



Universidad de Concepción  
Dirección de Postgrado  
Facultad de Ingeniería - Programa de Magíster en Ciencias de la Ingeniería con mención  
en Ingeniería Mecánica

## **Balanceamiento de rotores flexibles a baja velocidad**



FELIPE ORLANDO GUENANTE ARCAYA  
CONCEPCIÓN-CHILE  
2013

Profesor Guía: Pedro Saavedra Gonzalez  
Dpto. de Ingeniería Mecánica, Facultad de Ingeniería  
Universidad de Concepción



*Dedico este trabajo a mi familia, pareja y amigos que me acompañaron durante todo este tiempo, y también a mis profesores que han sido un gran apoyo durante mi formación profesional.*



## Agradecimientos

Al finalizar este trabajo, quiero agradecer a todo quienes hicieron posible terminar esta etapa con éxito. En primer lugar a mi familia por su apoyo incondicional durante todo este tiempo y porque siempre han sido un pilar fundamental en mi vida, a mi pareja, amigos y compañeros de carrera.

También quiero agradecer al departamento de ingeniería mecánica de la Universidad de Concepción, a todos los profesores que me apoyaron y trabajaron en mi formación profesional, y en particular al Dr. Ing. Pedro Saavedra por su apoyo en el desarrollo de mi memoria de título y tesis de magister.

Concepción, Agosto 2013



Felipe Guenante Arcaya

## Sumario

El desbalanceamiento de rotores es uno de los problemas más frecuentes en la empresa. Para efectos del balanceamiento, los rotores se clasifican como rotores rígidos y rotores flexibles, diferenciándose principalmente por su velocidad de operación. Los métodos para balanceamiento de rotores rígidos, a pesar de la gran cantidad de años que llevan en estudio, muchas veces muestran problemas de exactitud, despertando el interés de los operadores en conocer el origen de dichos problemas.

En la actualidad muchas máquinas rotatorias, operan a velocidades que superan su primera velocidad crítica, considerándose rotores flexibles. Debido a la complejidad de balanceamiento para este tipo de rotores, es muy común que en la industria se intente realizar un balanceamiento en 2 planos a velocidades mucho más bajas que las de operación en terreno como si fueran rotores rígidos, apoyándose en recomendaciones realizadas por la norma [ISO 11342, 1994]. Sin embargo, el comportamiento de un rotor flexible está determinado por sus modos de vibrar, lo cual no se considera en un balanceamiento a baja velocidad e inevitablemente se producirá un efecto en la deflexión del rotor que es necesario investigar.

En el presente trabajo se realiza un estudio y análisis de los métodos de balanceamiento para rotores rígidos, evaluando las posibles fuentes de error en los resultados y el comportamiento de un equipo comercial de balanceamiento. Para el caso de los rotores flexibles, se analiza el efecto del balanceamiento a baja velocidad, realizando un modelo numérico, una estimación analítica y pruebas experimentales, con el propósito de entregar un fundamento a las recomendaciones de balanceamiento indicadas por la norma ISO 11342 de manera que el ingeniero de terreno pueda tomar adecuadas decisiones para el balanceamiento de estos.

Se concluye en este trabajo que a pesar de los errores de medición que tienen los equipos comerciales, existen recomendaciones y técnicas de balanceamiento que logran controlar la propagación de estos errores, mostrando mejores resultados aquellos métodos con medición directa de fase de la vibración.

Para el balanceamiento de rotores flexibles a baja velocidad, se demuestra que sólo se reducen las vibraciones originadas por los 2 primeros modos de vibrar y de forma limitada, ya que teóricamente no es posible alcanzar un desbalanceamiento nulo. Para los modos de vibrar de orden superior, se podrían tener incluso efectos negativos, lo cual es consistente con la recomendación realizada por la norma ISO 11342, donde menciona que los rotores balanceados a baja velocidad no deben operar cerca de su segunda velocidad crítica.

## Nomenclatura

### Símbolos latinos

|     |   |
|-----|---|
| A   | Coefficientes de influencia.                    |
| V   | Valor de la vibración.                          |
| U   | Desbalanceamiento.                              |
| L   | Amplitud de la vibración en descanso izquierdo. |
| R   | Amplitud de la vibración en descanso derecho.   |
| F   | Fuerza.   |
| e   | Desbalanceamiento específico.                   |
| m   | Masa puntual.                                   |
| M   | Masa total.                                     |
| x,s | Desplazamiento.                                 |
| d   | Distancia.                                      |
| t   | Tiempo.   |
| k   | Rigidez.  |
| w   | Velocidad de rotación                           |
| u   | Desbalanceamiento puntual.                      |
| y   | Deflexión.                                      |



### Subíndices

|    |                                     |    |                      |
|----|-------------------------------------|----|----------------------|
| *1 | Plano de desbalanceamiento 1.       | 1* | Descanso número uno. |
| *2 | Plano de desbalanceamiento 2.       | 2* | Descanso número uno. |
| *g | Plano ubicado en el centro de masa. |    |                      |
| r  | Valor residual.                     |    |                      |
| p  | Valor de prueba.                    |    |                      |

### Símbolos griegos

|          |  |
|----------|--|
| $\Phi$   | Ángulo que representa la fase de la vibración. |
| $\theta$ | Ángulo.  |
| $\alpha$ | Fase de la vibración.                          |

### Abreviaciones

|     |                                       |
|-----|---------------------------------------|
| CM  | Centro de masa.                       |
| LVM | Laboratorio de Vibraciones Mecánicas. |

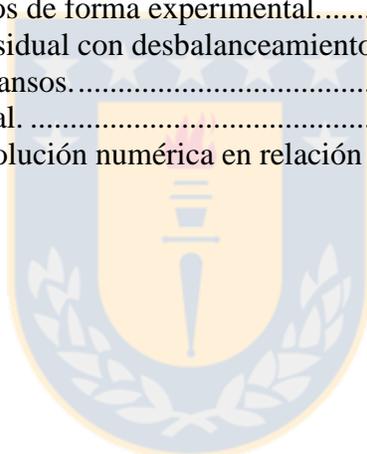
## Listado de Figuras

|   |    |
|---|----|
| Figura 1.1 Comportamiento de un rotor en función de su velocidad de rotación. ....  | 2  |
| Figura 1.2 Modos de vibrar en flexión de un rotor. ....   | 5  |
| Figura 2.1. Tipos de desbalanceamiento. ....  | 7  |
| Figura 2.2 Rotor en voladizo desbalanceado .....  | 8  |
| Figura 3.1. Método de las 4 carreras. ....  | 12 |
| Figura 3.2. Diagrama para el cálculo de fase basado en amplitudes. ....   | 13 |
| Figura 3.3. Desbalanceamiento en 2 planos equidistantes del centro de masa. ....  | 16 |
| Figura 3.4. Calculo del desbalanceamiento estático. ....  | 16 |
| Figura 4.1 Rotor de 3 discos con desbalanceamiento estático. ....   | 18 |
| Figura 4.2 Desbalanceamiento aplicado en el plano 1, genera desbalanceamiento dinámico. ....  | 18 |
| Figura 4.3 Rotor de 3 discos con desbalanceamiento en el plano 1. ....  | 22 |
| Figura 4.4 Instrumentación utilizada en la experimentación. ....  | 24 |
| Figura 5.1. Error en la resta de vectores en función de la regla. ....  | 27 |
| Figura 5.2 Efecto rendija y fugas laterales. ....   | 28 |
| Figura 5.3 Señal de desbalanceamiento (1X) sumada a una señal de frecuencia variable cercana a 1X. ....   | 29 |
| Figura 5.4 Promedios de espectro y promedios sincrónicos, esquema de la programación realizada en LabView. ....   | 29 |
| Figura 5.5 Esquema de la señal de desbalanceamiento y el ancho de banda que aísla esta componente. ....   | 31 |
| Figura 5.6 Esquema de señal de desbalanceamiento y de la resolución en frecuencia en base al parámetro B. ....  | 32 |
| Figura 5.7 Señal numérica de forma sinusoidal representando una señal de desbalanceamiento, acompañada de un pulso de referencia. ....                            | 32 |
| Figura 5.8. Pulsos con distinta frecuencia de generación. ....  | 33 |
| Figura 5.9. Señal escalonada generada por LabVIEW. ....   | 34 |
| Figura 5.10 Valor de fase entregado por equipo CSI 2130 para distintas frecuencias de la señal y distinto ancho de banda (bandwidth). Rango de 240-360 rpm. ....  | 35 |
| Figura 5.11 Valor de fase entregado por equipo CSI 2130 para distintas frecuencias de la señal y distinto ancho de banda (bandwidth). Rango 2340-2460 rpm. ....   | 35 |
| Figura 5.12 Señal sinusoidal acompañada de un pulso de referencia. Se indican frecuencias de muestreo para cada señal y forma de la señal numérica generada. .... | 35 |
| Figura 5.13 Relación entre vibración en un descanso y desbalanceamiento en un plano mediante coeficientes de influencia. ....                                     | 36 |
| Figura 5.14 Rotor rígido con desbalanceamiento dinámico, se indican 2 grados de libertad. ....  | 36 |
| Figura 5.15 Rotor de 3 discos con desbalanceamiento en el plano g (desbalanceamiento estático). ....  | 37 |
| Figura 5.16 Amplitud del coeficiente de influencia en relación a la velocidad de giro. ....   | 38 |
| Figura 5.17 Amplitud de vibración medida en un descanso en relación. ....   | 39 |
| Figura 5.18. Magnitud de la vibración en función de la posición de la masa de prueba .....  | 40 |
| Figura 5.19. Señal registrada con el equipo CSI 2130 con una masa desbalanceada. ....   | 41 |
| Figura 5.20. Señal registrada por el CSI 2130 luego de balancear el rotor. ....   | 42 |

|  |    |
|--|----|
| Figura 5.21 Señal numérica de desbalanceamiento añadiendo ruido.....   | 43 |
| Figura 5.22 Señal numérica de 1 volt de amplitud y frecuencia 960 rpm (16 Hz) sumada con una señal de 2 volt de amplitud y frecuencia 840 rpm (14Hz). .... | 44 |
| Figura 5.23 Desbalanceamientos correctores en 2 planos para un rotor rígido. ....  | 46 |
| Figura 5.24. Rotor de 3 planos utilizado para experimentación.....   | 47 |
| Figura 5.25. Balanceamiento en 2 planos sin medición de fase.....  | 48 |
| Figura 6.1. Modos de vibrar en flexión.....  | 53 |
| Figura 6.2. Momento flector en un rotor con desbalanceamiento uniforme. ....   | 55 |
| Figura 6.3. Dimensiones del rotor modelado. ....   | 56 |
| Figura 6.4. Primer y segundo modo de vibrar en flexión.....  | 57 |
| Figura 6.5. Rotor de 3 discos, se muestra una configuración desbalanceada y otra balanceada para baja velocidad.....                                       | 57 |
| Figura 6.6. Montaje del rotor flexible para la experimentación.....  | 61 |
| Figura 6.7. Vista de un disco construido para el rotor flexible. ....  | 61 |
| Figura 6.8. a) Sensor de desplazamiento, rueda ranurada b) Controlador de velocidad. ....  | 61 |
| Figura 6.9. Montaje del rotor flexible para la experimentación.....  | 62 |
| Figura 6.10 Señal desplazamiento medida de forma experimental.....   | 63 |
| Figura 6.11. Rotor balanceado a baja velocidad en planos extremos. ....  | 63 |
| Figura 6.12 Deflexión disco n°1, calculada de forma teórica. ....  | 64 |
| Figura 6.13. Deflexión disco central, calculada de forma teórica.....  | 64 |
| Figura 6.14. Deflexión disco n°1, comparación entre condición balanceada y desbalanceada. ....   | 64 |
| Figura 6.15. Deflexión disco central, comparación entre condición balanceada y desbalanceada. ...  | 65 |
| Figura 6.16. Deflexión disco n°1 obtenida de forma experimental. ....  | 65 |
| Figura 6.17. Cambio en la deflexión luego de aplicar las masas balanceadoras para el disco n°1. ...  | 66 |

## Listado de Tablas

|   |    |
|---|----|
| Tabla 4.1 Resultados de balanceamiento en plano g.....  | 24 |
| Tabla 4.2 Resultados de balanceamiento para masa desbalanceada en plano g .....               | 24 |
| Tabla 4.3 Vibraciones residuales balanceando en plano 1 .....                                 | 25 |
| Tabla 4.4 Resultados de balanceamiento para masa desbalanceada en plano 1 .....               | 25 |
| Tabla 4.5 Resultados de balanceamiento para masa desbalanceada en plano 2 .....               | 25 |
| Tabla 5.1 Medición de una señal generada de forma numérica. ....                              | 32 |
| Tabla 5.2 Fase de la vibración variando la posición de la masa de prueba.....                 | 39 |
| Tabla 5.3 Medición con ruido sumado a la señal de desbalanceamiento.....                      | 44 |
| Tabla 5.4. Medición con una señal adicional cercana a la señal de desbalanceamiento.....      | 45 |
| Tabla 5.5. Medición para distintos anchos de banda.....                                       | 45 |
| Tabla 5.6. Estado de la medición para distinto ancho de banda.....                            | 45 |
| Tabla 5.7 Comparación de métodos de forma experimental.....                                   | 47 |
| Tabla 5.8 Resultados vibración residual con desbalanceamiento estático predominante. ....     | 49 |
| Tabla 6.1 Propiedades de los descansos.....   | 56 |
| Tabla 6.2. Propiedades del material. ....   | 56 |
| Tabla 6.3 Error porcentual de la solución numérica en relación a pruebas experimentales. .... | 66 |



## Contenidos

|   |     |
|---|-----|
| Sumario .....   | v   |
| Nomenclatura .....  | vi  |
| Listado de Figuras .....  | vii |
| Listado de Tablas .....   | ix  |
| Contenidos.....   | x   |
| Capítulo 1 Introducción .....   | 1   |
| Capítulo 2 Desbalanceamiento de un rotor rígido .....                                   | 7   |
| 2.1. Desbalanceamiento estático .....   | 7   |
| 2.2. Desbalanceamiento de cupla.....  | 8   |
| Capítulo 3 Técnicas de balanceamiento para rotores rígidos.....                         | 10  |
| 3.1. Método de las 4 carreras .....   | 10  |
| 3.2. Método de las 7 carreras para balanceamiento en 2 planos .....                     | 12  |
| 3.3. Método de los coeficientes de influencia para balanceamiento en 2 planos.....      | 14  |
| 3.4. Método por partes .....  | 15  |
| Capítulo 4 Limitaciones del balanceamiento en 1 plano. ....                             | 18  |
| 4.1. Desarrollo teórico.....  | 19  |
| 4.2. Desarrollo experimental.....   | 23  |
| Capítulo 5 Fuentes de error en el balanceamiento de rotores rígidos .....               | 26  |
| 5.1. Errores en la medición .....   | 26  |
| 5.2. Evaluación del programa de balanceamiento en equipo CSI 2130.....                  | 30  |
| 5.3. Efecto del cambio en las rpm.....  | 36  |
| 5.4. Efecto del ruido y componentes cercanas a la velocidad de giro.....                | 40  |
| 5.4.1 Efecto del ruido en la medición.....  | 43  |
| 5.4.2 Efecto de una señal de frecuencia cercana a la velocidad de giro.....             | 44  |
| 5.5. Error de manipulación.....   | 46  |
| 5.6. Evaluación experimental de los métodos para balanceamiento de rotores rígidos..... | 46  |
| Capítulo 6 Balanceamiento de rotores flexibles .....                                    | 50  |
| 6.1. Norma ISO 11342 para balanceamiento de rotores flexibles .....                     | 50  |
| 6.1.1 Objetivos del balanceamiento de un rotor flexible.....                            | 50  |
| 6.1.2 Clasificación.....  | 51  |
| 6.1.3 Balanceamiento de rotores de la clase 2.....                                      | 51  |
| 6.2. Balanceamiento de un rotor flexible a baja velocidad .....                         | 53  |
| 6.3. Modelo numérico .....  | 56  |
| 6.4. Aproximación analítica.....  | 58  |
| 6.5. Prueba experimental.....   | 60  |
| 6.5.1 Instalación de banco de ensayos.....  | 60  |
| 6.5.2 Montaje e instrumentación .....   | 62  |
| 6.6. Resultados .....   | 64  |
| Capítulo 7 Conclusiones y Trabajo Futuro .....  | 67  |
| 7.1. Conclusiones .....   | 67  |
| 7.2. Trabajo Futuro .....   | 67  |
| Referencias .....   | 69  |
| ANEXO A.....  | 72  |

## Capítulo 1

### Introducción

Un problema muy común en el diagnóstico de máquinas mediante análisis de vibraciones es el desbalanceamiento. Este se define como la condición que adopta un rotor cuando su eje principal de inercia no es coincidente con su eje de rotación [D. J. Rodrigues et al, 2008] [J. S. Rao, 1983]. Cuando esto ocurre, se genera una fuerza centrífuga y en consecuencia sobrecarga sobre los descansos del rotor, disminuyendo su vida útil nominal y generando altos niveles vibratorios.

Este problema es de suma importancia considerando que la vida útil de un rodamiento se determina por la ec (1-1). De esta expresión se observa que está fuertemente influenciada por la carga dinámica que este soporta.

$$L_{10} = \left( \frac{C}{P} \right)^p, \quad (1-1)$$

donde:

$L_{10}$ : Vida nominal estimada expresada en millones de revoluciones. Para una prueba de rodamientos de iguales características un 90% alcanzará esta vida útil.

C: Capacidad de carga dinámica.

P: Carga dinámica equivalente.

p: Exponente de duración ( $p=3$  para rodamiento de bolas y  $p=10/3$  para rodamientos de rodillos).

El desbalanceamiento tiene múltiples orígenes que van desde su construcción y ensamble hasta desgaste o pérdida de material debido a la continua operación, por lo que en la industria se necesita continuamente intervenciones que corrijan este problema, intentando mejorar la distribución de masa en el rotor de manera de minimizar las fuerzas centrífugas.

Para efectos del balanceamiento, las normas ISO clasifican los rotores como: rotores con comportamiento de “rotor rígido” y de “rotor flexible”. La norma [ISO 1940,1986-2003], define que los rotores rígidos, son aquellos que tienen una velocidad de funcionamiento inferior al 75% de su primera velocidad crítica, de lo contrario, se considera rotor flexible.

En Figura 1.1 se ilustra el comportamiento que experimenta un rotor a medida que su velocidad de rotación aumenta, considerando descansos infinitamente rígidos en dirección radial. Se observa que la deflexión del eje del rotor es dependiente de la velocidad de rotación. Un rotor de radio “r”, con una masa desbalanceada “m” en su periferia, está expuesto a una fuerza centrífuga igual a:

$$F_c = m(r + s)w^2, \quad (1-2)$$

donde:

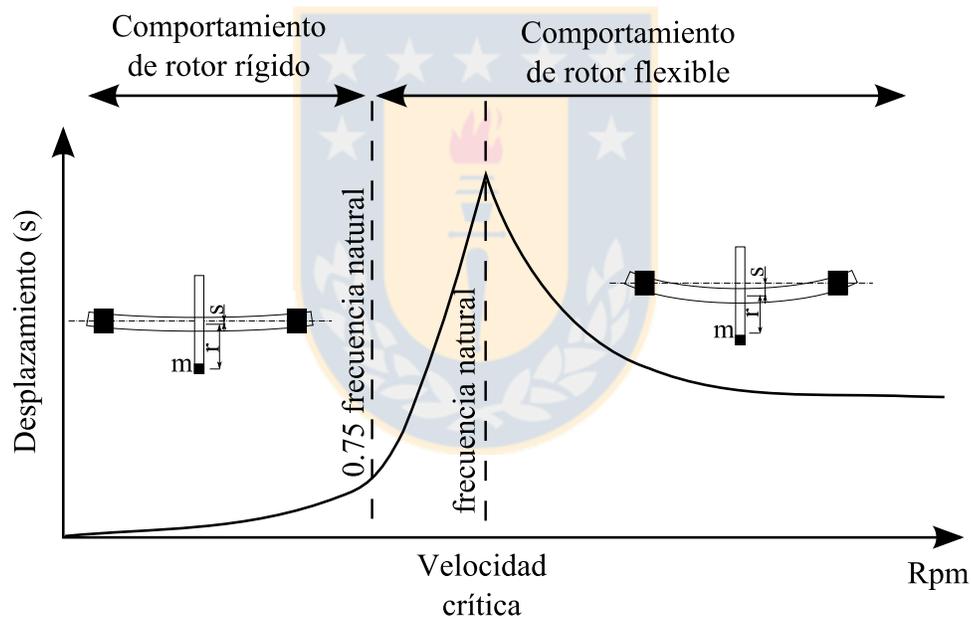
m: Masa desbalanceada.

r: Radio del rotor.

s: Deflexión del eje en la posición axial en que se encuentra la masa desbalanceada.

w: Velocidad de rotación.

Para velocidades de rotación menores al 75% de la primera velocidad crítica del rotor, los desplazamientos vibratorios producto de la deflexión, se consideran pequeños en relación a la distancia “r” donde se ubican los desbalanceamientos del rotor. En base a lo anterior, el desbalanceamiento que genera la deflexión se puede despreciar respecto al desbalanceamiento admisible del rotor y en consecuencia se considera que el rotor tiene un comportamiento de rotor rígido (su eje no se deforma).



**Figura 1.1 Comportamiento de un rotor en función de su velocidad de rotación.**

Los métodos de balanceamiento de rotores rígidos, se han estudiado desde los años 80', sin embargo, en la práctica no siempre resultan efectivos. Existen numerosas publicaciones en que se evalúan estos métodos, investigando cual entregaría resultados más exactos. [L. J. Everett, 1987, 1997] y [V. Ramamurti et al, 1989] discuten la utilización de la fase de la vibración en los métodos de balanceamiento, proponiendo que la medición de la fase añade un error extra a los cálculos y por lo tanto sería más exacto un método basado sólo en la amplitud de la vibración. Los resultados del balanceamiento dependen directamente de estos errores en las mediciones, pero en la actualidad los instrumentos de medición son mucho más precisos que en los años 80' y es interesante conocer si efectivamente los métodos con medición de fase son más precisos.

Los equipos de medición y análisis de vibraciones disponibles hoy en día, en la mayoría de los casos, permiten reducir el desbalanceamiento de un rotor a valores muy bajos. Sin embargo, especificar desbalanceamientos residuales demasiado bajos podría ser antieconómico, pues requeriría balancear los rotores muy seguidos con la consecuente pérdida de producción que ello conlleva. Es necesario entonces, especificar en qué grado de balanceamiento se deben mantener los rotores, de manera de obtener un óptimo entre lo técnico y económico.

Continuamente se investigan casos particulares en los cuales resulta complejo alcanzar valores de vibración admisibles [J. Harrell, 1999], entre estos casos destacan los rotores en voladizo y rotores delgados. En respuesta a este problema, [R. Fox, 1998] y [Commtest Instruments, 2005] entre otros, proponen un nuevo método llamado “Método por partes”, el cual según la experiencia entregaría mejores resultados. Cuando se aplica uno de estos métodos, se está expuesto a los mismos errores de medición mencionados anteriormente, por lo cual es interesante encontrar un argumento o pruebas experimentales que aclaren al operador por qué un método es superior a otro.

Como es imposible alcanzar un desbalanceamiento nulo, se acude a normas o estándares internacionales que entregan recomendaciones para determinar cuándo un rotor se considera balanceado. En el caso de rotores rígidos, se utiliza la norma ISO 1940, la que define cual es el desbalanceamiento específico para cada tipo de rotor, intentando limitar así las fuerzas que reciben los descansos de la máquina, lo que no se debe confundir con la magnitud de las vibraciones en los descansos.

La norma [ISO 11342, 1994] define un rotor con comportamiento de rotor rígido como un “rotor cuyo desbalanceamiento puede ser corregido en 2 planos arbitrariamente seleccionados, de manera que luego de la corrección, su desbalanceamiento no cambia significativamente a ninguna velocidad entre la partida y su máxima velocidad de operación”.

Lo señalado anteriormente por la norma, responde una pregunta recurrente en las industrias: ¿se puede balancear en una máquina balanceadora a una velocidad significativamente menor a la velocidad de funcionamiento del rotor en terreno? La respuesta a esto depende del tipo de rotor que se esté balanceando, ya que si se trata de un rotor con comportamiento rígido, la respuesta es sí. Si se trata de un rotor con comportamiento flexible, la respuesta sería no. Sin embargo, existen determinadas clases de rotores con comportamiento de rotor flexible, que al ser balanceados a baja velocidad, logran disminuir las vibraciones originadas por el desbalanceamiento. En base a esto, continuamente en la industria se intenta llevar a cabo el balanceamiento de rotores flexibles en máquinas balanceadoras que giran a velocidades notablemente menores a su velocidad real de funcionamiento (bajo su primera frecuencia natural), a pesar de los problemas de exactitud al balancearlos como rotores rígidos.

En la literatura se estudian métodos de balanceamiento para rotores flexibles, siendo el método más usual el llamado “método modal”. Este método se discute en [O. Mitsushita, 1995] [D. Han, 2007], entre otros, indicando que un rotor flexible podría ser balanceado excitando por separado cada modo de vibrar que se desea balancear, considerando que cuando el rotor opera cerca de una frecuencia natural, tiene una deflexión dominada principalmente por el modo de vibrar excitado. [J. Tonnesen, 2003], utiliza el método de coeficientes de influencia para rotores flexibles, el cual usualmente se aplica a rotores rígidos [L. J. Everett, 1987, 1997] [V. Ramamurti et al, 1989], concluyendo que éste se puede aplicar a rotores flexibles balanceando a alta velocidad, ya que existen rangos en que se tiene una relación lineal entre el desbalanceamiento y la vibración medida, lo que es apoyado más tarde por [Z. Racic et al, 2007], pero destacando que el rotor queda balanceado sólo para la velocidad a la cual se realizó el balanceamiento.

En los estudios mencionados anteriormente, se discuten balanceamientos a alta velocidad, lo cual se podría realizar en terreno en condiciones reales de operación. Sin embargo, en la mayoría de los casos esto no es posible, ya que se necesita instalar masas de prueba y continuas paradas de la máquina. La solución entonces es realizar el balanceamiento en una máquina balanceadora.

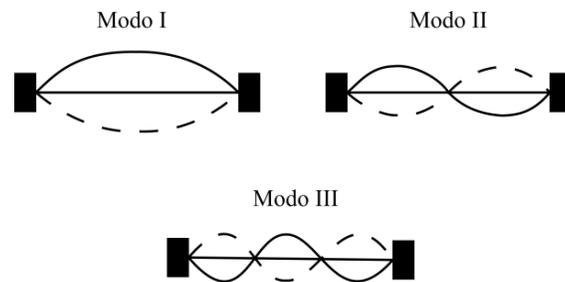
Cuando se utiliza una máquina balanceadora comercial para realizar el balanceamiento de un rotor, se presentan los siguientes inconvenientes:

- No siempre es posible alcanzar la velocidad de funcionamiento en terreno para rotores de gran peso y alto momento de inercia.
- El efecto aerodinámico que genera el rotor al girar a una alta velocidad, resulta muchas veces peligroso. De hecho, para poder balancear máquinas de alta velocidad sería necesario hacerlo en un recinto en vacío. Máquinas balanceadoras de éste tipo no existen en Sudamérica.

Este es un problema que despierta el interés de poder realizar un balanceamiento de rotores flexibles a velocidades bastante menores que su valor de funcionamiento en terreno. Actualmente para este problema, se recurre a la norma [ISO 11342, 1994] para balanceamiento de rotores flexibles, la que sostiene que según la experiencia, existe una clase determinada de rotores flexibles que pueden ser balanceados a baja velocidad obteniendo resultados satisfactorios. Para este caso, si se realiza un balanceamiento a baja velocidad como si fuera un rotor rígido, ¿es correcto considerar un desbalanceamiento admisible según los límites indicados por la norma ISO 1940? En ese caso la respuesta es no, ya que el comportamiento de los rotores flexibles frente a un desbalanceamiento, no sólo está determinado por el valor de éste, sino que también por la posición y la velocidad de operación.

Cuando se opera como rotor flexible, el eje del rotor se deflecta según sea el modo de vibrar predominante para su velocidad de operación como indica la Figura 1.2. Entonces, un rotor con un

desbalanceamiento ubicado en un plano central no tendrá el mismo comportamiento si opera cerca de su primera, segunda o tercera frecuencia natural.



**Figura 1.2 Modos de vibrar en flexión de un rotor.**

En la literatura, existen autores que intentan realizar un balanceamiento de rotor flexible utilizando el mínimo de carreras posibles a alta velocidad. Es así como en [B. Xu et al, 2000] se desarrolla una técnica de balanceamiento que no requiere de una masa de prueba, lo que minimiza las carreras a alta velocidad, pero necesita de un modelo numérico lo que resulta en un proceso complejo y particular para cada rotor. Siguiendo con la idea de evitar el trabajo a alta velocidad, en [S. Liu, 2007] se desarrolla un método que permitiría balancear rotores flexibles a baja velocidad, [S. Liu et al, 2008] y [Y. Liao, 2010] continúan este estudio y logran demostrar que la precisión del método en estudio, dependerá de la posición en que se ubiquen los sensores, además de la isotropía del rotor entre otros parámetros. Sin embargo el estudio que realizan está enfocado a velocidades inferiores a la segunda velocidad crítica y a un balanceamiento en los mismos planos que contienen el desbalanceamiento.

Actualmente se buscan características en los métodos de balanceamiento como son: menor tiempo de ejecución, baja velocidad de balanceamiento y exactitud de los resultados, por lo tanto un objetivo de este trabajo es estudiar y cuantificar el efecto de balancear un rotor flexible como un rotor rígido, con el fin de tener un fundamento teórico o experimental de las recomendaciones hechas por la norma y la literatura en el tema del balanceamiento a baja velocidad.

En resumen, los principales alcances de esta tesis son:

- Programar los métodos de balanceamiento para rotores rígidos. Evaluando su exactitud desde el punto de vista teórico y experimental, en particular el método de coeficientes de influencia y el método de balanceamiento por partes, para determinar cuándo y porque utilizar un método u otro.
- Simular señales numéricas para determinar cuáles son las fuentes reales de error e inestabilidad en la medición con un equipo comercial, en particular el equipo CSI 2130.
- Analizar el comportamiento de un rotor flexible perteneciente a la clase 2 de la norma ISO 11342, cuando se realizar un balanceamiento a baja velocidad.

- Modelación numérica del efecto que se produce al balancear un rotor flexible a baja velocidad para rotores clase 2 según ISO 11342. Comparación de esto con la solución analítica presente en la literatura y con los resultados experimentales.
- Cuantificar el efecto de un balanceamiento a baja velocidad de un rotor flexible y entregar fundamentos a las recomendaciones de balanceamiento hechas en la literatura.

La organización de los contenidos se da de la siguiente forma:

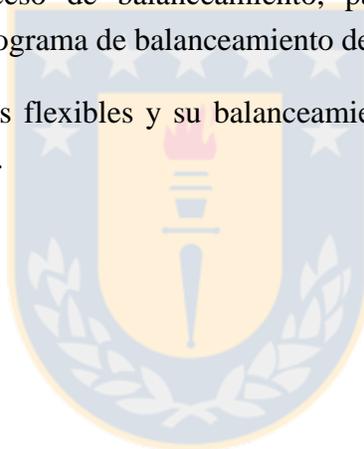
Capítulo 2: Nociones básicas de balanceamiento y de los tipos de desbalanceamiento encontrados en rotores rígidos.

Capítulo 3: Estudio de las técnicas más utilizadas en la actualidad para balanceamiento.

