carvalho y Parresol 2003, Dong *et al.* 2015, Zheng *et al.* 2015). Las funciones de biomasa desarrolladas en este estudio cumplen con esta propiedad; al ser ajustadas

simultáneamente, mediante el método SUR, se obtienen funciones consistentes y precisas para estimar la biomasa aérea total y de componentes. Estos resultados concuerdan con otros estudios donde se ajustaron simultáneamente funciones de biomasa aérea total y de componentes (Bi *et al.* 2010, Ruiz *et al.* 2012). Según Parresol (2001), el método SUR puede ser aplicado al considerar las correlaciones entre los diferentes componentes y la aditividad de la biomasa, incluyendo las ramas, follaje, corteza y fuste del mismo árbol. A su vez, Parresol (2001) y Russell (2009) afirman que la mayor ganancia, mediante el método SUR, es que los intervalos de confianza para las estimaciones de la biomasa mediante un ajuste simultáneo, son más estrechos que las estimaciones mediante ajustes independientes, lo cual conduce a estimaciones de parámetros eficientes considerando las correlaciones entre los componentes de la biomasa. Por esta razón, SUR se ha vuelto el método más utilizado en los últimos años en estudios de biomasa aérea total y de componentes (Dong *et al.* 2016, Li y Zhao 2013, Magalhães y Seifert 2015, Nord-Larsen *et al.* 2017, Poudel y Temesgen, Xue *et al.* 2016, 2016, Zeng *et al.* 2016, Zhuo *et al.* 2016). Las funciones desarrolladas en este estudio mediante el sistema simultáneo aseguran la aditividad entre los componentes y presentan una mayor precisión, en el ajuste y en la validación, que las funciones independientes reportadas por Sáez (1991), Gayoso (2002), Canales (2009) y Gayoso (2013), en renovales de roble, raulí y coigüe. La mayor precisión la presentan las funciones de biomasa aérea total, seguidas de las funciones de biomasa de fuste, corteza, ramas y follaje, concordando con los resultados de Zhang *et al.* (2015).

En roble, en el análisis de regresión utilizando variables *dummy*, se detectó efecto significativo de zona en los parámetros de las funciones de biomasa de ramas y follaje a nivel de rama y árbol (Tabla 31). Por el contrario, en las funciones de biomasa de corteza y fuste no se detectó efecto de zona en los parámetros de regresión. En consecuencia, para la biomasa de ramas y follaje se generaron funciones para agrupaciones de zonas con parámetros similares, mientras que para la biomasa de corteza y fuste se generaron funciones generalizadas. Así con los resultados de este análisis se generaron dos sistemas de funciones de biomasa aérea total (23) y (24). Por su parte, para raulí y coigüe se generaron los sistemas de funciones (25) y (26), respectivamente. En las tres especies, estas funciones presentaron una alta precisión en la validación.

La estimación de la biomasa aérea total y de componentes es esencial, no solo para determinar el rendimiento en biomasa en un sitio específico, sino también para evaluar la sustentabilidad, dado que el sistema de aprovechamiento podría significar utilizar toda la biomasa aérea, incluyendo follaje y corteza, componentes que almacenan una porción significativa de nutrientes (Rytter 2002). Ello hace evidente la

necesidad de ajustar funciones no solo para la biomasa aérea total sino también para los componentes de ésta. Así, las funciones desarrolladas en este estudio representan un aporte concreto para la estimación de la biomasa aérea total y de componentes para estas especies.

5. Conclusiones

Las funciones desarrolladas a partir de un sistema simultáneo estiman con alta precisión la biomasa aérea total y de componentes (i.e. ramas, follaje, corteza y fuste) a nivel de árbol individual, para renovales de roble, raulí y coigüe. Este sistema de funciones, ajustado mediante el método SUR, garantiza la propiedad de aditividad entre la biomasa de componentes y la biomasa aérea total del árbol.

En roble, las funciones generalizadas de biomasa de madera de fuste y corteza son válidas para las cuatro zonas evaluadas, debido a que presentan parámetros similares. Sin embargo, existen funciones de biomasa de ramas y follaje para agrupaciones de zonas. La precisión en el ajuste varía entre componentes de la biomasa. La mayor precisión la presentan las funciones de biomasa aérea total, seguidas de las funciones de biomasa de fuste, corteza, ramas y follaje en las tres especies.

6. Referencias

- Alvarez E, A Duque, J Saldarriaga, K Cabrera, G de Las Salas, ID Valle, A Lema, F Moreno, S Orrego, L Rodríguez. 2012. Tree above-ground biomass allometries for carbon stocks estimation in the natural forests of Colombia. *Forest Ecology and Management* 267: 297-308.
- António N, M Tomé, J Tomé, P Soares, L Fontes. 2007. Effect of tree, stand, and site variables on the allometry of *Eucalyptus globulus* tree biomass. *Canadian Journal of Forest Research* 37: 895-906.
- Bi H, Y Long, J Turner, Y Lei, P Snowdon, Y Li, R Harper, A Zerihun, F Ximenes. 2010. Additive prediction of aboveground biomass for *Pinus radiata* (D. Don) plantations. *Forest Ecology and Management* 259: 2301-2314.
- Bond-Lamberty B, C Wang, ST Gower. 2002. Aboveground and belowground biomass and sapwood area allometric equations for six boreal tree species of northern Manitoba. *Canadian Journal of Forest Research* 32: 1441-1450.
- Brown S. 1997. Estimating biomass and biomass change of tropical forests. FAO Forestry Paper No. 134. FAO, Rome.

- Brown S, A Gillespie, A Lugo. 1989. Biomass estimation methods for tropical forests with applications to forest inventory data. *Forest Science* 35(4): 881-902.
- Canales AV. 2009. Efecto de la intensidad de raleo en el área foliar y la distribución de biomasa en árboles individuales pertenecientes a un renewal puro de roble (*Nothofagus obliqua*. Mirb. Oerst) de 34 años de edad. Tesis Ingeniero Forestal. Universidad de Concepción, Facultad de Ciencias Forestales, Concepción, Chile. 29 p.
- Carvalho JP, BR Parresol. 2003. Additivity in tree biomass components of Pyrenean oak (*Quercus pyrenaica* Willd.). *Forest Ecology and Management* 179: 269-276.
- Case B, R Hall. 2008 Assessing prediction errors of generalized tree biomass and volume equations for the boreal forest region of west-central Canada. *Canadian Journal of Forest Research* 38(4): 878-889.
- Chan N, S Takeda, R Suzuki, S Yamamoto. 2013. Establishment of allometric models and estimation of biomass recovery of swidden cultivation fallows in mixed deciduous forests of the Bago Mountains, Myanmar. *Forest Ecology and Management* 304: 427-436.
- Chiyenda SS, A Kozak. 1984. Additivity of component biomass regression equations when the underlying model is linear. *Canadian Journal of Forest Research* 14: 441-446.
- Chojnacky, DC, LS Heath, JC Jenkins. 2014 Updated generalized biomass equations for North American tree species. *Forestry* 87(1): 129-151.
- CONAF. 2011. Corporación Nacional Forestal, CL. Catastro de los recursos vegetacionales nativos de Chile. Sección Monitoreo de Ecosistemas Forestales. Santiago, Chile. 28 p.
- Dong L, L Zhang, F Li. 2015. A Three-step proportional weighting system of nonlinear biomass equations. *Forest Science* 61: 35-45.
- Dong L, L Zhang, F Li. 2016. Developing two additive biomass equations for three coniferous plantation species in Northeast China. *Forests* 7(136): 1-21.
- Donoso P, C Donoso, V Sandoval. 1993. Proposición de zonas de crecimiento de renovales de roble (*Nothofagus obliqua*) y raulí (*Nothofagus alpina*) en su rango de distribución natural. *Bosque* 14(2): 37-55.
- Fehrmann L. CH Kleinn. 2006. General consideration about the use of allometric equations for biomass estimation on the example of Norway spruce in Central Europe. *Forest Ecology and Management* 236: 412-421.
- Fournier RA, JE Luther, L Guindon, MC Lamber, D Piercey, R Hall. 2003. Mapping aboveground tree biomass at the stand level from inventory information, test cases in Newfoundland and Quebec. *Canadian Journal of Forest Research* 33: 1846-1863.

- Furnival G. 1961. An index for comparing equations used in constructing volume tables. *Forest Science* 7(4): 337-341.
- Gayoso J. 2002. Medición de la capacidad de captura de carbono en bosques nativos y plantaciones de Chile. *Revista Forestal Iberoamericana* 1(1): 1-13.
- Gayoso J. 2013. Funciones alométricas para la determinación de existencias de carbono forestal para la especie *Nothofagus obliqua* (Mirb.) Oerst. (roble). Santiago, Chile. CONAF. 41 p.
- Gonzalez-Benecke CA, SA Gezan, TJ Albaugh, HL Allen, HE Burkhart, TR Fox, EJ Jokela, CA Maier, TA Martin, RA Rubilar, LJ Samuelson. 2014. Local and general above-stump biomass functions for loblolly pine and slash pine trees. *Forest Ecology and Management* 334: 254-276.
- Hardy M. 1993. Regression with *dummy* variables. Sage university paper series on quantitative applications in the Social Sciences, 07-093. Newbury Park, CA: Sage.
- Henry M, N Picard, C Trotta, R Manlay, R Valentini, M Bernoux. 2011 Estimating tree biomass of Sub-Saharan african forests: a review of available allometric equations. *Silva Fennica* 45(3B): 477-569.
- Kozak A. 1970. Methods for ensuring additivity of biomass components by regression analysis. *Forestry Chronicle* 46: 402-404.
- Lara A, C Donoso, P Donoso, P Nuñez, A Cavieres. 1999. Normas de manejo para raleo de renovales del tipo forestal roble-raulí-coigüe. En: *Silvicultura de los bosques nativos de Chile*. 1a Ed. Universitaria. Santiago. Chile. pp. 129-144.
- Li H, P Zhao. 2013. Improving the accuracy of tree-level aboveground biomass equations with height classification at a large regional scale. *Forest Ecology and Management* 289: 153-163.
- Magalhães TM, T Seifert. 2015. Biomass Modelling of *Androstachys johnsonii* Prain: A comparison of three methods to enforce additivity. *Carbon Balance Management* 10: 16.
- Menendez-Miguel M, E Canga, M Barrio-Anta, P Majada, P Alvarez-Alvarez. 2013. A three level system for estimating the biomass of *Castanea sativa* Mill. coppice stands in north-west Spain. *Forest Ecology and Management* 291: 417-426.
- Montagu KD, K Düttmer, CVM Barton, AL Cowie. 2005. Developing general allometric relationships for regional estimates of carbon sequestration an example using *Eucalyptus pilularis* from seven contrasting sites. *Forest Ecology and Management* 204: 113-127.
- Mugasha WA, T Eid, OM Bollandas, RE Malimbwi, SA Chamshama, E Zahabu, JZ Katani. 2013. Allometric models for prediction of above and belowground biomass of trees in the Miombo Woodlands of Tanzania. *Forest Ecology and Management* 310: 87-101.

- Muukkonen P. 2007. Generalized allometric volume and biomass equations for some tree species in Europe. *European Journal of Forest Research* 26: 157-166.
- Návar J, E Mendez, V Dale. 2002. Estimating stand biomass in the Tamaulipan thornscrub of northeastern Mexico. *Annals of Forest Sciences* 59: 813-821.
- Návar J, N Gonzalez, D Maldonado, J Graciano, V Dale, B Parresol. 2004. Biomass equations for pine species of forest plantations of Durango, Mexico. *Madera y Bosques* 10(2): 17-28.
- Návar J. 2009. Allometric equations for tree species and carbon stocks for forests of northwestern Mexico. *Forest Ecology and Management* 257: 427-434.
- Nord-Larsen T, H Meilby, JP Skovsgaard. 2017. Simultaneous estimation of biomass models for 13 tree species: effects of compatible additivity requirements. *Canadian Journal of Forest Research* 47: 765-776.
- ODEPA. 2000. Oficinas De Estudios y Política Agrarias. Clasificación de las explotaciones agrícolas del VI censo nacional agropecuario según tipo de productor y localización geográfica. Documento de trabajo N°5. I.S.S.N. 0717-0378. 91p.
- Ott P. 1997. The Use of indicator variables in non-linear regression. Biometrics Information. Ministry of Forests Research Program, British Columbia. Pamphlet 56.
- Overman JPM, HJL Witte, JG Saldarriaga. 1994. Evaluation of regression models for above-ground biomass determination in Amazon rainforest. *Journal of Tropical Ecology* 10: 207-218.
- Parresol BR. 1999. Assessing tree and stand biomass: a review with examples and critical comparisons. *Forest Science* 45: 573-593.
- Parresol BR. 2001. Additivity of nonlinear biomass equations. *Canadian Journal of Forest Research* 31: 865-878.
- Poudel KP, H Temesgen. 2016. Developing Biomass Equations for Western Hemlock and Red Alder Trees in Western Oregon Forests. *Forests* 7: 88.
- Ruiz PR, G Montero, M del Río. 2012. Biomass models to estimate carbon stocks for hardwood tree species. *For Syst* 21: 42-52.
- Russell MB, HE Burkhardt, RL Amateis. 2009. Biomass partitioning in a miniature-scale loblolly pine spacing trial. *Canadian Journal of Forest Research* 39: 320-329.
- Rytter L. 2002 Nutrient content in stems of hybrid aspen as affected by tree age and tree size, and nutrient removal with harvest. *Biomass Bioenergy* 23: 1-25.
- Sáez M. 1991. Biomasa y contenido de nutrientes de renovales no intervenidos roble-raulí (*Nothofagus obliqua* (Mirb) Oerst - *Nothofagus alpina* (Poepp. et Endl.) Oerst) en suelos volcánicos de la

- Precordillera Andina, IX Región, Tesis de Grado. Universidad de Chile, Escuela de Ciencias Forestales, Santiago, Chile. 96 p.
- SAS. 2009. SAS/STAT ® 9.2 User's Guide, Second Edition. Cary, NC: SAS Institute Inc.
- Sprugel DG. 1983. Correcting for bias in log-transformed allometric equations. *Ecology* 64: 209-210.
- Ter-Mikaelian, MT, MD Korzukhin. 1997. Biomass equations for sixty-five North American tree species. *Forest Ecology and Management* 97: 1-24.
- Wirth C, J Schumacher, ED Schulze. 2004. Generic biomass functions for Norway spruce in Central Europe a meta-analysis approach toward prediction and uncertainty estimation. *Tree Physiology* 24: 121-139.
- Xiao CW, R Ceulemans. 2004. Allometric relationships for below- and aboveground biomass of young Scots pines. *Forest Ecology and Management* 203: 177-186.
- Xue Y, Z Yang, X Wang, Z Lin, D Li, S Su. 2016. Tree biomass allocation and its model additivity for *Casuarina equisetifolia* in a Tropical Forest of Hainan Island, China. *PLoS ONE* 11(3): e0151858.
- Zeng WS, LJ Zhang, XY Chen, ZC Cheng, KX Ma, ZH Li. 2016. Construction of compatible and additive individual-tree biomass models for *Pinus tabulaeformis* in China. *Canadian Journal of Forest Research* 47: 467-475.
- Zianis D, P Muukkonen, R Makipaa, M Mencuccini. 2005. Biomass and stem volume equations for tree species in Europe. *Silva Fennica* 4: 1-63.
- Zhang Y, HY Chen. 2015. Individual Size inequality links forest diversity and above-ground biomass. *Journal of Ecology* 103: 1245-1252.
- Zhuo L, H Tao, H Wei, W Chengzhen. 2016. Compatible Models of Carbon Content of Individual Trees on a *Cunninghamia lanceolate* Plantation in Fujian Province, China. *PLoS ONE* 11 (3): e0151527.