Capítulo 4: Se analizan las limitaciones del balanceamiento en un plano.

Capítulo 5: Errores en el proceso de balanceamiento, particularmente errores de medición. Analizando la performance del programa de balanceamiento del equipo CSI 2130.

Capítulo 6: Estudio de los rotores flexibles y su balanceamiento a baja velocidad, realizando una evaluación teórica y experimental.



## Capítulo 2

### Desbalanceamiento de un rotor rígido

El desbalanceamiento de un rotor rígido, se puede dividir en desbalanceamiento estático y desbalanceamiento de cupla, los que sumados constituyen un desbalanceamiento dinámico, tal como se muestra en Figura 2.1. El desbalanceamiento estático es equivalente a tener sólo una fuerza actuando en el centro de masa del rotor, en cambio el desbalanceamiento dinámico será una fuerza sumada a una cupla desbalanceada, por lo cual, al momento de la corrección de un desbalanceamiento dinámico en rotores rígidos, se necesita un mínimo de 2 planos para añadir una cupla que logre contrarrestar la cupla originalmente desbalanceada.

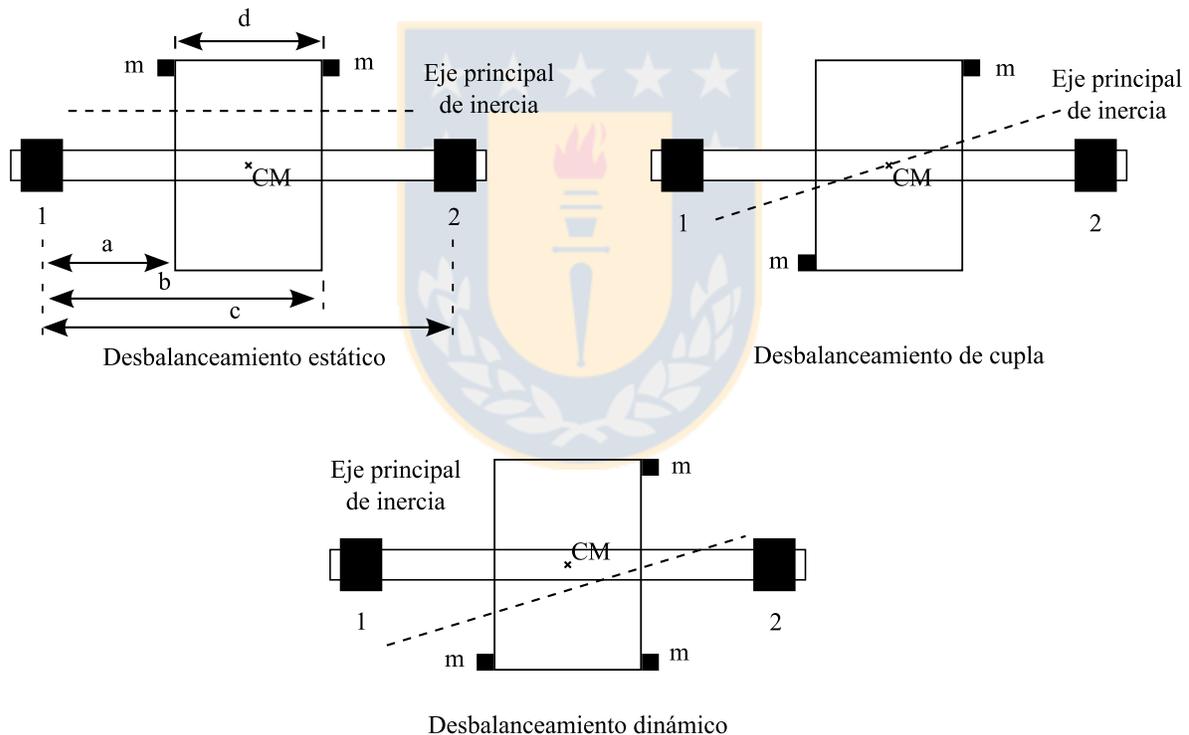


Figura 2.1. Tipos de desbalanceamiento.

#### 2.1. Desbalanceamiento estático

Se define como cualquier desbalanceamiento que desplace de forma paralela el eje principal de inercia del rotor, alejándolo del eje de rotación (en dirección radial). Considerando un rotor rígido como el que se ilustra en la Figura 2.1, las fuerzas estáticas sobre los descansos, generadas por este tipo de desbalanceamiento, están dadas por las ecs. (2-1) y (2-2). Se observa que estas fuerzas

dependen de la geometría del conjunto, donde las distancias entre los descansos y los planos de corrección serán responsables de la fuerza que soporte cada descanso.

$$F_2 = \left(\frac{a+b}{c}\right)U\Omega^2 \quad (2-1)$$

$$F_1 = \left(\frac{2c-a-b}{c}\right)U\Omega^2, \quad (2-2)$$

donde:

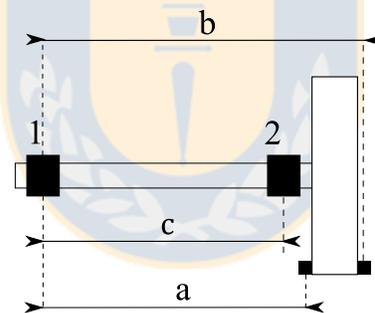
$F_1, F_2$ : Fuerzas sobre los descansos.

$a, b$  y  $c$ : Son distancias indicadas en Figura 2.1.

$U = r \cdot m$ : Desbalanceamiento de la masa  $m$  ubicada a una distancia  $r$ .

$\Omega$ : Velocidad de rotación

Lo anterior toma importancia cuando el centro de masa del rotor no está a la misma distancia de cada descanso ya que las fuerzas sobre cada descanso no serán iguales en magnitud. Por ejemplo, para el caso de un rotor en voladizo como el mostrado en la Figura 2.2, se tiene que un descanso soporta fuerzas de mayor magnitud.



**Figura 2.2 Rotor en voladizo desbalanceado**

Para este rotor se tiene que la fuerza en el descanso 2 es superior a la fuerza en descanso 1 e incluso superior a la fuerza centrífuga originada por la masa desbalanceada. Este efecto será el responsable de que en algunos casos es de vital importancia corregir de manera precisa el desbalanceamiento estático.

## 2.2. Desbalanceamiento de cupla

Consiste en 2 desbalanceamientos iguales en magnitud y ubicados en planos con diferente posición axial, los cuales se encuentran separados angularmente por  $180^\circ$ . En esta condición de desbalanceamiento, se produce intersección del eje principal de inercia con el eje de giro del rotor en el centro de masa de éste como se ilustra en Fig. 2.1. Las fuerzas estáticas sobre los descansos debido al desbalanceamiento de cupla están dadas por la ec.(2-3).

$$F_2 = \left(\frac{a-b}{c}\right) U\Omega^2 = -F_1, \quad (2-3)$$

donde:

a, b y c : Son distancias indicadas en Figura 2.1.

$U = r \cdot m$ : Desbalanceamiento de la masa “m” ubicada a una distancia “r”.

$\Omega$ : Velocidad de rotación

Para el caso de un desbalanceamiento de cupla, se tiene de la ec. (2-3) que las fuerzas impartidas a los descansos tienen igual magnitud pero con signo opuesto lo que indica un desfase entre las fuerzas de 180°. Se debe notar que las fuerzas serán iguales independiente de la configuración del rotor, por lo tanto, no existe el mismo problema que se da con el desbalanceamiento estático.



## Capítulo 3

### Técnicas de balanceamiento para rotores rígidos

A continuación se explica la teoría de las técnicas más utilizadas para el balanceamiento de rotores rígidos. Este tipo de rotores necesita en general 2 planos de corrección para eliminar el desbalanceamiento dinámico, pero también existen métodos que realizan el balanceamiento en un solo plano y es importante saber cuándo aplicar uno u otro.

#### 3.1. Método de las 4 carreras

Este método permite balancear en un solo plano, por lo cual en principio sólo serviría para corregir el desbalanceamiento estático. Una gran ventaja del método es que sólo se necesita medir amplitud de la vibración y en consecuencia menos instrumentación.

Para este método, al igual que los que se explican más adelante, se considera que la relación entre la vibración medida en un descanso y el desbalanceamiento de un plano es lineal. Esta relación está expresada por la ec. (3-1).

$$V_{10} = A_{11}U_1, \quad (3-1)$$

donde:

$V_{10}$ : Vibración inicial del rotor medida en el descanso 1.

$U_1$ : Desbalanceamiento inicial en el plano 1.

$A_{11}$ : Coeficiente que relaciona la vibración del descanso 1 con el desbalanceamiento en el plano 1.

En base a esta relación, se puede expresar una relación con un desbalanceamiento introducido como se muestra en la ec. (3-2).

$$V_{1k} - V_{10} = A_1 U_p \quad ; \quad k = 1,2,3. \quad (3-2)$$

donde:

k: Número de la medición con masa de prueba.

$V_{1k}$ : Vibración medida en el descanso 1 con una masa de prueba en el plano 1.

$U_p$ : Desbalanceamiento introducido por una masa de prueba.

La ec. (3-2) se puede escribir de manera conveniente, separando la magnitud y fase de la vibración como indica la ec.(3-3).

$$-|V_{1k}| \frac{\Phi_{V_{10}} U_p}{\Phi_{V_{1k}}} + |V_{10}| \Phi_{U_p} = -|A_1| U_p \frac{\Phi_{V_{10}}}{\Phi_{A_1}} \quad (3-3)$$

donde:

$\Phi$ : Fase de la vibración.

$|V|$ : Magnitud de la vibración.

En la ec. (3-3), se tienen 4 incógnitas con lo que se forma un sistema de 4x4 considerando las 3 mediciones más la ec. (3-1). Estas ecuaciones se pueden generalizar para 2 planos lo que permite llevar a cabo un balanceamiento en 2 planos sin medición de fase, el método generalizado lo presenta [L.J Everett, 1987] y durante este trabajo se programa en ambiente LabView para realizar una evaluación experimental. Ver punto 3.2.

En base a esta teoría, el procedimiento consiste en medir 4 valores de amplitud de la vibración: un valor de vibración inicial y 3 valores con una masa de prueba ubicada en 3 posiciones distintas del rotor. Los pasos para llevar a cabo este método son:

Primero: Se mide la amplitud de la vibración inicial en el descanso ( $|V_{10}|$ ).

Segundo: Se ubica una masa de prueba ( $m_p$ ) a  $0^\circ$  (arbitrario) y se mide vibración en el descanso ( $|V_{11}|$ ).

Tercero: Se ubica la masa de prueba en un ángulo  $\theta_1$  cercano a  $120^\circ$  y se mide la vibración ( $|V_{12}|$ ).

Cuarto: Se ubica la masa de prueba en un ángulo  $\theta_2$  cercano a  $240^\circ$  y se mide la vibración ( $|V_{13}|$ )

A partir de estos datos se realiza una suma de vectores gráfica que consiste en crear un círculo con radio igual a la amplitud  $V_{10}$ , luego sobre este círculo se crean 3 círculos más ubicados en los ángulos  $0^\circ$ ,  $\theta_1$  y  $\theta_2$  y que tienen un radio de  $|V_{11}|$ ,  $|V_{12}|$  y  $|V_{13}|$  respectivamente como se muestra en la Figura 3.1. Luego se traza un vector  $V_r$  desde el origen a la intersección de estos 3 últimos círculos, donde el módulo de este vector corresponde al desbalanceamiento requerido para balancear el rotor y el ángulo corresponde a la posición de la masa correctora. Conocido estos valores, se puede balancear ubicando una masa correctora  $m_e$  determinada por la expresión:

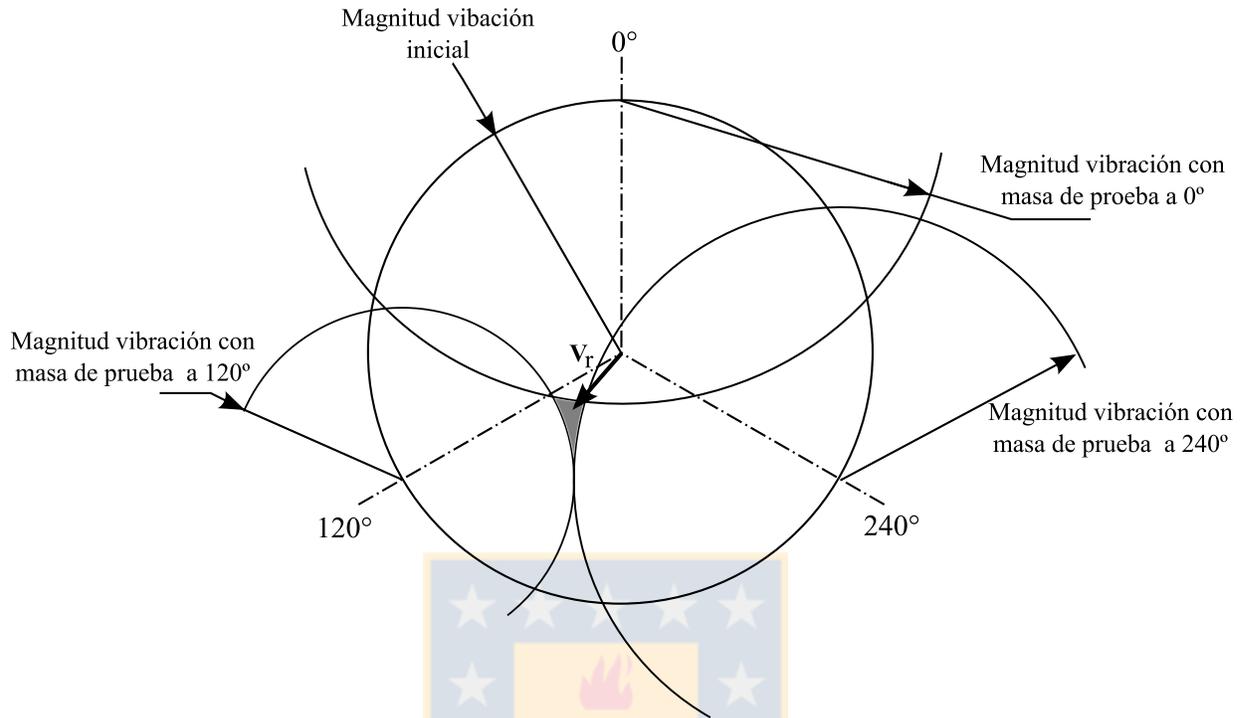
$$m_e = m_p \frac{|V_0|}{|V_r|}, \quad (3-4)$$

donde:

$m_p$ : Masa de prueba utilizada en los ángulos  $0^\circ$ ,  $120^\circ$  y  $240^\circ$ .

$V_0$ : Magnitud vibración inicial.

$V_r$ : Magnitud del vector indicado en la Figura 3.1.



**Figura 3.1. Método de las 4 carreras.**

Como se observa en la Figura 3.1, los 3 círculos creados con los valores medidos no necesariamente se intersectan en un punto específico, creando un área de intersección entre estos círculos. En este caso  $V_r$  será la distancia del centro del círculo generado con la vibración inicial, al centroide de esta área. Cabe mencionar que con esto se está realizando una aproximación del vector resultante lo que implicará un error en el resultado.

### 3.2. Método de las 7 carreras para balanceamiento en 2 planos

En la mayoría de los casos se necesitará un balanceamiento en 2 planos que logre corregir un desbalanceamiento dinámico. Este método, basado solo en la medición de amplitudes, permite balancear rotores en 2 planos. Para llevar a cabo el proceso, se deben realizar 7 carreras y 14 mediciones de amplitud de la vibración (2 por carrera), para luego calcular la fase de cada vibración en base a las amplitudes conocidas. En [V. Ramamurti et al, 1989] se evalúa este método sosteniendo que el hecho de no utilizar medición de fase de la vibración, conlleva a menos errores en los resultados. Los pasos para llevar a cabo este método se indican a continuación:

Primero: Se mide la amplitud de la vibración inicial en descanso 1 ( $|V_{10}|$ ) y descanso 2 ( $|V_{20}|$ ).

Segundo: Se ubica una masa de prueba en el plano 1 a  $0^\circ$  y se mide la amplitud de las vibraciones en ambos descansos ( $|V_{11}|, |V_{21}|$ ). A continuación se ubicarán masas de prueba en 2 ángulos distintos  $\theta_1$  y  $\theta_2$ .

Tercero: Se ubica una masa de prueba en el plano 1 en la posición  $\theta_1$  y se mide la amplitud de las vibraciones en ambos descansos ( $|V_{11}'|, |V_{21}'|$ ).

Cuarto: Se ubica una masa de prueba en el plano 1 a  $\theta_2^\circ$  y se mide la amplitud de las vibraciones en ambos descansos ( $|V_{11}''|, |V_{21}''|$ ).

Las masas de prueba del segundo, tercer y cuarto paso se ubican en lo posible equidistantes para obtener mejor aproximaciones, ya que existen errores de medición que se comentarán más adelante. Sin embargo, teóricamente el método es exacto.

Quinto: Se repite desde el segundo al cuarto paso, pero con la masa de prueba ubicada en el plano 2, obteniendo ( $|V_{12}|, |V_{22}|, |V_{12}'|, |V_{22}'|, |V_{12}''|$  y  $|V_{22}''|$ ).

Sexto: conocidos estos valores se procede a calcular la fase para cada vibración de la siguiente forma:

El ángulo de los vectores anteriores se puede calcular en base a las amplitudes y a la posición de las masas de prueba. Por ejemplo, utilizando  $\theta_1=90^\circ$  y  $\theta_2=180^\circ$  a  $V_{10}$  se asigna como punto de referencia ( $0^\circ$ ) y  $V_{11}$  se puede calcular en base a  $V_{10}$ .

Si se observa la Figura 3.2, los segmentos OA, OB y OC representan  $|V_{10}|, |V_{11}|$  y  $|V_{11}''|$ , se tiene también que  $AB=AC$  ya que representan los desbalanceamientos introducidos ubicados en  $180^\circ$ .

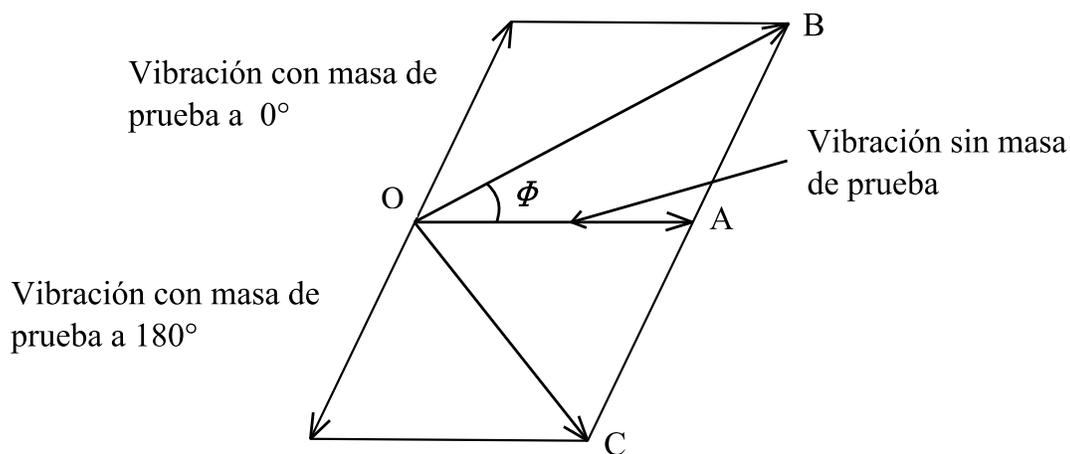


Figura 3.2. Diagrama para el cálculo de fase basado en amplitudes.

En el triángulo OCB se puede expresar AB como:

$$AB = \sqrt{\frac{(OC^2 + OB^2)}{2} - OA^2} \quad (3-5)$$

Y usando el teorema del coseno, el ángulo  $\phi$  es calculado como:

$$\phi = \cos^{-1} \left| \frac{OB^2 + OA^2 - AB^2}{2OAOB} \right| \quad (3-6)$$

Luego para conocer el sentido de este ángulo se ocupa el valor  $|V_{11}'|$ . De la misma forma se calculan los ángulos de fase para el resto de los vectores, finalmente teniendo los valores de  $V_{10}, V_{20}, V_{11}, V_{21}, V_{12}, V_{22}$  se puede calcular el desbalanceamiento usando un método llamado coeficientes de influencia que se explicará a continuación.

### 3.3. Método de los coeficientes de influencia para balanceamiento en 2 planos

Este método consiste en encontrar una relación entre los desbalanceamientos contenidos en los planos de corrección y la vibración en los descansos. Los pasos para aplicar éste método son:

Primero: El rotor se hace girar a la velocidad deseada de balanceamiento, se mide la vibración inicial en magnitud y fase en el descanso 1 ( $V_{10}$ ) y en el descanso 2 ( $V_{20}$ ).

Segundo: Se añade una masa de prueba en el plano de corrección 1 y se hace girar para medir vibración en descanso 1 ( $V_{11}$ ) y en el descanso 2 ( $V_{12}$ ). Esta masa añadida genera un desbalanceamiento introducido que está dado por  $U_{t1} = m_{t1} \cdot r_1$  en un ángulo determinado (fase). Esta masa añadida debe producir cambios apreciables de magnitud o fase de la vibración inicial, con el fin de minimizar el error en los resultados. Ver punto 5.1.

Tercero: Se retira la masa de prueba del plano 1, se añade al plano 2 y se repite el procedimiento de medir las vibraciones en el descanso 1 ( $V_{21}$ ) y en el descanso 2 ( $V_{22}$ ).

Cuarto: Se obtienen los “coeficientes de influencia” que están dados por:

$$A_{11} = \frac{V_{11} - V_{10}}{U_{t1}} : \text{Relaciona vibraciones del descanso 1 con el plano 1.}$$

$$A_{21} = \frac{V_{21} - V_{20}}{U_{t1}} : \text{Relaciona vibraciones del descanso 2 con el plano 1.}$$

$$A_{12} = \frac{V_{12} - V_{20}}{U_{t2}} : \text{Relaciona vibraciones del descanso 1 con el plano 2.}$$

$A_{22} = \frac{V_{22}-V_{20}}{U_{t2}}$ : Relaciona vibraciones del descanso 2 con el plano 2.

Luego se pueden expresar las ecs. (3-7) y (3-8) que relacionan las vibraciones iniciales en un descanso con los desbalanceamientos provenientes de ambos planos:

$$A_{11} \cdot U_1 + A_{12} \cdot U_2 = V_{10} \quad (3-7)$$

$$A_{21} \cdot U_1 + A_{22} \cdot U_2 = V_{20}, \quad (3-8)$$

donde:

$U_{1,2}$ : Desbalanceamientos iniciales del rotor para los descansos 1 y 2 según corresponda.

Despejando las ecs. (3-7) y (3-8) se tiene:

$$U_1 = \frac{V_{10} \cdot A_{22} + V_{20} \cdot A_{12}}{A_{11} \cdot A_{22} - A_{12} \cdot A_{21}} \quad (3-9)$$

$$U_2 = \frac{V_{10} - A_{11} \cdot U_1}{A_{12}}, \quad (3-10)$$

Conocidos los desbalanceamientos iniciales se tiene que éstos son equivalentes a tener una masa “m” a una distancia r (radio de corrección), con lo que se puede contrarrestar la fuerza que ésta genera con otra masa de igual magnitud ubicada a 180° en el mismo plano.

Este método también es aplicable a un solo plano reduciendo las mediciones a un solo plano con lo cual se tendrá un solo coeficiente de influencia. La ecuación para encontrar el desbalanceamiento se reduce a la ec (3-11) y de forma análoga es aplicable a cualquier plano del rotor.

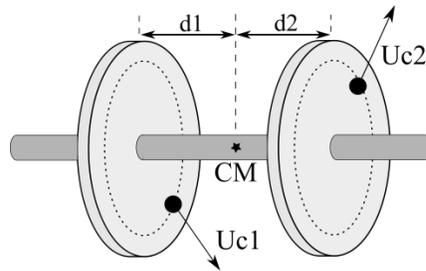
$$A_{11} \cdot U_1 = V_{10} \quad (3-11)$$

### 3.4. Método por partes

Para algunos rotores en particular como son los rotores delgados y rotores en voladizo, utilizan un método que balancea de forma separada el desbalanceamiento estático y el de cupla [Commtest Instruments, 2005], esto se debe a que utilizando la forma tradicional no se alcanzan valores aceptables de vibración residual.

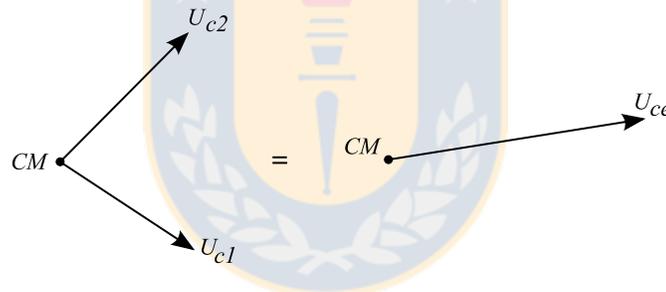
Este método de balanceamiento se utiliza en general para los rotores en que se sabe de antemano que el desbalanceamiento predominante es el desbalanceamiento estático y consiste en encontrar el

desbalanceamiento corrector en 2 planos mediante el método de coeficientes de influencia. La suma de los desbalanceamientos correctores será equivalente al desbalanceamiento estático y la resta corresponde al desbalanceamiento de cupla. Para visualizar esto, se considera un rotor cualquiera, con 2 planos de corrección como muestra la Figura 3.3. Si se traslada la fuerza generada por 2 desbalanceamientos cualesquiera al centro de masa, se generará una fuerza ubicada en el centro de masa más una cupla.



**Figura 3.3. Desbalanceamiento en 2 planos equidistantes del centro de masa.**

Por lo tanto considerando el rotor de la Figura 3.3, la fuerza total generada sobre el centro de masa está dada por la suma de los desbalanceamiento correctores como muestra la Figura 3.4.



**Figura 3.4. Calculo del desbalanceamiento estático.**

Al trasladar las fuerzas generadas por los desbalanceamientos en cada plano al centro de masa, se generan las cuplas  $U_{c1}d_1$  y  $-U_{c2}d_2$ . Estas cuplas son equivalentes a ubicar 2 desbalanceamientos de igual magnitud separados en  $180^\circ$  grados en los planos 1 y 2, pudiendo expresar la ec. (3-12).

$$U_{cc} = \frac{U_{c1}d_1 - U_{c2}d_2}{(d_1 + d_2)} \quad (3-12)$$

donde:

$U_{c1,c2}$ : Desbalanceamientos correctores en planos 1 y 2.

$U_{cc}$ : Desbalanceamiento corrector de la cupla.

$d_{1,2}$ : Distancias axiales desde el centro de masa hasta los planos de corrección.

Con esto se obtiene el desbalanceamiento corrector  $U_{cc}$  para la cupla del plano 1 y luego basta con sumar  $180^\circ$  para ubicar el desbalanceamiento corrector en el plano 2. En [J. Harrell, 1999] utilizan la relación (3-13) para el cálculo del desbalanceamiento de cupla, lo cual sólo es aplicable al caso particular de un rotor simétrico, donde  $d_1 = d_2$ .

$$U_{cc} = \frac{U_{c1} - U_{c2}}{2} \quad (3-13)$$

Utilizando estas relaciones, se lleva a cabo en primera instancia la corrección del desbalanceamiento estático, hasta lograr un desbalanceamiento estático lo más cercano a cero que sea posible. Luego se realiza una carrera para registrar las vibraciones residuales, con las cuales se calculan los pesos correctores de los planos 1 y 2 utilizando los coeficientes de influencia calculados en la primera etapa. Con estos últimos pesos correctores se puede calcular las masas correctoras para la cupla, y terminar de corregir el desbalanceamiento, teniendo en cuenta que el desbalanceamiento estático se corrige en la primera etapa.



## Capítulo 4

### Limitaciones del balanceamiento en 1 plano.

El balanceamiento en un plano, puede corregir en general un desbalanceamiento estático de forma eficiente, siempre y cuando se tenga acceso al plano que contiene el centro de masa. Si se tiene un desbalanceamiento estático inicial como el de la Fig. 4.1, se debe corregir estrictamente en el plano  $g$  ya que si se corrige en el plano 1 o en el plano 2 se añade además de un desbalanceamiento estático, una cupla.

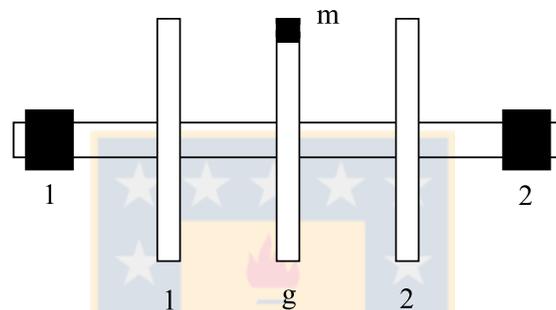


Figura 4.1 Rotor de 3 discos con desbalanceamiento estático.

Una masa ubicada en el plano 1 genera una fuerza y una cupla ya que existe una distancia con respecto al centro de masa y se tendría un sistema equivalente como se muestra en la Figura 4.2.

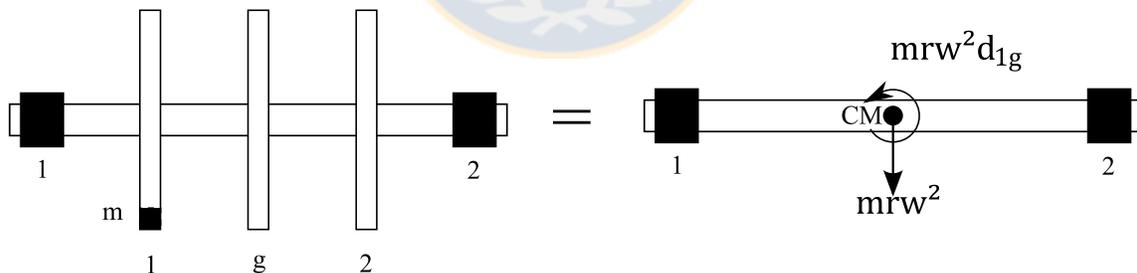


Figura 4.2 Desbalanceamiento aplicado en el plano 1, genera desbalanceamiento dinámico.

Por lo tanto, el balanceamiento en un plano corrige el desbalanceamiento estático cuando la corrección se lleva a cabo en el plano que contiene al centro de masa.

Muchas veces se tiene acceso sólo a planos limitados y es interesante saber qué ocurre cuando: a) se corrige un desbalanceamiento estático en otro plano y b) cuando el desbalanceamiento que se quiere corregir no se trata de un desbalanceamiento únicamente estático. A continuación se estudian estos 2 casos de forma teórica y experimental.

#### 4.1. Desarrollo teórico

##### a) Desbalanceamiento estático y corrección en un plano diferente al que contiene el centro de masa

Se tiene que para un rotor rígido con desbalanceamiento estático, como la Figura 4.1, la ecuación del movimiento está dada por:

$$M\ddot{x} + 2kx = mr\omega^2 \sin(\omega t) \quad (4-1)$$

donde:

M : Masa del rotor.

k: Rigidez de cada descanso.

m: Masa desbalanceada.

r: Distancia entre la masa desbalanceada y el eje de giro.

$\omega$ : Velocidad de rotación.