VII. Información acompañante en funciones de volumen y biomasa para desarrollar funciones generalizadas mediante meta-análisis en renovales de roble, raulí y coigüe⁶

Resumen

Se utilizó la técnica de meta-análisis modificado para desarrollar funciones generalizadas de volumen y biomasa total a nivel de árbol individual para renovales de roble, raulí y coigüe. Para ello, a partir de un conjunto de funciones de volumen y biomasa recopiladas, se generaron pseudo-datos mediante la información acompañante de estas funciones (i.e. n , rango D y H , relación altura-diámetro y $RMSE - R^2$), la que se utilizó para ajustar funciones generalizadas para cada especie. El análisis fue suplementado con una base de datos observada para la validación de las funciones ajustadas. Con el fin de determinar efectos zonales, las funciones de volumen y biomasa generadas mediante pseudo-datos, fueron asignadas a las zonas agroclimáticas definidas por ODEPA (2000), de acuerdo a la localización de la muestra utilizada en el ajuste de cada función. En el análisis de regresión utilizando variables *dummy* no se detectó efecto de zona sobre los parámetros de las funciones en ninguna de las especies en estudio. Las funciones generalizadas de volumen y biomasa total ajustadas mediante pseudo-datos con la $RMSE$ no presentaron efectos significativos con las funciones originales, resultando incluso con los parámetros y estadísticos de ajuste y validación casi idénticos a los de las funciones originales. La validación arrojó resultados consistentes en las tres especies analizadas, con una alta exactitud para el volumen y biomasa ($E < 16.0\%$ y $E < 11.9\%$), evidenciando que las funciones son insesgadas y precisas. Así, este método se considera válido para desarrollar funciones de volumen y biomasa para su uso generalizado en el área de estudio.

Palabras clave: Biomasa, volumen, meta-análisis, pseudo-datos, variables *dummy*.

1. Introducción

En Chile existen 3,8 millones de hectáreas de bosques naturales de segundo crecimiento o renovales, de los cuales 1,2 millones son del Tipo Forestal Roble-Raulí-Coigüe, distribuidos desde la Región del Maule (35°25'S - 71°40'O) hasta la Región de Los Lagos (43°28'S - 72°56'O) (CONAF 2011). Los renovales de roble (*Nothofagus obliqua* (Mirb.) Oerst.), raulí (*N. alpina* (Poepp et Endl.) Oerst.) y coigüe (*N.*

⁶ Valenzuela C, E Acuña, A Ortega, J Cancino. 2017. Información acompañante en funciones de volumen y biomasa para desarrollar funciones generalizadas mediante meta-análisis en renovales de roble, raulí y coigüe. Artículo en preparación.

dombeyi (Mirb.) Oerst.), representan un recurso económico de alto valor, debido a que poseen altas tasas de crecimiento y excelente calidad maderera (Donoso *et al.* 1993, Lara *et al.* 1999). El aprovechamiento sustentable de este recurso requiere de una cuantificación a nivel de árbol individual, por lo cual, es importante la disponibilidad de funciones de volumen fustal y biomasa aérea total. Aunque en la actualidad, en revistas especializadas y otras fuentes bibliográficas, existen funciones locales de volumen y biomasa total para estas tres especies, su utilización en sitios no representados en las muestras usadas en el ajuste de esas funciones es riesgoso, porque puede resultar en estimaciones erróneas (Fournier *et al.* 2003, Henry *et al.* 2011). Debido a que las funciones locales son provenientes de áreas geográficas limitadas, su uso generalizado en condiciones ambientales diferentes, en donde se entremezclan rodales de variadas estructuras, densidades y edades, requiere al menos una validación con muestras independientes (Wirth *et al.* 2004). Por lo general, las funciones locales no son recomendables para realizar estimaciones a grandes escalas, lo que resulta en la necesidad de desarrollar funciones generalizadas de volumen y biomasa (Muukkonen 2007, Valenzuela *et al.* 2017).

En los últimos años se han desarrollado funciones generalizadas de volumen y biomasa total para diferentes especies que crecen en una amplia gama de condiciones ambientales (Case y Hall 2008, Henry *et al.* 2011). Estas funciones pueden ser desarrolladas a partir de dos métodos. El primero consiste en utilizar datos observados capturados mediante muestreo destructivo a lo largo de un vasto territorio (Henry *et al.* 2011, Lambert *et al.* 2005, Nívar 2009, Wutzler *et al.* 2008, Zianis y Mencuccini 2003); este método es de alto costo, lo cual ha originado limitaciones en las estimaciones. El segundo método es el meta-análisis modificado, el cual desarrolla funciones generalizadas a partir de funciones previamente publicadas (Chojnacky *et al.* 2014, De Miguel *et al.* 2014, Muukkonen 2007, Valenzuela *et al.* 2017, Wayson *et al.* 2015,). Este método consiste en ajustar funciones generalizadas a partir de pseudo-datos, generados con funciones previamente publicadas, las cuales pueden presentar diferentes estructuras (Jenkins *et al.* 2003). Debido a que, por lo general, las bases de datos originales utilizadas en el ajuste de las funciones publicadas no están disponibles, el meta-análisis modificado puede ampliar la disponibilidad de datos de diferentes localidades, ya que, en la ausencia de datos observados, la información proporcionada por los datos específicos de cada localidad puede ser recuperada en la forma de pseudo-datos, los que son generados mediante las funciones publicadas. Este método solo requiere un conjunto de datos observados destinado a la validación

Varios autores han utilizado esta técnica meta-analítica para desarrollar funciones generalizadas para diferentes especies en América del Norte, América del Sur y Europa (Chojnacky *et al.* 2014, De Miguel

et al. 2014, Jenkins *et al.* 2003, Muukkonen 2007, Pastor *et al.* 1983/1984, Valenzuela *et al.* 2017, Wayson *et al.* 2017, Wirth *et al.* 2004, Zianis *et al.* 2005). Algunos autores solo utilizan el diámetro a la altura del pecho como variable predictora en la generación de pseudo-datos. Otros, por su parte, consideran que tanto el diámetro a la altura del pecho como la altura total del árbol deben ser incluidos, debido a que proporcionan mejores estimaciones del volumen (António *et al.* 2007, Gonzalez-Benecke *et al.* 2014, Montagu *et al.* 2005, Zianis y Mencuccini 2003). En este último caso, sin embargo, previo a la generación de pseudo-datos se debe enfrentar el problema de asignar el valor de altura total a cada diámetro específico, lo que puede resolverse utilizando una relación altura-diámetro con datos observados (Muukkonen 2007, Valenzuela *et al.* 2017).

Otro problema a resolver es que la generación directa de pseudo-datos a partir de las funciones recopiladas viola el supuesto de independencia de los residuos. El conjunto de pseudo-datos está altamente auto-correlacionado (Lambert *et al.* 2005). Adicionalmente, en datos volumen y biomasa total es habitual observar heterogeneidad de varianzas, esto es una variabilidad mayor de estas variables a mayor tamaño de los árboles (Valenzuela *et al.* 2017, Wayson *et al.* 2015). Así, los estimadores de los coeficientes de regresión de la función generalizada, obtenidos mediante mínimos cuadrados ordinarios, son lineales, insesgados y consistentes, pero no son eficientes; las varianzas estimadas son sesgadas, por lo cual, las pruebas estadísticas utilizadas usualmente y los intervalos de confianza generados para verificar la validez de las estimaciones, ya no son confiables; a su vez, los valores reportados del coeficiente de determinación (R^2) no tienen sentido (Kmenta 1986). La raíz del problema puede estar en la escasa información estadística que por lo general acompaña las funciones publicadas, que en algunos casos se restringe a los parámetros de las funciones y el tamaño de la muestra. El objetivo de este estudio fue determinar qué información estadística es necesaria reportar para desarrollar funciones generalizadas de volumen y biomasa total para renovales de roble, raulí y coigüe utilizando un meta-análisis modificado.

2. Metodología

2.1. Base de datos observados

La base de datos se estructuró a partir de un muestreo realizado en el marco de este estudio y datos aportados por terceros. Los datos fueron asignados a las zonas agroclimáticas definidas por ODEPA (2000), de acuerdo a la localización geográfica de cada muestra (Tabla 34). Los datos fueron recolectados

en el rango de distribución natural de renovales de roble, raulí y coigüe (Figura 26). La base de volumen incluye un total de 1,380 árboles con mediciones de altura total (H), diámetro a la altura del pecho (D) y volumen fustal sin corteza. En total, en las tres especies, la primera fracción quedó constituida por 1,107 árboles (i.e. 508 robles, 369 raulíes y 230 coigües) y se utilizó en el ajuste de funciones de volumen total sin corteza; la segunda quedó constituida por 273 árboles (i.e. 127 robles, 90 raulíes y 56 coigües) y se destinó a la validación de esas funciones. La base de biomasa incluye un total de 100 árboles (i.e. 80 robles, 10 raulíes y 10 coigües) con mediciones de altura total (H), diámetro a la altura del pecho (D) y biomasa aérea total. En este caso se realizó una validación interna con la misma base de datos.

Tabla 34. Descripción de la base de datos utilizada en el ajuste y validación, según variable, especie y zona.

Variable	Especie	Base	Zona	n	D (cm)			CV (%)	H (m)			CV (%)	V (m ³) - B (kg)			CV (%)	
					Mín	Media	Máx		Mín	Media	Máx		Mín	Media	Máx		
Volumen	Roble	Ajuste	Secano costero	23	9.8	21.6	43.9	40.7	11.0	18.1	23.6	19.5	0.0380	0.3508	1.5299	112.4	
			Secano interior	57	5.4	19.3	51.0	52.9	7.9	15.6	34.0	37.1	0.0109	0.3581	3.1375	154.3	
			Valle secano	46	5.0	22.3	44.5	46.2	9.0	20.7	35.5	35.5	0.0083	0.4682	1.5559	95.5	
			Precordillera	210	5.3	24.8	51.1	35.2	9.0	20.6	33.7	22.4	0.0104	0.4962	2.8803	76.5	
			Cordillera	172	5.1	22.1	54.7	46.6	4.9	19.0	32.5	31.2	0.0064	0.4524	2.7317	104.6	
			Total	508	5.0	22.9	54.7	42.5	4.9	19.4	35.5	29.3	0.0064	0.4568	3.1375	96.8	
		Validación	Secano costero	6	12.0	22.9	33.5	38.2	12.5	19.2	26.3	28.2	0.0569	0.3876	0.8437	78.2	
			Secano interior	13	5.5	23.9	49.1	53.3	6.0	16.9	29.3	37.3	0.0075	0.5517	1.8694	107.4	
			Valle secano	12	5.5	16.1	26.3	49.5	10.0	17.7	28.5	40.8	0.0109	0.2468	0.6611	103.1	
			Precordillera	53	7.4	24.6	42.1	38.1	10.0	20.4	35.6	24.7	0.0196	0.5155	2.1762	82.2	
			Cordillera	43	4.9	20.3	43.5	47.8	6.3	18.2	31.0	36.5	0.0068	0.3684	1.4509	93.8	
			Total	127	4.9	22.2	49.1	44.9	6.0	19.0	35.6	31.8	0.0068	0.4380	2.1762	92.9	
	Raulí	Ajuste	Secano costero	39	8.8	23.0	43.5	39.8	10.9	21.6	31.2	24.1	0.0337	0.4948	1.5057	79.3	
			Secano interior	9	10.4	16.8	25.6	32.2	14.2	16.6	20.4	14.1	0.0542	0.1896	0.4893	72.3	
			Precordillera	152	5.4	22.6	52.0	41.3	7.0	20.2	33.4	27.8	0.0088	0.4571	2.3675	85.9	
			Cordillera	169	4.6	22.5	47.9	41.7	7.0	20.0	29.5	25.9	0.0072	0.4404	2.0573	85.4	
			Total	369	4.6	22.5	52.0	41.3	7.0	20.2	33.4	26.5	0.0072	0.4469	2.3675	85.5	
			Validación	Secano costero	10	11.8	23.3	36.5	38.3	11.8	21.4	27.0	23.8	0.0566	0.4797	1.1140	78.0
		Secano interior		2	15.4	18.7	21.9	24.6	16.6	16.8	16.9	1.3	0.1320	0.2090	0.2859	52.1	
		Precordillera		36	7.3	22.7	39.4	38.1	8.8	20.3	27.8	26.8	0.0157	0.4512	1.3187	82.1	
		Cordillera		42	5.6	20.9	38.0	42.4	8.8	19.6	31.2	24.8	0.0102	0.3607	1.0842	82.8	
		Total		90	5.6	21.8	39.4	39.7	8.8	20.0	31.2	25.3	0.0102	0.4067	1.3187	82.5	
		Coigüe		Ajuste	Secano costero	14	11.0	20.4	42.5	46.8	9.0	16.8	30.7	38.7	0.0375	0.3616	1.7325
			Secano interior		19	5.3	21.0	36.5	43.3	9.7	18.9	33.7	35.0	0.0105	0.3980	1.5183	104.1
Valle secano	17		5.0		19.1	33.0	45.5	7.0	16.5	28.0	36.6	0.0067	0.3278	1.2248	109.3		
Precordillera	44		6.9		23.2	42.4	39.0	7.5	21.1	31.8	26.9	0.0175	0.4986	1.7741	86.1		
Cordillera	136		4.9		20.6	53.2	54.0	5.6	17.9	33.7	33.5	0.0068	0.4164	2.8389	125.8		
Total	230		4.9		21.0	53.2	49.1	5.6	18.5	33.7	33.3	0.0067	0.4207	2.8389	115.0		
Validación	Secano costero		3	11.7	19.4	28.9	45.1	10.5	15.5	23.0	42.5	0.0463	0.2685	0.6251	116.2		
	Secano interior		4	11.5	20.4	26.7	36.5	15.0	20.8	27.8	26.8	0.0700	0.3414	0.6333	78.8		
	Valle secano		5	6.4	19.4	26.8	42.0	10.3	16.9	21.0	24.8	0.0167	0.2783	0.4933	68.0		
	Precordillera		10	8.5	26.0	45.3	43.3	9.0	22.3	28.6	25.8	0.0252	0.6583	1.8176	83.6		
	Cordillera		34	6.0	19.8	41.2	44.5	9.9	16.8	27.4	29.7	0.0117	0.3239	1.4751	106.8		
	Total		56	6.0	20.9	45.3	43.8	9.0	18.0	28.6	30.5	0.0117	0.3778	1.8176	102.3		
Biomasa	Roble	Ajuste	Secano costero	20	10.0	19.4	28.2	27.9	12.0	17.0	24.0	19.9	27.7	140.1	297.9	56.6	
			Secano interior	10	12.9	19.7	35.1	37.0	11.7	15.8	24.0	24.7	38.5	140.0	423.7	89.3	
			Valle secano	20	11.6	28.6	49.0	35.8	12.8	26.7	38.5	25.7	34.6	434.5	1429.1	82.4	
			Precordillera	30	10.6	23.6	42.1	35.7	12.6	22.6	33.6	26.5	33.6	276.5	859.0	81.2	
			Total	80	10.0	23.3	49.0	37.7	11.7	21.4	38.5	31.6	27.7	264.8	1429.1	96.9	
	Raulí	Validación	Precordillera	10	11.1	23.4	42.0	41.8	12.5	22.5	28.2	22.1	37.4	239.4	674.8	84.7	
			Coigüe	Precordillera	10	12.0	26.7	42.4	39.1	18.0	26.4	31.7	19.8	53.3	396.3	964.8	76.9

D : Diámetro a la altura del pecho; H : altura total; V , W : volumen y biomasa total sin corteza, respectivamente, considerando un tocón de 30 cm de altura, n : tamaño de la muestra; CV : coeficiente de variación.