El desplazamiento que se tendrá en un descanso, se obtiene resolviendo la ecuación anterior y está dado por:

$$x(t) = \frac{mrw^2}{2k \left| 1 - \left( \frac{w}{\omega_{nx}} \right)^2 \right|} \sin(\omega t + \phi) \quad (4-2)$$

donde:

$\phi$ : Fase de la vibración (referencial).

$$\omega_{nx} = \sqrt{\frac{2k}{M}}$$

Por lo tanto, si se añade una masa de prueba ( $m_p$ ) en el mismo plano se tiene un coeficiente de influencia  $A_{1g}$  igual a:

$$A_{1g} = A_{2g} = \frac{\left( \frac{m_p r w^2}{2k \left| 1 - \left( \frac{w}{\omega_{nx}} \right)^2 \right|} e^{j\phi} \right)}{m_p r} = \frac{w^2}{2k \left( 1 - \left( \frac{w}{\omega_{nx}} \right)^2 \right)} e^{j\phi} \quad (4-3)$$

Luego se relaciona el desbalanceamiento con el desplazamiento mediante la ec. (4-4).

$$A_{1g}U_g = x \quad (4-4)$$

Considerando una fase igual a  $0^\circ$ , ya que es referencial, se tiene:

$$U_g = \frac{x}{A_{1g}} = \frac{\frac{mrw^2}{2k \left| 1 - \left( \frac{w}{\omega_{nx}} \right)^2 \right|}}{w^2} = \frac{mr}{2k \left( 1 - \left( \frac{w}{\omega_{nx}} \right)^2 \right)} \quad (4-5)$$

Con lo cual se tiene el resultado esperado y solo basta ubicar la masa encontrada a  $180^\circ$  para balancear el rotor.

Si se realiza el balanceamiento en un plano distinto al plano que contiene el centro de masa, por ejemplo el plano 1, se tiene que para una masa de prueba ( $m_p$ ) ubicada en el plano 1 las ecuaciones del movimiento que determinan el desplazamiento y giro del rotor son:

$$M\ddot{x} + 2kx = m_p r w^2 \sin(\omega t) \quad (4-6)$$

$$I_{CM}\ddot{\theta} + 2k\theta d_{1g}^2 = m_p r w^2 d_{01g} \sin(\omega t), \quad (4-7)$$

Resolviendo estas ecuaciones se tiene un desplazamiento del centro de masa y giro del rotor dado por:

$$x_p(t) = \frac{m_p r w^2}{2k \left| 1 - \left( \frac{w}{\omega_{nx}} \right)^2 \right|} \sin(\omega t + \phi) \quad (4-8)$$

$$\theta_p(t) = \frac{m_p w^2 r d_{01g}}{2k d_{1g}^2 \left| 1 - \left( \frac{w}{\omega_{n\theta}} \right)^2 \right|} \sin(\omega t + \phi) \quad (4-9)$$

donde:

$$\omega_{n\theta} = \sqrt{\frac{2k d_{1g}^2}{I_{CM}}}$$

Por lo tanto considerando la masa ubicada en una posición  $0^\circ$  se tiene que la amplitud máxima del desplazamiento con una masa de prueba en el plano 1 está dado por:

$$x_{1p} = \frac{m_p r w^2}{2k \left| 1 - \left( \frac{w}{\omega_{nx}} \right)^2 \right|} + \frac{m_p w^2 r d_{01g}}{2k d_{1g}^2 \left| 1 - \left( \frac{w}{\omega_{n\theta}} \right)^2 \right|} d_{1g} \quad (4-10)$$

$$x_{2p} = \frac{m_p r w^2}{2k \left| 1 - \left( \frac{w}{\omega_{nx}} \right)^2 \right|} - \frac{m_p w^2 r d_{01g}}{2k d_{1g}^2 \left| 1 - \left( \frac{w}{\omega_{n\theta}} \right)^2 \right|} d_{1g} \quad (4-11)$$

Las vibraciones medidas en los descansos se diferencian por la parte de la cupla, la cual en un caso ( $x_{1p}$ ) está en fase con la vibración generada por el desbalanceamiento estático, por tanto se suman y en el otro caso ( $x_{2p}$ ) se restan ya que existe un desfase de  $180^\circ$ .

Como las vibraciones serán distintas en cada descanso se tiene que se obtienen distintos resultados dependiendo que descanso se utilice para realizar las mediciones y luego balancear. Utilizando la medición del descanso 1 se obtiene un coeficiente de influencia igual a:

$$A_{11} = \frac{w^2}{2k \left| 1 - \left( \frac{w}{\omega_{nx}} \right)^2 \right|} + \frac{w^2 d_{01g}}{2k d_{1g} \left| 1 - \left( \frac{w}{\omega_{n\theta}} \right)^2 \right|} \quad (4-12)$$

Por lo tanto, aplicando la ec. (4-13).

$$A_{11} U_1 = x_1 \quad (4-13)$$

Se tiene:

$$U_1 = \frac{x_1}{A_{11}} = \frac{\frac{m r w^2}{2k \left| 1 - \left( \frac{w}{\omega_{nx}} \right)^2 \right|}}{\frac{w^2}{2k \left| 1 - \left( \frac{w}{\omega_{nx}} \right)^2 \right|} + \frac{w^2 d_{01g}}{2k d_{1g} \left| 1 - \left( \frac{w}{\omega_{n\theta}} \right)^2 \right|}} = m r \left( \frac{1}{1 + \frac{d_{01g} \left| 1 - \left( \frac{w}{\omega_{nx}} \right)^2 \right|}{d_{1g} \left| 1 - \left( \frac{w}{\omega_{n\theta}} \right)^2 \right|}} \right) \quad (4-14)$$

Se observa que el desbalanceamiento encontrado será menor al real ya que al denominador se suma una cantidad positiva, y por el contrario, si se realiza el cálculo con el coeficiente  $A_{21}$  se hubiese encontrado una masa de mayor valor. Al ubicar esta masa correctora en el plano 1, se tiene que las vibraciones en el descanso 1 luego de balancear, están dadas por:

$$x_{1b} = \frac{mrw^2}{2k \left| 1 - \left( \frac{w}{\omega_{nx}} \right)^2 \right|} - \frac{U_1 w^2}{2k \left| 1 - \left( \frac{w}{\omega_{nx}} \right)^2 \right|} - \frac{U_1 w^2 d_{01g}}{2kd_{1g}^2 \left| 1 - \left( \frac{w}{\omega_{n\theta}} \right)^2 \right|} d_{1g} = 0 \quad (4-15)$$

Desarrollando la ec. (4-15) se tiene  $x_{1b} = 0$ , lo que indica que a pesar de que el rotor no está balanceado, las vibraciones en el descanso que se utiliza para el balanceamiento se anulan. Por otro lado las vibraciones en el otro descanso no disminuirán y el desplazamiento en el descanso 2 luego de aplicar la corrección será igual a:

$$\begin{aligned} x_{2b} &= \frac{mrw^2}{2k \left| 1 - \left( \frac{w}{\omega_{nx}} \right)^2 \right|} - \frac{U_1 w^2}{2k \left| 1 - \left( \frac{w}{\omega_{nx}} \right)^2 \right|} + \frac{U_1 w^2 d_{01g}}{2kd_{1g}^2 \left| 1 - \left( \frac{w}{\omega_{n\theta}} \right)^2 \right|} d_{g1} \\ &= \frac{mrw^2}{2k \left| 1 - \left( \frac{w}{\omega_{nx}} \right)^2 \right|} \left[ 1 + \frac{d_{01g} \left| 1 - \left( \frac{w}{\omega_{nx}} \right)^2 \right| - d_{1g} \left| 1 - \left( \frac{w}{\omega_{n\theta}} \right)^2 \right|}{d_{01g} \left| 1 - \left( \frac{w}{\omega_{nx}} \right)^2 \right| + d_{1g} \left| 1 - \left( \frac{w}{\omega_{n\theta}} \right)^2 \right|} \right] \end{aligned} \quad (4-16)$$

Se tiene entonces que para esta experiencia, las vibraciones en el descanso 2 (descanso en que no se miden vibraciones), serán nulas sólo cuando la distancia entre el plano de balanceamiento y el plano de desbalanceamiento (centro de masa) sea cero ( $d_{01g}$ ), de otra forma las vibraciones finales dependerán principalmente de la diferencia entre las distancias  $d_{01g}$  y  $d_{1g}$ .

### b) Desbalanceamiento dinámico y corrección en un plano

El balanceamiento en un plano a pesar de no añadir directamente una cupla en algunos casos podrá corregir un desbalanceamiento dinámico. Esto ocurre cuando el desbalanceamiento inicial está ubicado en un solo plano (distinto al que contiene el centro de masa) y la corrección se lleva a cabo en el mismo plano. Para ejemplificar esto, se considera un rotor con un desbalanceamiento inicial en el plano 1 como ilustra la Figura 4.3.

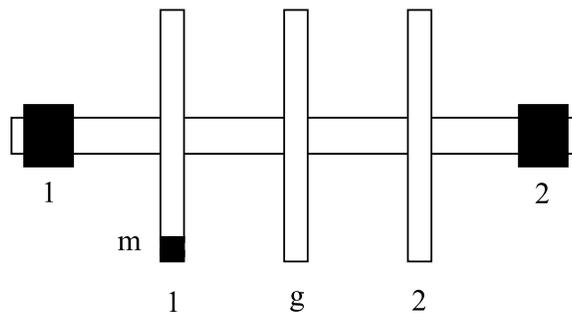


Figura 4.3 Rotor de 3 discos con desbalanceamiento en el plano 1.

Se tiene que el desplazamiento en el descanso 1 está dado por:

$$x_1 = \frac{mrw^2}{2k \left| 1 - \left( \frac{w}{\omega_{nx}} \right)^2 \right|} + \frac{mrw^2 d_{01g}}{2kd_{1g}^2 \left| 1 - \left( \frac{w}{\omega_{n\theta}} \right)^2 \right|} d_{1g} \quad (4-17)$$

Utilizando una masa de prueba (de valor  $m$ ) en el plano 1 se tiene un coeficiente de influencia igual a:

$$A_{11} = \frac{w^2}{2k \left| 1 - \left( \frac{w}{\omega_{nx}} \right)^2 \right|} + \frac{w^2 d_{01g}}{2kd_{1g}^2 \left| 1 - \left( \frac{w}{\omega_{n\theta}} \right)^2 \right|} d_{g1} \quad (4-18)$$

Luego, aplicando la ec. (4-19) para encontrar el desbalanceamiento del plano 1 se tiene:

$$A_{11} U_1 = x_1 \quad (4-19)$$

$$U_1 = \frac{x_1}{A_{11}} = mr \quad (4-20)$$

Por lo tanto, es claro que para un desbalanceamiento inicial cualquiera contenido en un solo plano, las técnicas de balanceamiento en un plano tienen resultados satisfactorios siempre y cuando se realice el balanceamiento en el mismo plano en que se encuentra el desbalanceamiento. De otra forma sólo se reducen las vibraciones del descanso en que se realice la medición y el otro descanso podría en el peor de los casos aumentar el nivel de vibraciones.

Para los resultados teóricos se utilizó el balanceamiento mediante coeficientes de influencia en un plano, pero para un balanceamiento sin medición de fase como es el método de las 4 carreras los resultados serán idénticos ya que se basan en la misma suposición de una relación lineal entre la vibración medida y el desbalanceamiento en un plano.

## 4.2. Desarrollo experimental

Para validar la teoría del punto anterior se realizan mediciones experimentales en una máquina balanceadora. En Fig. 4.4a se ilustra un rotor de 3 discos utilizado para la experimentación, el cual posee perforaciones que permiten añadir masas desbalanceadas en distintas posiciones. Para la medición de la vibración (en este caso desplazamiento por medio de velocímetros instalados en la máquina), se utiliza el equipo CSI 2130 mostrado en la Figura 4.4b.

Se utiliza el método de las 4 carreras para el balanceamiento en 1 plano, evaluando los 2 casos discutidos de forma teórica anteriormente.

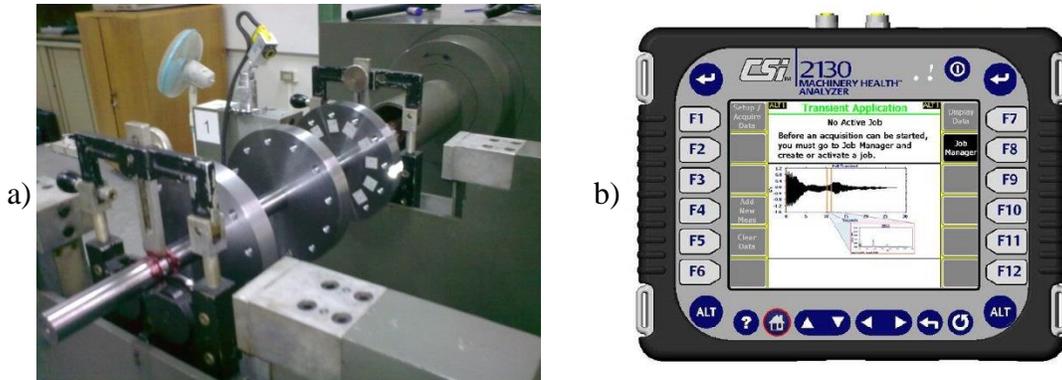


Figura 4.4 Instrumentación utilizada en la experimentación.

Antes de comenzar la experimentación, se balancea el rotor quedando con una vibración residual de:

$$V_{r1} = 5,14\mu\text{m} \angle 170,3^\circ$$

$$V_{r2} = 9,42 \mu\text{m} \angle 109,5^\circ$$

En primer lugar se evalúa el método para el caso particular de desbalanceamiento estático y corrección en el mismo plano. Se introduce una masa desbalanceada de 5,6 gr en la posición  $90^\circ$  en el plano central (ubicado en el centro de masa), generando un desbalanceamiento únicamente estático y se balancea en el mismo plano. Luego de aplicar el método de balanceamiento de las 4 carreras, se obtienen los resultados de Tabla 4.1.

Tabla 4.1 Resultados de balanceamiento en plano g.

| Plano de desbalanceamiento | Plano de corrección | Masa desbalanceada (gr) en plano g | Masa correctora (gr)      |
|----------------------------|---------------------|------------------------------------|---------------------------|
| Central (g)                | g                   | 5,6 $\angle 90^\circ$              | 5,9 $\angle -85,57^\circ$ |

Los resultados son los esperados ya que a pesar de no entregar un valor exacto, se obtiene una masa correctora muy cercana a la masa desbalanceada y en la posición angular aproximadamente correcta. Esta diferencia en los resultados se puede atribuir a errores de medición o desbalanceamiento residual. (Ver punto 5).

**a) Desbalanceamiento estático y corrección en un plano diferente al que contiene el centro de masa**

Se introduce un desbalanceamiento en el plano g de 5,6 gr en una posición  $90^\circ$ . Se realiza el balanceamiento en un plano distinto al centro de masa. En este caso el plano 1, con lo cual se obtienen los resultados mostrados en la Tabla 4.2.

Tabla 4.2 Resultados de balanceamiento para masa desbalanceada en plano g

| Plano de desbalanceamiento | Plano de corrección | Masa desbalanceada (gr) en plano g | Masa correctora (gr)      |
|----------------------------|---------------------|------------------------------------|---------------------------|
| Central (g)                | 1                   | 5,6 $\angle 90^\circ$              | 2,8 $\angle -86,69^\circ$ |

Se demuestra que la masa obtenida no es la esperada, lo cual es consistente con la teoría. Corrigiendo con la masa calculada, las vibraciones en el descanso 1 disminuyen, pero el rotor no estará balanceado y por lo tanto en el otro descanso no mejoran los niveles de vibración como indica la Tabla 4.3. En general disminuirán notablemente sólo las vibraciones del descanso donde se hagan las mediciones.

**Tabla 4.3 Vibraciones residuales balanceando en plano 1**

| Punto de medición | Vibración antes de balancear ( $\mu\text{m}$ ) | Vibración después de balancear ( $\mu\text{m}$ ) |
|-------------------|--|--|
| Descanso 1        | 46,02  | 7,94   |
| Descanso 2        | 51,10  | 50,55  |

#### b) Desbalanceamiento dinámico y corrección en un plano

Se introduce la misma masa de 5,6 gr en un plano distinto al centro de masa en este caso el plano 1. De esta forma se genera un desbalanceamiento dinámico, luego se procede a balancear en el mismo plano obteniendo los resultados de la Tabla 4.4.

**Tabla 4.4 Resultados de balanceamiento para masa desbalanceada en plano 1**

| Plano de desbalanceamiento | Plano de corrección | Masa desbalanceada (gr) | Masa correctora (gr) |
|----------------------------|---------------------|-------------------------|----------------------|
| 1                          | 1                   | 5,6 $\propto$ 90°       | 5,7 $\propto$ -86,46 |

Por otro lado se evalúa la corrección de un balanceamiento dinámico y corrección en el centro de masa. Se tiene el mismo caso anterior con una masa de 5,6 gr desbalanceada en el plano 1, pero se corrige en el plano que contiene al centro de masa obteniendo los resultados de la Tabla 4.5.

**Tabla 4.5 Resultados de balanceamiento para masa desbalanceada en plano 2**

| Plano de desbalanceamiento | Plano de corrección | Masa desbalanceada (gr) | Masa correctora (gr)  |
|----------------------------|---------------------|-------------------------|-----------------------|
| 2                          | Central             | 5,6 $\propto$ 90°       | 12,8 $\propto$ -85,48 |

Se tiene de las Tabla 4.4 y Tabla 4.5, que el balanceamiento en un plano puede ser aplicado para un desbalanceamiento en un punto distinto al centro de masa, obteniendo buenos resultados, siempre y cuando el plano de desbalanceamiento y plano de corrección sean el mismo. De otro modo sólo se reducen las vibraciones en el descanso que se utilizó para balancear.

## Capítulo 5

### Fuentes de error en el balanceamiento de rotores rígidos

Los métodos o técnicas utilizadas para el balanceamiento de rotores rígidos teóricamente son exactos, pero en la práctica tienen problemas en cuanto a exactitud. Esto tiene diversos orígenes, los que se estudian a continuación y serán los responsables de que un método sea superior a otro experimentalmente.

#### 5.1. Errores en la medición

Es importante que el ingeniero encargado de realizar el proceso de balanceamiento de un equipo rotatorio, conozca los posibles errores que tienen las mediciones y su interpretación desde el punto de vista físico. Lo anterior puede en algunos casos servir de base para determinar desde modificaciones en el procedimiento de trabajo, hasta la repetición total de las mediciones en caso de ser necesario.

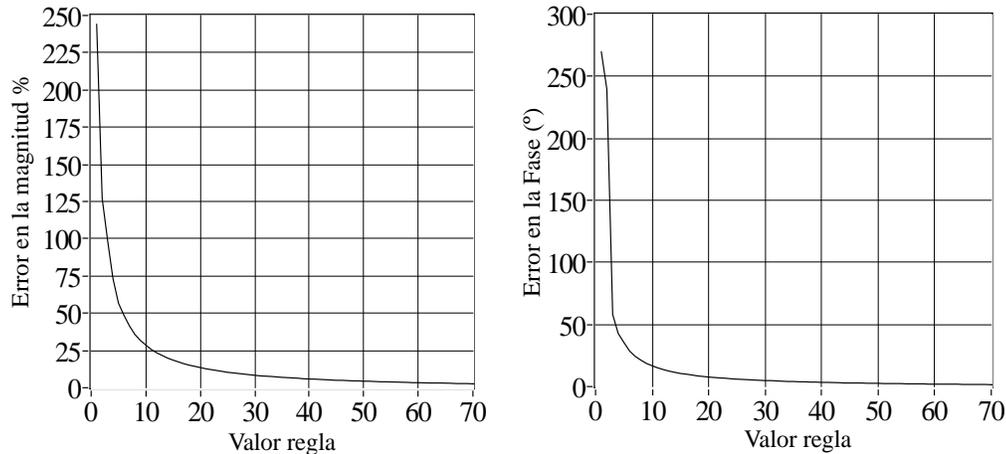
Los errores de amplitud y fase en las mediciones, generarán errores que se podrían amplificar al sumar o restar vectores, por lo cual un error podría tener un efecto determinante sobre los resultados finales.

En la práctica se utiliza la regla 30-30 y versiones modificadas de ésta las que intentan controlar la propagación de estos errores, usando como base que el error al restar o sumar vectores será menor cuando exista una mayor diferencia de fase o magnitud entre estos. La regla 30-30 modificada establece que la diferencia de fase sumada a la diferencia porcentual de magnitud debe ser superior a 30. Estas reglas no aseguran buenos resultados, solo sirven de guía para aceptar o rechazar una masa de prueba, ya que si no se cumple la regla, el error en la operación entre vectores crece exponencialmente mientras más pequeño sea el valor de la regla dada por la ecuación (5-1).

$$\angle V_{11} - \angle V_{10} + \left| \frac{|V_{11}| - |V_{10}|}{|V_{10}|} \cdot 100 \right| > 30 \quad (5-1)$$

Si se considera que en las mediciones se puede cometer un error en la amplitud de  $\pm 2\%$  y un error en la fase de  $\pm 1^\circ$ , se puede calcular el error con el que queda el vector resultante de la resta de  $V_{11} - V_{10}$ . La Figura 5.1 ilustra el error cometido en la amplitud y fase de  $V_{11} - V_{10}$  para diferentes valores de la regla (ec. (5-1)). Se observa un gran aumento del error en el caso que el valor de la regla es pequeño, es decir, cuando los vectores que se restan son similares en magnitud y en fase.

En base a lo anterior, es importante conocer las fuentes de error a las que se está expuesto al momento de realizar mediciones. Además, de la exactitud de las mediciones, existen errores producto de consideraciones o hipótesis asumidas por los métodos de balanceamiento. Una de éstas es la linealidad de la relación entre el desbalanceamiento y la vibración medida (Ver punto 5.3).



**Figura 5.1. Error en la resta de vectores en función de la regla.**

Los errores de medición, provienen de la implementación que se utilice para medir. Los equipos comerciales en general utilizan promedios de espectro para el cálculo de la amplitud y fase de la 1X, pero también existe la posibilidad de realizar promedios sincrónicos en el tiempo. En [SKF condition monitoring area, 1997], se comparan las 2 técnicas, concluyendo que para el proceso de balanceamiento es ventajoso realizar promedios sincrónicos cuando existe una componente externa cercana a la velocidad de giro de la máquina que se desea balancear. A continuación se explican y comparan ambas técnicas.

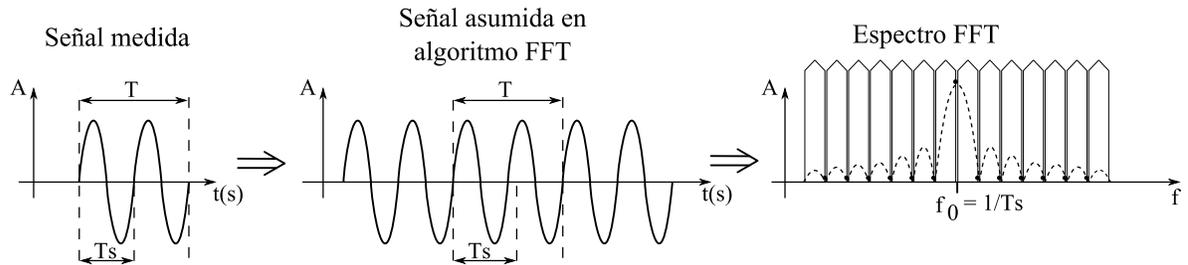
### **Promedios sincrónicos y promedios de espectro**

Cuando se utilizan promedios de espectro para medir amplitud y fase de la señal, se registra la señal por un tiempo determinado y se realiza inmediatamente la transformada FFT. Cada espectro es sumado con el siguiente y dividido por el número total de espectros para luego entregar el promedio, se debe notar que esta operación se trata de una suma vectorial ya que cada componente del espectro tiene una amplitud y fase. La fase tendrá como referencia el instante en que comenzó el registro, es por eso que en el proceso de balanceamiento se necesita un pulso de referencia el cual indica el momento en el cual comienza el registro de datos.

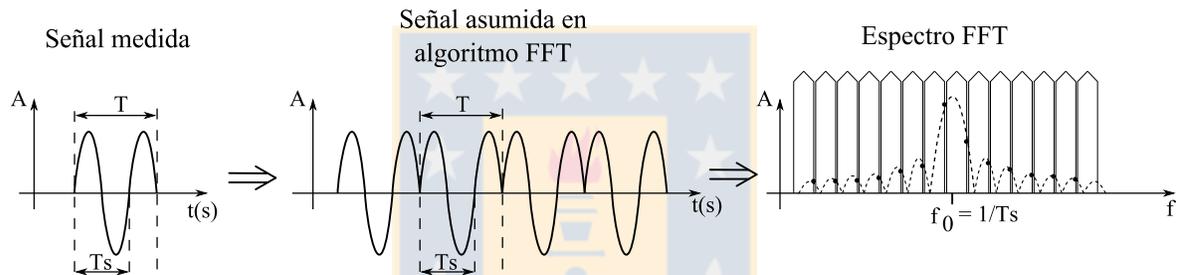
Un problema al que se está enfrentado cuando se calcula la FFT es el tiempo de registro, ya que si no se tiene un periodo entero de la señal ocurre el “efecto rendija”, entregando amplitudes y fases erróneas para las componentes del espectro. El efecto rendija se da ya que cuando se aplica la FFT discreta en un tiempo finito “T” de señal medida, el espectro que se obtiene tiene valores discretos separados por  $\Delta f = 1/T$  y no necesariamente se tendrá una línea a la frecuencia de giro de la

máquina. La Fig. 5.2 ilustra lo que ocurre con un espectro discreto, siendo equivalente a mirar a través de las rendijas de un cerco cuyas tablas tienen un ancho igual a  $\Delta f$ . Ver [P. Saavedra, 2009].

a) Tiempo de registro es un número entero de períodos



b) Tiempo de registro no es un número entero de períodos

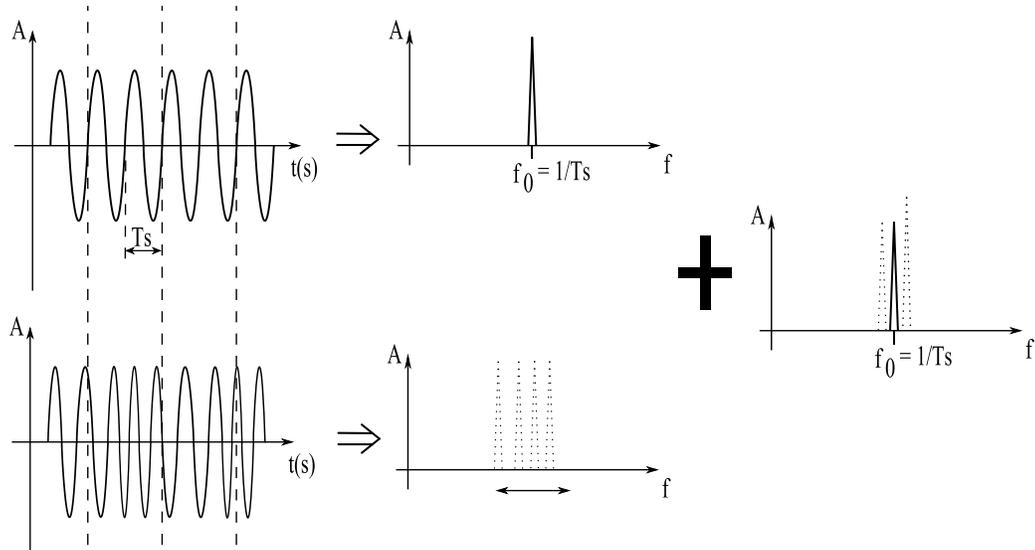


**Figura 5.2 Efecto rendija y fugas laterales.**

Los equipos comerciales intentan solucionar este efecto rendija, ya que se conoce el período de la señal a partir de un pulso de referencia como se explica más adelante.

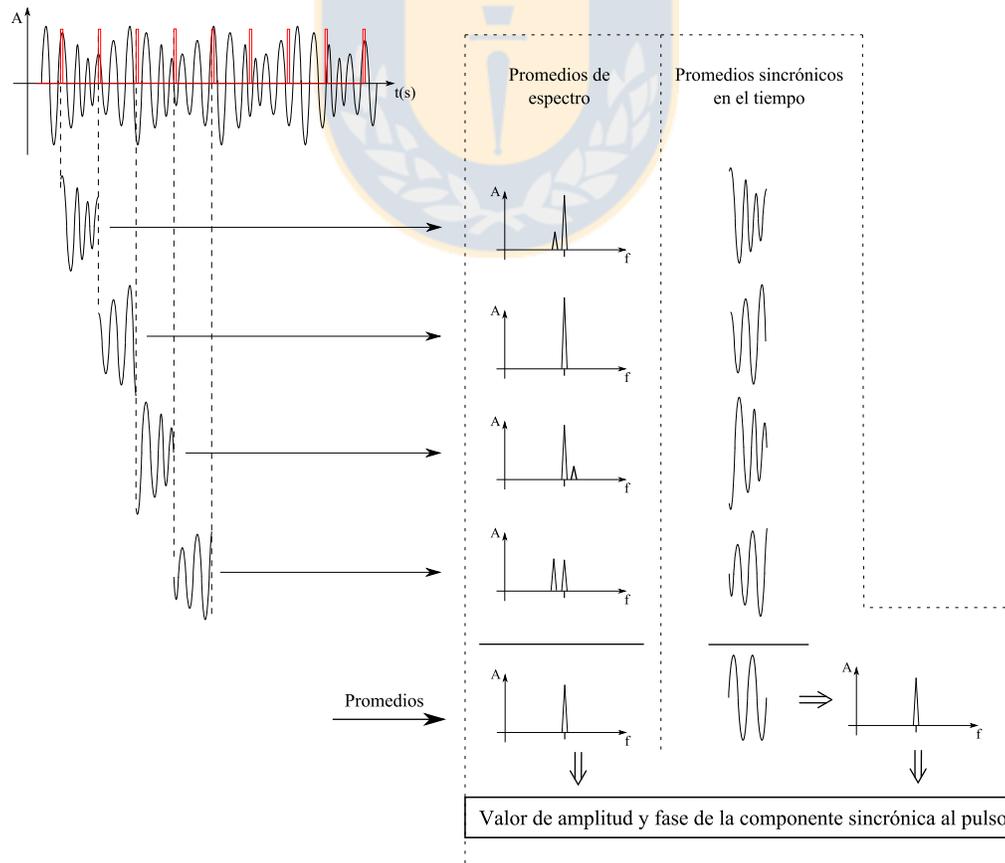
Por otro lado, los promedios sincrónicos en el tiempo, también toman secciones de la señal a partir de un pulso de referencia pero a diferencia de los promedios de espectro, promedian estas secciones en el dominio tiempo y una vez que obtienen este promedio, realizan la FFT para calcular la amplitud y fase desde el espectro obtenido.

En [SKF condition monitoring area, 1997] se comparan ambas técnicas (promedios sincrónicos y promedios de espectro) para un caso particular que se da cuando además de la señal de desbalanceamiento, existe una señal de frecuencia variable y cercana a la primera. Por ejemplo, si se tiene una señal de 16 Hz (representando la señal de desbalanceamiento) y además una señal externa variando entre 14 y 18 Hz como muestra la Figura 5.3. Este problema en particular afectará la componente de desbalanceamiento, tanto en amplitud como en fase, independiente de la resolución en frecuencia que se utilice y es de interés ya que podría darse en ocasiones en que exista una máquina de frecuencia variable funcionando cerca de la máquina que se desea balancear.



**Figura 5.3 Señal de desbalanceamiento (1X) sumada a una señal de frecuencia variable cercana a 1X.**

Con el fin de verificar lo concluido por [SKF condition monitoring area, 1997], se programó en LabView una señal ideal con un pulso de referencia y a ésta se suma una señal de frecuencia variable. Se realizan promedios sincrónicos y promedios en el tiempo de forma paralela, es decir, para las mismas secciones de la señal como se ilustra en la Figura 5.4.



**Figura 5.4 Promedios de espectro y promedios sincrónicos, esquema de la programación realizada en LabView.**

Luego de programar, se evalúa para distintos rangos de variación de la frecuencia de la señal adicional, y distintas frecuencias y amplitudes de la señal de desbalanceamiento. De lo anterior, se obtienen resultados idénticos para todos los casos sin importar el número de promedios, amplitud de la señal adicional, etc. Durante las pruebas realizadas en este estudio, sólo se obtienen resultados distintos en el caso de considerar distintas secciones de la señal para cada forma de promediar, es decir, si los promedios no se hacen de forma paralela.

## 5.2. Evaluación del programa de balanceamiento en equipo CSI 2130

En el balanceamiento, los equipos comerciales son capaces de solucionar el problema de efecto rendija, ya que al conocer la frecuencia de los pulsos, se tiene información sobre el periodo de la señal de interés (señal a 1x). Para lograr registrar un periodo entero de la señal, los equipos comerciales permiten modificar un parámetro llamado “bandwidth” o ancho de banda (B). A partir de este parámetro el equipo calcula la frecuencia de muestreo de la forma:

$$f_{\text{máx}} = B \cdot 1X \quad (5-2)$$

$$f_m = 2,56 \cdot f_{\text{máx}} \quad (5-3)$$

donde:

1X: Frecuencia de la señal de desbalanceamiento dada por el pulso de referencia.

$f_{\text{máx}}$ : Frecuencia máxima.

$f_m$ : Frecuencia de muestreo en la señal temporal.

Una vez definida la frecuencia de muestreo ( $f_m$ ), el equipo determina un número de líneas a utilizar en el espectro y luego calcula el tiempo de muestreo de la forma:

$$T_m = \frac{N_p}{f_m} = \frac{N_L}{f_{\text{máx}}} = \frac{N_L}{B \cdot 1X} = \frac{N_L}{B} T_s \quad (5-4)$$

donde:

$T_m$ : Tiempo de muestreo.

$N_p$ : Número de puntos.

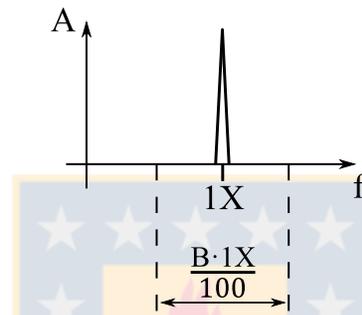
$N_L$ : Número de líneas en el espectro.

$T_s$ : Período de la señal.

De la ec. (5-4) se tiene que si el término  $\frac{N_L}{B}$  es un entero, se registrará un número entero de periodos de la señal de desbalanceamiento. Las tarjetas análogo-digital (A/D), permiten tomar un número de

puntos igual a una potencia de 2 por lo cual el número de líneas que utilizan es limitado a valores como 400, 800, 1600, 3200, etc. A partir de esto, es deseable que el parámetro B (bandwidth) tome valores como 20, 10, 5 pero no será beneficioso tener valores como 3, 7, 9, etc. Porque estos números no permiten que el término  $\frac{N_L}{B}$  resulte un entero.

El parámetro B se menciona en los equipos como “ancho de banda” ya que permite aislar la componente de interés (1X). Actúa como un porcentaje de la velocidad de rotación indicando que lograría filtrar las señales cercanas que se encuentren dentro de un ancho de banda dado por  $\frac{B \cdot 1X}{100}$  y centrado en 1X como indica la Figura 5.5.



**Figura 5.5 Esquema de la señal de desbalanceamiento y el ancho de banda que aísla esta componente.**

Se tiene que el tiempo de muestreo de la señal es igual a:

$$T_m = \frac{N_L}{B \cdot 1X} \quad (5-5)$$

Por lo tanto la separación entre las líneas del espectro está dada por:

$$\Delta f = \frac{B \cdot 1X}{N_L} \quad (5-6)$$

Como el equipo utiliza un número de líneas ( $N_L$ ) igual o superior a 400, se tiene que existe al menos un punto discreto entre la señal 1X y la señal cercana a  $\frac{B \cdot 1X}{2}$ , como se ilustra en la Figura 5.6. Con esto se asegura que una señal cercana no afecte de forma directa la componente de interés (1X). Por otro lado, el hecho de tener un valor de B más pequeño, implica un mayor tiempo de muestreo en cada medición. Lo cual se comprobó experimentalmente con el equipo CSI 2130.

Se analizó la medición de fase del equipo CSI 2130 en su programa de balanceamiento, para esto se genera una señal sinusoidal perfecta que representa un desbalanceamiento ideal, de 16 Hz (960 rpm) y amplitud 1 volt. Configurando el equipo con una sensibilidad de 0,1 volt/EU se espera leer una señal pico-pico de amplitud 20 EU. La señal numérica se ilustra en la Figura 5.7 acompañada de un pulso para la medición de la fase.

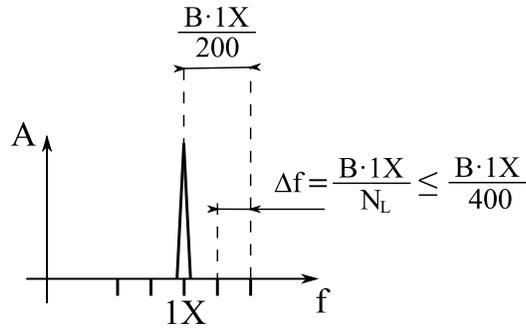


Figura 5.6 Esquema de señal de desbalanceamiento y de la resolución en frecuencia en base al parámetro B.

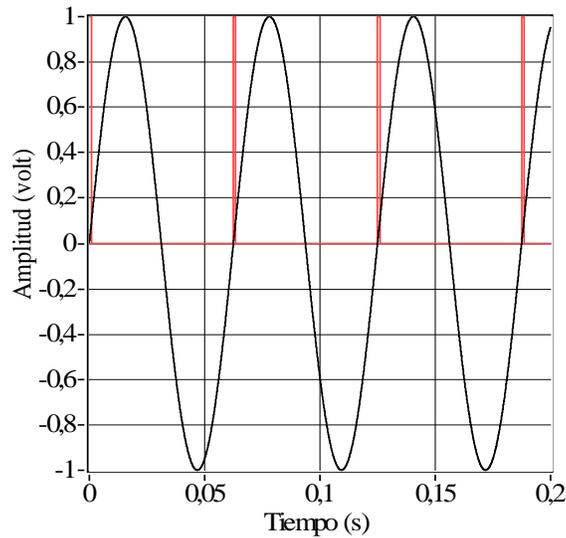


Figura 5.7 Señal numérica de forma sinusoidal representando una señal de desbalanceamiento, acompañada de un pulso de referencia.

Al medir la amplitud y fase de esta señal el equipo entrega valores que serán dependientes de la frecuencia de muestreo que utilice el equipo. Como no se conoce la frecuencia de muestreo del equipo, se utilizan 2 intervalos de tiempo ( $\Delta t$ ) distintos en la generación de la señal, en el menor se utiliza un  $\Delta t = 1 \times 10^{-5}$  seg ya que se probó con un  $\Delta t$  más pequeño y los resultados que se consiguieron eran idénticos, no así con un  $\Delta t$  mayor, por lo que se asume que la frecuencia de muestreo del equipo no supera los 100 kHz.

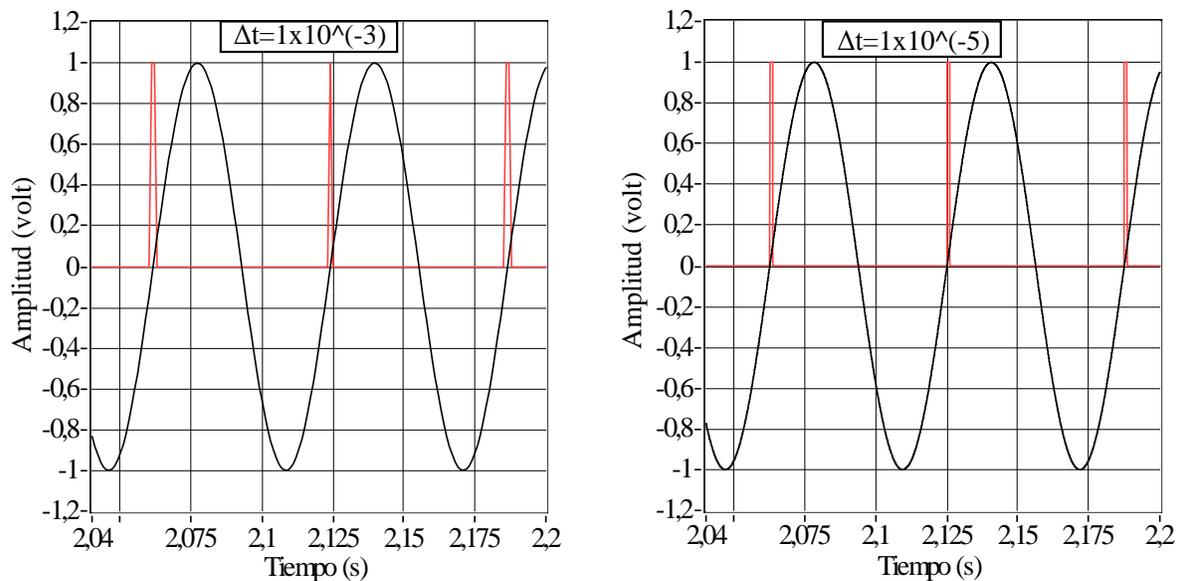
En Tabla 5.1, se muestran valores obtenidos con el equipo CSI 2130 para una señal de desbalanceamiento pura, utilizando distintos intervalos de tiempo en la generación.

**Tabla 5.1 Medición de una señal generada de forma numérica.**

| $\Delta t$         | Magnitud (EU) | Fase ( $^{\circ}$ ) |
|--------------------|---------------|---------------------|
| $1 \times 10^{-3}$ | 19,6365       | 98,8                |
| $1 \times 10^{-5}$ | 19,6404       | 93,2                |

De los valores anteriores se debe notar que en amplitud existe un error en la medición ya que con la señal ingresada se debiera tener una lectura de magnitud pico a pico de 20,0 EU, por lo tanto, incluso en el caso de tener una señal perfecta, se tiene un error en la medición de la amplitud cercana al 2%.

En la medición de la fase existe diferencia en cuanto al valor e inestabilidad originada por el  $\Delta t$  de generación, ya que en el caso de  $\Delta t = 1 \times 10^{-3}$  seg, se requiere levemente más tiempo para lograr converger a un valor preciso. Como muestra la Fig. 5.8, en algún caso se podría obtener distinto número de puntos dentro del pulso, lo que conlleva a un pulso más amplio en un giro que en otro y en consecuencia una medición de la fase diferente.



**Figura 5.8. Pulsos con distinta frecuencia de generación.**

La fase esperada para esta señal es de  $90^\circ$  con respecto al pulso, ya que el equipo mide la fase considerando la distancia desde el inicio del pulso al valor máximo de la componente. Esto se comprobó utilizando distintos anchos de pulso con los cuales se llegó a resultados idénticos descartando las ideas de que la medición de la fase se podría realizar desde el centro o desde el final del pulso.

La tarjeta utilizada para la generación es la NI PCI-6711, esta tarjeta realiza una generación con forma de “escala” como muestra la Fig. 5.9, por lo tanto se tiene un error en la fase asociado al intervalo de tiempo usado en la generación, esto se produce debido a que los puntos que toma el recolector podrían estar en cualquier parte de este “escalón” dependiendo de la frecuencia de muestreo que éste utilice.

Este error estará dado por el ancho de cada “escalón” y se puede calcular con la ecuación (5-7).

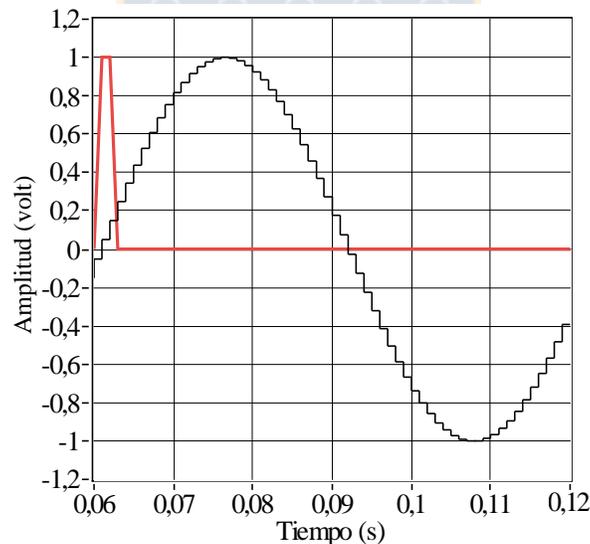
$$\text{error (}^\circ\text{)} = \frac{\Delta t}{T} 360 \quad (5-7)$$

donde:

$\Delta t$ : Intervalo de tiempo utilizado para la generación

T: Periodo de la señal.

Utilizando esta ecuación se tiene para  $\Delta t = 1 \times 10^{-5}$  seg un error de fase en grados de  $\pm 0,0576^\circ$  y para  $\Delta t = 1 \times 10^{-3}$  seg un error de  $\pm 5,76^\circ$ . Por lo tanto, la diferencia de fase de la Tabla 5.1 se atribuye a la generación de la señal. Esta diferencia en la medición de la fase, no tiene mayor relevancia en un proceso de balanceamiento, siempre y cuando la diferencia sea constante en todas las mediciones ya que la fase es referencial (de igual forma ocurre con la amplitud).



**Figura 5.9. Señal escalonada generada por LabVIEW.**

Luego de determinar la frecuencia idónea para la generación de la señal ( $\Delta t = 1 \times 10^{-5}$ ), se realizan mediciones para distintas frecuencias de la señal y utilizando distintos anchos de banda (parámetro B), obteniendo los resultados que se muestran en las Figura 5.10 y Figura 5.11.

Se observan errores en la medición de fase con un máximo de  $5^\circ$ . Este error es bajo en comparación al error que añade un filtro digital, por lo cual se atribuye a la frecuencia de muestreo utilizada por el equipo en cada medición (determinada por la frecuencia 1X y el parámetro bandwidth) además de la frecuencia de generación. Esto determina el inicio del pulso y así el inicio del registro de datos como muestra la Figura 5.12.

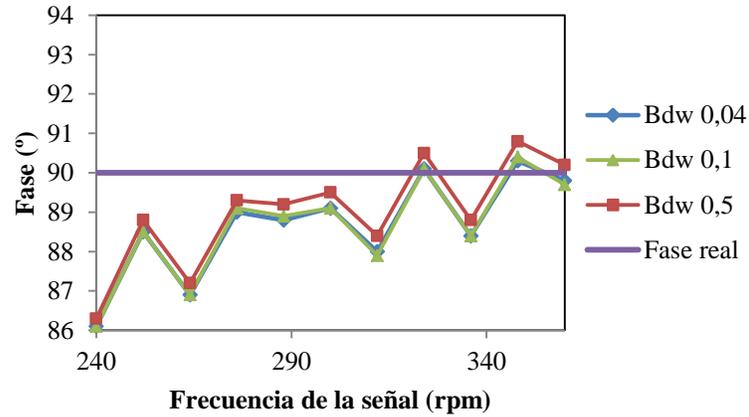


Figura 5.10 Valor de fase entregado por equipo CSI 2130 para distintas frecuencias de la señal y distinto ancho de banda (bandwidth). Rango de 240-360 rpm.

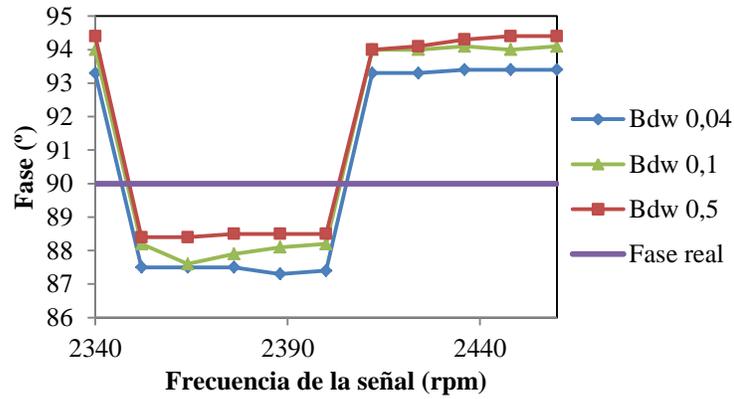


Figura 5.11 Valor de fase entregado por equipo CSI 2130 para distintas frecuencias de la señal y distinto ancho de banda (bandwidth). Rango 2340-2460 rpm.

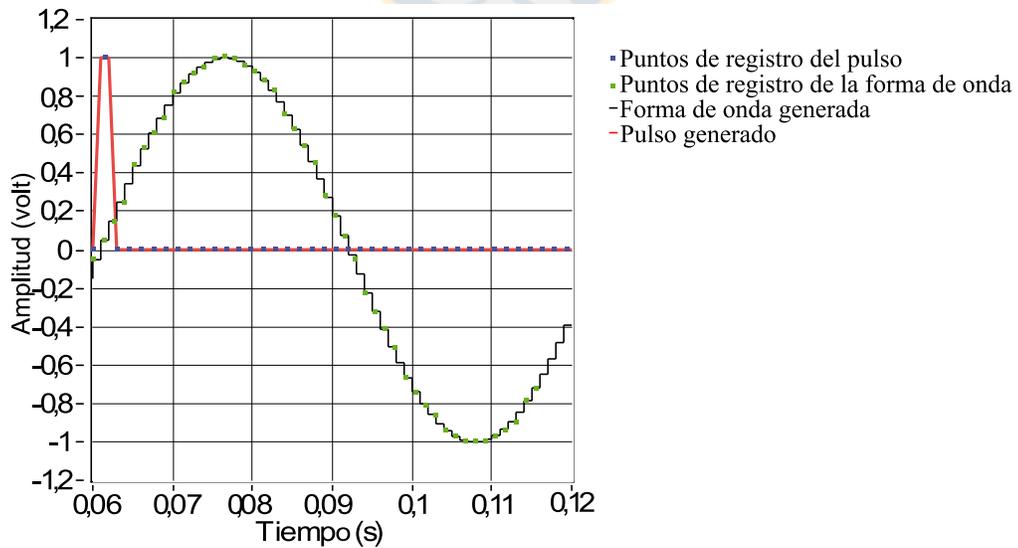


Figura 5.12 Señal sinusoidal acompañada de un pulso de referencia. Se indican frecuencias de muestreo para cada señal y forma de la señal numérica generada.

### 5.3. Efecto del cambio en las rpm

Las técnicas de balanceamiento explicadas en el punto 3, asumen que la relación entre la vibración medida en un descanso y el desbalanceamiento en un plano es lineal. Por ejemplo, en el método de los coeficientes de influencia se tiene que la relación entre la vibración de un descanso y el desbalanceamiento de un plano está determinada por los “coeficientes de influencia” (Figura 5.13).

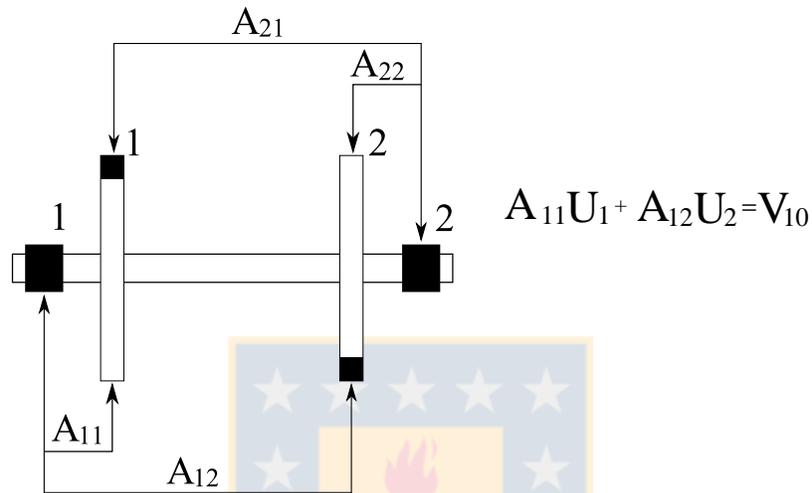


Figura 5.13 Relación entre vibración en un descanso y desbalanceamiento en un plano mediante coeficientes de influencia.

Dichos coeficientes de influencia se consideran como una constante durante todo el proceso de balanceamiento. Por ejemplo, si se considera un rotor con desbalanceamiento dinámico como en la Figura 5.14.

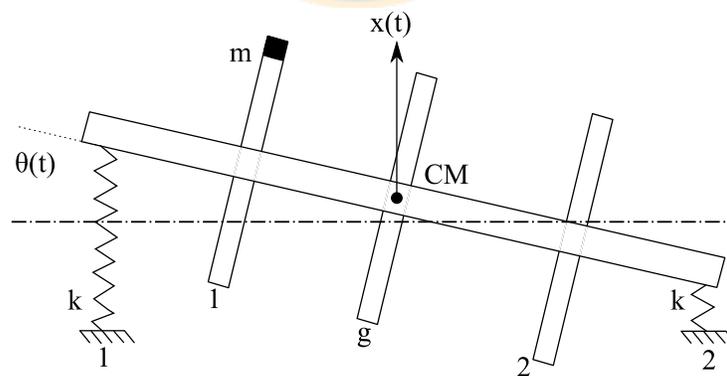


Figura 5.14 Rotor rígido con desbalanceamiento dinámico, se indican 2 grados de libertad.

La amplitud del coeficiente de influencia en este caso está dado por la ec (5-8).

$$A_{11} = \frac{V}{U} = \left[ \frac{w^2}{2k \left| 1 - \left( \frac{w}{\omega_{nx}} \right)^2 \right|} + \frac{w^2 d_{01g}}{2k d_{1g}^2 \left| 1 - \left( \frac{w}{\omega_{n\theta}} \right)^2 \right|} d_{g1} \right] e^{j\phi} \quad (5-8)$$

Se puede observar que la relación entre la masa desbalanceada y el desplazamiento es constante para cualquier valor de la masa desbalanceada, pero si además de variar la masa desbalanceada, cambia alguno de los otros términos esta relación deja de ser lineal.

La velocidad de rotación de un motor eléctrico es difícil de controlar, ya que es dependiente de la frecuencia de la línea por lo cual puede ocurrir que entre una medición y otra la velocidad de rotación no sea exactamente la misma lo que tiene como consecuencia un cambio en el coeficiente de influencia.

Para un caso particular en que exista sólo desbalanceamiento estático, como ilustra la Figura 5.15.

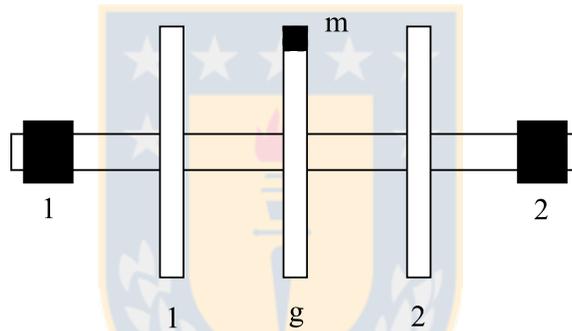


Figura 5.15 Rotor de 3 discos con desbalanceamiento en el plano g (desbalanceamiento estático).

Si se tiene una masa ubicada en el plano g, el coeficiente de influencia es igual a:

$$A_{1g} = A_{2g} = \frac{w^2}{2k \left( 1 - \left( \frac{w}{\omega_{nx}} \right)^2 \right)} e^{j\phi} \quad (5-9)$$

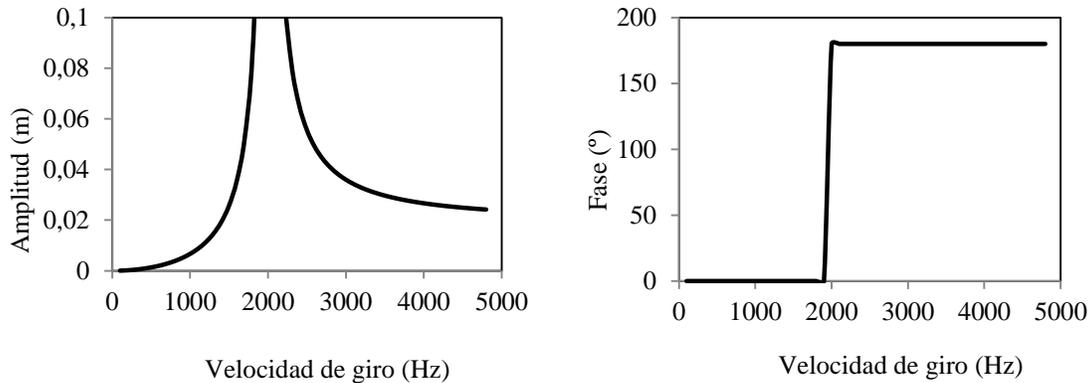
Utilizando los siguientes valores:

$$k: 2 \times 10^8 \left[ \frac{N}{m} \right]$$

$$\omega_{nx} = 2000 [Hz]$$

Se grafica tanto la amplitud como la fase en función de la velocidad de giro. Se logra observar que la variación de velocidad origina una variación de la amplitud del coeficiente de influencia en todo el rango de velocidades, no así la fase que tiene un cambio abrupto cuando la velocidad de giro coincide con la frecuencia natural como se ilustra en la Figura 5.16. Se debe notar que la frecuencia

natural mostrada en el gráfico, corresponde la frecuencia natural del sistema y no del rotor, ya que cuando se trabaja con un rotor rígido se asume que se está trabajando bajo la primera frecuencia natural del rotor.



**Figura 5.16 Amplitud del coeficiente de influencia en relación a la velocidad de giro.**

A pesar de trabajar en la zona anterior a la primera frecuencia natural del sistema, se tiene que para una variación de velocidad entre una medición y otra no es correcto asumir una relación perfectamente constante y además ésta variación de velocidad traerá consecuencias más relevantes en amplitud que en fase.

Con el fin de verificar lo que ocurre en la realidad con la relación entre desbalanceamiento en un plano y vibración en un descanso se realizan 2 pruebas experimentales:

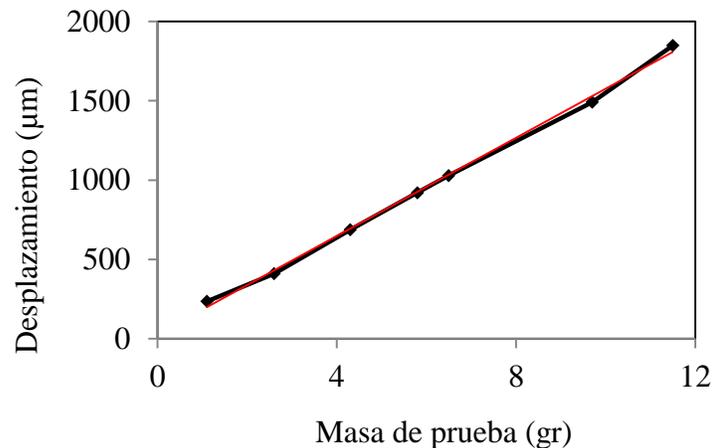
- a) Se miden vibraciones (desplazamiento), utilizando distintas masas de prueba en una misma posición.
- b) Se miden vibraciones (desplazamiento), para una misma masa ubicada en distintas posiciones angulares.

Antes de realizar cada prueba se balancea el rotor para eliminar dentro de lo posible los desbalanceamientos residuales. La vibración residual en el descanso 1 antes de llevar a cabo la experiencia es:

$$V_{r1} = 3,49 \mu\text{m} \angle 204,5^\circ$$

#### **a) Distintas masas de prueba en una misma posición**

Para esta experiencia se utilizaron 7 masas de prueba de distinto valor y se ubican en el plano n°1, se mide la vibración que genera cada una en el descanso n°1. En la Fig. 5.17 se ilustran los resultados.



**Figura 5.17 Amplitud de vibración medida en un descanso en relación**

Se puede observar que la relación tiene una tendencia lineal, pero no perfecta. Esto será el origen, sin duda, de pequeños errores en los resultados del balanceamiento. La línea roja que se muestra en la Fig. 5.17 representa una relación lineal perfecta, en base a esta recta se calcula un coeficiente de correlación igual a 0,97 lo que indica una correlación aproximadamente lineal (coeficiente de correlación = 1 indica una relación perfectamente lineal). Esta pequeña desviación podría atribuirse a errores de medición o leves variaciones en la velocidad para cada medición.

#### **b) Una misma masa ubicada en posiciones distintas**

Si se realiza la medición de la vibración utilizando la misma masa en distintas posiciones angulares en un mismo plano, se espera una misma magnitud pero con fase distinta en cada medición. Esta fase está determinada por la posición que se utilice para la masa de prueba. Teóricamente esto debería ser perfecto, pero en la práctica se tiene un desbalanceamiento residual el que se sumará o restará al desbalanceamiento introducido por la masa de prueba, por eso se procede a balancear el rotor antes de iniciar la prueba (igual que en el caso anterior).

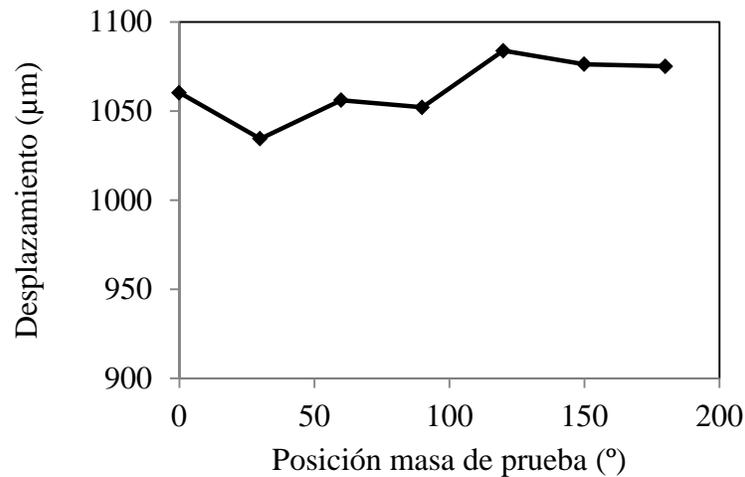
Sólo se consideran las vibraciones de un descanso ya que se evalúa la relación del descanso nº1 con el plano de corrección 1 del rotor. Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 5.2, donde se indica también el error con respecto a la fase esperada en un caso ideal.

**Tabla 5.2 Fase de la vibración variando la posición de la masa de prueba**

| Masa (g) | Posición (°) | Fase de la vibración (°) | Fase esperada (°) | Error (°) |
|----------|--------------|--------------------------|-------------------|-----------|
| 6,5      | 0            | 218,6                    | 218,6             | 0         |
| 6,5      | 30           | 248,8                    | 248,6             | 0,2       |
| 6,5      | 60           | 279,2                    | 278,8             | 0,4       |
| 6,5      | 90           | 309,1                    | 309,2             | -0,1      |
| 6,5      | 120          | 338,1                    | 339,1             | -1        |
| 6,5      | 150          | 7,5                      | 8,1               | -0,6      |
| 6,5      | 180          | 36,8                     | 37,5              | -0,7      |

Los valores medidos son muy cercanos a los esperados, obteniendo un error máximo de  $1^\circ$  para la fase, que podría deberse a errores de construcción del rotor, es decir, los orificios roscados no se encuentran separados  $30^\circ$  exactamente o errores asociados a la frecuencia de muestreo.