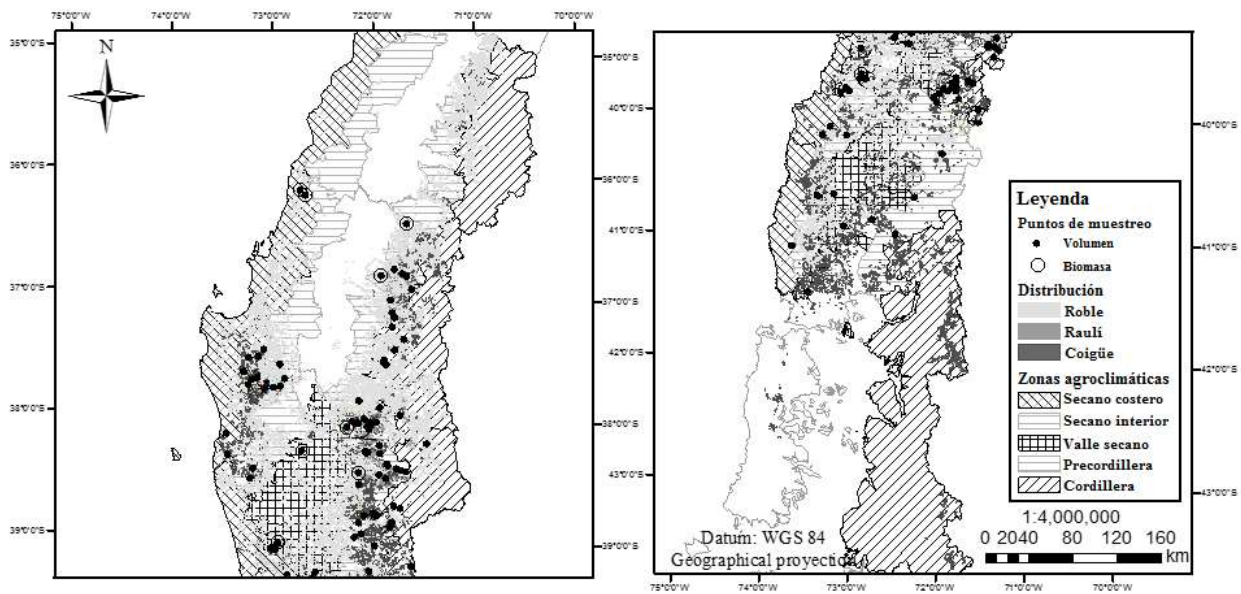


Figura 26. Zonas agroclimáticas, distribución geográfica del Tipo Forestal Roble-Raulí-Coigüe y localización de los puntos de muestreo.

2.2. Funciones de volumen y biomasa total utilizadas

Las funciones de volumen y biomasa total utilizadas fueron funciones logarítmicas ajustadas en los capítulos 2 y 5, respectivamente (Tabla 35). Estas funciones fueron ajustadas por especie y zona. El modelo (1) propuesto por Spurr (1952), con el cual se obtuvieron estas funciones, proviene de la linealización del modelo alométrico tradicional, i.e. $y = a_0 x^{a_1}$.

$$\ln(y) = \ln(a_0) + a_1 \ln(D^2 H) \quad (1)$$

Donde y : volumen o biomasa total sin corteza (m^3); D : diámetro a la altura del pecho (cm); H : altura total (m); $a_{0,1}$: parámetros del modelo; ln: logaritmo natural.

Tabla 35. Parámetros estimados y estadísticos de ajuste de las funciones de volumen y biomasa total utilizadas, según especie y zona.

Componente	Especie	Zona	n_a	Parámetros				R^2	$RMSE$ ln(m ³ -kg)	FI (m ³ -kg)	CV (%)	CF	n_v	E	
				ln(a_0)	a_0d_i	a_1	a_1d_i							(m ³ -kg)	(%)
Volumen	Roble	Ajuste general	508	-9.9632**		0.9626**		0.9920	0.1074	0.0286	6.3	1.0058	127	0.0685	15.0
		Secano costero	23	-9.9905**	-2.6093E-01ns	0.9601**	2.2143E-02ns	0.9868	0.1072	0.0248	7.1	1.0058	6	0.0397	11.3
		Secano interior	57	-10.2172**	-2.1658E-01ns	0.9986**	3.4669E-02ns	0.9943	0.1023	0.0156	4.3	1.0052	13	0.0612	17.1
		Valle secano	46	-9.8084**	6.9408E-02ns	0.9420**	-5.8592E-03ns	0.9946	0.1022	0.0251	5.4	1.0052	12	0.0263	5.6
		Precordillera	210	-9.9576**		0.9600**		0.9882	0.1044	0.0364	7.3	1.0055	43	0.0645	13.5
		Cordillera	172	-10.0006**	4.4317E-02ns	0.9692**	1.5294E-03ns	0.9941	0.1011	0.0242	5.3	1.0051	53	0.0612	13.0
	Raulí	Ajuste general	369	-9.9167**		0.9583**		0.9924	0.1051	0.0283	6.3	1.0055	90	0.0569	12.7
		Secano costero	39	-9.9587**	-6.0041E-02ns	0.9663**	1.0424E-02ns	0.9960	0.068	0.0219	4.4	1.0023	10	0.0577	11.7
		Secano interior	9	-10.1489**	-5.9328E-01ns	0.9915**	7.3148E-02ns	0.9874	0.0816	0.0126	6.6	1.0033	2	0.0106	5.6
		Precordillera	152	-9.9059**	-2.3445E-02ns	0.9576**	2.7290E-03ns	0.9935	0.1169	0.0321	7.0	1.0069	42	0.0538	13.6
		Cordillera	169	-9.9207**		0.9572**		0.9908	0.1005	0.0264	6.0	1.0051	36	0.0601	11.8
		Coigüe	Ajuste general	230	-10.0424**		0.9732**		0.9951	0.0981	0.0198	4.7	1.0048	56	0.0453
	Secano costero		14	-10.1330**	-4.2129E-01ns	0.9812**	3.5450E-02ns	0.9953	0.0845	0.0156	4.3	1.0036	3	0.0078	2.2
	Secano interior		19	-10.1451**	-2.9425E-01ns	0.9799**	2.0579E-02ns	0.9949	0.0988	0.0206	5.2	1.0049	4	0.0077	1.9
	Valle secano		17	-10.2619**	-4.2801E-01ns	1.0017**	5.1266E-02ns	0.9947	0.1071	0.0169	5.2	1.0058	5	0.0345	10.5
	Precordillera		44	-9.8949**	-9.4834E-02 ns	0.9584**	5.9021E-03ns	0.9958	0.1003	0.0320	6.4	1.0050	34	0.0555	9.1
	Cordillera		136	-10.0254**		0.9714**		0.9916	0.0965	0.0173	4.2	1.0047	10	0.0379	11.1
	Biomasa	Roble	Ajuste general	80	-3.0873**		0.8989**		0.9886	0.1015	17.7339	6.7	1.0052		17.2338
Secano costero			20	-2.9097**	8.4841E-01ns	0.88228**	-9.2303E-02ns	0.9811	0.0989	11.3764	8.1	1.0049		14.1843	10.1
Secano interior			10	-2.9859**	4.8053E-01ns	0.88558**	-5.5389E-02ns	0.9805	0.12208	12.4164	8.9	1.0075		16.7688	12.0
Valle secano			20	-3.4963**	2.7744E-01ns	0.93562**	-3.3214E-02ns	0.9925	0.08639	25.7177	5.9	1.0037		32.5189	7.5
Precordillera			30	-3.1976**		0.91228**		0.9893	0.09637	18.6938	6.8	1.0047		22.8721	8.3
Raulí		Precordillera	10	-3.0165**		0.88048**		0.9965	0.06157	10.0931	4.2	1.0019		12.3984	4.0
Coigüe		Precordillera	10	-3.3418**		0.93031**		0.9879	0.11289	31.5633	8.0	1.0064		43.6885	11.0

** $: P < 0.0001$; ns: no significativo ($P \geq 0.05$); n_r : tamaño de la muestra para ajuste; ln(a_0) d_i and ln(a_1) d_i : diferencia entre el intercepto y, respectivamente, el coeficiente de regresión de cada zona respecto para la zona obtenida en la zona no marcada; R^2 : coeficiente de variación; FI : índice de Furnival; CV : coeficiente de variación residual; CF : factor de corrección; n_v : tamaño de la muestra para validación; E : índice de exactitud.

2.3. Funciones de altura total utilizadas

Las funciones de altura total utilizadas fueron las funciones desarrolladas por Valenzuela *et al.* (2017) (Tabla 36). Estas funciones fueron ajustadas por especie y zona. El modelo ajustado en ese estudio fue el modelo alométrico propuesto por Stage (1963) (modelo 2).

$$H = 1.3 + b_1 D^{b_2} \quad (2)$$

Donde H : altura total; D : diámetro a la altura del pecho (cm); $b_{1,2}$: parámetros del modelo.

Tabla 36. Parámetros estimados y estadísticos de ajuste de las funciones de altura total utilizadas, según especie y zona.

Especie	Zona	n_f	Parámetros				FI (m)	CV (%)	E_1 (m)	E_2 (m)	E_3 (m)	n_v	E (m)
			b_1	$b_1 d_i$	b_2	$b_2 d_i$							
Roble	Ajuste general	225	3.1616**		0.5631**		3.3497	17.6	4.9307	3.1287	3.4079	528	3.4980
	Secano costero	11	5.1806*	2.2720ns	0.3936**	-0.1999ns	2.3566	11.9	2.6129	2.2780	2.3261	27	2.5314
	Secano interior	21	2.3053**	-0.6033ns	0.6024**	0.0089ns	2.1077	14.1	3.2199	2.3753	2.8953	49	3.2096
	Valle secano	17	1.7023*	-1.2063ns	0.7928**	0.1993ns	2.5151	13.5	3.1172	2.5478	4.8663	41	3.7818
	Precordillera	84	4.0103*	1.1080ns	0.4989**	-0.0946ns	3.3977	16.1	3.5927	3.5735	4.3541	215	3.4503
	Cordillera	92	2.9086**		0.5935**		3.3083	18.5	4.6797	3.4369	3.7287	215	3.3480
Raulí	Ajuste general	277	2.9762**		0.5878**		3.3028	18.3	5.5260	3.3717	3.5365	639	3.2868
	Secano costero	14	5.4415*	2.3639ns	0.4324**	-0.1363ns	3.4879	16.3	5.3579	3.1823	3.3173	35	3.6731
	Secano interior	7	1.5227*	-1.5551ns	0.8238**	0.2551ns	2.9377	15.2	3.4705	2.5547	3.0440	9	2.8966
	Precordillera	56	3.0882**	0.0106ns	0.5856**	0.0169ns	2.9258	14.7	3.4705	2.9517	3.0440	132	2.8754
	Cordillera	200	3.0776*		0.5687**		3.3143	19.3	5.4808	3.1954	3.3614	463	3.3088
	Coigüe	Ajuste general	120	2.4294**		0.6329**		2.9060	17.1	4.5362	3.0333	3.5898	255
Secano costero		7	1.2771*	-1.3472ns	0.8202**	0.2206ns	1.6664	9.8	1.7902	1.5375	2.3127	10	2.9374
Secano interior		8	0.7759**	-1.8485ns	1.0279**	0.4283ns	0.8821	4.7	1.2196	0.8148	1.3188	15	3.7454
Valle secano		9	2.3074**	-0.3170ns	0.6350**	0.0353ns	2.3870	15.0	2.5281	2.4535	4.4909	13	2.7394
Precordillera		17	1.8710*	-0.7534ns	0.7525**	0.1529ns	3.2709	16.2	4.4551	3.1552	3.2103	37	3.6879
Cordillera		79	2.6243*		0.5996**		2.8606	17.5	4.5979	2.9608	2.8882	180	3.1795

*: $P < 0.05$, **: $P < 0.0001$; ns: no significativo ($P \geq 0.05$); n_f : tamaño de muestra para ajuste; $b_1 d_i, b_2 d_i$: diferencia entre el intercepto y, respectivamente, el coeficiente de regresión de cada zona respecto para la zona obtenida en la zona no marcada; FI : índice de Furnival; CV : coeficiente de variación residual; $E_{1,2,3}$: exactitud de la opción posicionando la línea de estimación en la altura total mínima, media y máxima, respectivamente; n_v : tamaño de muestra para validación; E : índice de exactitud. Fuente: Valenzuela *et al.* (2017).

2.4. Modelación del volumen y biomasa a partir de pseudo-datos

En la modelación del volumen y biomasa total se ajustó el modelo logarítmico propuesto por Spurr (1952) (Modelo 1). El ajuste fue realizado a partir de pseudo-datos, generados utilizando las funciones de volumen y biomasa total (Tabla 35). Con cada función de volumen y biomasa total se generó una cantidad de pseudo-datos igual al tamaño muestral utilizado en su ajuste (n), en el rango diamétrico (D_{\min}, D_{\max}) de la muestra utilizada en el ajuste de cada función, y a intervalos uniformes de rango $(D_{\max} - D_{\min})/n$, asegurando así un mayor peso a las funciones ajustadas con mayor tamaño muestral. Para estimar la altura total (H_i) correspondiente a un valor específico de diámetro (D_i) se utilizaron las funciones de Valenzuela *et al.* (2017) (Tabla 36) para estimar la altura total en el rango de alturas (H_{\min}, H_{\max}) de la muestra utilizada en el ajuste de cada función de volumen y biomasa utilizada. En este caso la línea de estimación se posicionó sobre la altura media, i.e. $H_i = H_{med} + b_1(D_i^{b_2} - D_{med}^{b_2})$.

La generación de pseudo-datos de volumen y biomasa total, utilizando cada función, se realizó en la forma siguiente. Dado un valor de diámetro a la altura del pecho (D_i), se estimó la altura total (\hat{H}_i) mediante la relación $H_i = H_{med} + b_1(D_i^{b_2} - D_{med}^{b_2})$ y el volumen y biomasa total a partir de la función respectiva ($\hat{y}_i = g(D_i^2, \hat{H}_i)$); el pseudo-dato respectivo se obtuvo en forma aleatoria de una distribución normal, cuya media y varianza son \hat{y}_i y $RMSE$ o R^2 , respectivamente. Así, se generaron 1000 simulaciones al igual que Wayson *et al.* (2015) para cada tamaño de muestra de volumen y biomasa, seleccionando la muestra que presentó en el ajuste una $RMSE$ y R^2 , respectivamente, similar o igual al ajuste de la función original.