En esta experiencia también es interesante observar la magnitud de la vibración con la masa de prueba ubicada en distintas posiciones, lo que en el caso teórico debería ser igual para todas las posiciones. El gráfico de la Figura 5.18 muestra que existe una variación en la magnitud de la vibración incluso si se utiliza la misma masa de prueba.



**Figura 5.18. Magnitud de la vibración en función de la posición de la masa de prueba**

Esta variación es de forma aleatoria por lo cual no se podría atribuir únicamente al desbalanceamiento residual y podría ser consecuencia de una variación de velocidad en conjunto con errores de construcción del rotor, es decir, los orificios podrían no tener exactamente la misma distancia radial al centro de giro. Estas causas son motivo de la no coincidencia en la intersección de los círculos en el método de las 4 carreras (punto 3.1).

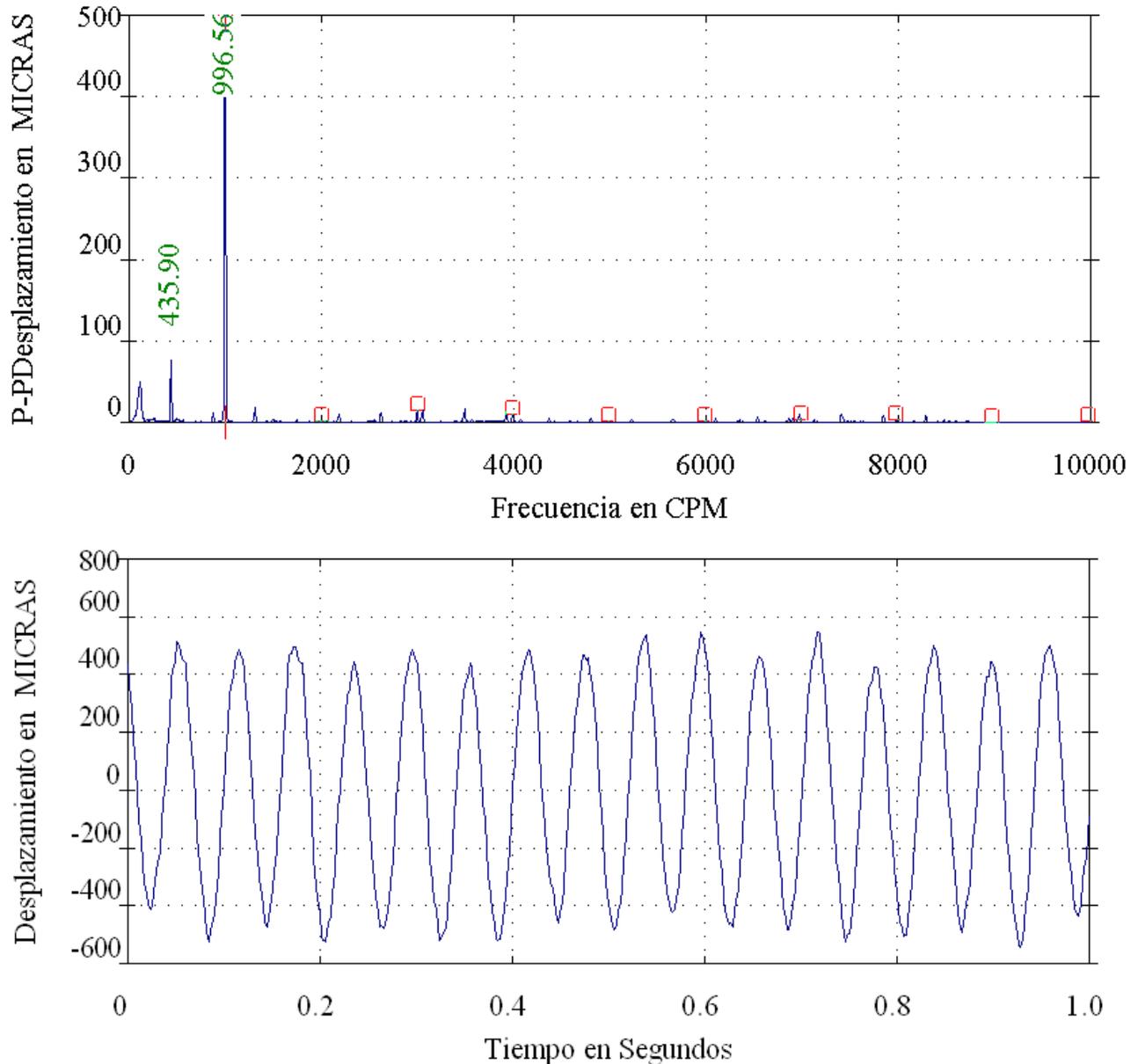
#### **5.4. Efecto del ruido y componentes cercanas a la velocidad de giro**

La medición de la vibración en un proceso de balanceamiento tiene 2 componentes que son la magnitud y la fase las cuales se estabilizan utilizando promedios. Sin embargo, cuando se quiere obtener un balanceamiento muy refinado, esto no es posible ya que los promedios no convergen a un valor específico.

El equipo utilizado (CSI 2130) indica en pantalla cuando las mediciones son estables y cuando no lo son, aunque en general con mucho tiempo de medición podrían estabilizarse. En este capítulo se considera una condición de inestabilidad cuando pasa más de 1 minuto y la señal aún no se estabiliza. El equipo considera una medición para la fase estable cuando la variación entre un

promedio y el siguiente es igual o menor que  $2,5^\circ$  y menor a un 5% para la magnitud, de lo contrario es inestable, [Emerson Process Management, 2007].

Esta inestabilidad no se presenta siempre, sólo en casos específicos como es el balanceamiento de afino. Es de interés saber cuál es el origen de la inestabilidad en la medición, para ello se mide en primer lugar la vibración en la máquina con una masa desbalanceada, obteniendo la señal en el tiempo y el espectro que se ilustran en la Figura 5.19.

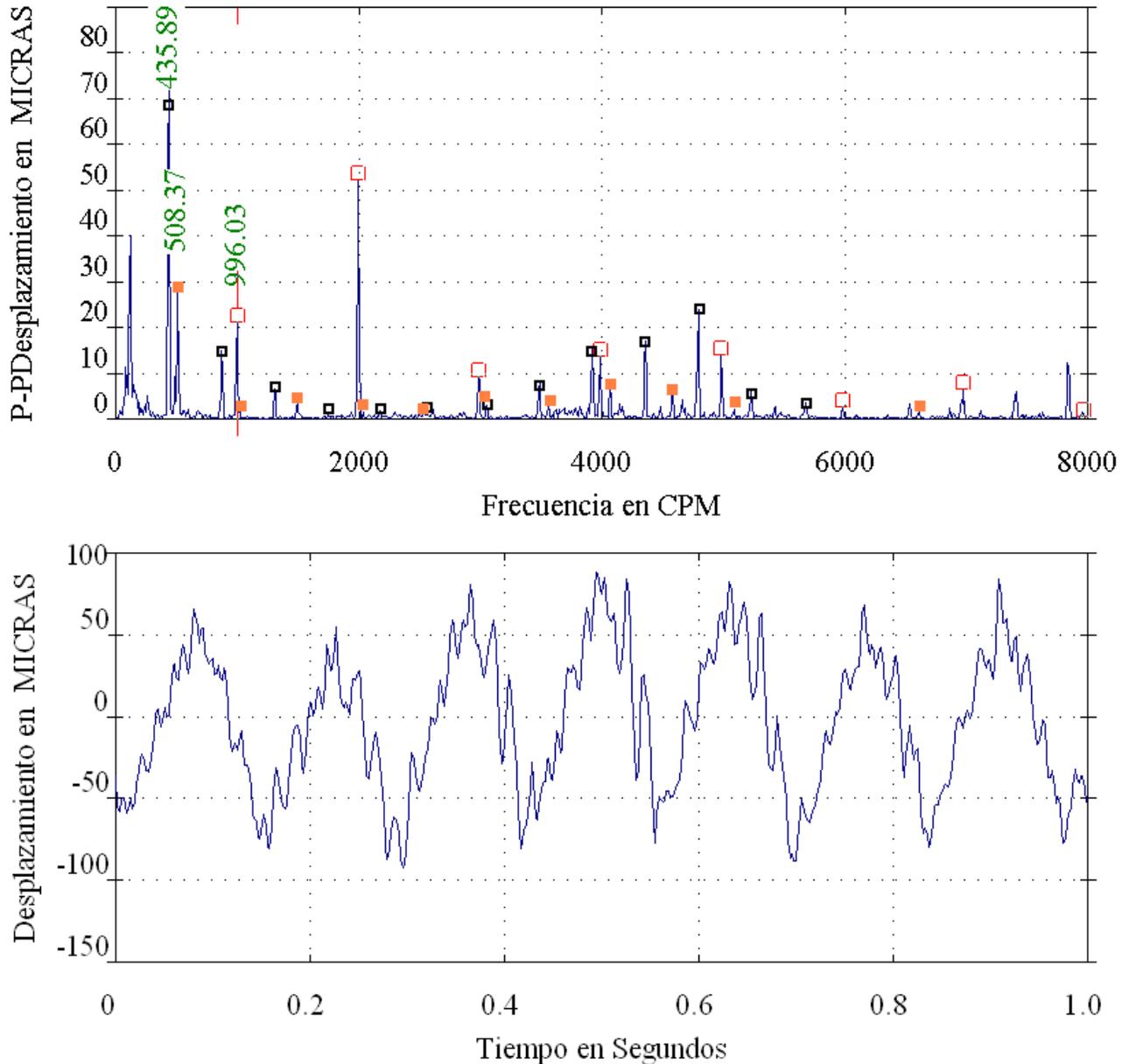


**Figura 5.19.** Señal registrada con el equipo CSI 2130 con una masa desbalanceada.

Para este caso el equipo muestra una rápida convergencia a un valor específico tanto para magnitud como para la fase, lo que indica que la medición es estable. Luego en base a las mediciones en cada

descanso se realiza un balanceamiento hasta que el equipo indica inestabilidad en la medición, la señal en el tiempo y el espectro correspondiente para esta condición se ilustran en la Figura 5.20.

En el espectro mostrado en la Figura 5.20, se observan varias componentes además de la componente proveniente del desbalanceamiento. Estas componentes a 508,37 rpm y 435,89 rpm se deben a una falla en la correa y a una falla en el elemento rodante utilizado para los descansos respectivamente.



**Figura 5.20. Señal registrada por el CSI 2130 luego de balancear el rotor.**

La inestabilidad que indica el equipo podría ser causa del ruido en la medición o de la variación de velocidad que existe en los motores eléctricos o de una señal cercana a la velocidad de giro de

similar o mayor magnitud. En Figura 5.20, se observa que el segundo armónico de la falla en el descanso ( $2 \times 435,89$  rpm) es similar en magnitud a la componente del desbalanceamiento ( $996,03$  rpm) y se encuentra cercano a ésta lo que podría originar una inestabilidad.

Haciendo una simulación numérica de la señal, se evalúa la capacidad del equipo para detectar la señal de desbalanceamiento en distintas condiciones, con el fin de conocer en qué casos entregará resultados erróneos, cuando habrá inestabilidad y que tan errados pueden llegar a ser los datos.

Para esto se utilizó el programa LabVIEW en el cual se programó la generación de una señal numérica y se ingresó esta señal al equipo CSI 2130 tal como se indica en punto 5.2.

Se evaluará el efecto del ruido en la señal y de una componente con frecuencia cercana a la velocidad de rotación ya que estos factores podrían estar presentes en un proceso de balanceamiento. Se utiliza un intervalo de tiempo para la generación  $\Delta t = 1 \times 10^{-5}$  seg ya que como se mencionó antes con esto se supera la frecuencia de muestreo del equipo.

#### 5.4.1 Efecto del ruido en la medición

Uno de los problemas que siempre está presente en las mediciones es el ruido, el cual puede ser propio del sensor o de origen mecánico como es el roce entre eje y cilindros de apoyo. Para añadir ruido a la señal numérica se utiliza una función predefinida en LabVIEW llamada “*Uniform White Noise*” o ruido blanco que es lo más cercano a la realidad. Esta función genera valores aleatorios en un rango determinado por  $\pm$  la amplitud especificada. La señal generada se ilustra en la Figura 5.21. En Tabla 5.3 se indican los resultados de las mediciones de amplitud y fase obtenidas de señales simuladas con ruido de diferentes amplitudes.

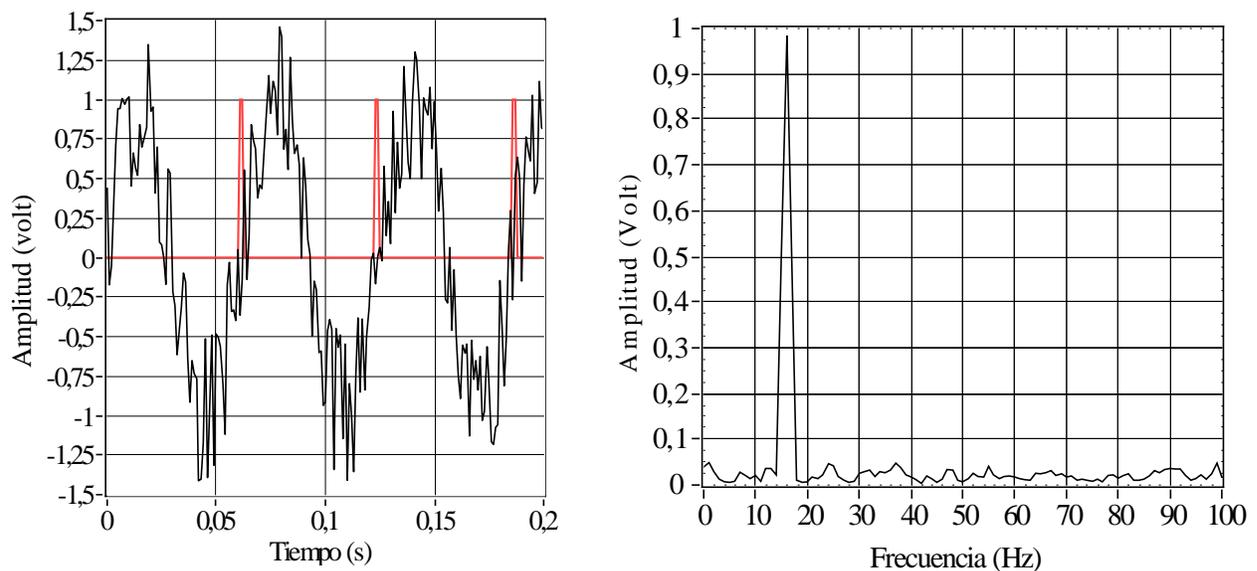


Figura 5.21 Señal numérica de desbalanceamiento añadiendo ruido.

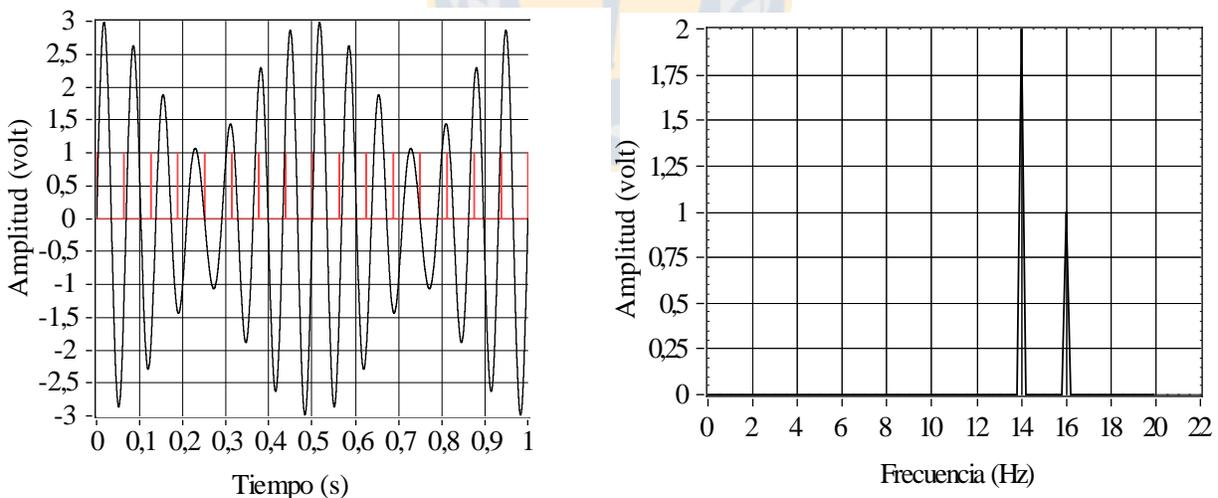
**Tabla 5.3 Medición con ruido sumado a la señal de desbalanceamiento.**

| Amplitud del ruido (EU) | RPM   | Fase (°) | Magnitud (EU) | Condición          |
|-------------------------|-------|----------|---------------|--------------------|
| 0                       | 959,7 | 93,2     | 19,6404       | Estable            |
| 1                       | 959,7 | 93,2     | 19,6354       | Estable            |
| 5                       | 959,7 | 93,2     | 19,6562       | Estable            |
| 10                      | 959,7 | 93,2     | 19,6307       | Estable            |
| 30                      | 959,7 | 93,4     | 19,5917       | Inestabilidad leve |
| 50                      | 959,7 | 93,7     | 19,6431       | Inestabilidad leve |

En el caso de la señal con ruido se aprecia una inestabilidad en las mediciones cuando la amplitud del ruido es mucho mayor que la señal (sobre 3 veces mayor). En base a esto es de esperar que durante un balanceamiento de afino alguna de las mediciones resulte inestable debido a su bajo valor en comparación al ruido.

#### 5.4.2 Efecto de una señal de frecuencia cercana a la velocidad de giro

Otro origen posible de una inestabilidad, es la presencia de componentes cercanas a la componente de desbalanceamiento como se mostró en el espectro de la Figura 5.20. Se simula una señal que contiene la suma de 2 señales sinusoidales, una será la señal de desbalanceamiento a 16 Hz (960 rpm) y la otra una señal cualquiera de frecuencia cercana a la primera. La señal generada se ilustra en la Figura 5.22.



**Figura 5.22 Señal numérica de 1 volt de amplitud y frecuencia 960 rpm (16 Hz) sumada con una señal de 2 volt de amplitud y frecuencia 840 rpm (14Hz).**

Se utilizaron distintas amplitudes y frecuencias para esta señal y se observa la inestabilidad que presenta el equipo en la medición de amplitud y fase, los resultados de esta simulación se indican en la Tabla 5.4.

**Tabla 5.4. Medición con una señal adicional cercana a la señal de desbalanceamiento.**

| Señal de desbalanceamiento |                 | Señal adicional |                 | Estado             |
|----------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|--------------------|
| RPM                        | AMPLITUD (volt) | RPM             | AMPLITUD (volt) |                    |
| 960                        | 1               | 780             | 2               | Estable            |
| 960                        | 1               | 840             | 0,5             | Estable            |
| 960                        | 1               | 840             | 1               | Leve inestabilidad |
| 960                        | 1               | 840             | 2               | Leve inestabilidad |
| 960                        | 1               | 930             | 0,1             | Estable            |
| 960                        | 1               | 930             | 2               | Inestabilidad      |

Se puede observar que la presencia de una señal de frecuencia cercana tendrá influencia en la estabilidad de la medición y la estabilidad que provoque será dependiente de que tan cerca esté de la frecuencia de la señal de desbalanceamiento y de la amplitud que tenga en comparación a esta última.

Cuando existe una señal de frecuencia cercana a la frecuencia de rotación, se hace necesario un filtro seguidor para lograr atenuar estas componentes cercanas. El equipo CSI 2130 da la opción de modificar el ancho de banda de un pseudo filtro con el parámetro “bandwidth”. Este parámetro acepta valores positivos entre 0.04 y 0.5, siendo el valor por defecto 0.1 y con el cual se realizaron las mediciones anteriores. El valor de bandwidth que se utilice en el equipo CSI 2130 funciona como un porcentaje, por ejemplo si se usa bandwidth 0.1 (10%) y la maquina está girando a 1000 rpm el ancho de banda es 100 rpm, por lo tanto las componentes entre 950 y 1050 rpm no son atenuadas. Un ancho de banda menor atenuará componentes más cercanas, pero por otro lado toma más tiempo en entregar resultados (Ver punto 5.2). [Emerson Process Management, 2007]. En base a lo anterior se realizaron mediciones variando el ancho de banda primero para una señal pura obteniendo los resultados de la Tabla 5.5.

**Tabla 5.5. Medición para distintos anchos de banda.**

| Bandwidth x rpm | Amplitud pico-pico (EU) | Fase ° |
|-----------------|-------------------------|--------|
| 0,004           | 19,6408                 | 92,5   |
| 0,1             | 19,6381                 | 93,2   |
| 0,5             | 19,5698                 | 93,6   |

Se evaluó también la estabilidad de la medición utilizando distintos anchos de banda para la condición descrita en la Tabla 5.6

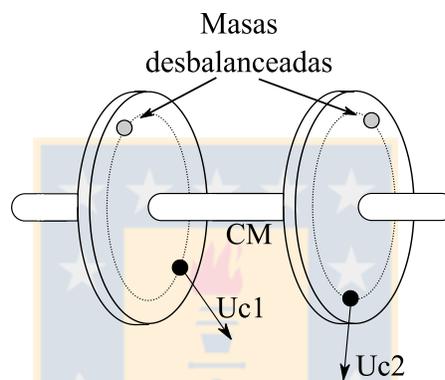
**Tabla 5.6. Estado de la medición para distinto ancho de banda.**

| Señal de desbalanceamiento |                 | Señal adicional |                 | Bandwidth x rpm | Estado    |
|----------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------|
| rpm                        | Amplitud (volt) | rpm             | Amplitud (volt) |                 |           |
| 960                        | 1               | 930             | 1               | 0,04            | Estable   |
| 960                        | 1               | 930             | 1               | 0,5             | Inestable |

### 5.5. Error de manipulación

Cuando se aplica un método de balanceamiento, existe una persona a cargo de ubicar la masa correctora calculada por el programa y cuando se ubica una masa en el rotor, ésta tiene asociado un error en magnitud y un error en posición producto del error propio de balanzas y sistemas de medición angular.

Una corrección en 2 planos como es el general de los casos, consiste en una suma de vectores correctores la cual tiene que anular los vectores inicialmente desbalanceados (Figura 5.23). Esta suma de vectores podría generar una amplificación en los errores de cada vector corrector como se indica en punto 5.1.



**Figura 5.23 Desbalanceamientos correctores en 2 planos para un rotor rígido.**

Si se realiza el balanceamiento estático en un solo plano no se tiene la suma de vectores aproximada, ya que la operación se puede realizar de forma teórica y se tendrán los errores asociados a un solo plano de corrección, en lugar de tener errores en los 2 planos y además una operación de vectores con error. Para el caso de la cupla es inevitable realizar el balanceamiento en 2 planos ya que se necesita una distancia entre los planos de corrección.

Esta es una razón del porqué el método por partes podría obtener mejores resultados, ya que propone realizar el balanceamiento estático en un solo plano separado del desbalanceamiento de cupla, con lo cual se está disminuyendo la propagación de errores.

### 5.6. Evaluación experimental de los métodos para balanceamiento de rotores rígidos.

A continuación se evalúan los distintos métodos de balanceamiento de rotores rígidos de forma experimental, ya que desde el punto de vista teórico todos entregan resultados exactos, por lo cual los errores en los resultados se deben a errores de medición o consideraciones erradas en la aplicación de los métodos, tal como se discute en los puntos anteriores.

Para esta experimentación, se utiliza un rotor de 3 discos similar al mostrado anteriormente en Figura 4.2 y para el registro de datos el equipo analizador de vibraciones CSI 2130 (Dual Channel). Para medir la fase se utiliza un fototacómetro Mini-Beam SM-312LV y para la vibración velocímetros instalados en la máquina balanceadora.

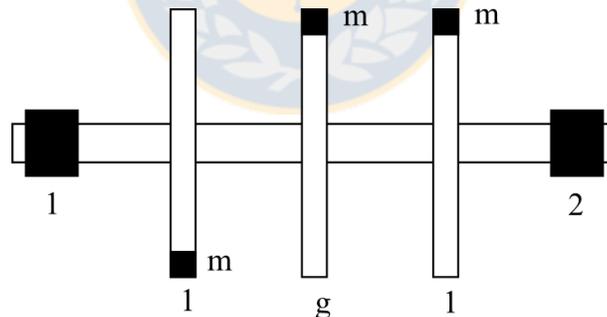
Se evalúan los métodos de balanceamiento capaces de corregir la cupla además del desbalanceamiento estático (balanceamiento en 2 planos). En este caso se ingresan desbalanceamientos en los 3 discos. Antes de ingresar los desbalanceamientos se balancea el rotor quedando con las vibraciones residuales de:

$$V_{r1} = 5,14\mu\text{m} \angle 170,3^\circ$$

$$V_{r2} = 9,42 \mu\text{m} \angle 109,5^\circ$$

Luego se realizan dos experiencias:

**Caso 1:** Se inserta una masa desbalanceada en cada plano de 11,7 gr como indica la Figura 5.24. La masa ubicada en el plano g genera un desbalanceamiento estático y las masas de los planos 1 y 2 un desbalanceamiento de cupla, es decir, se ha generado un desbalanceamiento dinámico. Para esta configuración, se realiza el balanceamiento utilizando: i) método gráfico (sin medición de fase) en 2 planos, ii) método de coeficientes de influencia y iii) método por partes. Con esto se busca encontrar alguna diferencia en los resultados y evaluar la exactitud de los métodos ya que se conoce el desbalanceamiento inicial.



**Figura 5.24. Rotor de 3 planos utilizado para experimentación.**

Los resultados obtenidos para este caso se muestran en la tabla 3.12. Para el método sin medición de fase se muestra el detalle en la Figura 5.25.

**Tabla 5.7 Comparación de métodos de forma experimental.**

| Vibración residual | Método sin medición de fase | Método de coeficientes de influencia   | Método por partes                |
|--------------------|-----------------------------|--|----------------------------------|
| Descanso 1         | 347,03 $\mu\text{m}$        | 23,73 $\mu\text{m} \angle 270,5^\circ$ | 10,91 $\mu\text{m} \angle 16,1$  |
| Descanso 2         | 93,41 $\mu\text{m}$         | 9,30 $\mu\text{m} \angle 348,6$        | 18,87 $\mu\text{m} \angle 314,5$ |

Metodo sin medición de fase para 2 planos (basado en método de las 4 carreras )

**Datos iniciales**

Radio de balanceamiento:       V10:       V20:

**Carrera con peso de prueba en plano 1**

Peso de prueba en plano 1:

|  |                                      |                                     |                                      |
|--|--------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|
|  | Posición 1 del peso de prueba 1      | Posición 2 del peso de prueba 1     | Posición 3 del peso de prueba 1      |
|  | <input type="text" value="0"/>       | <input type="text" value="120"/>    | <input type="text" value="240"/>     |
|  | V11                                  | V11'                                | V11''                                |
|  | <input type="text" value="3524,93"/> | <input type="text" value="4672,8"/> | <input type="text" value="1413,58"/> |
|  | V21                                  | V21'                                | V21''                                |
|  | <input type="text" value="969,98"/>  | <input type="text" value="956,87"/> | <input type="text" value="974,32"/>  |

Gráfico de vibraciones en el descanso 1 con masa de prueba en plano 1

Gráfico de vibraciones en el descanso 2 con masa de prueba en plano 1

**Carrera con peso de prueba en plano 2**

Peso de prueba en plano 2:

|  |                                      |                                      |                                      |
|--|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
|  | Posición 1 del peso de prueba 2      | Posición 2 del peso de prueba 2      | Posición 3 del peso de prueba 2      |
|  | <input type="text" value="0"/>       | <input type="text" value="120"/>     | <input type="text" value="240"/>     |
|  | V12                                  | V12'                                 | V12''                                |
|  | <input type="text" value="2764,57"/> | <input type="text" value="2784,11"/> | <input type="text" value="2823,49"/> |
|  | V22                                  | V22'                                 | V22''                                |
|  | <input type="text" value="2340,19"/> | <input type="text" value="1361,39"/> | <input type="text" value="3000,33"/> |

Gráfico de vibraciones en el descanso 1 con masa de prueba en plano 2

Gráfico de vibraciones en el descanso 2 con masa de prueba en plano 2

**RESULTADOS**

|                                      |                                      |                                      |
|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| Desbalanceamientos correctores       | Masa correctora plano 1              | Posición masa correctora plano 1 (°) |
| Uc1                                  | <input type="text" value="19,791"/>  | <input type="text" value="-93,088"/> |
| <input type="text" value="1484,32"/> | masa correctora plano 2              | Posición masa correctora plano 2 (°) |
| Uc2                                  | <input type="text" value="6,46011"/> | <input type="text" value="89,3873"/> |
| <input type="text" value="484,508"/> |                                      |                                      |

Figura 5.25. Balanceamiento en 2 planos sin medición de fase.

Se observa que el método sin medición de fase tiene resultados menos precisos, lo que indica que la medición de la magnitud tiene errores que son más significativos al momento de calcular una fase que los errores que presenta la medición directa de ésta, ya que los métodos con medición de fase entregan mejores resultados. Para el caso anterior no se aprecian grandes diferencias en los resultados obtenidos por los métodos de coeficientes de influencia y método por partes. El método por partes se recomienda en la literatura para aquellos casos en que el desbalanceamiento estático es predominante y para evaluar esta condición se realiza una segunda experiencia.

**Caso 2:** Se introducen masas de 4,4 gr en los planos extremos (plano 1 y 2) y una masa de 11,7 gr en el plano central (plano g), esta nueva configuración se balancea por el método de los coeficientes de influencia y por el método por partes, para evaluar la real superioridad de un método frente a otro en términos de exactitud. Para este caso se utilizan masas de 4,4 gr en los planos 1 y 2, y una masa de 11,7 gr en el plano central.

En Tabla 5.8 se muestran los resultados de la vibración residual luego de aplicar dos procesos de balanceamiento.

**Tabla 5.8 Resultados vibración residual con desbalanceamiento estático predominante.**

| Vibración residual | Método de coeficientes de influencia          | Método por partes                            |
|--------------------|---|--|
| Descanso 1         | 198,21 $\mu\text{m}$ $\sphericalangle$ 306,2° | 60,35 $\mu\text{m}$ $\sphericalangle$ 331,5° |
| Descanso 2         | 64,71 $\mu\text{m}$ $\sphericalangle$ 125,1°  | 44,83 $\mu\text{m}$ $\sphericalangle$ 120,0° |

## Capítulo 6

### Balanceamiento de rotores flexibles

En la industria, comúnmente se intenta balancear rotores flexibles a baja velocidad como si fueran rotores rígidos ya que el proceso a alta velocidad es más complejo y peligroso. En relación a esto, la norma ISO 11342 entrega recomendaciones para cada tipo de rotor que se desee balancear, definiendo una clase de rotores que se podrían balancear a baja velocidad obteniendo buenos resultados.

En este capítulo se estudia el efecto de balancear un rotor flexible a baja velocidad, revisando las recomendaciones de la norma alusivas a este problema y contrastando con resultados analíticos, numéricos y experimentales.