2.5. Ajuste y evaluación de modelos

En el ajuste del modelo se utilizó el software estadístico SAS (SAS 2009). El modelo lineal (1) fue ajustado utilizando el procedimiento REG. Los ajustes se realizaron por especie y zona, mediante el método de mínimos cuadrados ordinarios. La determinación de la significancia de los efectos zonales en el modelo se realizó incorporando variables *dummy* asociadas a cada parámetro (Hardy 1993, Ott 1997). En una situación hipotética con datos disponibles para z zonas, se requiere incorporar $z - 1$ variables *dummy* para identificar los datos de $z - 1$ de esas zonas. En el caso de datos provenientes de las cinco

zonas utilizadas en este estudio, por ejemplo para roble en el volumen, el modelo (1) con variables *dummy* adquiere la estructura (3).

$$\ln(V) = \ln(a_0 + a_{01}d_1 + a_{02}d_2 + a_{03}d_3 + a_{04}d_4) + (a_1 + a_{11}d_1 + a_{12}d_2 + a_{13}d_3 + a_{14}d_4) \ln(D^2H) \quad (3)$$

Donde $a_{0,i}$: Parámetros de los modelos para aquella zona no marcada mediante variables *dummy*; $d_{1,2,3,4}$: variables *dummy*, con $d_i = 1$ para aquellos datos pertenecientes a la i -ésima zona y $d_i = 0$ en caso contrario; $a_{0i,li}$: representan la diferencia entre los parámetros obtenidos en la i -ésima zona y los valores respectivos obtenidos del ajuste para la zona cuyos datos no fueron marcados ($a_{0,1}$). La zona no marcada correspondió a la zona que presentaba el mayor tamaño de la muestra destinada al ajuste, i.e. Precordillera en roble y Cordillera en raulí y coigüe para la muestra de volumen y Precordillera en roble para la muestra de biomasa; en raulí y coigüe no se realizó este análisis, debido a que para ambas especies este estudio solo recopiló datos en una única zona (i.e. Precordillera).

Los estadísticos utilizados para evaluar la precisión del ajuste del modelo de volumen y biomasa fueron el coeficiente de determinación (R^2), la raíz del error cuadrático medio (*RMSE*), el índice de Furnival (*FI*), coeficiente de variación residual (*CV*) y el factor de corrección (*CF*) (Sprugel 1983), este último para corregir el sesgo producido en las estimaciones de volumen y biomasa al retransformar el modelo en escala logarítmica a la escala original (i.e. $\hat{y} = e^{\ln(a_0)} (D^2H)^{a_1} FC$). En la validación de todas las funciones se utilizó el índice de exactitud (*E*) (Bruce 1975).

$$R^2 = 1 - SSE / SST \quad (4)$$

$$RMSE = \sqrt{SSE / (n - p)} \quad (5)$$

$$IF = RMSE / f'(y)_g \quad (6)$$

$$CV(\%) = 100FI / \bar{y} \quad (7)$$

$$CF = e^{RMSE^2/2} \quad (8)$$

$$E = \sqrt{\bar{\varepsilon}^2 + s_\varepsilon^2} \quad (9)$$

$$E(\%) = 100E / \bar{y} \quad (10)$$

Donde SEE : suma de cuadrados residual (i.e. $\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$); SST : suma de cuadrados totales (i.e. $\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$); $f'(y)_g$: media geométrica de la primera derivada de la variable dependiente transformada, con respecto a la variable dependiente sin transformar (i.e. $e^{\left[\sum_{i=1}^n \ln(f'(y))\right]/n}$); e : exponencial; SST : suma de cuadrados total (i.e. $\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$); y_i , \hat{y}_i y \bar{y} : valor observado, valor estimado por el modelo y valor promedio observado, respectivamente; $\bar{\varepsilon}$: desvío promedio (i.e. $\sum_{i=1}^n \varepsilon_i / n$); s_{ε}^2 : varianza de los desvíos (i.e. $\sum_{i=1}^n (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2 / (n-1)$); n : tamaño de la muestra.

3. Resultados

3.1. Modelación del volumen y biomasa mediante pseudo-datos a partir de la $RMSE$

En las tres especies y cada zona, el ajuste del modelo de volumen y biomasa entregó todos los parámetros altamente significativos ($P < 0.0001$) (Tabla 37). En el ajuste incluyendo variables *dummy*, no se detectó efectos significativos de zona en los parámetros de regresión para las tres especies. En consecuencia, las funciones obtenidas del ajuste general para cada especie son válidas para estimar el volumen y biomasa total en las zonas de estudio.

En roble, para el volumen, los valores de R^2 fueron mayores a 0.9892, los valores de FI y CV fueron menores a 0.0309 m^3 árbol⁻¹ y 7.3 %, respectivamente y para la biomasa, los valores de R^2 fueron mayores a 0.9783, los valores de FI y CV fueron menores a 28.7261 kg árbol⁻¹ y 9.6 %, respectivamente (Tabla 37). En el ajuste incluyendo variables *dummy* no se detectó efectos significativos de zona, así la función obtenida del ajuste general fue válida para las zonas que aportaron datos para el ajuste de volumen y biomasa, i.e. $V = e^{-9.9674} (D^2H)^{0.9633} 1.0058$ y $B = e^{-3.0542} (D^2H)^{0.8964} 1.0052$. En la validación del ajuste general para volumen y biomasa se obtuvieron valores de $E = 0.0684 m^3$ árbol⁻¹ ($E = 15.6$ %) y $E = 17.1424 kg$ árbol⁻¹ ($E = 4.7$ %), respectivamente.

En raulí, para el volumen, los valores de R^2 fueron mayores a 0.9920, los valores de FI y CV fueron menores a 0.0435 m^3 árbol⁻¹ y 6.2 %, respectivamente y para la biomasa se obtuvo un $R^2 = 0.9963$, $FI = 13.4306 kg$ árbol⁻¹ y $CV = 4.4$ % (Tabla 37). En el ajuste incluyendo variables *dummy* no se detectó efectos significativos de zona, así la función obtenida del ajuste general fue válida para las zonas que

aportaron datos para el ajuste de volumen y biomasa, i.e. $V = e^{-9.9077} (D^2 H)^{0.9570} 1.0055$ y $B = e^{-3.0292} (D^2 H)^{0.8964} 1.0052$. En la validación del ajuste general para volumen y biomasa se obtuvieron valores de $E = 0.0566 \text{ m}^3 \text{ árbol}^{-1}$ ($E = 13.8 \%$) y $E = 12.1398 \text{ m}^3 \text{ árbol}^{-1}$ ($E = 4.0 \%$), respectivamente.

En coigüe, para el volumen, los valores de R^2 fueron mayores a 0.9947, los valores de FI y CV fueron menores a $0.1072 \text{ m}^3 \text{ árbol}^{-1}$ y 5.3% , respectivamente y para la biomasa se obtuvo un $R^2 = 0.9893$, $FI = 34.9940 \text{ kg árbol}^{-1}$ y $CV = 7.7 \%$ (Tabla 37). En el ajuste incluyendo variables *dummy* no se detectó efectos significativos de zona, así la función obtenida del ajuste general fue válida para las zonas que aportaron datos para el ajuste de volumen y biomasa, i.e. $V = e^{-10.0293} (D^2 H)^{0.9708} 1.0048$ y $B = e^{-3.3681} (D^2 H)^{0.9373} 1.0064$. En la validación del ajuste general para volumen y biomasa se obtuvieron valores de $E = 0.0447 \text{ m}^3 \text{ árbol}^{-1}$ ($E = 10.6 \%$) y $E = 46.7443 \text{ kg árbol}^{-1}$ ($E = 11.3 \%$), respectivamente. En las tres especies, las líneas de estimación se posicionan centradamente sobre los datos del ajuste general para el volumen y biomasa, confirmando que la función generalizada para cada especie es adecuada para las zonas que aportaron datos para el ajuste (Figura 27).

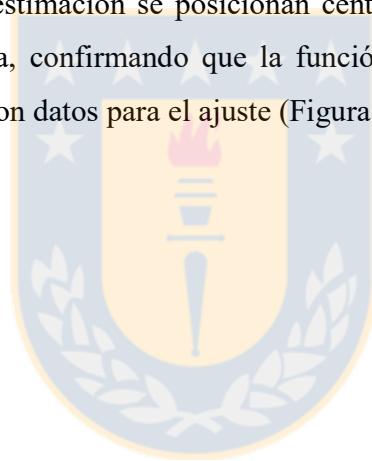


Tabla 37. Parámetros estimados y estadísticos de ajuste de las funciones de volumen y biomasa, según componente, especie y zona.

Componente	Especie	Zona	n_a	Parámetros				R^2	$RMSE$ ln(m ³ -kg)	FI (m ³ -kg)	CV (%)	CF	n_v	E	
				ln(a_0)	a_0d_i	a_1	a_1d_i							(m ³ -kg)	(%)
Volumen	Roble	Ajuste general	508	-9.9674**		0.9633**		0.9948	0.1074	0.0485	5.2	1.0058	127	0.0684	15.6
		Secano costero	23	-9.9550**	2.7683E-02ns	0.9555**	-7.6797E-03ns	0.9893	0.1072	0.0390	7.2	1.0058	6	0.0369	9.5
		Secano interior	57	-10.1731**	-1.9046E-01ns	0.9931**	2.9942E-02ns	0.9962	0.1023	0.0395	4.4	1.0052	13	0.0693	12.6
		Valle secano	46	-9.8674**	1.1527E-01ns	0.9507**	-1.2479E-02ns	0.9957	0.1022	0.0310	4.7	1.0052	12	0.0204	8.3
		Precordillera	210	-9.9827**		0.9632**		0.9951	0.1044	0.0411	5.1	1.0055	53	0.0637	12.4
		Cordillera	172	-9.9811**	1.5830E-03ns	0.9671**	3.9324E-03ns	0.9956	0.1011	0.0467	4.8	1.0051	43	0.0604	16.4
	Raulí	Ajuste general	369	-9.9077**		0.9570**		0.9950	0.1051	0.0432	5.1	1.0055	90	0.0566	13.8
		Secano costero	39	-9.9953**	-8.2929E-02ns	0.9689**	1.0298E-02ns	0.9961	0.0680	0.0290	4.4	1.0023	10	0.0560	11.7
		Secano interior	9	-10.301**	-3.8869E-01ns	1.0090**	5.0423E-02ns	0.9921	0.0815	0.0151	6.1	1.0033	2	0.0106	5.1
		Precordillera	152	-9.8356**	7.6772E-02ns	0.9481**	-1.0535E-02ns	0.9951	0.1005	0.0434	5.1	1.0051	36	0.0561	12.4
		Cordillera	169	-9.9124**		0.9586**		0.9936	0.1169	0.0407	5.8	1.0069	42	0.0649	18.0
	Coigüe	Ajuste general	230	-10.0293**		0.9708**		0.9958	0.0981	0.0422	4.6	1.0048	56	0.0447	10.6
		Secano costero	14	-10.0830**	-1.3998E-01ns	0.9722**	8.8411E-03ns	0.9948	0.0845	0.0327	5.2	1.0036	3	0.0091	3.4
		Secano interior	19	-10.2416**	-2.9861E-01ns	0.9922**	2.8872E-02ns	0.9966	0.0988	0.0187	4.3	1.0049	4	0.0162	4.8
		Valle secano	17	-10.1174**	-1.7446E-01ns	0.9945**	3.1174E-02ns	0.9948	0.1071	0.0178	5.4	1.0058	5	0.0549	19.7
Precordillera		44	-9.9480**	-5.0507E-03ns	0.9627**	-6.3180E-04ns	0.9948	0.0965	0.0327	5.2	1.0047	10	0.0568	8.6	
Cordillera		136	-9.9430**		0.9633**		0.9956	0.1003	0.0422	4.8	1.0050	34	0.0383	11.8	
Biomasa	Roble	Ajuste general	80	-3.0542**		0.8964**		0.9896	0.1015	21.2048	5.0	1.0052		17.1424	4.0
		Secano costero	20	-2.7290**	5.2059E-01ns	0.8589**	-6.1008E-02ns	0.9784	0.0990	10.6478	8.2	1.0049		14.7412	11.4
		Secano interior	10	-3.4399**	-1.9029E-01ns	0.9345**	1.4577E-02ns	0.9791	0.1221	19.5155	9.5	1.0075		18.3773	8.9
		Valle secano	20	-3.4236**	-1.7399E-01ns	0.9289**	9.0042E-03ns	0.9941	0.0864	28.7261	5.6	1.0037		32.4325	6.3
		Precordillera	30	-3.2496**		0.9199**		0.9890	0.0964	24.1998	7.0	1.0047		23.7203	6.8
	Raulí	Precordillera	10	-3.0292**		0.8819**		0.9963	0.0616	13.4306	4.4	1.0019		12.1398	4.0
	Coigüe	Precordillera	10	-3.3681**		0.9373**		0.9893	0.1129	34.9940	7.7	1.0064		46.744	10.3

** $: P < 0.0001$; ns: no significativo ($P \geq 0.05$); n_a : tamaño de la muestra para ajuste; ln(a_0) d_i and ln(a_1) d_i : diferencia entre el intercepto y, respectivamente, el coeficiente de regresión de cada zona respecto para la zona obtenida en la zona no marcada; R^2 : coeficiente de variación; FI : índice de Furnival; CV : coeficiente de variación residual; CF : factor de corrección; n_v : tamaño de la muestra para validación; E : índice de exactitud.

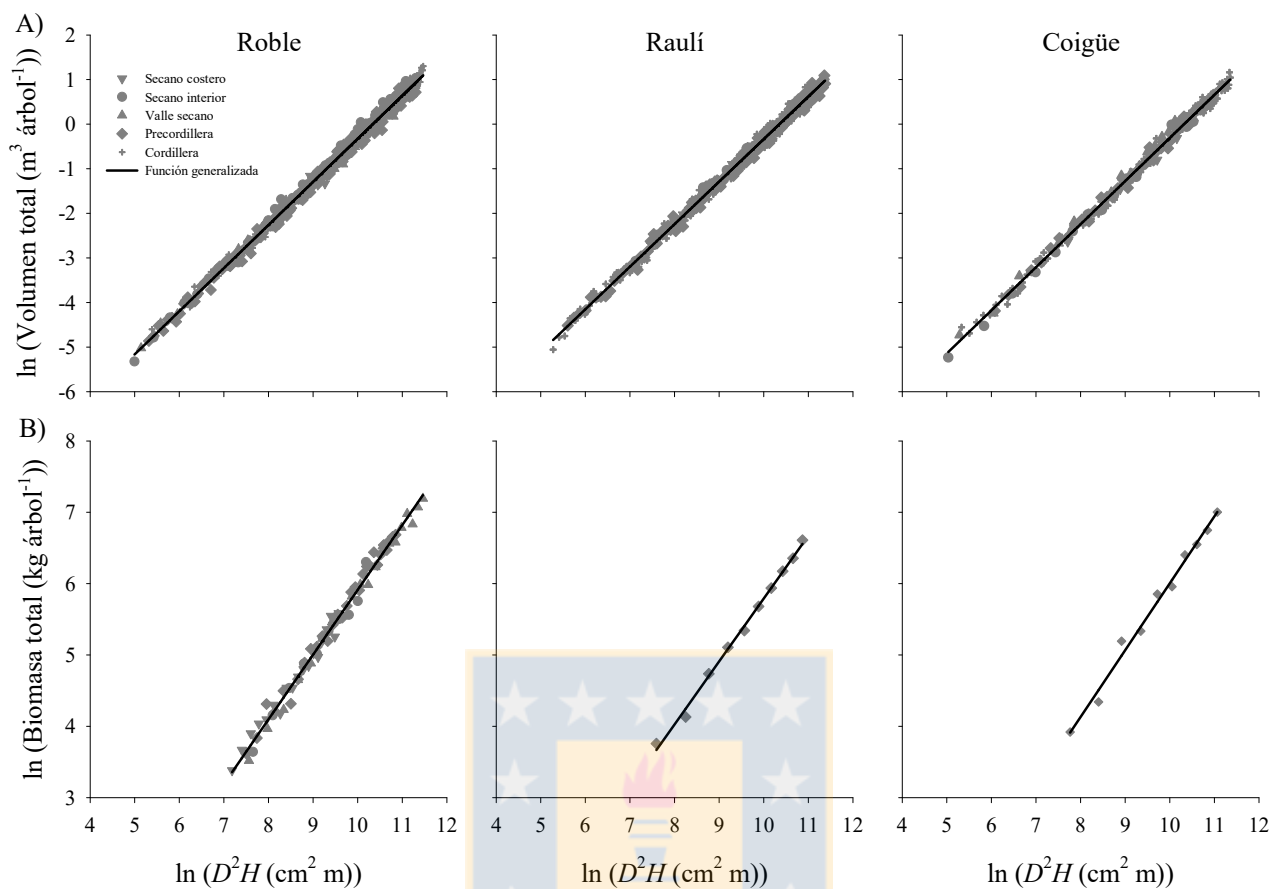


Figura 27. Relación entre el logaritmo natural del volumen total (A) y biomasa (B) y el logaritmo natural de D^2H ($\text{cm}^2 \text{ m}$) para roble, raulí y coigüe, en la muestra de pseudo-datos utilizada para el ajuste. Los símbolos en gris representan los pseudo-datos (a partir de la $RMSE$) provenientes de las diferentes zonas y la línea continua representa la función generalizada.

3.2. Modelación del volumen y biomasa mediante pseudo-datos a partir del R^2

En las tres especies y cada zona, el ajuste del modelo de volumen y biomasa entregó todos los parámetros altamente significativos ($P < 0.0001$) (Tabla 38). En el ajuste incluyendo variables *dummy*, no se detectó efectos significativos de zona en los parámetros de regresión para las tres especies. En consecuencia, las funciones obtenidas del ajuste general para cada especie son válidas para estimar el volumen y biomasa total en las zonas de estudio.

En roble, para el volumen, los valores de R^2 fueron mayores a 0.9867, los valores de FI y CV fueron menores a $0.0465 \text{ m}^3 \text{ árbol}^{-1}$ y 8.2 %, respectivamente y para la biomasa, los valores de R^2 fueron mayores

a 0.9805, los valores de FI y CV fueron menores a 32.0298 kg árbol⁻¹ y 9.0 %, respectivamente (Tabla 38). En el ajuste incluyendo variables *dummy* no se detectó efectos significativos de zona, así la función obtenida del ajuste general fue válida para las zonas que aportaron datos para el ajuste de volumen y biomasa, i.e. $V = e^{-9.9786} (D^2 H)^{0.9651} 1.0045$ y $B = e^{-2.8676} (D^2 H)^{0.8784} 1.0055$. En la validación del ajuste general para volumen y biomasa se obtuvieron valores de $E = 0.0692$ m³ árbol⁻¹ ($E = 15.9$ %) y $E = 18.7477$ kg árbol⁻¹ ($E = 4.4$ %), respectivamente.

En raulí, para el volumen, los valores de R^2 fueron mayores a 0.9873, los valores de FI y CV fueron menores a 0.0443 m³ árbol⁻¹ y 7.9 %, respectivamente y para la biomasa, se obtuvo un $R^2 = 0.9963$, $FI = 13.0801$ kg árbol⁻¹ y $CV = 4.4$ % (Tabla 14). En el ajuste incluyendo variables *dummy* no se detectó efectos significativos de zona, así la función obtenida del ajuste general fue válida para las zonas que aportaron datos para el ajuste de volumen y biomasa, i.e. $V = e^{-9.8774} (D^2 H)^{0.9535} 1.0048$ y $B = e^{-2.9068} (D^2 H)^{0.8676} 1.0019$. En la validación del ajuste general para volumen y biomasa se obtuvieron valores de $E = 0.0583$ m³ árbol⁻¹ ($E = 13.9$ %) y $E = 13.1511$ m³ árbol⁻¹ ($E = 4.4$ %), respectivamente.

En coigüe, para el volumen, los valores de R^2 fueron mayores a 0.9946, los valores de FI y CV fueron menores a 0.0426 m³ árbol⁻¹ y 5.5 %, respectivamente y para la biomasa, se obtuvo un $R^2 = 0.9879$, $FI = 33.3272$ kg árbol⁻¹ y $CV = 8.1$ % (Tabla 38). En el ajuste incluyendo variables *dummy* no se detectó efectos significativos de zona, así la función obtenida del ajuste general fue válida para las zonas que aportaron datos para el ajuste de volumen y biomasa, i.e. $V = e^{-10.0001} (D^2 H)^{0.9685} 1.0049$ y $B = e^{-3.0012} (D^2 H)^{0.8932} 1.0066$. En la validación del ajuste general para volumen y biomasa se obtuvieron valores de $E = 0.0493$ m³ árbol⁻¹ ($E = 11.4$ %) y $E = 48.8178$ kg árbol⁻¹ ($E = 11.8$ %), respectivamente. En las tres especies, las líneas de estimación se posicionan centradamente sobre los datos del ajuste general para el volumen y biomasa, confirmando que la función generalizada para cada especie es adecuada para las zonas que aportaron datos para el ajuste (Figura 28).

Tabla 38. Parámetros estimados y estadísticos de ajuste de las funciones de volumen y biomasa, según componente, especie y zona.

Componente	Especie	Zona	n_a	Parámetros				R^2	$RMSE$ ln(m ³ -kg)	FI (m ³ -kg)	CV (%)	CF	n_v	E	
				ln(a_0)	a_0d_i	a_1	a_1d_i							(m ³ -kg)	(%)
Volumen	Roble	Ajuste general	508	-9.9786**		0.9651**		0.9959	0.0952	0.0428	4.6	1.0045	127	0.0692	15.9
		Secano costero	23	-10.1881**	-2.6093E-01ns	0.9786**	2.2143E-02ns	0.9868	0.1222	0.0437	8.1	1.0075	6	0.0378	9.8
		Secano interior	57	-10.1437**	-2.1658E-01ns	0.9911**	3.4669E-02ns	0.9977	0.0802	0.0313	3.5	1.0032	13	0.0660	12.0
		Valle secano	46	-9.8577**	6.9408E-02ns	0.9506**	-5.8592E-03ns	0.9946	0.1153	0.0357	5.4	1.0067	12	0.0187	7.6
		Precordillera	210	-9.9271**		0.9564**		0.9955	0.0992	0.0387	4.8	1.0049	53	0.0657	12.7
		Cordillera	172	-9.8828**	4.4317E-02ns	0.9580**	1.5294E-03ns	0.9957	0.0992	0.0464	4.8	1.0049	43	0.0609	16.5
	Raulí	Ajuste general	369	-9.8774**		0.9535**		0.9958	0.0974	0.0401	4.7	1.0048	90	0.0583	13.9
		Secano costero	39	-9.8680**	-6.0041E-02ns	0.9568**	1.0424E-02ns	0.9960	0.0677	0.0292	4.4	1.0023	10	0.0559	11.7
		Secano interior	9	-10.4012**	-5.9328E-01ns	1.0195**	7.3148E-02ns	0.9874	0.1043	0.0191	7.8	1.0054	2	0.0093	4.5
		Precordillera	152	-9.8314**	-2.3445E-02ns	0.9491**	2.7290E-03ns	0.9951	0.1008	0.0442	5.1	1.0051	36	0.0544	12.1
		Cordillera	169	-9.8080**		0.9464**		0.9949	0.1023	0.0353	5.2	1.0052	42	0.0603	16.7
		Coigüe	Ajuste general	230	-10.0001**		0.9685**		0.9958	0.0985	0.0421	4.6	1.0049	56	0.0493
	Secano costero		14	-10.2766**	-4.2129E-01ns	0.9924**	3.5450E-02ns	0.9953	0.0823	0.0317	5.1	1.0034	3	0.0064	2.4
	Secano interior		19	-10.1496**	-2.9425E-01ns	0.9775**	2.0579E-02ns	0.9949	0.1198	0.0219	5.2	1.0072	4	0.0088	2.6
	Valle secano		17	-10.2833**	-4.2801E-01ns	1.0082**	5.1266E-02ns	0.9947	0.1096	0.0173	5.4	1.0060	5	0.0442	15.9
	Precordillera		44	-9.8553**	-9.4834E-02ns	0.9569**	5.9021E-03ns	0.9958	0.0859	0.0303	4.7	1.0037	10	0.0576	8.8
	Cordillera		136	-9.9501**		0.9628**		0.9954	0.1022	0.0425	5.0	1.0052	34	0.0425	13.1
	Biomasa	Roble	Ajuste general	80	-2.8676**		0.8784**		0.9885	0.1048	30.9393	7.2	1.0055		14.3988
Secano costero			20	-2.6090**	8.4841E-01ns	0.8469**	-9.2303E-02ns	0.9811	0.0911	9.9696	7.6	1.0042		25.4972	12.8
Secano interior			10	-2.9769**	4.8053E-01ns	0.88383**	-5.5389E-02ns	0.9806	0.1110	17.7754	8.9	1.0062		34.9063	6.7
Valle secano			20	-3.1800**	2.7744E-01ns	0.9060**	-3.3214E-02ns	0.9925	0.0948	32.0297	6.2	1.0045		25.7168	7.4
Precordillera			30	-3.4574**		0.9392**		0.9893	0.0972	23.8202	6.9	1.0047		13.1511	4.4
Raulí		Precordillera	10	-2.9068**		0.8676**		0.9963	0.0608	13.0801	4.4	1.0019		48.8178	11.8
Coigüe		Precordillera	10	-3.0012**		0.8932**		0.9879	0.1143	33.3272	8.1	1.0066		14.3988	11.0

** $: P < 0.0001$; ns: no significativo ($P \geq 0.05$); n_a : tamaño de la muestra para ajuste; $\ln(a_0)d_i$ and $\ln(a_1)d_i$: diferencia entre el intercepto y, respectivamente, el coeficiente de regresión de cada zona respecto para la zona obtenida en la zona no marcada; R^2 : coeficiente de variación; FI : índice de Furnival; CV : coeficiente de variación residual; CF : factor de corrección; n_v : tamaño de la muestra para validación; E : índice de exactitud.

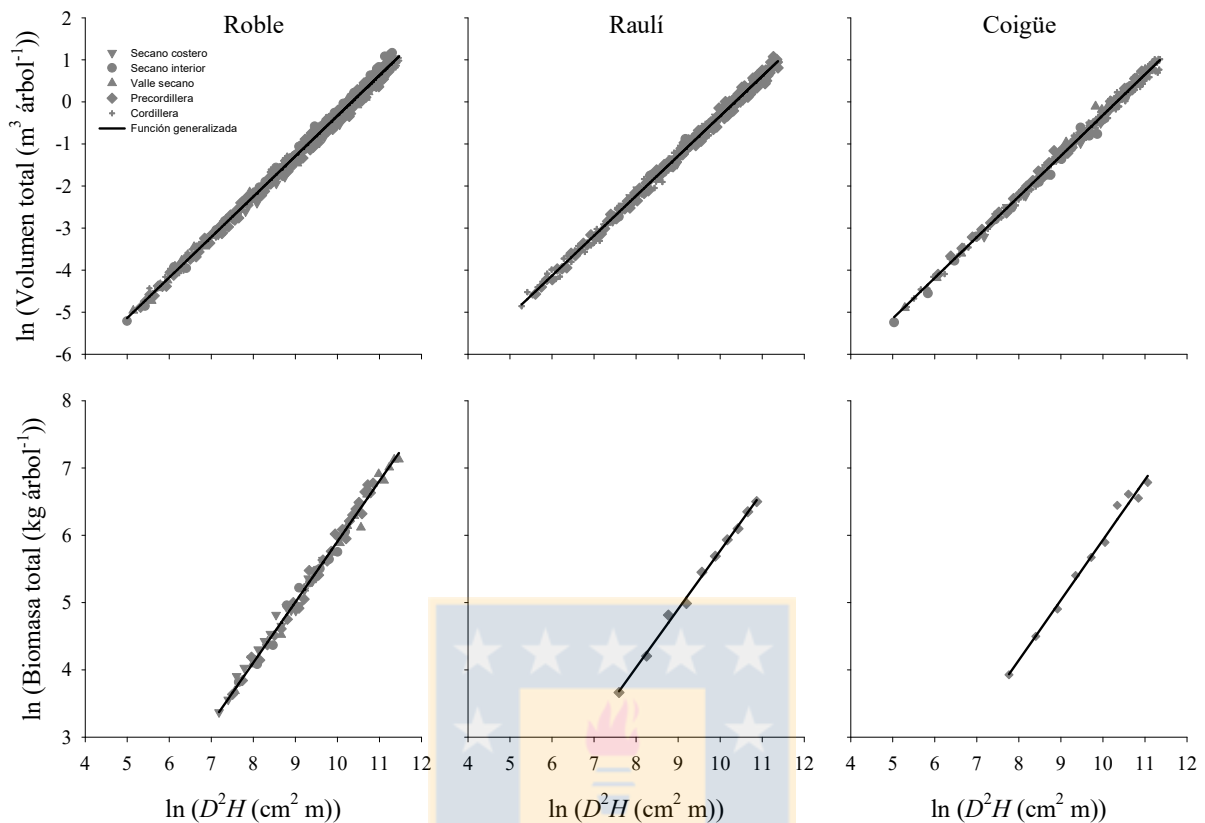


Figura 28. Relación entre el logaritmo natural del volumen total (A) y biomasa (B) y el logaritmo natural de D^2H ($\text{cm}^2 \text{ m}$) para roble, raulí y coigüe, en la muestra de pseudo-datos utilizada para el ajuste. Los símbolos en gris representan los pseudo-datos (a partir del R^2) provenientes de las diferentes zonas y la línea continua representa la función generalizada.