#### 6.1. Norma ISO 11342 para balanceamiento de rotores flexibles

La norma ISO 11342 clasifica rotores en grupos de acuerdo con sus requerimientos de balanceamiento, además describe procedimientos y entrega una guía con criterios de calidad de balanceamiento. Los rotores se clasifican según puedan ser balanceados como: rotor rígido, quasi-rígidos y flexibles. Cabe destacar que los métodos y criterios establecidos en ella, son el resultado de la experiencia mundial con el general de las máquinas industriales y no necesariamente serán efectivos para todos los casos. En base a lo anterior, es fundamental tener un argumento que respalde las recomendaciones realizadas por la norma y que ayude a determinar cuándo será efectivo un balanceamiento de rotor flexible a baja velocidad.

##### 6.1.1 Objetivos del balanceamiento de un rotor flexible

Los objetivos del balanceamiento se deben determinar con los requerimientos de operación de la máquina. Antes de balancear un rotor se debe decidir qué criterio se utilizará para considerar satisfactorio el proceso de balanceamiento. Los criterios son específicos para lograr lo siguiente:

- Valores aceptables de vibración y deflexión del eje
- Valores aceptables de fuerzas sobre los descansos

El objetivo final es corregir el desbalanceamiento en cada sección transversal del rotor, intentando lograr que el centro de masa de cada una de éstas sea coincidente con el eje de rotación. En ese caso el rotor puede funcionar a cualquier velocidad ya que no existirían fuerzas excitadoras de algún modo de vibrar.

En la práctica se logran reducir las fuerzas debido al desbalanceamiento añadiendo o removiendo masas en un número limitado de planos, pero inevitablemente quedarán desbalanceamientos residuales distribuidos en el rotor, los que limitan el funcionamiento del rotor en cuanto a velocidad de operación.

### 6.1.2 Clasificación

Esta norma divide los rotores en 5 clases principales y para efectos de este trabajo, la clase de interés es la clase 2, ya que se refiere a rotores flexibles que podrían balancearse a baja velocidad y obtener resultados satisfactorios. Esta clase se subdivide en 2 grupos:

- Rotores en los cuales la distribución axial del desbalanceamiento es conocida.
- Rotores en los cuales la distribución axial del desbalanceamiento no es conocida.

El problema de esta clase es que si se balancea a baja velocidad en planos que no son los mismos que contienen el desbalanceamiento, se obtendrá una reducción en la vibración llegando en un caso ideal a cero, pero al aumentar la velocidad y funcionar como rotores flexibles se pierde el balanceamiento debido a la deflexión del eje.

Aunque este efecto existe y es real, la norma establece que estos rotores clase 2, se pueden balancear a baja velocidad y luego funcionar como rotor flexible de forma satisfactoria. A continuación se revisa la recomendación de la norma para el balanceamiento de esta clase.

### 6.1.3 Balanceamiento de rotores de la clase 2

La norma ISO 11342, indica que para la clase 2, a pesar de los rotores ser flexibles, es posible llevar a cabo un balanceamiento a baja velocidad con técnicas modificadas de rotor rígido. Mencionando como recomendación general que “para los casos en que la posición axial de los desbalanceamientos son conocidos, los planos de corrección deben estar lo más cerca posible de estas posiciones”.

#### **Clase 2a:** Rotores con 1 plano de desbalanceamiento

Si el desbalanceamiento inicial es conocido y está totalmente contenido en un plano transversal y la corrección es hecha en este plano, entonces el rotor quedará balanceado para todas las velocidades. En estas circunstancias, el desbalanceamiento puede ser corregido a baja velocidad de forma efectiva para la velocidad de servicio.

#### **Clase 2b:** Rotores con 2 planos de desbalanceamiento

Si el desbalanceamiento inicial está contenido en 2 planos transversales y las correcciones se realizan en estos planos, entonces el rotor quedará balanceado para todas las velocidades en forma efectiva.

**Clase 2c:** Rotores con más de 2 planos de desbalanceamiento

Cuando un rotor tiene 2 o más componentes repartidos axialmente, es como que tuviera 2 o más planos de desbalanceamiento. En este caso se puede llevar a cabo un balanceamiento a baja velocidad siempre que los métodos de manufactura y montaje se lleven a cabo de forma correcta según lo establecido por la norma ISO 11342.

**Clase 2d:** Rotores con distribución uniforme o variación lineal del desbalanceamiento.

En este caso es posible seleccionar adecuadamente la posición axial de 2 planos de corrección para dejar funcionando satisfactoriamente el rotor para todo el rango de velocidades de trabajo con un balanceamiento a baja velocidad. Con lo anterior, se sostiene que existe una posición óptima de 2 planos de corrección que producen las mejores condiciones de operación y solo pueden ser determinados con experimentación en rotores del mismo tipo.

Rotores de esta clase son rotores simples que satisfacen las siguientes condiciones:

- a) Tener un sólo tramo y no sobresalen de sus descansos.
- b) Distribución del desbalanceamiento uniforme o lineal.
- c) Comportamiento en flexión uniforme en todo su largo.
- d) Posición simétrica de los planos extremos del tramo de desbalanceamiento.
- e) Velocidad de servicio bajo y no muy cerca de su segunda velocidad crítica.

La posición óptima para los 2 planos de corrección es 22% de la distancia entre descansos, hacia el interior de cada descanso. Si la corrección en estos planos no produce resultados satisfactorios, todavía puede ser posible balancear a baja velocidad utilizando 3 planos de balanceamiento: 1 en el centro y 2 planos extremos, según un procedimiento que se encuentra detallado en la norma.

**Clase 2e:** Rotores con una sección rígida

Si el desbalanceamiento inicial está contenido en una sección rígida del rotor, y la corrección es hecha también en esta sección, entonces el desbalanceamiento podrá ser balanceado a baja velocidad y para todos los modos. El hecho de que la carcasa sea rígida, implica que no se defleca y por lo tanto el balanceamiento realizado a baja velocidad se mantiene.

**Clase 2f:** Rotores simétricos con desbalanceamiento inicial controlado (2 planos de corrección)

Cuando un rotor está compuesto por componentes que son balanceados individualmente antes del ensamble, un balanceamiento a baja velocidad se puede llevar a cabo con buenos resultados siempre y cuando el desbalanceamiento inicial producido por el ensamble no exceda tolerancias específicas determinadas por la experiencia. La velocidad de estos rotores no debe estar cerca de la segunda

velocidad crítica, siendo el caso más desfavorable cuando el desbalanceamiento de cada componente debido al ensamble tenga la misma posición angular.

### Clase 2g y 2h: Rotores con desbalanceamiento inicial controlado

La experiencia muestra que para el caso de clase 2f, si se agrega un plano de corrección en el centro se puede balancear a baja velocidad como si fuera un rotor rígido con un desbalanceamiento inicial mayor al permitido en clase 2f.

## 6.2. Balanceamiento de un rotor flexible a baja velocidad

Cundo se aplican técnicas de balanceamiento para baja velocidad a un rotor flexible, no se busca limitar los desbalanceamientos residuales según la norma ISO 1940, que en rotores rígidos son una medida de la fuerza sobre los descansos. Esto tiene mucho sentido, ya que en un rotor flexible los desbalanceamientos tendrán un efecto sobre las fuerzas y deflexiones, que serán dependientes de sus modos de vibrar (lo que hace cada rotor un caso particular). En Fig. 6.1 se muestra el comportamiento de un rotor para 3 velocidades de operación distintas, dejando ilustrado el hecho de que un mismo desbalanceamiento no produce la misma respuesta para todos los modos de vibrar del rotor, donde la velocidad de balanceamiento toma un rol transcendental.

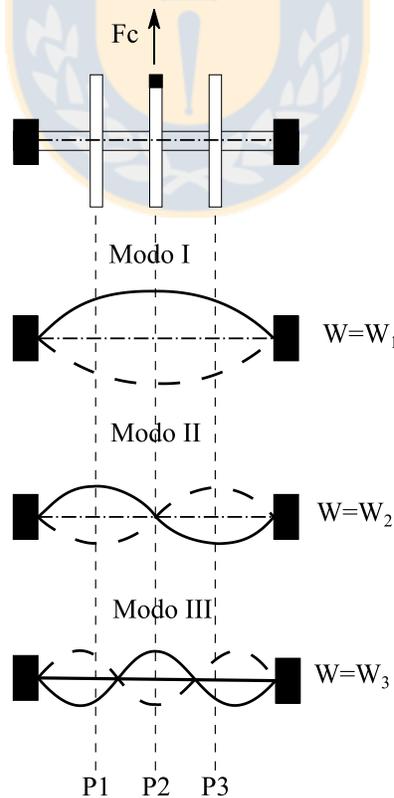


Figura 6.1. Modos de vibrar en flexión.

Es por esto que la norma ISO 11342 establece que para rotores de clase 2 (rotores flexibles que se pueden balancear como rotores rígidos), se deben tener en cuenta los siguientes alcances:

- *Si la posición axial del desbalanceamiento es conocida, entonces los planos de corrección deben estar lo más cerca posible de éstos:* Esto se debe a que cuando se realiza un balanceamiento en planos distintos a los que contienen el desbalanceamiento, se pueden excitar modos de vibrar contenidos en el rango de operación del rotor ya que existirá sin duda un momento flector interno.

- *El rotor no debe operar cerca de una velocidad crítica:* Cuando se realiza un balanceamiento a baja velocidad, es inevitable que el rotor contenga un desbalanceamiento residual. Este podría excitar una frecuencia natural y resultar en niveles de vibración excesivos, dependiendo de las características dinámicas del rotor, como es el amortiguamiento.

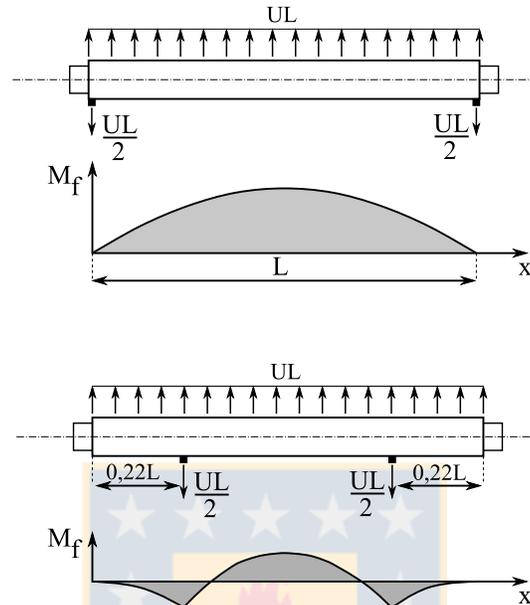
- *La máxima velocidad de operación no debe ser superior a su segunda velocidad crítica:* Para rotores en que se realiza el balanceamiento estrictamente en los planos que contienen el desbalanceamiento, el rotor quedaría balanceado para cualquier velocidad de operación. Sin embargo, la norma recomienda hacer el balanceamiento en planos “lo más cerca posible” a los planos de desbalanceamiento, por lo que se podría en algún caso excitar un modo de vibrar contenido en el rango de operación del rotor. Se recomienda que el rotor no opere sobre su segunda velocidad crítica ya que el balanceamiento a baja velocidad, es capaz de corregir el desbalanceamiento estático y desbalanceamiento de cupla los cuales excitan de forma directa los 2 primeros modos de vibrar, pero con estas correcciones se podría excitar modos superiores sin detectarlo a baja velocidad.

Para ejemplificar lo anterior, se considera un rotor con desbalanceamiento uniforme (clase 2d según norma ISO 11342) como indica la Figura 6.2. El momento flector del rotor desbalanceado disminuye notablemente realizando un balanceamiento a baja velocidad en 2 planos como se ilustra en la misma figura. En la literatura se indica que existe una posición óptima de estos planos de corrección que se podría determinar de forma matemática o experimental y en general se considera igual a 22% de la distancia entre los descansos del rotor.

La flexión del rotor dependerá principalmente de 3 factores que son: velocidad de operación, magnitud y posición de masas desbalanceadas. Por otro lado, la excitación de un modo de vibrar para una misma masa desbalanceada depende de:

- **Posición axial:** Se producirán mayores deflexiones mientras mayor sea el valor del vector propio asociado al modo de vibrar en la posición axial de la masa

- Velocidad de operación: Será responsable de la magnitud con que se amplifique la influencia sobre la deflexión del rotor que tiene cada modo de vibrar, la cual será mayor mientras más cerca se esté de la frecuencia natural asociada al modo de vibrar correspondiente. Ver ec (6-6) y (6-7).



**Figura 6.2. Momento flector en un rotor con desbalanceamiento uniforme.**

En este caso en particular, de Figs. 6.1 y 6.2, se observa que la excitación de los 2 primeros modos de vibrar se ve disminuida realizando un balanceamiento a baja velocidad, ya que el momento flector en la posición axial en que los vectores propios del primer modo de vibrar alcanzan su valor máximo, se ve disminuido, pero ¿qué ocurre con los modos de orden superior?. Para el caso del modo 3 (Fig. 6.1), se tendrá un momento flector máximo en la posición axial de mayor amplitud para los vectores propios de dicho modo, por lo tanto si se opera a una velocidad cercana a la tercera frecuencia natural se podría tener mayores deflexiones que en el caso de no aplicar masas balanceadoras a baja velocidad.

Con el ejemplo anterior, se ilustra que limitar balanceamientos residuales según la norma ISO 1940 en un rotor flexible, no garantiza cumplir con los criterios de deflexión o fuerza sobre los descansos establecidos para un rotor particular operando a altas velocidades de rotación.

A continuación se analiza el caso de un balanceamiento a baja velocidad, aplicando masas correctoras en planos distintos al plano que contiene desbalanceamiento. Para esto se estudia un cálculo numérico, una a solución analítica mencionada en [S. Liu, 2007] (utilizada comúnmente en balanceamiento a alta velocidad), y una medición experimental.

### 6.3. Modelo numérico

Con el fin de responder las interrogantes mencionadas anteriormente, alusivas a balanceamiento de rotores flexibles a baja velocidad, se modela un rotor con la geometría mostrada en la Figura 6.3 utilizando el programa comercial SAMCEF V13.1. El rotor en cuestión, tiene 3 discos de diámetro 80 mm con un espesor 20 mm y un eje de diámetro 8 mm. Esta geometría se elige con el fin de alcanzar sus frecuencias naturales a bajas rpm, lo que facilita más adelante su validación experimental.

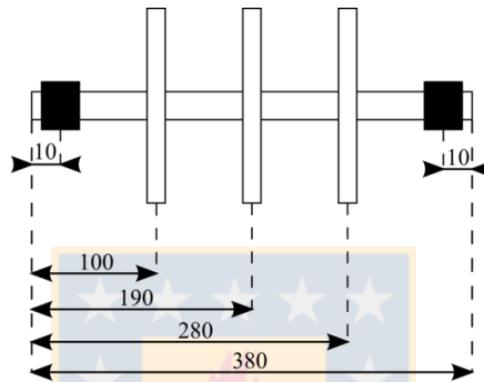


Figura 6.3. Dimensiones del rotor modelado.

El módulo ROTOR de SAMCEF, entre los modelos de resolución incluye el modelo de viga, modelo axisimétrico y modelo tridimensional. En este trabajo se utiliza el modelo de viga que considera efectos del corte, efecto giroscopio e inclinación de los discos (el amortiguamiento del eje en este caso se considera despreciable). Para los descansos se utilizan los valores de rigidez mostrados en la Tabla 6.1, éstas se obtuvieron de un ejemplo de SAMCEF y se consideran adecuadas ya que serán mucho mayores que la rigidez del eje, no teniendo influencia notable sobre los resultados (flexión del eje). Se utilizó como material acero, con las propiedades de la Tabla 6.2.

Tabla 6.1 Propiedades de los descansos.

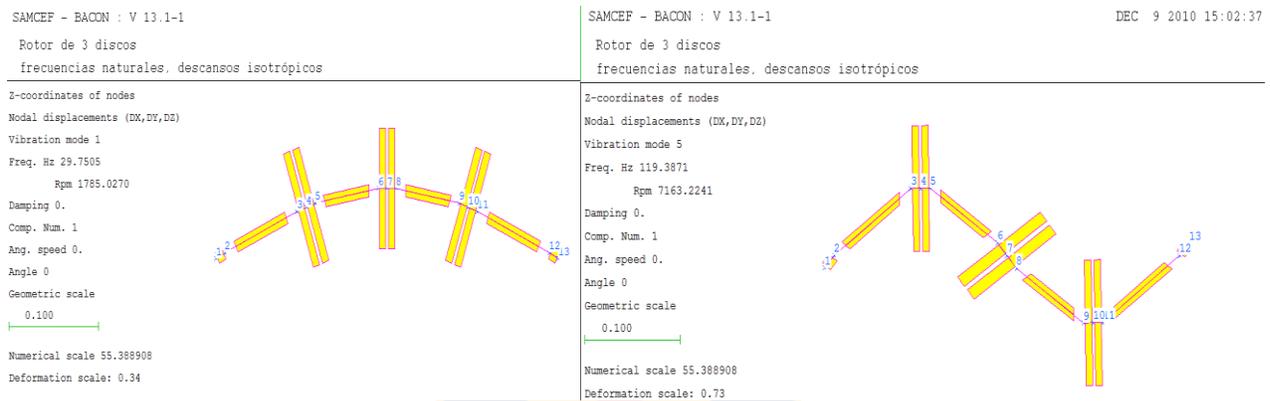
| $K_{xx}$                                   | $K_{yy}$                                   | $K_{xy}$                                       | $K_{yx}$                                       |
|--|--|--|--|
| $5 \times 10^8 \left[ \frac{N}{m} \right]$ | $5 \times 10^8 \left[ \frac{N}{m} \right]$ | $8,756 \times 10^6 \left[ \frac{N}{m} \right]$ | $8,756 \times 10^6 \left[ \frac{N}{m} \right]$ |

Tabla 6.2. Propiedades del material.

|                          |   |
|--------------------------|---|
| Coefficientes de Poisson | 0,3   |
| Módulo de elasticidad    | $2,1 \times 10^{11} \left[ \frac{N}{m^2} \right]$ |
| Densidad                 | $7810 \left[ \frac{Kg}{m^3} \right]$              |

En anexo A se indica el lenguaje SAMCEF utilizado para crear geometría, hipótesis y parámetros de cálculo.

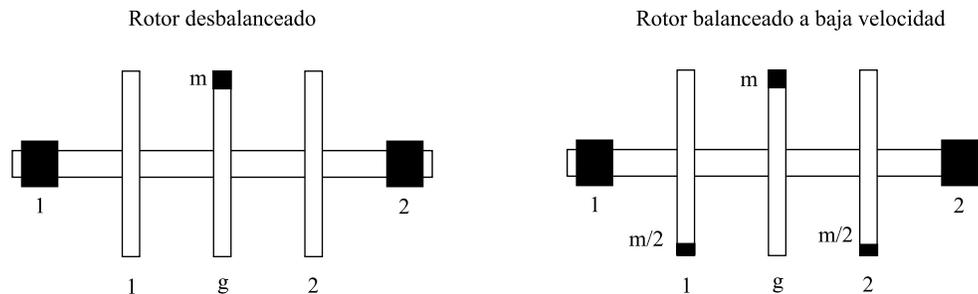
Se revisan los modos de vibrar del rotor donde se puede ver la forma de éstos además del valor de la frecuencia natural correspondiente. Este programa permite revisar modos en torsión y flexión, pero para efectos de esta investigación se desea conocer sólo los modos en flexión ya que serán éstos los que determinen los desbalanceamientos modales. A modo de ejemplo, en Figura 6.4 se ilustran los dos primeros modos de vibrar en flexión.



**Figura 6.4. Primer y segundo modo de vibrar en flexión.**

A este rotor, se añaden desbalanceamientos como se indica en la Figura 6.5, con el fin de evaluar el comportamiento de un rotor balanceado a baja velocidad operando como rotor flexible. Se pide al programa el cálculo de la deflexión del eje para ambas condiciones:

- Rotor desbalanceado: Se utiliza una masa desbalanceadora de 1,5 gr. ubicada a una distancia radial de 35mm en el disco central.
- Rotor balanceado a baja velocidad: Se utilizan 2 masas balanceadoras de 0,75 gr ubicadas a una distancia radial de 35mm en ambos discos extremos y a 180° respecto a la masa desbalanceada del disco central.



**Figura 6.5. Rotor de 3 discos, se muestra una configuración desbalanceada y otra balanceada para baja velocidad.**

Para añadir desbalanceamientos se utiliza un nodo central en cada disco como indica la Figura 6.4, indicando su magnitud y fase. Para esto se utiliza la siguiente línea de comandos:

.mce i “n° de condición de carga” UNBA n “n° del nodo”

.mcc i “n° de condición de carga” UNBA UBAL (“valor del desbalanceamiento”) PHASE “valor de la fase”

El comando “.mce” define la carga en este caso es un desbalanceamiento y el comando “.mcc” define el valor y ubicación de la carga definida antes.

#### 6.4. Aproximación analítica

En la literatura, existen métodos que realizan balanceamientos a alta velocidad como es el método modal o balanceamiento sin masa de prueba, en ambos casos se utiliza una aproximación analítica y es interesante saber si esta aproximación es capaz de estimar el efecto de balancear un rotor flexible a baja velocidad, por lo cual se evaluará a continuación.

Cuando un rotor gira sobre su primera frecuencia natural, la deflexión del eje producto de las masas desbalanceadas, provoca una variación de la distancia entre dichas masas y el eje de giro. Además, cada sección transversal del rotor tendrá su eje principal de inercia no coincidente con el eje de giro. Esta situación, resulta en un desbalanceamiento introducido ( $U_i(x)$ ), el cual está dado por la ec. (6-1), por lo cual, en rigor el desbalanceamiento es continuo en todo el largo del eje.

$$U_i(x, t) = y(x, t) \cdot m(x), \quad (6-1)$$

donde:

$y(x)$ : Deflexión del eje a una distancia  $x$ .

$m(x)$ : Masa ubicada a una distancia  $x$ .

Si se consideran descansos isotrópicos, un eje flexible y con rigidez uniforme, se tiene que la respuesta del rotor desbalanceado tendrá la forma:

$$y(x, t) = y(x)e^{i\omega t}, \quad (6-2)$$

donde:

$y(x, t)$ : Deflexión del eje a una distancia  $x$  en el tiempo  $t$ .

$\omega$ : Velocidad de rotación.

Para esta aproximación se considera un amortiguamiento despreciable. A diferencia del modelo de elementos finitos (solución numérica), se considera despreciable el efecto giroscopio y además se asume que los discos rotan en su propio plano, es decir, no se inclinan.

Para este caso, la ecuación del movimiento que describe la deflexión del eje es:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ EI(x) \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} \right] = m(x)y(x, t)\omega^2 + u(x)\omega^2 e^{i\omega t}, \quad (6-3)$$

donde:

E: Módulo de Young.

I(x): Inercia en la sección ubicada en la posición x.

En la ecuación anterior, el término  $u(x)\omega^2 e^{i\omega t}$ , se refiere a los desbalanceamientos a lo largo del eje. Haciendo cero este término del desbalanceamiento (fuerzas externas) y conociendo las características del rotor como geometría, material, etc. se pueden calcular las frecuencias naturales  $\omega_j$  y modos de vibrar  $\phi_j$ , pudiendo expresar la ec.(6-3) como:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ EI(x) \frac{\partial^2 \phi_j(x)}{\partial x^2} \right] = m(x)\phi_j(x)\omega_j^2 \quad (6-4)$$

La distribución del desbalanceamiento total del rotor, estará dada por una serie de la forma:

$$u(x) = u_1(x)\phi_1(x) + u_2(x)\phi_2(x) \dots + u_j(x)\phi_j(x) = \sum_{j=1}^{\infty} u_j(x)\phi_j(x) = m(x) \sum_{j=1}^{\infty} \varepsilon_j \phi_j(x) \quad (6-5)$$

Donde  $u_j(x)$  son desbalanceamientos del rotor para una posición “x” específica y  $\varepsilon_j$  es llamado “coeficiente de componentes modales del desbalanceamiento” [S. Liu, 2007]. En general los rotores flexibles tendrán masas concentradas en alguna posición del eje, pudiendo trabajar con masas puntuales, obteniendo la siguiente aproximación:

$$\varepsilon_j = \frac{\int_0^1 u(x)\phi_j(x) dx}{\int_0^1 m(x)\phi_j^2(x) dx} \approx \frac{\sum_{k=1}^{\infty} u_k \phi_j(x_k)}{\sum_{k=1}^{\infty} m(x_k)\phi_j^2(x_k)} \quad (6-6)$$

Donde  $u_k$  es el desbalanceamiento del rotor antes de que ocurra la deflexión y  $x_k$  es una posición específica para evaluar el coeficiente de componentes modales.

Además la deflexión del eje se puede expresar como una serie en base a sus modos de vibrar como indica la ecuación (6-7).

$$y(x, t) = [y_1\phi_1(x) + y_2\phi_2(x) + \dots + y_j\phi_j(x)]e^{i\omega t} = \sum_{j=1}^{\infty} y_j\phi_j(x)e^{i\omega t}. \quad (6-7)$$

Utilizando las ecs. (6-4), (6-5) y (6-7) en (6-3) se tiene que la deflexión máxima para una posición x a una velocidad de giro  $\omega$ , está dada por:

$$y(x) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{w^2}{\omega_j^2 - w^2} \varepsilon_j \phi_j(x) \quad (6-8)$$

El coeficiente  $\varepsilon_j$  determina la deflexión del eje por lo cual la única condición en que el desbalanceamiento introducido debido a la deflexión es nulo, es cuando el valor de  $\varepsilon_j$  es cero, y para que esto ocurra no deben existir masas desbalanceadas, es decir, se debe corregir el desbalanceamiento estrictamente en los mismos planos en que éste se encuentra.

Utilizando esta teoría se puede cuantificar la diferencia en la deflexión que sufrirá el eje cuando pasa del estado desbalanceado a balanceado a baja velocidad, para esto se debe calcular el coeficiente  $\varepsilon_j$  para cada caso y calcular la diferencia como indica la ec. (9), una vez que se han determinados o calculado los modos de vibrar y frecuencias naturales del rotor.

$$y(x)_{\text{desbalanceado}} - y(x)_{\text{balanceado}} = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{w^2}{\omega_j^2 - w^2} \left[ \frac{\sum_{k=1}^{\infty} u_{kb} \phi_j(x_k)}{\sum_{k=1}^{\infty} m(x_k) \phi_j^2(x_k)} \right] \phi_j(x), \quad (6-9)$$

donde:

$u_{kb}$ : Desbalanceamientos correctores introducidos durante el balanceamiento a baja velocidad para el plano k.

## 6.5. Prueba experimental

### 6.5.1 Instalación de banco de ensayos

El banco de ensayos utilizado en esta experiencia se ilustra en la Figura 6.6, éste tiene la misma geometría descrita en el modelo numérico (Figura 6.3) con el fin de alcanzar velocidades de operación superiores a sus 2 primeras frecuencias naturales. El rotor, está accionado por un motor de velocidad variable llegando a un valor nominal máximo de 10000 rpm, velocidad suficiente para superar la primera y segunda frecuencia natural del sistema, y así poder evaluar el problema en cuestión.

Los tres discos mostrados en la Figura 6.6, tienen 16 perforaciones equidistantes angularmente, ubicadas en un radio de 35 mm, estas permiten añadir una masa roscada y con esto un desbalanceamiento a elección como se ilustra en Figura 6.7.

Se tiene además un regulador de velocidad para este motor marca Bently Nevada, éste utiliza un sensor de desplazamiento sin contacto el que detecta pulsos de una rueda dentada y con esta información logra controlar la velocidad. Esta implementación se muestra en la Figura 6.8.



Figura 6.6. Montaje del rotor flexible para la experimentación.



Figura 6.7. Vista de un disco construido para el rotor flexible.

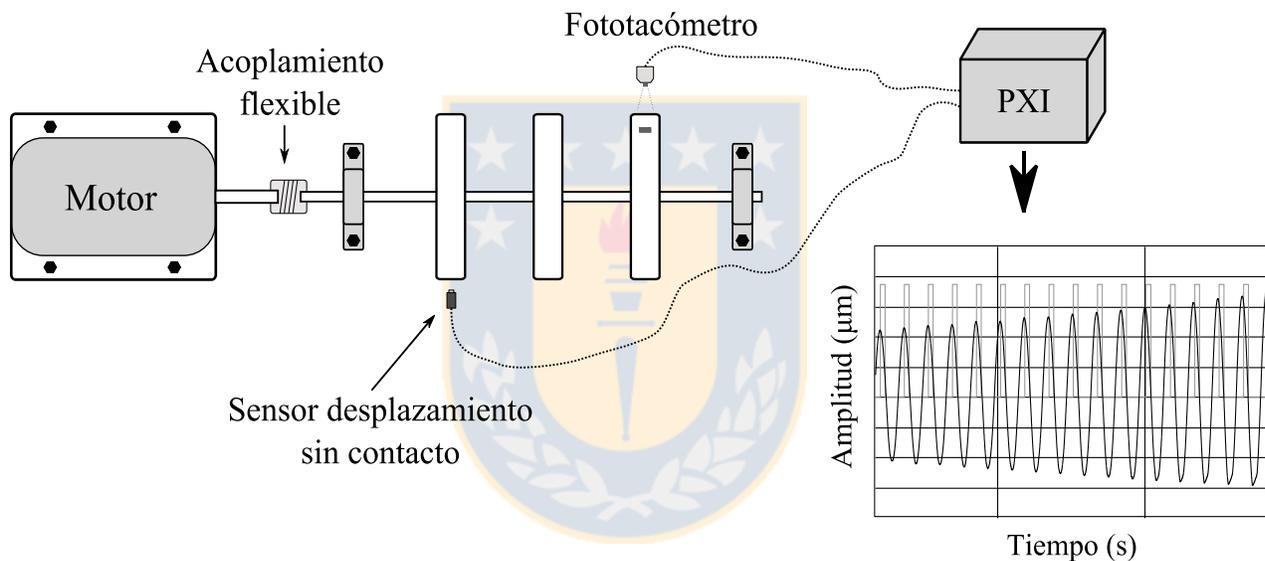


Figura 6.8. a) Sensor de desplazamiento, rueda ranurada b) Controlador de velocidad.

### 6.5.2 Montaje e instrumentación

Para montar los discos al eje se tienen 2 perforaciones roscadas en dirección radial mostrados en la Figura 6.7. Con estas perforaciones se puede fijar el disco al eje utilizando 2 pernos de las mismas dimensiones con lo cual no se debería incluir un desbalanceamiento significativo ya que el radio de un posible desbalanceamiento introducido por estos pernos es pequeño en comparación al radio del disco. El orificio central de cada disco se construyó con un ajuste deslizante con lo cual se espera tener un centro de giro aproximadamente coincidente entre el disco y el eje.