3.3. Comparación de los ajustes mediante pseudo-datos

En las tres especies, el ajuste general del volumen y biomasa total a partir de ambos tipos de datos (i.e. observados y pseudo-datos) no presentó efectos significativos de zona, en ninguno de los parámetros de regresión (Tabla 39). Este resultado confirma que el método utilizado en este estudio para generar pseudo-datos a partir de funciones recopiladas y luego desarrollar funciones generalizadas de volumen y biomasa total es adecuado para las tres especies. El ajuste de las funciones generalizadas de volumen y biomasa total mediante los pseudo-datos generados a partir de la $RMSE$ presentaron mayor similitud a las funciones generalizadas de volumen y biomasa ajustadas con los datos observados, presentando los parámetros y estadísticos de ajuste y validación

casi idénticos. En las tres especies, las líneas de estimación del volumen y biomasa se posicionan centradamente sobre los datos de los ajustes generales, confirmando que el método de generación de pseudo-datos para ajustar funciones generalizadas es válido para cada (Figura 29).

Tabla 39. Parámetros estimados y estadísticos de ajuste de las funciones generalizadas de volumen y biomasa, según componente y especie.

Componen	Especie	Datos	n_a	Parámetros				R^2	$RMSE$	FI (m^3)	CV	CF	n_v	E	
				$\ln(a_0)$	$\ln(a_0)d_i$	a_1	a_1d_i							(m^3)	(%)
Volumen	Roble	Observados	508	-9.9632**		0.9626**		0.9920	0.1074	0.0286	6.3	1.0058	127	0.0685	15.0
		Pseudo-datos ¹	508	-9.9674**	-4.1802E-03ns	0.9633**	6.7239E-04ns	0.9948	0.1074	0.0485	5.2	1.0058	127	0.0684	15.6
		Pseudo-datos ²	508	-9.9786**	-1.5396E-02ns	0.9651**	2.4822E-03ns	0.9959	0.0952	0.0428	4.6	1.0045	127	0.0692	15.9
	Rauli	Observados	369	-9.9167**		0.9583**		0.9924	0.1051	0.0283	6.3	1.0055	90	0.0569	12.7
		Pseudo-datos ¹	369	-9.9077**	8.9229E-03ns	0.9570**	-1.3188E-03ns	0.9950	0.1051	0.0432	5.1	1.0055	90	0.0566	13.8
		Pseudo-datos ²	329	-9.8774**	3.9268E-02ns	0.9535**	-4.8645E-03ns	0.9958	0.0974	0.0401	4.7	1.0048	90	0.0583	13.9
	Coigüe	Observados	230	-10.0424**		0.9732**		0.9951	0.0981	0.0198	4.7	1.0048	56	0.0453	10.8
		Pseudo-datos	230	-10.0293**	1.3130E-02ns	0.9708**	-2.4356E-03ns	0.9958	0.0981	0.0422	4.6	1.0048	56	0.0447	10.6
		Pseudo-datos	230	-10.0001**	4.2325E-02ns	0.9685**	-4.6641E-03ns	0.9958	0.0985	0.0421	4.6	1.0049	56	0.0493	11.4
Biomasa	Roble	Observados	80	-3.0873**		0.8989**		0.9886	0.1015	17.7339	6.7	1.0052		17.2338	5.5
		Pseudo-datos ¹	80	-3.0542**	3.3105E-02ns	0.8964**	-2.5106E-03ns	0.9896	0.1015	21.2048	6.5	1.0052		17.1424	4.7
		Pseudo-datos ²	80	-2.8676**	2.1970E-01ns	0.8784**	-2.5106E-03ns	0.9885	0.1048	30.9393	7.2	1.0055		18.7477	4.4
	Rauli	Observados	10	-3.0165**		0.8805**		0.9965	0.0616	10.0931	4.2	1.0019		12.3984	4.0
		Pseudo-datos ¹	10	-3.0292**	-1.2722E-02ns	0.8819**	1.4246E-03ns	0.9963	0.0616	13.4306	4.4	1.0019		12.1398	4.0
		Pseudo-datos ²	10	-2.9068**	1.0973E-01ns	0.8676**	-1.2861E-02ns	0.9963	0.0608	13.0801	4.4	1.0019		13.1511	4.4
	Coigüe	Observados	10	-3.3418**		0.9303**		0.9879	0.1129	31.5633	8.0	1.0064		43.6885	11.0
		Pseudo-datos ¹	10	-3.3681**	-2.6297E-02ns	0.9373**	6.9396E-03ns	0.9893	0.1129	34.9940	8.1	1.0064		46.7443	11.3
		Pseudo-datos ²	10	-3.0012**	3.4053E-01ns	0.8932**	-3.7162E-02ns	0.9879	0.1143	33.3272	7.7	1.0066		48.8178	11.8

^{1,2}: Pseudo-datos generados a partir de $RMSE$ y R^2 , respectivamente; **: $P < 0.0001$; ns: no significativo ($P \geq 0.05$); n_a : tamaño de la muestra para ajuste; $\ln(a_0)d_i$ and a_1d_i : diferencia entre el intercepto y, respectivamente, el coeficiente de regresión de cada zona respecto para la zona obtenida en la zona no marcada; R^2 : coeficiente de variación; $RMSE$: raíz del error cuadrático medio; FI : índice de Furnival; CV : coeficiente de variación residual; CF : factor de corrección; n_v : tamaño de la muestra para validación; E : índice de exactitud.

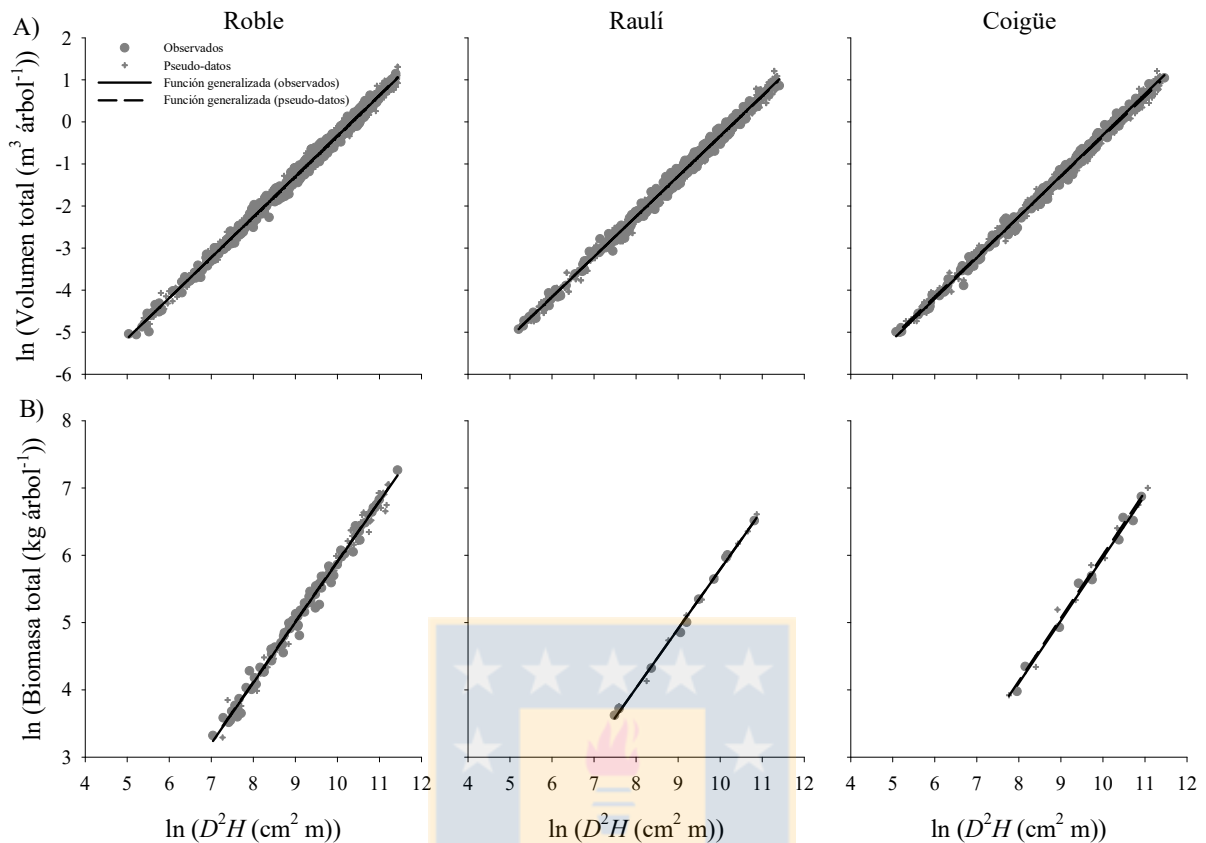


Figura 29. Relación entre el logaritmo natural del volumen total (A) y biomasa (B) y el logaritmo natural de D^2H ($\text{cm}^2 \text{ m}$) para roble, raulí y coigüe, en la muestra de pseudo-datos y datos observados utilizada para el ajuste. Los símbolos en gris representan los pseudo-datos (a partir de la *RMSE*) y datos observados provenientes de las diferentes zonas y las líneas continuas y segmentadas representan las funciones generalizadas, respectivamente.

4. Discusión

En este estudio se presenta un meta-análisis modificado para generar pseudo-datos a partir de la información estadística del ajuste funciones de volumen y biomasa recopiladas para renovales de roble, raulí y coigüe en Chile. Esta técnica involucra recopilar funciones publicadas y utilizarlas para generar pseudo-datos, los que luego se utilizan en el ajuste de nuevas funciones, las que son analizadas para determinar su validez como funciones generalizadas. El meta-análisis utilizado en este estudio, fue suplementado con una base de datos observados (Tabla 34). Esta base de datos se utilizó para para validar las funciones de volumen y biomasa generadas con Pseudo-datos. Para

generar pseudo-datos libres de autocorrelación los estadísticos $RSME$ y R^2 de las funciones originales fueron utilizados. Al igual que Wayson *et al.* (2015), se generaron 1000 simulaciones para cada tamaño de muestra de volumen y biomasa. Los resultados demuestran que las funciones generalizadas de volumen y biomasa total, ajustadas a partir de pseudo-datos mediante la $RMSE$ para cada especie, son casi idénticas a las funciones originales (Figura 29), superando en la validación a las funciones generadas con pseudo-datos mediante el R^2 (Tabla 39). Similares resultados obtuvieron Wayson *et al.* (2015) y Valenzuela *et al.* (2017), los cuales utilizaron el R^2 y una función de la varianza, respectivamente, para generar pseudo-datos libres de autocorrelación.

Las funciones de volumen y biomasa utilizadas provienen del modelo logarítmico (1) propuesto por Spurr (1952), que es la linealización del modelo alométrico potencial. Este modelo ha sido ampliamente utilizado en la estimación del volumen y biomasa total (Alegría 2011, Corral *et al.* 2007, de-Miguel *et al.* 2014, Gilabert y Paci 2010, Neumann *et al.* 2016, Vallet *et al.* 2006). La ventaja de un modelo logarítmico es que mejora la estimación de los parámetros, ya que resuelve el problema de heterogeneidad de varianza producto del uso de volúmenes provenientes de árboles de diferentes tamaños (Barrio *et al.* 2004). Las funciones de volumen ajustadas en este estudio incluyen como variable predictora el diámetro a la altura del pecho combinado con la altura total (D^2H). Esto facilita su utilización en variadas condiciones de sitio, manejo y edad (Alegría 2011, Gilabert y Paci 2010, Montagu *et al.* 2005, Ung *et al.* 2008), debido a que la altura total permite capturar la variabilidad en la calidad de sitio, en tanto que el diámetro del fuste permite capturar la variabilidad del manejo silvícola. La variable combinada es a su vez un indicador de conicidad del árbol, de modo que estas funciones poseerían una mayor capacidad para explicar una mayor variabilidad del volumen y biomasa, dando como resultado estimaciones más precisas.

Aunque las funciones disponibles a nivel local para roble, raulí y coigüe están basadas en modelos que utilizan el diámetro a la altura del pecho (D) y la altura total (H) como variables independientes, lo que permitiría obtener una precisión mayor que mediante modelos cuya única variable independiente es el diámetro a la altura del pecho, la información estadística reportada junto a las funciones recopiladas, en ocasiones es escasa. En casos extremos, esta información se restringe a los parámetros de la regresión y el tamaño de la muestra, siendo difícil generar pseudo-datos independientes a partir de las funciones que incluyen H entre los predictores (Magnussen y Carillo

2015). A juzgar por los resultados obtenidos, el camino seguido en este estudio es satisfactorio, concordando con los resultados de Wayson *et al.* (2015) y Valenzuela *et al.* (2017). Es probable que los estudios meta-analíticos sobre funciones de volumen y biomasa sean frecuentes en el futuro, en cuyo caso sería de gran ayuda que cada autor proporcione antecedentes de la relación altura-diámetro y la *RMSE* de la muestra utilizada en el ajuste de las funciones.

5. Conclusiones

El meta-análisis modificado para generar pseudo-datos a partir de la información acompañante de las funciones originales (i.e. n , rango D y H , relación $H-D$ y *RMSE*) es válido para ajustar funciones generalizadas de volumen y biomasa total para renovales de roble, raulí y coigüe. Esta técnica, utilizando una función logarítmica y la *RMSE*, permite generar pseudo-datos aleatorios libres de autocorrelación y con varianza homogénea; dando como resultado funciones de volumen y biomasa casi idénticas a las funciones originales.

Es probable que el uso de meta-análisis modificado incremente en el futuro, en estudios que involucren funciones de volumen o biomasa. Así sería de gran ayuda que cada autor proporcione la raíz del cuadrado medio residual y funciones de altura de la muestra utilizada en el ajuste de ese tipo de funciones. Así, se podría alcanzar la mayor ventaja de esta técnica, que en la práctica constituye una alternativa al muestreo directo; esta técnica incluso permitiría eliminar el muestreo directo, exceptuando la muestra destinada a validación.

6. Referencias

- Alegría C. 2011. Modelling merchantable volumes for uneven aged maritime pine (*Pinus pinaster* Aiton) stands established by natural regeneration in the central Portugal. *Annals of Forest Research* 54(2): 197-214.
- António N, M Tomé, J Tomé, P Soares, L Fontes. 2007. Effect of tree, stand, and site variables on the allometry of *Eucalyptus globulus* tree biomass. *Canadian Journal of Forest Research* 37(5): 895-906.

- Barrio AM, JG Álvarez, IJ Díaz-Maroto. 2004. Elaboración de una tarifa con clasificación de productos para *Quercus rubur* L. en Galicia, basada en un modelo de volumen porcentual. *Investigación agraria. Sistemas y recursos forestales* 13(3): 506-517.
- Bruce D. 1975. Evaluating accuracy of tree measurements made with optical instruments. *Forest Science* 21(4): 421-426.
- Case B, R Hall. 2008. Assessing prediction errors of generalized tree biomass and volume equations for the boreal forest region of west-central Canada. *Canadian Journal of Forest Research* 38(4): 878-889.
- CONAF. 2011. Corporación Nacional Forestal, CL. Catastro de los recursos vegetacionales nativos de Chile. 28 p.
- Corral J, M Barrio, O Aguirre, U Diéguez. 2007. Use of stump diameter to estimate diameter at breast height and tree volume for major pine species in El Salto, Durango (México). *Forestry* 80(1): 29-40.
- Chojnacky DC, LS Heath, JC Jenkins. 2014. Updated generalized biomass equations for North American tree species. *Forestry* 87(1): 129-151.
- de-Miguel S, L Mehtätalo, A Durkaya. 2014. Developing generalized, calibratable, mixed-effects meta-models for large-scale biomass prediction. *Canadian Journal of Forest Research* 44: 648-656
- Donoso P, C Donoso, V Sandoval. 1993. Proposición de zonas de crecimiento de renovales de roble (*Nothofagus obliqua*) y raulí (*Nothofagus alpina*) en su rango de distribución natural. *Bosque* 14(2): 37-55.
- Fournier R, J Luther, L Guindon, M Lambert, D Piercey, R Hall, M Wulder. 2003. Mapping aboveground tree biomass at the stand level from inventory information: test cases in Newfoundland and Quebec. *Canadian Journal of Forest Research* 33(10): 1846-1863.
- Furnival GM. 1961. An index for comparing equations used in constructing volume tables. *Forest Science* 7: 337-341.
- Gilabert H, C Paci. 2010. An assessment of volume-ratio functions for *Eucalyptus globulus* and *E. nitens* in Chile. *Ciencia e investigación agraria* 37: 5-15.
- Gonzalez-Benecke CA, SA Gezan, TA Martin, WP Cropper, LJ Samuelson, DJ Leduc. 2014. Individual Tree Diameter, Height, and Volume Functions for Longleaf Pine. *Forest Science* 60(1): 43-56.

- Hardy M. 1993. Regression with dummy variables. Sage university paper series on quantitative applications in the Social Sciences, 07-093. Newbury Park, CA: Sage.
- Henry M, N Picard, C Trotta, R Manlay, R Valentini, M Bernoux, L Saint-André. 2011. Estimating tree biomass of Sub-Saharan african forests: a review of available allometric equations. *Silva Fennica* 45(3B): 477-569.
- Jenkins J, D Chojnacky, L Heath, R Birdsey. 2003. National-scale biomass estimators for United States tree species. *Forest Science* 49(1): 12-35.
- Kmenta J. 1986. Elements of econometrics. 2nd ed. MacMillan Publishing Company, New York.
- Lambert M, C Ung, F Raulier. 2005. Canadian national tree aboveground biomass equations. *Canadian Journal of Forest Research* 35(8): 1996-2018.
- Lambert M, C Ung, F Raulier. 2005. Canadian national tree aboveground biomass equations. *Canadian Journal of Forest Research* 35(8): 1996-2018.
- Lara A, C Donoso, P Donoso, P Nuñez, A Cavieres. 1999. Normas de manejo para raleo de renovales del tipo forestal roble-raulí-coigüe. En: Silvicultura de los bosques nativos de Chile. 1ª Ed. Universitaria. Santiago. Chile. Pp: 129 - 144.
- Magnussen S, O Carillo. 2015. Model errors in tree biomass estimates computed with an approximation to a missing covariance matrix. *Carbon Balance and Management* 10(1): 1-14.
- Montagu KD, K Düttmer, CVM Barton, AL Cowie. 2005. Developing general allometric relationships for regional estimates of carbon sequestration—an example using *Eucalyptus pilularis* from seven contrasting sites. *Forest Ecology and Management* 204(1): 115-129.
- Muukkonen P. 2007. Generalized allometric volume and biomass equations for some tree species in Europe. *European Journal of Forest Research* 126(2): 157-166.
- Návar J. 2009. Biomass component equations for Latin American species and groups of species. *Annals of Forest Science* 66(2): 1-21.
- Neumann M, A Moreno, V Mues, S Härkönen, M Mura, O Bouriaud, M Lang, WMJ Achten, A Thivolle-Cazat, K Bronisz, J Merganič, M Decuyper, I Alberdi, R Astrup, F Mohren, H Hasenauer. 2016. Comparison of carbon estimation methods for European forests. *Forest Ecology and Management* 361: 397-420.

- ODEPA. 2000. Oficinas De Estudios y Política Agrarias. Clasificación de las explotaciones agrícolas del VI censo nacional agropecuario según tipo de productor y localización geográfica. Documento de trabajo N°5. I.S.S.N. 0717-0378. 91p.
- Ott P. 1997. The Use of indicator variables in non-linear regression. Biometrics Information. Ministry of Forests Research Program, British Columbia. Pamphlet 56.
- Pastor J, J Aber, J Melillo. 1983/1984. Biomass prediction using generalized allometric regressions for some northeast tree species. *Forest Ecology and Management* 7: 265-274.
- SAS. 2009. SAS/STAT ® 9.2 User's Guide, Second Edition. Cary, NC: SAS Institute Inc.
- Sprugel, D.G. 1983. Correcting for bias in log-transformed allometric equations. *Ecology* 64: 209-210.
- Spurr S. 1952. Forest inventory. John Wiley and Sons. New York. . 472 p.
- Stage A. 1963. A mathematical approach to polymorphic site index curves for grand fir. *Forest Science* 9(2): 167-180.
- Ung C, P Bernier, X Gou. 2008. Canadian national biomass equations: new parameter estimated that include British Columbia data. *Canadian Journal Forest of Research* 38: 1123-1132.
- Valenzuela C, E Acuña, F Muñoz, A Ortega, J Cancino. 2017. Generalized allometric equations of total volume generated by meta-analysis for roble, raulí and coigüe in second growth forests in Chile. *Forestry*: 90(5): 661-674. <https://doi.org/10.1093/forestry/cpx021>.
- Wayson C, K Johnson, J Cole, M Olguín, O Carrillo, R Birdsey. 2015. Estimating uncertainty of allometric biomass equations with incomplete fit error information using a pseudo-data approach: methods. *Annals of Forest Science* 72: 825-834.
- Wirth C, J Schumacher, E-D Schulze. 2004. Generic biomass functions for Norway spruce in Central Europe—a meta-analysis approach toward prediction and uncertainty estimation. *Tree Physiology* 24(2): 121-139.
- Wutzler T, C Wirth, J Schumacher. 2008. Generic biomass functions for Common beech (*Fagus sylvatica*) in Central Europe: predictions and components of uncertainty. *Canadian Journal of Forest Research* 38: 1661-1675.
- Zianis D, P Muukkonen, R Mäkipää, M Mencuccini. 2005. Biomass and stem volume equations for tree species in Europe. *Silva Fennica Monographs* 4, 63 pp.
- Zianis D, M Mencuccini. 2003. On simplifying allometric analyses of forest biomass. *Forest Ecology and Management* 187: 311-332.

CONCLUSIONES GENERALES

Las funciones generalizadas de volumen total sin corteza para renovales de roble, raulí y coigüe generadas en este estudio mediante meta-análisis modificado son válidas para su uso generalizado en el área de estudio. Esta técnica, suplementada con datos observados para recuperar la relación altura-diámetro y modelar la varianza del volumen total, permite generar pseudo-datos aleatorios libres de autocorrelación y con varianza homogénea; las funciones volumen total sin corteza obtenidas presentan gran precisión y exactitud.

Es probable que el uso del meta-análisis modificado incremente en el futuro, en estudios que involucren funciones de volumen o biomasa. Así sería de gran ayuda que cada autor proporcione antecedentes sobre el comportamiento de la varianza de la variable dependiente y de la relación altura-diámetro de la muestra utilizada en el ajuste de ese tipo de funciones. Así, se podría alcanzar la mayor ventaja de esta técnica, que en la práctica constituye una alternativa al muestreo directo; esta técnica incluso permitiría eliminar el muestreo directo, exceptuando la muestra destinada a validación.

Las funciones de volumen comercial de diámetro y de altura variable ajustadas en este estudio estiman con alta precisión el volumen comercial a nivel de árbol individual en renovales de roble, raulí y coigüe. Estas funciones son el producto de la combinación de una función de volumen total y una función de razón de volumen de diámetro o altura variable, permitiendo estimar el volumen sin corteza hasta un diámetro límite o hasta una altura límite específica. La incorporación de efectos aleatorios en ambas funciones de volumen comercial permite solucionar el problema de heterocedasticidad y autocorrelación residual, mejorando la estimación de los parámetros de regresión. A su vez, las funciones de volumen comercializable proporcionan funciones para el volumen total, razón de volumen y perfil fustal con alta precisión en ajuste y validación para las tres especies incluidas en el presente estudio.

Las funciones de perfil fustal provenientes de un modelo mixto presentan una alta precisión en el ajuste y una alta exactitud en la validación en renovales de roble, raulí y coigüe. La incorporación de efectos aleatorios en el modelo de perfil fustal permite solucionar los problemas de

heterogeneidad de varianza y autocorrelación residual. Las funciones de volumen, resultantes de la integración del área de la sección fustal obtenida de las funciones de perfil fustal, proporcionan estimaciones exactas del volumen de secciones del fuste, definidas entre dos puntos cualquiera del fuste, en las tres especies en estudio.

Las funciones de biomasa fustal obtenidas para roble, raulí y coigüe no sólo estiman la biomasa con la alta precisión, sino que también permiten la estimación de la biomasa entre dos puntos cualquiera del fuste, lo que representa una gran ventaja en comparación con los modelos tradicionales de biomasa que sólo estiman la biomasa total hasta un altura superior específica; a su vez permiten la estimación del perfil fustal, volumen fustal y de la densidad básica de la madera a lo largo del fuste.

La incorporación de la estructura autorregresiva de orden 2 y la función de potencia de la varianza residual al modelo de biomasa fustal de altura variable permiten solucionar los problemas de autocorrelación residual y heterocedasticidad. A su vez, las funciones resultantes proporcionan estimaciones exactas de volumen y biomasa de secciones del fuste, definidas entre dos puntos cualquiera del fuste en las tres especies en estudio. Así, dependiendo del uso final de la madera y de las dimensiones del árbol, una fracción del fuste puede ser cuantificada en unidades de volumen y la fracción restante en unidades de peso.

Las funciones desarrolladas a partir de un sistema simultáneo estiman con alta precisión la biomasa aérea total y de componentes (i.e. ramas, follaje, corteza y fuste) a nivel de árbol individual, para renovales de roble, raulí y coigüe. Este sistema de funciones, ajustado mediante el método SUR, garantiza la propiedad de aditividad entre la biomasa de componentes y la biomasa aérea total del árbol.

En roble, las funciones generalizadas de biomasa de madera de fuste y corteza son válidas para las cuatro zonas evaluadas, debido a que presentan parámetros similares. Sin embargo, existen funciones de biomasa de ramas y follaje para agrupaciones de zonas. La precisión en el ajuste varía entre componentes de la biomasa. La mayor precisión la presentan las funciones de biomasa aérea total, seguidas de las funciones de biomasa de fuste, corteza, ramas y follaje en las tres especies.

REFERENCIAS GENERALES

- Akaike H. 1974. A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control* 19: 716-723.
- Alban DH, Laidly PR. 1982. Generalized biomass equations for jack and red pine in the Lake States. *Canadian Journal of Forest Research* 12(4): 913-921.
- Alegría C. 2011 Modelling merchantable volumes for uneven aged maritime pine (*Pinus pinaster* Aiton) stands established by natural regeneration in the central Portugal. *Annals of Forest Research* 54(2): 197-214.
- Amateis R, H Burkhart. 1987. Cubic-foot volume equations for loblolly pine trees in cutover, site-prepared plantations. *Southern Journal of Applied Forestry* 11: 190-192.
- António N, M Tomé, J Tomé, P Soares, L Fontes. 2007. Effect of tree, stand, and site variables on the allometry of *Eucalyptus globulus* tree biomass. *Canadian Journal of Forest Research*, 37(5): 895-906.
- Baskerville GL. 1965. Dry matter production in immature balsam fir stands. Forest Sci. Mono. 9. 42 pp.
- Beauchamp JJ, JS Olson. 1973. Corrections for bias in regression estimates after logarithmic transformation. *Ecology*. 54:1403-1407.
- Brooks JR, L Jiang, Y Zhang. 2007a. Predicting green and dry mass of yellow-poplar: An integral approach. *Canadian Journal of Forest Research* 37(4): 786 -794.
- Brooks JR, J Lichun, C Alexander. 2007b. Compatible stem taper, volume, and weight equations for young Longleaf Pine Plantations in Southwest Georgia. *Southern Journal of Applied Forestry* 31(4): 187-191.
- Bruce, D. 1975 Evaluating accuracy of tree measurements made with optical instruments. *Forest Science* 21(4): 421-426.
- Bueno-López S, E Bevilacqua. 2012. Nonlinear mixed model approaches to estimating merchantable bole volume for *Pinus occidentalis*. *iForest - Biogeosciences and Forestry* 5(5): 247-254.
- Burkhart H. 1977. Cubic-foot volume of loblolly pine to any merchantable top limit. *Southern Journal of Applied Forestry* 1(2): 7-9.

- Calegario N, TG Gregoire, TA da Silva, MT Filho, JA Alves. 2017. Integrated system of equations for estimating stem volume, density, and biomass for Australian redcedar (*Toona ciliata*) plantations. *Canadian Journal of Forest Research* 47: 681-689
- Cao QV, HE Burkhart, TA Max. 1980. Evaluation of Two Methods for Cubic-Volume Prediction of Loblolly Pine to Any Merchantable Limit. *Forest Science* 26(1): 71-80.
- Carroll JR, D. Ruppert. 1988. Transformation and weighting in regression. Chapman and Hall, New York.
- Case B, R Hall. 2008. Assessing prediction errors of generalized tree biomass and volume equations for the boreal forest region of west-central Canada. *Canadian Journal of Forest Research* 38: 878-889.
- Castedo F, G Álvarez. 2000. Construcción de una tarifa de cubicación con clasificación de productos para *Pinus radiata* D. Don, en Galicia basado, en una función de perfil del tronco. *Investigación agraria. Sistemas y recursos forestales* 9: 253-268.
- Chauchard L, R Sbrancia. 2003. Modelos de crecimiento diamétrico para *Nothofagus obliqua*. *Bosque* 24:3-16.
- Chojnacky DC. 2012 FIA's volume-to-biomass conversion method (CRM) generally underestimates biomass in comparison to published equations. In Moving from Status to Trends: Forest Inventory and Analysis (FIA) Symposium 2012. R.S. Morin and G. C. Liknes (eds.). GTR-NRS-P-105. US Department of Agriculture, Forest Service, Northern Research Station, pp. 396-402.
- Chojnacky D.C, LS Heath, JC Jenkins. 2014 Updated generalized biomass equations for North American tree species. *Forestry* 87(1): 129-151.
- Cifuentes-Jara M, Henry M, Réjou-Méchain M, Wayson C, Zapata-Cuartas M, Piotto D, Alice Guier F, Castañeda Lombis H, Castellanos López E, Cuenca Lara R, *et al.* 2015. Guidelines for documenting and reporting tree allometric equations. *Annals of Forest Science* 72:763-768.
- Clifford D, N Cressie, JR England, SH Roxburgh, KI Paul. 2013. Correction factors for unbiased, efficient estimation and prediction of biomass from log-log allometric models. *Forest Ecology and Management* 310: 375-381.
- CONAF. 2011. Corporación Nacional Forestal, CL. Catastro de los recursos vegetacionales nativos de Chile. Sección Monitoreo de Ecosistemas Forestales. Santiago, Chile. 28 p.