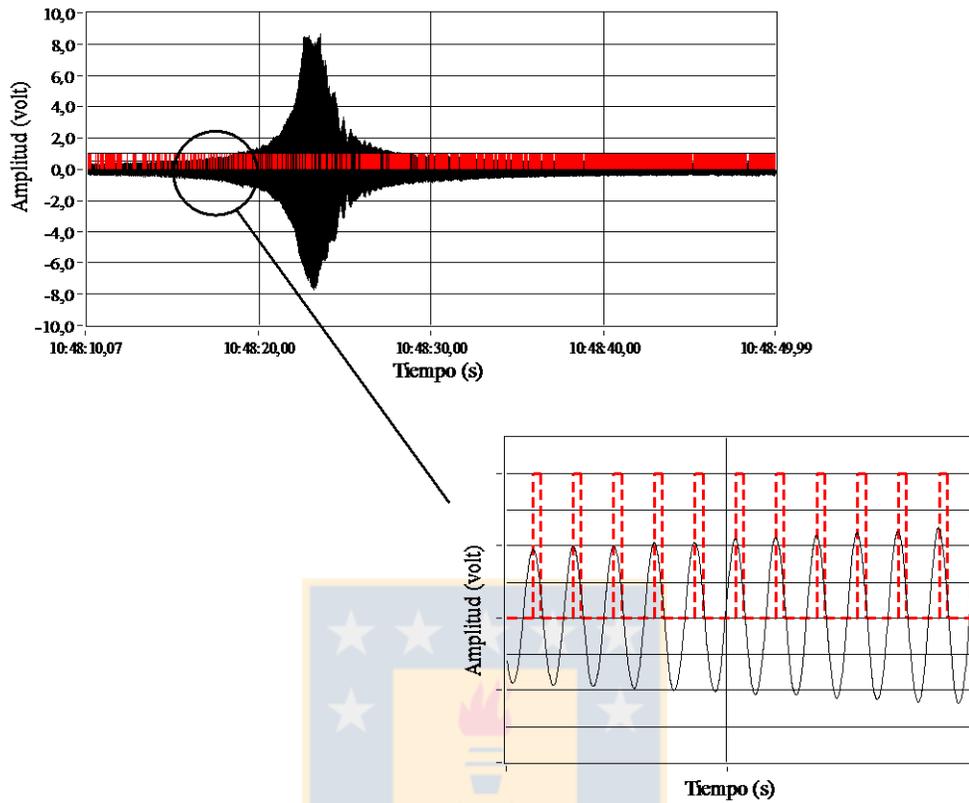
Para transmitir la potencia del motor al rotor, se utiliza un acoplamiento flexible con el fin de no incluir componentes espectrales que contaminen la 1X proveniente del desbalanceamiento. Adicionalmente se realiza un alineamiento de dichos componentes mediante reloj comparador.



**Figura 6.9. Montaje del rotor flexible para la experimentación.**

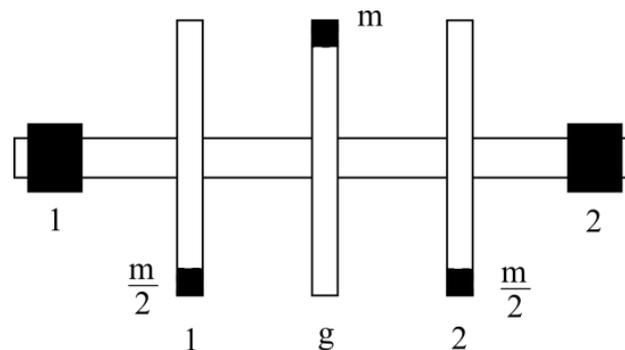
Para la medición de la deflexión, se utilizan sensores de desplazamiento sin contacto y para el pulso de referencia un fototacómetro como indica la Figura 6.9. Ambos instrumentos se conectan al equipo PXI-1002 para el registro de datos obteniendo señales como las mostradas en Figura 6.10.

Finalmente se realiza un post-procesamiento utilizando el programa LabView, que tiene la finalidad de aislar la componente de interés a 1X para obtener un diagrama de Bodé. Para lograr lo anterior, se secciona la señal en base a pulsos de referencia, donde cada sección tendrá un largo correspondiente a un número entero de períodos de la señal. Luego, a cada una de estas secciones se aplica la FFT para obtener un espectro en frecuencia, almacenando el valor de amplitud y fase correspondiente a la frecuencia de giro (calculada del pulso de referencia).



**Figura 6.10** Señal desplazamiento medida de forma experimental.

Se introduce un desbalanceamiento en el disco central del mismo valor que el utilizado en la modelación y se corrige este desbalanceamiento en los planos extremos teniendo la configuración de la Figura 6.11.



**Figura 6.11.** Rotor balanceado a baja velocidad en planos extremos.

En este banco de ensayos se miden deflexiones en el disco n°1 ya que en este punto existe deflexión para los 2 primeros modos. Por otro lado la medición en el disco g no se realiza para la condición de desbalance ya que las amplitudes de deflexión superan el rango de trabajo del sensor de desplazamiento.

## 6.6. Resultados

Se realiza una comparación entre los resultados obtenidos para la deflexión del eje, utilizando las soluciones analítica y numérica. En Figs. 6.12 a 6.15 se ilustra dicha diferencia para las 2 condiciones en estudio: rotor desbalanceado y rotor balanceado a baja velocidad.

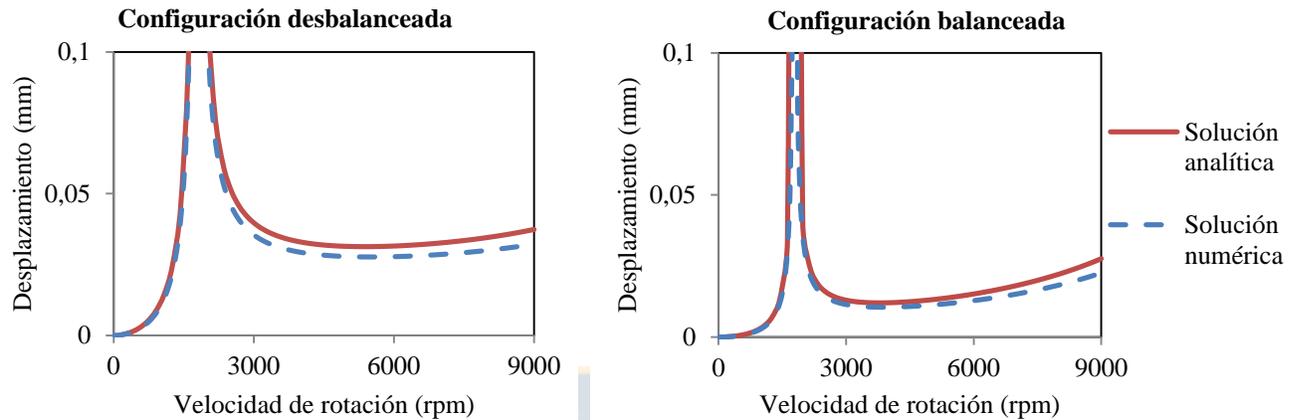


Figura 6.12 Deflexión disco n°1, calculada de forma teórica.

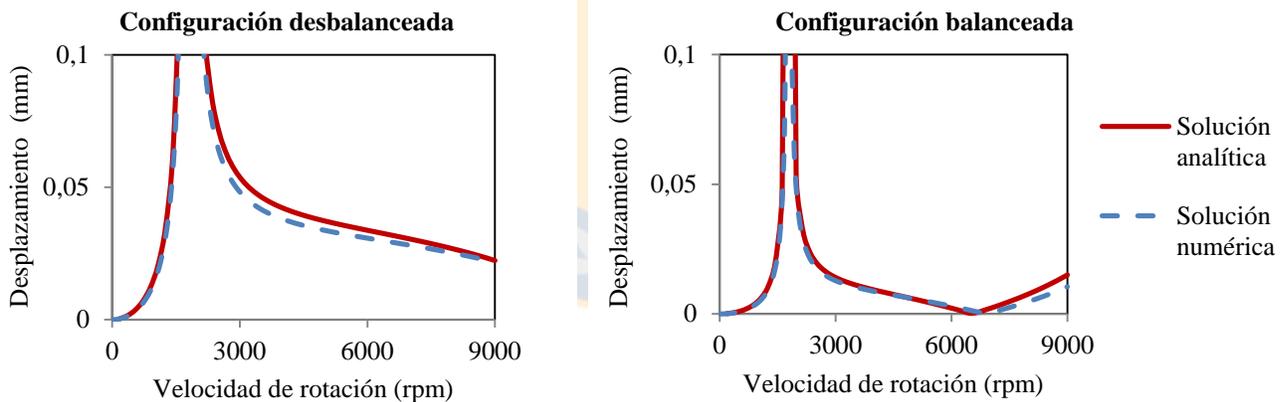


Figura 6.13. Deflexión disco central, calculada de forma teórica.

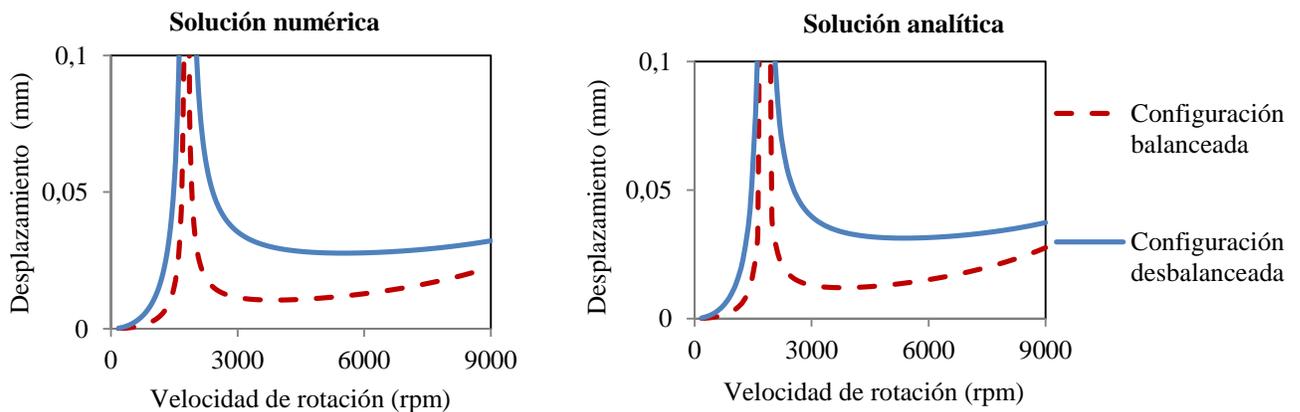
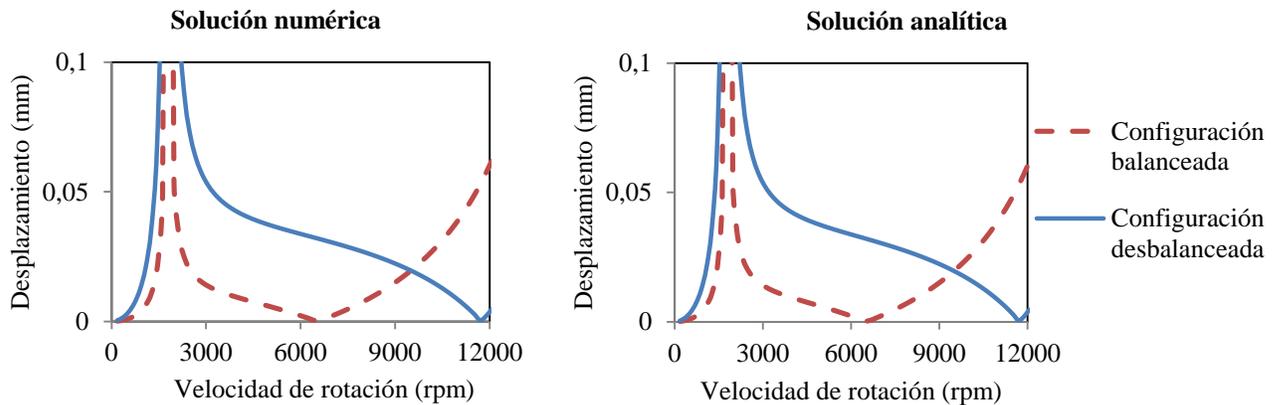


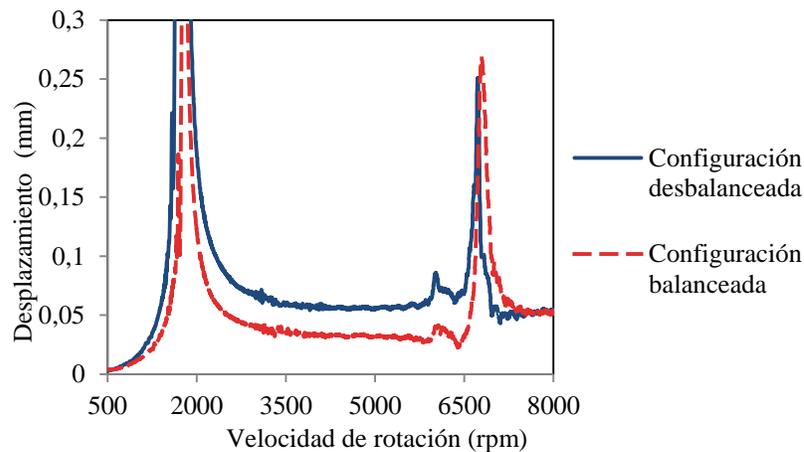
Figura 6.14. Deflexión disco n°1, comparación entre condición balanceada y desbalanceada.



**Figura 6.15. Deflexión disco central, comparación entre condición balanceada y desbalanceada.**

Se observa que el balanceamiento a baja velocidad provoca deflexiones de mayor magnitud para altas velocidades, en este caso sobre 10000 rpm aproximadamente para el disco central.

Lo anterior es consistente con los resultados experimentales mostrados en la Figura 6.16, en la cual se evalúan los 2 casos en estudio. Se observa que sobre la segunda frecuencia natural, se tiene un efecto del balanceamiento a baja velocidad, prácticamente nulo para el disco n°1.



**Figura 6.16. Deflexión disco n°1 obtenida de forma experimental.**

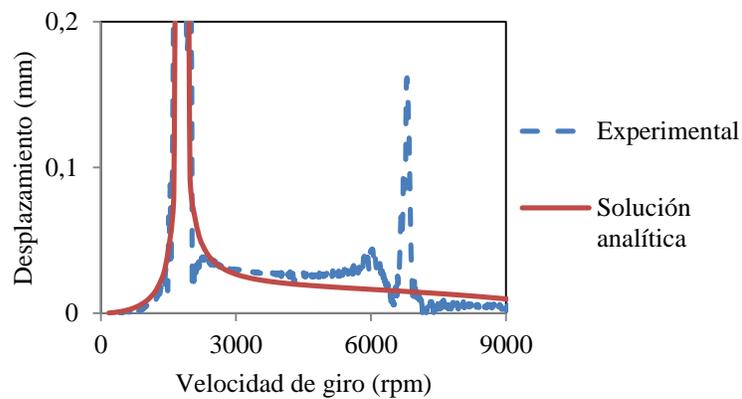
Cabe destacar que se tiene una zona resonante excitada cercana a las 6000 rpm, lo cual no era esperado según el modelo numérico y se atribuye a una zona resonante externa al eje, probablemente asociada a una frecuencia natural del soporte del sensor de desplazamiento o algún componente del banco de ensayo. Esta situación también podría darse en una medición en terreno por lo cual es interesante considerarla en el análisis.

Las frecuencias naturales calculadas en el modelo numérico son consistentes con las frecuencias naturales observadas de forma experimental, tal como muestra la Tabla 6.3.

La aproximación analítica mencionada en punto 4, permite estimar el cambio que sufrirá la deflexión del eje operando a alta velocidad, luego de ubicar masas balanceadoras calculadas a baja velocidad. En Figura 6.17, se ilustra la diferencia entre la deflexión del rotor desbalanceado y balanceado a baja velocidad (ec (9)).

**Tabla 6.3 Error porcentual de la solución numérica en relación a pruebas experimentales.**

| Frecuencia natural | Solución numérica (Hz) | Prueba experimental (Hz) | Error (%) |
|--------------------|------------------------|--------------------------|-----------|
| Primera            | 1785                   | 1741                     | 2,4       |
| Segunda            | 7163                   | 6735                     | 5,9       |



**Figura 6.17. Cambio en la deflexión luego de aplicar las masas balanceadoras para el disco n°1.**

## Capítulo 7

### Conclusiones y Trabajo Futuro

#### 7.1. Conclusiones

Todo sistema de medición incluye errores de medición que serán inevitables y se debe convivir con éstos. Sin embargo, existen recomendaciones y técnicas de balanceamiento que logran controlar la propagación de estos errores, entregando resultados más precisos. En la actualidad un método sin medición de fase no entrega necesariamente resultados más exactos, ya que la medición de ésta incluye errores de menor magnitud que el cálculo indirecto mediante la medición de amplitudes.

Para un rotor flexible, la única forma de lograr un desbalanceamiento teóricamente nulo, es realizando el balanceamiento estrictamente en los mismos planos en que se encuentran las masas desbalanceadas. Como las deformaciones del eje a baja velocidad de giro son despreciables, la única forma de realizar esto, es excitando los modos de vibrar del rotor por separado y para lograrlo se necesitan velocidades de balanceamiento cercanas a sus frecuencias naturales.

Por otro lado, un balanceamiento de rotor flexible a baja velocidad, reduce las vibraciones originadas por los 2 primeros modos de vibrar, pero de forma limitada (no balancea), no así de modos superiores. Esto es consistente con la recomendación realizada por la norma ISO 11342, la cual menciona que los rotores balanceados a baja velocidad no deben operar cerca de su segunda frecuencia natural.

El comportamiento de un rotor flexible balanceado a baja velocidad, se puede estimar mediante una aproximación analítica, la cual entrega resultados próximos a un cálculo numérico. Sin embargo, se debe tener presente que hay múltiples factores que involucran errores en el cálculo respecto al comportamiento experimental como son: frecuencias naturales externas al rotor, rectitud del eje y desbalanceamientos residuales.

#### 7.2. Trabajo Futuro

En base a errores que se encontraran al utilizar equipos de medición y considerando las frecuencias de muestreo que alcanzan actualmente, es de interés la programación de un software que logre minimizar estos errores, trabajando sobre el procesamiento de la señal.

El comportamiento de un rotor flexible balanceado a baja velocidad se puede estimar de forma analítica y en muchos casos se obtendrán resultados similares a una modelación numérica.

Utilizando esta aproximación se podría programar un método de balanceamiento utilizando datos registrados en la parada en un rotor y características generales del rotor. Con esto, se podría balancear en terreno sin necesidad de utilizar masas de prueba e intervenciones continuas en la máquina.

Las mediciones experimentales para este caso muestran amplificaciones en la señal producto de zonas resonantes ajenas al rotor, lo cual será el caso más general encontrado en terreno. Sin embargo, se puede seguir afinando un banco de ensayos con el fin de evaluar que tan próximos pueden llegar a ser los resultados en relación a una modelación numérica.



## Referencias

- A. García, M. Cervantes and J. Camargo, 2008, *Método de Balanceo de Rotores Rígidos con Datos de Vibración Pulsante*, Redalyc, Vol. 3, Núm. 1, pp. 21-28.
- B. Xu, L. Qu and R. Sun, 2000, *The optimal technique-based balancing of flexible rotors without test run*, Journal of Sound and Vibration, Vol. 238, p. 877-892.
- Commtest Instruments, *Frequently Asked Questions: Balancing*, 2005.
- C. Untaroiu, P. Allaire and W. Foiles, 2008, *Balancing of flexible rotor using convex optimization techniques: Optimum Min-Max LMI influence coefficient balancing*, Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 130, 1-5.
- D. J. Rodrigues, A. R. Champneys, M. I. Friswell and R. E. Wilson, 2008, *Automatic two-plane balancing for rigid rotors*, Journal of Non-Linear Mechanics.
- D. Han, 2007, *Generalized modal balancing for non-isotropic rotor system*, Mechanical System and Signal Processing, V. 21, p. 2137-2160.
- E. Estupiñan, C. San Martín and L. Canales, 2006, *Development of a virtual instrument for rotor dynamics balancing*, Ingeniare, Vol. 14, p. 146-152.
- F. Guenante, 2010, *Método de balanceamiento de rotores rígidos*, Proyecto de ingeniería mecánica, Universidad de Concepción.
- F. Lúcio, M. Machado, M. Túlio and A. Carlo, 2009, *Balancing of a rigid rotor using artificial neural network to predict the correction masses*, Maringá, V.31, p. 151-157.
- G. Hassan, 1995, *New approach for computer- aided static and dynamic balancing of rigid rotor*, Journal of Sound and Vibration.
- ISO 11342, 1994, *Mechanical vibration- Methods and criteria for the mechanical balancing of flexible rotors*, First edition.
- ISO 1940-1, 2003, *Mechanical vibration-Balance quality requirements for rotors in a constant (rigid) state*, Second edition.
- ISO 1940-2, 1997, *Mechanical vibration-Balance quality requirements of rigid rotors*.
- J. Harrell, *Precision Balancing with the CMVA55 Microlog*, 1999, SKF reliability Systems.

- J. S. Rao, 1983, *Rotor Dynamics*, third edition.
- J. Tonnesen, 2003, *Balancing and response of flexible rotors*, ASME, Vol. 125, p. 482-488.
- J. Lyons, 1998, *Dynamic Balancing "Causes, Correctios and Consequences"*, Entek IRD International Corporation.
- J. Sinha, 2002, *Robust Method for the Rotor Unbalance Estimation*, Proceedings of VETOMAC-2.
- L.J Everett, 1987, *Two-Plane Balancing of a Rotor System Without Phase Response Measurements*, Journal of vibration, Vol. 109, p. 162-167.
- L. J. Everett, 1997, *Optimal two-plane balance of rigid rotors*, Journal of Sound and Vibration, Vol. 208, p.656-663.
- L. Sperling, B. Ryzhik, Ch Linz and H. Duckstein, 2002, *Simulation of two-plane automatic balancing of a rigid rotor*, Vol. 58, p. 351-365
- O. Mitsushita, 1995, *Balancing method for flexible rotor and a balancer applicable to the balancing method*, United states patent n° 5408875.
- P. Saavedra, 2009, *Apunte del curso mantenimiento predictivo*, Universidad de Concepción.
- P. Pennacchi, Steven Chatterton and R. Ricci, 2010, *Rotor balancing using high breakdown-point and bounded-influence estimators*, Mechanical System and Signal Processing, V. 24, p. 860-872.
- R. Fox, 1998, *Balancing overhung Rotors*, Entek IRD International Corporation.
- SKF condition monitoring area, 1997, *Synchronous Time Averaging Machine Balancing*, Aplication note CM3023.
- S. Liu, 2007, *A modified low-speed balancing method for flexible rotors based on holospectrum*, Mechanical System and Signal Processing, Vol. 21, p. 348-364.
- S. Zhou and J. Shi, 2001, *Optimal one-plane active balancing of a rigid rotor during acceleration*, Journal of Sound and Vibration 249, p. 196-205.
- S. Liu and L. Qu, 2008, *A new field balancing method of rotor system based on holospectrum and genetic algorithm*, Applied Soft Computing, Vol. 8, p. 446-455.
- T. Yang and C. Lin, 2002, *Estimation of distributed Unbalance of rotors*, ASME.
- V.Ramamurti and K. Anantaraman, 1989, *Two-Plane In-Situ Balancing*, Journal of sound and Vibration, Vol. 134, p. 343-352.

V. Savonenco, 1993, *Calculation of the allowable disbalance of a flexible rotor with consideration of first and second critical frequencies*, Chemical and Petroleum Engineering, Vol. 29.

Y. Liao and P. Zhang, 2010, *Unbalance related rotor precession behavior analysis and modification to the holobalancing method*, Mechanism and Machine Theory.

Y. Kang, T. Lin, Y. Chang, Y. Chang and C. Wang, 2008, *Optimal balancing of flexible rotors by minimizing the condition number of influence coefficients*, Mechanism and Machine, Vol. 43, p. 891-908.

Z. Racic and J. Hidalgo, 2007, *Practical balancing of flexible rotors for power generation*, Conferencies & Computers and information in Engineering Conference.



# ANEXO A

## Programa de cálculo en lenguaje SAMCEF

```
.DEL.*
!
titre " Rotor de 3 discos " LIGNE 1

! Geometría
! =====
! Nodos
! -----
.noe i 1 z .0      ! nodo inicial

! descanso I!
  i 2 z .01      ! nodo donde se encuentra el descanso 1
  i 21 z .01     ! nodo para fijar el descanso!
! discos
  i 3 z .090     !empieza disco 1
  i 4 z .100     !punto medio del disco 1 para poner desbalance
  i 5 z .110     !termina disco 1
  i 6 z .180     !empieza disco g
  i 7 z .190     !punto medio del disco g para poner desbalance
  i 8 z .200     !termina disco g
  i 9 z .270     !empieza disco 2
  i 10 z .280    !punto medio de disco 2 para poner desbalance
  i 11 z .290    !termina disco 2
! descanso II
  i 12 z .37     !nodo donde se encuentra el segundo descanso
  i 22 z .37     !nodo para fijar el segundo descanso
  i 13 z .38     ! nodo final del eje
  i 20 x .2 z .0 ! nodo para dar dirección

! Creación del eje
! -----
.mai i 1 n 1 2 -20 !une los puntos 1 y 2 como viga
  i 1 n 1 1 0 r 11 !repite 11 veces la celda generada anteriormente
! Hipótesis
! =====
.hyp mindlin
! Secciones transversales
! -----
.unit SI
!
```

```
.bpr type "CIRCLE" UNITE 1.0 FORMAT " R "      !la sección transversal es un círculo
      nom "1." vale .004                       !radio exterior del perfil 1
      nom "2." vale .04                        !radio exterior del perfil 2
```

```
.ael i 1 profil "1."      !aplica los perfiles definidos anteriormente a cada sección
      i 2 profil "1."
      i 3 profil "2."
      i 4 profil "2."
      i 5 profil "1."
      i 6 profil "2."
      i 7 profil "2."
      i 8 profil "1."
      i 9 profil "2."
      i 10 profil "2."
      i 11 profil "1."
      i 12 profil "1."
```

```
! Material
```

```
! =====
```

```
.mat i 10 YT 2.1E11 NT .3 M 7810.0 a .0      !define el material como acero
.ael i 1 j 12 mat 10                          !indica que el material definido es para las 12 celdas
```

```
! Propiedades de los descansos
```

```
! =====
```

```
.mce i 18 BEARING n 2 21                      !descanso 1
      i 19 BEARING n 12 22                    !descanso 2
.mcc i 18 J 19 BEARING K11 5E8 K22 5E8        !rigideces de los descansos
      K12 8.756E6 K21 8.756E6
.clm noeuds i 21 22 fixation                  ! fija los nodos correspondientes a descansos

.clm noeuds i 1 j 13
      fixation components 3 6                  !fija desplazamiento axial y de torsión.
```

```
! RUN
```

```
! =====
```

```
! Método directo
```

```
.sam nalg 5 nval 20 isto 5                    ! Pseudo modal utilizando 5 valores propios, calculando hasta 20 frec
                                             naturales y "isto 5" impone cuando el programa detiene su ejecución.
```

```
! Paso de frecuencia(en Hertz)
```

```
!
```

```
.dge IRDY 22
```

```
.cat nps 30 f1 .0 f2 500                      !El barrido de frecuencia va desde 0 a 500 Hz.
```

```
!
```

```
! Control de salida
```

```
! =====
```

```
.algo eneimp 1 enearch 1                      ! Entrega frecuencias naturales y modos de vibrar.
```

```
!
```

```
exit
```

# Balanceamiento de Rotores Flexibles a Baja Velocidad

**Felipe O. Guenante, Pedro N. Saavedra**

Facultad de Ingeniería, Departamento de Ing. Mecánica, Universidad de Concepción, Edmundo Larenas 270 Interior, Concepción, Chile (e-mail: [felipeguenante@gmail.com](mailto:felipeguenante@gmail.com), [psaavedr@udec.cl](mailto:psaavedr@udec.cl)).

## Capítulo 8

---

### Capítulo 9 Resumen

Varias máquinas rotatorias, especialmente las máquinas críticas, operan a velocidades superiores a su primera velocidad crítica y para efectos del balanceamiento se clasifican como rotores flexibles. El método más utilizado, descrito en la norma ISO 11342, es el método de balanceamiento modal. Este método es complejo ya que se deben alcanzar altas velocidades, lo que requiere infraestructura especial no existente en los países sudamericanos, creando un dilema para el ingeniero de terreno.

El objetivo del presente trabajo es presentar, tan entendible como sea posible, el complejo tema del balanceamiento de rotores flexibles y fundamentar en qué casos se puede balancear en máquinas balanceadoras que giran a baja velocidad. Se modela analíticamente el balanceamiento de rotores flexibles, demostrando de forma teórica y experimental, que un balanceamiento a baja velocidad, logra reducir de forma limitada sus vibraciones cuando gira a mayores velocidades y sólo en un rango acotado de velocidades.

*Palabras clave: Balanceamiento, rotor flexible, frecuencia natural, modos de vibrar, vibración*

### Low Speed Balancing for Flexible Rotors

#### Capítulo 10 Abstract

Most rotating machines, specially critical machines, operate at speeds above their first critical speed and for balancing effects those machines are classified as flexible rotors. The most common method, described in ISO 11342, is the modal balancing method. This method is complex because high speeds must be achieved, which requires special infrastructure non existing in South American countries, creating a problem for the engineer.

The aim of this paper is to present, as understandable as possible, the complex issue of flexible rotor balancing and justify in which cases the balancing it's possible on machines that rotate at low speed. The flexible rotor balancing in analytically modelled, demonstrating theoretically and experimentally, that an BALANCING at low speed, achieves a limited decrease its vibrations when rotated at higher speeds, and only in a limited range of speeds.

*Keywords: balancing, flexible rotors, natural frequency, modal shapes, vibration*

## INTRODUCCIÓN

El desbalanceamiento de un rotor es la condición para la cual su distribución de masa es tal que su eje principal de inercia, no es coincidente con su eje de rotación. Esto genera fuerzas centrífugas y en consecuencia sobrecarga sobre sus descansos, disminuyendo su vida útil nominal y generando altos niveles vibratorios. El desbalanceamiento tiene múltiples orígenes que van desde su construcción y ensamble hasta desgaste o pérdida de material debido a la operación. Por lo tanto, es necesario estar continuamente balanceando los rotores con el objeto de corregir este problema, intentando mejorar la distribución de la masa del rotor, de manera de minimizar las fuerzas centrífugas producto del desbalanceamiento.

El procedimiento de balanceamiento y los objetivos por los que se realiza, es diferente si el rotor tiene comportamiento de rotor rígido o de rotor flexible. En el primer caso el procedimiento y cálculo para ello es relativamente sencillo. Existen dos procedimientos de cálculo estándar, los cuales ya han sido incorporados en programas comerciales que ofrecen los vendedores de equipos analizadores de vibraciones. Para los rotores flexibles, sin embargo, no existe un procedimiento estándar. En la literatura técnica se han propuesto algunos procedimientos y métodos de cálculos como se analiza más adelante. Sin embargo, ellos son demasiado complejos como para que los pueda utilizar el ingeniero de mantenimiento en terreno.

El principal aporte del presente trabajo es hacer tan entendible como posible, el complejo tema del balanceamiento de rotores flexibles de manera que el ingeniero de terreno pueda tomar adecuadas decisiones para el balanceamiento de estos.

### *Rotores con Comportamiento de Rotor Rígido y Comportamiento de Rotor Flexible*

Para efectos del balanceamiento de rotores, las normas ISO los clasifican como: rotores con comportamiento de "rotor rígido" y rotores con comportamiento de "rotor flexible". La norma (ISO 1940, 2003) define un rotor con comportamiento de rotor rígido, cuando su cantidad de desbalanceamiento y la posición relativa entre todas sus masas permanecen suficientemente constantes en el rango de velocidad desde la partida del rotor hasta su máxima velocidad de servicio.

La idea anterior se ilustra en Fig. 1, la cual muestra el desplazamiento vibratorio pico que experimenta un rotor delgado ubicado en el punto medio de su eje bajo la acción de un desbalanceamiento a medida que su velocidad de rotación aumenta. El rotor tiene una masa desbalanceada,  $m$ , ubicada en su periferia (a una distancia  $r$ , de su centro). Esta figura destaca que la deflexión del eje o desplazamiento pico del rotor,  $s$ , es muy dependiente de la velocidad de rotación.