- Corral S, J Nívar. 2009. Comparación de técnicas de estimación de volumen fustal total para cinco especies de pino de Durango, México. *Revista Chapingo. Serie Ciencias Forestales y del Ambiente* 15(1): 5-13.
- Crecente-Campo F, A Rojo, U Diéguez-Aranda. 2009. A merchantable volume system for *Pinus sylvestris* L. in the major mountains ranges of Spain. *Annals of Forest Science* 66 (808): 1-12.
- Crow TR. 1978. Biomass and production in three contiguous forests in northern Wisconsin. *Ecology* 59: 265-273.
- Crow TR, BE Schlaegel. 1988. A guide to using regression equations for estimating tree biomass. North. *Journal of applied forestry* 5: 5-22.
- Cubillos V. 1988a Funciones de volumen y factor de forma para renovales de raulí. *Ciencia e Investigación Forestal* 2(3): 103-113.
- Cubillos V. 1988b Funciones de volumen y factor de forma para renovales de coigüe. *Ciencia e Investigación Forestal* 2 (4): 62-68.
- Davidian M, DM Giltinan. 1995. *Nonlinear Models for Repeated Measurement Data*, New York: Chapman and Hall.
- Diggle P, P Heagerty, K Liang, SL Zeger. 2001. *Analysis of Longitudinal Data*, Second Edition, Oxford: Oxford University Press.
- Donoso P, C Donoso, V Sandoval. 1993. Proposición de zonas de crecimiento de renovales de roble (*Nothofagus obliqua*) y raulí (*Nothofagus alpina*) en su rango de distribución natural. *Bosque* 14(2): 37-55.
- Drake F, P Emannuelli, E Acuña. 2003 *Compendio de funciones dendrométricas del bosque nativo*. Universidad de Concepción - Proyecto Conservación y Manejo Sustentable del Bosque Nativo CONAFKFWDED - GTZ. Santiago, Chile. 197 p.
- Draper N, H Smith. 1981. *Applied regression analysis*. USA: John Wiley & Sons.
- Duan N. 1983. Smearing estimate: A nonparametric retransformation method. *J Am Stat Assoc* 78(383): 605-610.
- Finney DJ. 1941. On the distribution of a variate whose logarithm is normally distributed. *Journal of the Royal Statistical Society, Supplement* 7: 155-161.

- Flórez V, C Valenzuela, E Acuña, J Cancino. 2014. Combining taper and basic wood density equations for estimating stem biomass of the *Populus x canadensis* I - 488 variety. *Bosque* 35(1): 89-100.
- Fonweban J, B Gardiner, D Auty. 2012. Variable-top merchantable volume equations for Scots pine (*Pinus sylvestris*) and Sitka spruce (*Picea sitchensis* (Bong.) Carr.) in Northern Britain. *Forestry* 85(2): 237-253.
- Fournier R, J Luther, L Guindon, M Lambert, D Piercey, R Hall, MA Wulder. 2003 Mapping aboveground tree biomass at the stand level from inventory information: test cases in Newfoundland and Quebec. *Canadian Journal of Forest Research* 33(10): 1846-1863.
- Furnival GM. 1961. An index for comparing equations used in constructing volume tables. *Forest Science* 7: 337-341.
- Gadow KV, P Real, JG Álvarez. 2001. Modelización del crecimiento y la evolución de los bosques. IUFRO World Series. Viena, Austria. Vol. 12. 242 p.
- Gal J, IE Bella. 1994. New stem taper functions for 12 Saskatchewan timber species, Nat. Resour. Can. Can. For. Serv. Northwest Reg. North. For Cent. Edmonton, Alberta. Inf. Rep. NOR-X-338, 25 pp.
- Garber SM, DA Maguire. 2003. Modeling stem taper of three central Oregon species using nonlinear mixed effects models and autoregressive error structures. *Forest Ecology and Management* 179(1-3): 507-522.
- Gayoso J. 2002. Medición de la capacidad de captura de carbono en bosques nativos y plantaciones de Chile. *Revista Forestal Iberoamericana* 1(1): 1-13.
- Gayoso J. 2013. Funciones alométricas para la determinación de existencias de carbono forestal para la especie *Nothofagus obliqua* (Mirb.) Oerst. (roble). Santiago, Chile. CONAF. 41 p.
- Gayoso JA, JC Guerra. 2005. Contenido de carbono en la biomasa aérea de bosques nativos en Chile. *Bosque* 26:33-38.
- Gezan S, P Moreno, A Ortega. 2009. Modelos fustales para renovales de roble, raulí y coigüe en Chile. *Bosque* 30(2): 61-69.
- Gilbert H. C Paci. 2010 An assessment of volume-ratio functions for *Eucalyptus globulus* and *E. nitens* in Chile. *Ciencia e investigación agraria* 37: 5-15.

- González H. 1997. Modelos de ahusamiento para árboles de roble (*Nothofagus obliqua* (mirb.) oerst. var. *obliqua*) y raulí (*Nothofagus alpina* (poepp. et endl.) oerst). Tesis Ingeniero Forestal. Concepción. Facultad de Ciencias Forestales, Universidad de Concepción. 42 p.
- Gonzalez-Benecke CA, SA Gezan, TA Martin, WP Cropper, LJ Samuelson, DJ Leduc. 2014 Individual tree diameter, height, and volume functions for longleaf pine. *Forest Science*, 60 (1), 43-56.
- Gregoire T, O Schabenberger. 1996a. A non-linear mixed-effects model to predict cumulative bole volume of standing trees. *Journal of Applied Statistics* 23(2-3): 257-272.
- Gregoire T, O Schabenberger. 1996b. Nonlinear Mixed-Effects Modeling of Cumulative Bole Volume with Spatially Correlated Within-Tree Data. *Journal of Agricultural, Biological, and Environmental Statistics* 1(1): 107-119.
- Gregoire TG, O Schabenberger, JP Barrett. 1995. Linear modelling of irregularly spaced, unbalanced, longitudinal data from permanent-plot measurements. *Canadian Journal of Forest Research* 25(1): 137-156.
- Grosse HW. VD Cubillos. 1991. Antecedentes generales para el manejo de renovales de raulí, roble, coigüe y tepa. Informe Técnico N° 127. Santiago, Chile. INFOR-CORFO. 47 p.
- Hayes JP, JS Shonkwiler. 2006. Allometry, antilog transformations, and the perils of prediction on the original scale. *Physiol Biochem Zool* 79: 665-674.
- Henry M, N Picard N, C Trotta, R Manlay, R Valentini, M Bernoux, *et al.* 2011. Estimating tree biomass of Sub-Saharan african forests: a review of available allometric equations. *Silva Fennica* 45 (3B): 477-569.
- Honer T. 1967. Standar volume tables and merchantable conversion factors for the commercial tree species of central and eastern Canada. Ontario, Forest Management Research and Service Institute, 162p. (Information report FMR-X-5.). 162p.
- Hueitra R. 2004. Funciones de volumen y ahusamiento para renovales de roble (*Nothofagus obliqua* [Mirb.] Oerst.) en zonas de crecimiento, en la IX y X Región. Tesis Ingeniero Forestal. Valdivia, Chile. Facultad de Ciencias Forestales, Universidad Austral de Chile. 47 p.
- Jayaraman K, WT Zakrzewski. 2001. Practical Approaches to Calibrating Height-Diameter Relationships for Natural Sugar Maple Stands in Ontario. *Forest Ecology and Management* 148: 169-177.

- Jenkins J, D Chojnacky, L Heath, R Birdsey. 2003 National-scale biomass estimators for United States tree species. *Forest Science* 49(1): 12-35.
- Jordan L, R Souter, B Parresol, RF Daniels. 2006. Application of the algebraic difference approach for developing self-referencing specific gravity and biomass equations. *Forest Science* 52(1): 81-92.
- Kahler CG. 1993. Determinación de una función de ahusamiento para renovales de roble y raulí. *Ciencia e Investigación Forestal* 7(1):117-133.
- Kmenta J. 1986 Elements of econometrics. 2nd ed. MacMillan Publishing Company, New York.
- Koerper GJ, CJ Richardson. 1980. Biomass and net annual primary production regressions for *Populus grandidentata* on three sites in northern lower Michigan. *Canadian Journal of Forest Research* 10: 92-101.
- Kozak A. 1997. Effects of multicollinearity and autocorrelation on the variable-exponent taper functions. *Canadian Journal of Forest Research* 27(5): 619-629.
- Lambert, M, C Ung, F Raulier. 2005 Canadian national tree aboveground biomass equations. *Canadian Journal of Forest Research* 35 (8), 1996-2018.
- Lara A, C Donoso, P Donoso, P Nuñez, A Cavieres. 1999 Normas de manejo para raleo de renovales del tipo forestal roble-raulí-coigüe. En: Silvicultura de los bosques nativos de Chile. 1ª Ed. Universitaria. Santiago. Chile. Pp:129 - 144.
- Lindstrom MJ, DM Bates. 1990. Nonlinear Mixed Effects Models for Repeated Measures Data. *Biometrics* 46(3): 673-687.
- Montagu KD, K Düttmer, CVM Barton, AL Cowie. 2005. Developing general allometric relationships for regional estimates of carbon sequestration-an example using *Eucalyptus pilularis* from seven contrasting sites. *Forest Ecology and Management* 204 (1): 115-129.
- Muukkonen P. 2007. Generalized allometric volume and biomass equations for some tree species in Europe. *European Journal of Forest Research* 126(2): 157-166.
- Návar J. 2009. Biomass component equations for Latin American species and groups of species. *Annals of Forest Science* 66 (2): 1-21.
- Neter J, M Kutner, C Nachtsheim, W Wasserman. 1998. Applied Linear Statistical Models. Mc Graw-Hill, NY, 1408 pp.

- Neumann M, A Moreno, V Mues, S Härkönen, M Mura, O Bouriaud, *et al.* 2016. Comparison of carbon estimation methods for European forests. *Forest Ecology and Management* 361: 397-420.
- Parresol BR, CE Thomas. 1989. A density integral approach to estimating stem biomass. *Forest Ecology and Management* 26: 285-297.
- Parresol BR, CE Thomas. 1996. A simultaneous density-integral system for estimating stem profile and biomass: slash pine and willow oak. *Canadian Journal of Forest Research* 26: 773-781.
- Parresol BR. 1999. Assessing tree and stand biomass: A review with examples and critical comparisons. *Forest Science* 45: 573-593.
- Pastor J, J Aber, J Melillo. 1983/1984. Biomass prediction using generalized allometric regressions for some northeast tree species. *Forest Ecology and Management* 7: 265-274.
- Peña D. 1997. Combining information in statistical modeling. *Am Stat* 51: 326-332.
- Pérez M. 2004. Compatibilidad de funciones de volumen y ahusamiento para renovales de roble en la Décima Región. Tesis Ingeniero Forestal. Valdivia, Chile. Facultad de Ciencias Forestales, Universidad Austral de Chile. 57 p.
- Prodan M, R Peters, F Cox, P Real. 1997 Mensura forestal. IICA/GTZ. 586 p.
- Reed DD, EJ Green. 1984. Compatible stem taper and volume ratio equations. *Forest Science* 30:977-990.
- Schmitt MD, DF Grigal. 1981. Generalized biomass estimation equation for *Betula papyrifera* Marsh. *Canadian Journal of Forest Research* 11:837-840.
- Smith JE, LS Heath, JC Jenkins. 2003. Forest volume-to-biomass models and estimates of mass for live and standing dead trees of US forests. General Technical Report NE-298. Newtown Square, PA: USDA Forest Service.
- Snowdon P. 1991. A ratio estimator for bias correction in logarithmic regressions. *Canadian Journal of Forest Research* 21: 720-724.
- Sprugel. DG. 1983. Correcting for bias in log-transformed allometric equations. *Ecology* 64: 209-210.
- Tasissa G, HE Burkhart, RL Amateis. 1997. Volume and taper equations for thinned and unthinned loblolly pine trees in cutover, site-prepared plantations. *Southern Journal of Applied Forestry* 21: 146-152.

- Tasissa G, H Burkhart. 1998. An application of mixed effects analysis to modeling thinning effects on stem profile of loblolly pine. *Forest Ecology and Management* 103: 87-101.
- Ter-Mikaelian M, M Korzukhin. 1997. Biomass equations for sixty-five North American tree species. *Forest Ecology and Management* 97: 1-24.
- Teshome T. 2005. A ratio method for predicting stem merchantable volume and associated taper equations for *Cupressus lusitanica*, Ethiopia. *Forest Ecology and Management* 204(2-3): 171-179.
- Thomas CE, BR Parresol, KH Lê, RE Lohrey. 1995. Biomass and taper for trees in thinned and unthinned longleaf pine plantations. *Southern Journal of Applied Forestry* 19(1): 29-35.
- Trincado G, Â Von Gadow, V Sandoval. 1997. Estimación de volumen comercial en latifoliadas. *Bosque* 18(1): 39-44.
- Trincado G, HE Burkhart. 2006. A Generalized Approach for Modeling and Localizing Stem Profile Curves. *Forest Science* 52(6): 670-682.
- Van Deusen P, A Sullivan, T Matney. 1981. A prediction system for cubic foot volume of loblolly pine applicable through much of its range. *Southern Journal of Applied Forestry* 5: 186-189.
- Ver Planck NR, DW Macfarlane. 2014. A vertically integrated whole-tree biomass model. *Trees* 29: 449-460.
- Verbeke G, G Molenberghs. 2000. Linear mixed models for longitudinal data. Springer series in statistics. New York: Springer.
- Wayson C, K Johnson, J Cole, M Olguín, O Carrillo, R Birdsey. 2015 Estimating uncertainty of allometric biomass equations with incomplete fit error information using a pseudo-data approach: methods. *Annals of Forest Science* 72: 825-834.
- Wirth C, J Schumacher, ED Schulze. 2004 Generic biomass functions for Norway spruce in Central Europe-a meta-analysis approach toward prediction and uncertainty estimation. *Tree Physiology* 24(2): 121-139.
- Yang Y, S Huang, S Meng. 2009a. Development of a tree-specific stem profile model for white spruce: a nonlinear mixed model approach with a generalized covariance structure. *Forestry* 82(5): 541-555.

- Yang Y, S Huang, G Trincado, S Meng. 2009b. Nonlinear mixed-effects modeling of variable-exponent taper equations for lodgepole pine in Alberta, Canada. *European Journal of Forest Research* 128(4): 415-429.
- Zakrzewski WT, I Duchesne. 2012. Stem biomass model for jack pine (*Pinus banksiana* Lamb.) in Ontario. *Forest Ecology and Management* 279: 112-120.
- Zhang Y, BE Borders, RL Bailey. 2002. Derivation, fitting, and implication of a compatible stem taper-volume-weight system for intensively managed, fast growing loblolly pine. *Forest Science* 48(3): 595-607.
- Zianis D, P Muukkonen, R Mäkipää, M Mencuccini. 2005. Biomass and stem volume equations for tree species in Europe. *Silva Fennica Monographs* 4, 63 pp.
- Zimmerman DL, V Núñez-Antón. 1997. Structured antedependence models for longitudinal data. In *Modelling Longitudinal and Spatially Correlated Data. Methods, Applications, and Future Directions*, 63-76 (T.G. Gregoire, D.R. Brillinger, P.J. Diggle, E. Russek-Cohen, W.G. Warren, and R. Wolfinger, eds.) Springer-Verlag, New York.