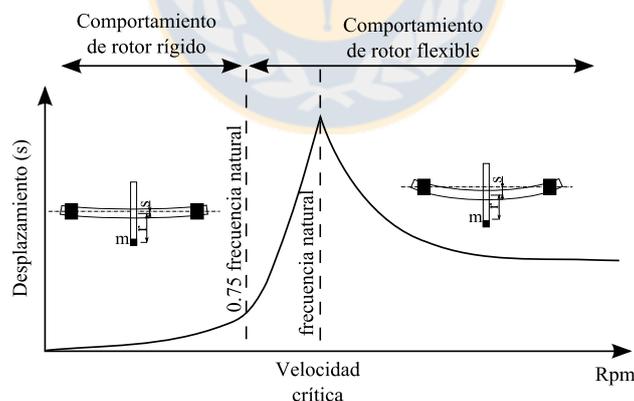


Fig. 1: Desplazamiento vibratorio de un rotor en función de su velocidad de rotación.

El desbalanceamiento  $U$  del rotor, está definido como el producto de la masa desbalanceada por la distancia al eje de rotación, es decir,  $U=m(r+s)$ . Por lo tanto, el desbalanceamiento permanecerá "suficientemente constante" en el rango de velocidades de rotación donde el valor de las variaciones de " $s$ " sea pequeño respecto a  $r$ . La literatura técnica señala que esto se satisface en rotores que operan bajo el 75% de su primera velocidad crítica, lo cual también se infiere de Fig. 1. En base a lo anterior, un rotor tendrá comportamiento de rotor rígido (deformaciones del eje del rotor despreciables), cuando opera a una velocidad de funcionamiento menor al 75% de su primera velocidad crítica, de lo contrario, se considera que el rotor tiene comportamiento de rotor flexible.

La norma de balanceamiento de rotores flexibles, ISO-11342 [2] define un rotor con comportamiento de rotor rígido como un "rotor cuyo desbalanceamiento puede ser corregido en dos planos transversales arbitrariamente seleccionados, de manera que luego de la corrección, su desbalanceamiento residual no cambia significativamente a ninguna velocidad entre la partida y su máxima velocidad de operación".

Lo señalado anteriormente por la norma, responde una pregunta recurrente en las industrias ¿Se puede balancear un rotor en una máquina balanceadora a una velocidad significativamente menor a la velocidad de funcionamiento del rotor en terreno? La respuesta a esto depende del tipo de rotor que se esté balanceando, ya que si se trata de un rotor con comportamiento rígido, la respuesta es sí. Si se trata de un rotor con comportamiento flexible, la respuesta es no.

#### *Métodos de Balanceamiento de Rotores*

El método requerido para balancear un rotor depende si el rotor tiene comportamiento de rotor rígido o flexible. El método estándar para el balanceamiento de rotores rígidos es el método de los coeficientes de influencia. Este método es el que traen implementado los recolectores de datos comerciales utilizados en el mantenimiento predictivo.

El balanceamiento de rotores industriales, se puede realizar en terreno o en máquinas balanceadoras. Balancear en terreno tiene la ventaja de poder utilizar la excitación propia de la máquina y poder hacer girar el rotor a las velocidades reales de operación. Para balancear, se necesita determinar la relación entre el desbalanceamiento del rotor, magnitud que no se puede medir en terreno, y la vibración en los descansos la cual si se puede medir en terreno. Para esto es necesario introducir al rotor un desbalanceamiento conocido, llamado desbalanceamiento de prueba, para lo cual se requiere abrir la máquina si ella no tiene una escotilla u otra forma de colocar dentro este desbalanceamiento. Para la mayoría de los casos abrir la máquina en terreno no es posible, por lo que el balanceamiento debe realizarse en una máquina balanceadora.

#### *Desbalanceamiento Admisible*

Eliminar por completo el desbalanceamiento de un rotor es imposible, pero el desbalanceamiento remanente, llamado desbalanceamiento residual, debe ser limitado en su valor por dos problemas significativos que genera:

- i) Vibraciones en el conjunto rotor/soporte
- ii) Fuerzas adicionales (preload) sobre los descansos

La evaluación de la severidad de las vibraciones que genera en las máquinas rotatorias el desbalanceamiento u otras causas, se realiza a través de las normas de severidad de vibraciones de la serie ISO 10816 o de la serie 7919, de acuerdo a si las mediciones se realizan en partes no rotatorias de la máquina (como en la caja de los rodamientos) o si realizan directamente sobre el eje.

Las sobrecargas que genera el desbalanceamiento sobre todos los elementos de la máquina, les disminuye su vida operacional. Lo más crítico son las sobrecargas que actúan sobre los rodamientos, ya que la vida de un rodamiento es extremadamente sensible a la fuerza que actúa sobre él. Al aumentar la fuerza sobre el rodamiento, su vida disminuye significativamente como se cuantifica en norma ISO 281 por la expresión (1).

$$L_{10} = \left( \frac{C}{P} \right)^p, \quad (1)$$

donde:

$L_{10}$ : Vida nominal del rodamiento, en millones de revoluciones, que se espera que alcance o sobrepase el 90% de los rodamientos antes que se manifiesten signos de fatiga

C: Capacidad de carga dinámica.

P: Carga dinámica equivalente.

p: Exponente ( $p=3$  para rodamiento de bolas y  $p=10/3$  para rodamientos de rodillos).

Observe que un aumento en la carga sobre el rodamiento de solo un 10% disminuye su vida en un 28% y un aumento al doble de la fuerza (100%), disminuye la vida del rodamiento más de 10 veces!.

La norma ISO-1940 entrega recomendaciones, basadas en la experiencia mundial sobre desbalanceamientos admisibles que sean compatibles con las cargas sobre los descansos, los esfuerzos sobre los elementos, y las vibraciones transmitidas. Los desbalanceamientos admisibles recomendados son valores de compromiso entre evitar una disminución significativa de vida de los elementos de la máquina y tener que cumplir exigencias excesivas o imposibles de satisfacer.

Establecer un desbalanceamiento admisible muy pequeño sería antieconómico, pues sería necesario balancear el rotor de forma muy seguida lo que conlleva a una fuerte pérdida en la producción. Por lo que

es necesario entonces, especificar un grado de desbalanceamiento admisible de cada rotor de manera de alcanzar un óptimo económico y técnico.

El desbalanceamiento de un rotor genera un campo de fuerzas centrífugas radiales, las cuales pueden ser reemplazadas por un sistema equivalente de dos fuerzas en dos planos transversales cualesquiera, o lo que es equivalente a dos desbalanceamientos en esos dos planos. Estos desbalanceamientos equivalentes son los que en el proceso de balanceamiento se disminuyen bajos los valores admisibles recomendados.

Para el balanceamiento de los rotores rígidos se seleccionan dos planos transversales, tan separados como posible, donde físicamente es posible ubicar o sacar masas correctoras del desbalanceamiento. Estos planos son llamados planos de corrección.

Una vez realizado el balanceamiento de un rotor, es necesario especificar el desbalanceamiento residual con el que quedó el rotor. Es práctica y error común de los profesionales dedicados al balanceamiento de rotores, especificar el desbalanceamiento residual en desbalanceamientos en los planos de corrección utilizados para el balanceamiento del rotor. Esto se debe a que los programas automáticos de cálculo que usan las máquinas balanceadoras entregan los resultados de esta forma. Esto puede conducir a errores significativos. No necesariamente se está limitando adecuadamente la fuerza sobre los descansos, cuando se limita el desbalanceamiento equivalente en los planos de corrección. Lo anterior se ilustrará a través de un caso particular simple, sin que por eso se pierda la generalidad.

Fig. 2 muestra dos rotores rígidos delgados de radio  $r$ , los cuales han sido balanceados en un solo plano de corrección, el plano transversal medio del rotor. Después del proceso de balanceamiento ambos quedan con un desbalanceamiento residual  $U_r = m_d r$  que genera una fuerza centrífuga  $F_c = U_r \omega^2$ , donde  $\omega$  es la velocidad de rotación. Por inspección, se puede determinar que para el rotor de la izquierda, la fuerza sobre cada descanso es  $F_c/2$ , mientras que para el rotor de la derecha, la fuerza sobre el descanso 2 es  $\approx F_c$ . Este ejemplo ilustra que dos rotores con el mismo desbalanceamiento residual equivalente después de balancearlos, generan fuerzas de diferente valor sobre los descansos. Este problema es de suma importancia considerando que la vida útil de un rodamiento está fuertemente influenciada por la carga que este soporta. Como se señaló anteriormente, aumentar la fuerza sobre el rodamiento al doble, disminuye su vida a la décima parte.

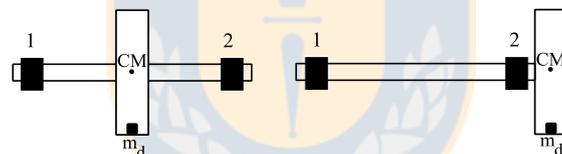


Fig. 2: Rotores rígidos con igual desbalanceamiento residual

Por lo tanto, para lograr limitar efectivamente las fuerzas sobre los descansos, el objetivo del balanceamiento de rotores rígidos debe ser limitar el desbalanceamiento residual equivalente en los planos transversales en que se encuentran los descansos de la máquina, como lo señala la nueva versión de la norma (ISO 1940, 2003).

### *Balanceamiento de Rotores Flexibles*

Como se señaló anteriormente, cuando un rotor opera bastante bajo su primera velocidad crítica, las flexiones que se generan en el eje son despreciables para el proceso de balanceamiento del rotor, y ese rotor puede ser considerado como rotor rígido. Sin embargo, si la velocidad de operación puede alcanzar valores comparables, o superar, a su primera velocidad crítica, el rotor comienza a flectarse lo que genera un desbalanceamiento adicional debido a la deformación del eje.

La literatura técnica presenta varios métodos de balanceamiento para rotores flexibles, los cuales son en general bastante complejos de realizar. Tal vez el método más usado sea el llamado "método modal", descrito resumidamente en norma (ISO 11342, 1994). Este método se basa en que el desbalanceamiento en el rotor puede ser expresado en una serie de funciones. La base de funciones utilizada son los modos de vibrar del rotor y los términos obtenidos son los desbalanceamientos modales

Este método estipula que un rotor flexible sólo podrá ser bien balanceado, si se balancea por separado cada desbalanceamiento modal (Han, 2007). Para esto se requiere hacer girar el rotor a velocidades cercanas a la frecuencia natural del modo, considerando que un rotor que opera cerca de una frecuencia natural tiene una deflexión dominada principalmente por el modo de vibrar excitado.

Para obtener un perfecto balanceamiento del rotor en un rango de velocidades dado, teóricamente sería necesario tener un infinito número de planos de balanceamiento. En la práctica solo se puede utilizar un número finito de planos  $N$ . Por consiguiente, cada método práctico envuelve una cierta cantidad de error. El llamado método  $N$ , requiere  $N$  planos de balanceamiento para balancear los  $N$  principales modos. El principal error de este método, sin embargo, es no satisfacer la condición cuando se balancea el rotor como rotor rígido. La influencia de despreciar los modos de mayor orden es de poca importancia, sin embargo el error del método  $N$  cuando  $N$  es pequeño es relativamente mayor.

La exactitud del método anterior se mejora, especialmente cuando el número de planos usados  $N$  es pequeño, agregando adicionalmente 2 nuevos planos de balanceamiento. Este método es el llamado método  $N+2$ . Para balancear los  $N$  principales modos se requieren  $N+2$  planos de balanceamiento. El costo a pagar por esta mayor exactitud es tener 2 planos adicionales para el balanceamiento (a medida que aumenta el número de planos de balanceamiento, se requiere mayor cantidad de puntos de medición y resolver un sistema con mayor número de ecuaciones).

Otro método señalado en la literatura para el balanceamiento de rotores flexibles, es el método de los coeficientes de influencia, el mismo que se aplica a rotores rígidos. En (Tonnesen, 2003), se concluye que éste se puede aplicar a rotores flexibles que giran en rangos limitados de alta velocidad, en los cuales se mantiene una relación lineal entre el desbalanceamiento y vibración medida. Esta opinión es refrendada en (Racic, 2007), destacando que el rotor queda sólo bien balanceado para la velocidad a la cual se realizó el balanceamiento.

El método de los coeficientes de influencia no tiene la complejidad del método modal, el cual requiere determinar los modos de vibrar a través de una modelación del rotor o realizando mediciones experimentales en varios puntos de medición, siendo en ambos casos un procedimiento complejo. Sin embargo, el rotor va a quedar bien balanceado solo para la velocidad a la cual se realizó el balanceamiento. Es arriesgado utilizar este procedimiento en máquinas que giran sobre su primera velocidad crítica (caso de la mayoría de la máquinas críticas), pues pasar a través de una velocidad crítica con el rotor desbalanceado podría generar altos niveles vibratorios que lleguen a ser catastróficos.

Las máquinas montadas en descansos hidrodinámicos, las cuales son la mayoría de las máquinas críticas, tienen el problema que en las partidas y paradas de la máquina, no se forma adecuadamente la película de aceite lo que conlleva a algún grado de desgaste en los descansos. Algunos autores proponen métodos que intentan realizar un balanceamiento de rotor flexible disminuyendo el número de partidas/paradas. Es así como se han desarrollado métodos de balanceamiento que no requieren de una masa de prueba, lo cual minimiza también las carreras a alta velocidad, pero por otro lado, necesita de un modelo numérico del rotor, lo que resulta en un proceso complejo y particular para cada rotor (Xu, 2000).

Como se señaló anteriormente, solo unos pocos rotores pueden ser balanceados en terreno. Solo se pueden balancear en terreno las máquinas que se pueden abrir in situ, si no, debe realizarse el balanceamiento en una máquina balanceadora

Sin embargo, cuando se utiliza una máquina balanceadora comercial, se presenta los siguientes inconvenientes:

- i) Para rotores de gran peso y alto momento de inercia no es posible que la máquina balanceadora alcance la velocidad de funcionamiento de la máquina en terreno, pues la máquina balanceadora no tiene la gran potencia que tiene la máquina motriz de terreno
- ii) El efecto aerodinámico que generan los rotores al girar a una alta velocidad en una máquina balanceadora, resulta muchas veces peligroso. De hecho, para poder balancear máquinas a alta velocidad es necesario hacerlo en un recinto en vacío. Máquinas balanceadoras de éste tipo no existen en Sudamérica.

Por lo tanto, el gran problema a que se ve enfrentado el ingeniero de terreno es decidir cuándo, y como, se puede balancear un rotor flexible en una máquina balanceadora a más baja velocidad de la que el rotor funciona en terreno.

## **MODELACIÓN DEL PROBLEMA**

Cuando un rotor gira sobre su primera frecuencia natural, la deflexión del eje producto del campo de fuerzas centrífugas que generan las masas desbalanceadas, provoca una variación de la distancia entre dichas masas y el eje de giro, su cantidad de desbalanceamiento no permanece constante en el rango de

velocidad desde la partida del rotor hasta su máxima velocidad de servicio, es decir, se comporta como un rotor flexible.

En el caso general, cada sección transversal del rotor tendrá su eje principal de inercia no coincidente con el eje de giro. Esta situación, resulta en un desbalanceamiento distribuido ( $U_i(x)$ ), el cual está dado por la ecuación (2).

$$U_i(x,t)=y(x,t) \cdot m(x), \quad (2)$$

donde:

$y(x)$ : Deflexión del eje a una distancia  $x$ .

$m(x)$ : Masa desbalanceada en plano transversal  $x$ .

Por simplicidad se asume que se pueden desacoplar los movimientos horizontales y verticales y por lo tanto, el análisis será solo limitado al plano X-Y. Se considera además, descansos isotrópicos, y un eje de rigidez uniforme.

La respuesta del rotor al desbalanceamiento tendrá la forma:

$$y(x,t)=y(x)e^{i\omega t}, \quad (3)$$

donde:

$y(x, t)$ : Deflexión del eje a una distancia  $x$  en el tiempo  $t$ .

$w$ : Velocidad de rotación.

Considerando el rotor como un elemento de viga Euler-Bernouilli continuo, la ecuación del movimiento que describe la deflexión del eje es (Liu, 2007):

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ EI(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right] = m(x)y(x,t)w^2 + u(x)w^2 e^{i\omega t}, \quad (4)$$

donde:

$E$ : Módulo de Young.

$I(x)$ : Momento de inercia en la sección transversal ubicada en la posición  $x$ .

En la ecuación anterior, el término  $u(x)w^2 e^{i\omega t}$ , es el campo de fuerzas centrífugas generadas por los desbalanceamientos a lo largo del eje.

Las frecuencias naturales  $w_j$  y modos de vibrar  $\phi_j$ , son determinadas de la ecuación (4), haciendo cero el término del desbalanceamiento (fuerzas externas). Se obtiene con ello la ecuación (5).

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ EI(x) \frac{\partial^2 \phi_j(x)}{\partial x^2} \right] = m(x)\phi_j(x)w_j^2 \quad (5)$$

El desbalanceamiento distribuido a lo largo del rotor, puede expresarse en una serie modal de la forma:

$$u(x)=u_1(x)\phi_1(x)+u_2(x)\phi_2(x)\dots+u_j(x)\phi_j(x)=\sum_{j=1}^{\infty} u_j(x)\phi_j(x) = m(x) \sum_{j=1}^{\infty} \epsilon_j \phi_j(x) \quad (6)$$

Donde  $u_j(x)$  son los desbalanceamientos del rotor para una posición "x" específica y  $\epsilon_j$  es llamado "coeficiente de componentes modales del desbalanceamiento" (Liu, 2007). Expresando la masa del rotor como masas puntuales, se obtiene la aproximación (7).

$$\epsilon_j = \frac{\int_0^l u(x)\phi_j(x)dx}{\int_0^l m(x)\phi_j^2(x)dx} \approx \frac{\sum_{k=1}^{\infty} u_k \phi_j(x_k)}{\sum_{k=1}^{\infty} m(x_k)\phi_j^2(x_k)} \quad (7)$$

Donde  $u_k$  es el desbalanceamiento del rotor a baja velocidad (sin considerar la deflexión del eje), y  $x_k$  es una posición específica para evaluar el coeficiente de componentes modales.

La deflexión del eje se puede expresar, al igual que el desbalanceamiento distribuido, a través de una serie en base a sus modos de vibrar, como indica la ecuación (8).

$$y(x,t) = [y_1\phi_1(x) + y_2\phi_2(x) + \dots + y_j\phi_j(x)] e^{i\omega t} = \sum_{j=1}^{\infty} y_j\phi_j(x)e^{i\omega t}. \quad (8)$$

Utilizando las ecuaciones (5), (6) y (8) en (4) se tiene que la deflexión máxima para una posición  $x$  a una velocidad de giro  $\omega$ , está dada por:

$$y(x) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\omega^2}{\omega_j^2 - \omega^2} \varepsilon_j \phi_j(x) \quad (9)$$

La deflexión del eje es proporcional al coeficiente  $\varepsilon_j$ , por lo cual la única condición para la cual el desbalanceamiento introducido debido a la deflexión del eje es nulo, es cuando el valor de  $\varepsilon_j$  es cero. Para que esto ocurra no deben existir masas desbalanceadas, es decir, se debe corregir el desbalanceamiento estrictamente en los mismos planos en que éste se encuentra.

De las expresiones anteriores se puede cuantificar la diferencia en la deflexión del eje entre las condiciones cuando está desbalanceado, y cuando está balanceado a baja velocidad como rotor rígido, como indica ecuación (9). Para esto se debe calcular el coeficiente  $\varepsilon_j$  utilizando los desbalanceamientos correctores y calcular o medir experimentalmente las frecuencias naturales y modos de vibrar

$$y(x)_{\text{desbalanceado}} - y(x)_{\text{balanceado}} = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\omega^2}{\omega_j^2 - \omega^2} \left[ \frac{\sum_{k=1}^{\infty} u_{kb} \phi_j(x_k)}{\sum_{k=1}^{\infty} m(x_k) \phi_j^2(x_k)} \right] \phi_j(x), \quad (9)$$

donde:

$u_{kb}$ : Desbalanceamientos correctores calculados a baja velocidad para el plano  $k$ .

## BALANCEAMIENTO DE ROTORES FLEXIBLES A BAJA VELOCIDAD

Los objetivos del presente trabajo en este tema son:

- i) Contribuir a entregar fundamentos sintetizados que ayuden al ingeniero de terreno a tomar decisiones adecuadas de como balancear adecuadamente sus rotores flexibles.
- ii) Evaluar en forma teórica y experimental el efecto de hacer girar a altas velocidades de rotación un rotor flexible que ha sido balanceado como rotor rígido a baja velocidad.

El primer objetivo es desarrollado a través de un análisis crítico y explicativo de la norma de balanceamiento de rotores flexibles, ISO 11342 "Métodos y criterios para el balanceamiento mecánico de rotores flexibles"

La norma ISO 11342 considera 5 clases de rotores para efectos del balanceamiento. La clase 2, la cual es subdividida en 8 clases, son rotores flexibles que pueden ser balanceados a baja velocidad usando técnicas de balanceamiento de rotores rígidos con modificaciones. La norma señala que se deben tener en cuenta los siguientes alcances:

- i) *Si la posición axial del desbalanceamiento es conocida, entonces los planos de corrección deben estar lo más cerca posible de éstos:*

La explicación teórica de esto, ha sido fundamentada en el análisis realizado anteriormente a ecuación (9). Si se corrige el desbalanceamiento en planos transversales diferentes a los planos en los cuales el desbalanceamiento está presente puede generar vibraciones a otras velocidades diferentes a la cual el rotor fue balanceado. En base a lo anterior, como ejemplo, la norma establece que los rotores flexibles de la subclase 2b, los cuales presentan desbalanceamiento en dos planos transversales determinados, pueden ser balanceados a baja velocidad de rotación usando esos planos como planos de corrección. Cita como ejemplo el caso de una rueda de afilado movida por una polea montada sobre un eje de desbalanceamiento despreciable.

- ii) *Uno de los factores que determina que se produzcan grandes amplitudes de deflexión del rotor es la proximidad de la velocidad de rotación a una de sus velocidades críticas. Los otros factores son el valor de los desbalanceamientos modales y la cantidad de amortiguamiento del sistema rotor/soporte:*

La distribución del desbalanceamiento a lo largo de un rotor flexible es mucho más significativa que en un rotor rígido, debido a que determina el grado con el cual es excitado cualquier modo vibratorio en flexión del rotor. Esto está cuantificado en ecuación (9) por los coeficientes  $\varepsilon_j$ .

El efecto de la proximidad de la velocidad de rotación a una velocidad crítica se puede cuantificar en ecuación (9). Si la velocidad de rotación  $w$  es cercana a una velocidad crítica  $w_j$ , el denominador de la expresión se hace muy pequeño aumentando significativamente la amplitud vibratoria y haciendo predominante la participación del modo  $j$  en la forma de deflexión del eje. La ecuación (9) fue determinada despreciando el amortiguamiento, por lo que cuando  $w = w_j$ , la amplitud tiende a infinito. En estas condiciones (cerca de una velocidad crítica) la cantidad de amortiguamiento disminuye significativamente dicho valor.

iii) *El rotor no debe operar cerca de una velocidad crítica:*

Cuando se realiza un balanceamiento a baja velocidad, es inevitable que el rotor contenga un desbalanceamiento residual. Este podría excitar una frecuencia natural y resultar en niveles de vibración excesivos, dependiendo de las características dinámicas del rotor, como es el amortiguamiento.

iv) *Si un desbalanceamiento modal particular es reducido por la adición de masas correctoras discretas, entonces la correspondiente componente modal de la deflexión es similarmente reducida:*

El efecto producido en un modo debido a una masa correctora depende del valor de la ordenada en la forma del modo en la posición axial de la corrección. Considere el ejemplo mostrado en Fig. 3. Esta figura muestra los primeros tres modos de vibrar de un rotor sencillo. Una masa correctora ubicada en el rotor en el plano P2 no producirá cambios en la respuesta del segundo modo pero producirá el mayor efecto sobre el modo 1.

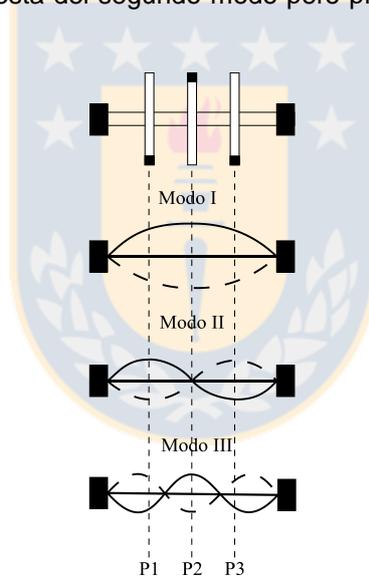


Fig. 3: Modos de vibrar en flexión.

v) *Los objetivos del desbalanceamiento son determinados por los requerimientos operacionales de la máquina. Los criterios de balanceamiento son especificados para obtener lo siguiente: a) valores aceptables de vibraciones y deformaciones del eje; b) valores aceptables de fuerzas aplicadas a los descansos:*

En algunos tipos de rotores podría cumplirse que las fuerzas centrífugas en el rotor estén equilibradas, de manera que el rotor puede girar libre de toda vibración debido al desbalanceamiento, y libre de sobrecargas sobre los descansos. Sin embargo, los momentos de flexión internos debido a las fuerzas centrífugas generadas por los desbalanceamientos individuales permanecen en el siendo inaceptables. Las deformaciones del eje y los esfuerzos de flexión se limitan, controlando los momentos flectores sobre él (si no hay momentos de flexión sobre el eje no habrá esfuerzos de flexión ni deformaciones).

Para ilustrar lo anterior, se considera un polín de una máquina papelera de longitud  $L$ , con desbalanceamiento uniforme (clase 2d según norma ISO 11342, el cual puede ser balanceado a baja velocidad). El valor del desbalanceamiento por unidad de longitud es  $U$  como muestra Fig. 4a y el balanceamiento es realizado en los planos extremos con masas correctoras  $UL/2$ . Como las fuerzas y momentos están equilibrados, las fuerzas en los descansos es cero y el rotor no debe vibrar. Sin embargo, los momentos flectores son altos.

El momento flector del rotor desbalanceado disminuye notablemente realizando un balanceamiento en dos planos a baja velocidad, como se ilustra en Fig. 4b. Se puede determinar una posición óptima de estos planos de corrección de manera de minimizar el momento flector en el eje. Estas posiciones óptimas están, como también lo indica la norma ISO 11342, a 22% de la distancia entre los descansos del rotor.

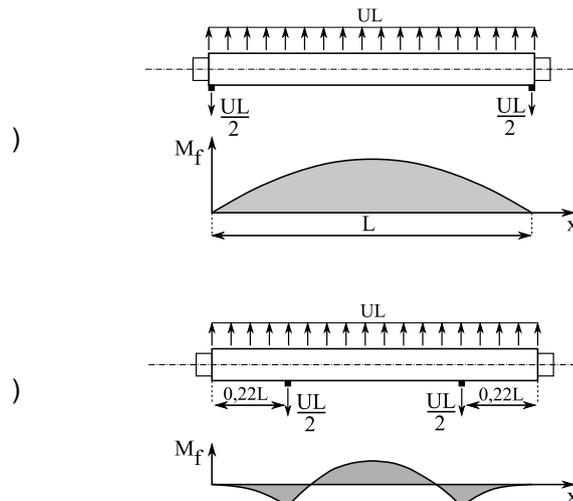


Fig. 4: Momento flector en un rotor con desbalanceamiento uniforme.

### ENSAYO EXPERIMENTAL Y NUMÉRICO DEL BALANCEAMIENTO DE UN ROTOR FLEXIBLE

El rotor a balancear es un rotor simétrico respecto a su punto medio compuesto de un eje de diámetro 8mm y largo 380 mm sobre el que van montados 3 discos de 80 mm de diámetro y 20 mm de espesor. Los discos están ubicados a 100, 190 y 380 mm del descanso izquierdo, ver Fig. 5.

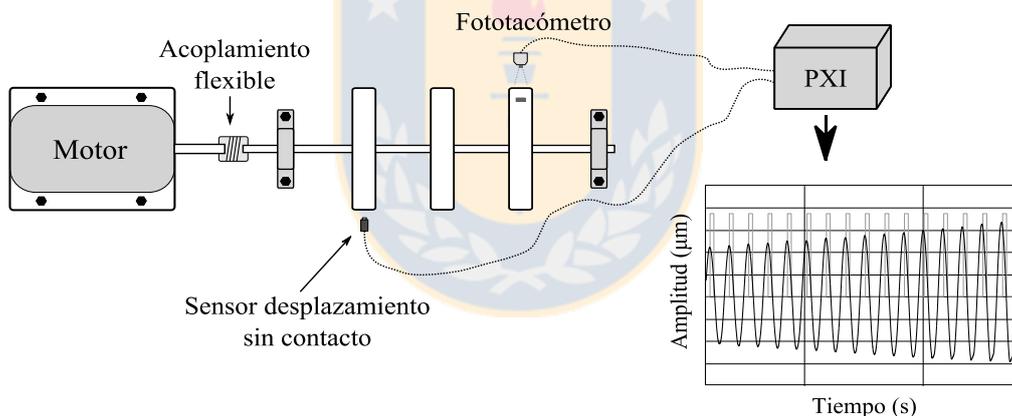


Fig. 5: Esquema de banco de ensayos y rotor flexible estudiado

El banco de ensayos utilizado en esta experiencia, está accionado por un motor de velocidad variable llegando a un valor nominal máximo de 10000 rpm. Esta velocidad es suficiente para superar la primera y segunda velocidad crítica en flexión del sistema. Los tres discos mostrados en Fig. 5, tienen 16 perforaciones equidistantes angularmente, ubicadas en un radio de 35 mm. Estas permiten añadir masas correctoras roscadas en ellos.

Para la medición de la deflexión, se utilizó sensores de desplazamiento sin contacto, y para obtener un pulso a cada giro del eje se usó un fototacómetro como indica la Fig. 5. Ambos sensores se conectan al equipo PXI-1002 para el registro de las mediciones. El procesamiento de los datos se realiza en un programa creado en ambiente LabView.

Para la modelación dinámica del rotor se usa el módulo ROTOR de un programa comercial de elementos finitos, SAMCEF V13.1. Se utiliza elementos de viga que consideran los efectos de flexión y corte, efectos giroscópicos e inclinación de los discos. El amortiguamiento del sistema en este ejemplo se considera despreciable. El eje está montado en dos descansos, los coeficientes de rigidez de ellos fueron determinados por el programa SAMCEF y son mostrados en Tabla 1. Notar que estos valores son bastante mayores que la rigidez del eje a la flexión, por lo que la rigidez equivalente del rotor será la rigidez del eje.

Tabla 4: Coeficientes de rigidez de los descansos.

| $K_{xx}$                                   | $K_{yy}$                                   | $K_{xy}$                                      | $K_{yx}$                                      |
|--|--|---|---|
| $5 \times 10^8 \left[ \frac{N}{m} \right]$ | $5 \times 10^8 \left[ \frac{N}{m} \right]$ | $8,76 \times 10^6 \left[ \frac{N}{m} \right]$ | $8,76 \times 10^6 \left[ \frac{N}{m} \right]$ |

Tabla 5: Propiedades del material del eje

|                         |   |
|-------------------------|---|
| Coeficientes de Poisson | 0,3   |
| Módulo de elasticidad   | $2,1 \times 10^{11} \left[ \frac{N}{m^2} \right]$ |
| Densidad                | $7810 \left[ \frac{Kg}{m^3} \right]$              |

El programa determina las frecuencias naturales y los modos de vibrar del rotor. Fig. 6 muestra las dos primeras frecuencias naturales de vibrar del rotor en flexión con sus respectivos modos de vibrar.

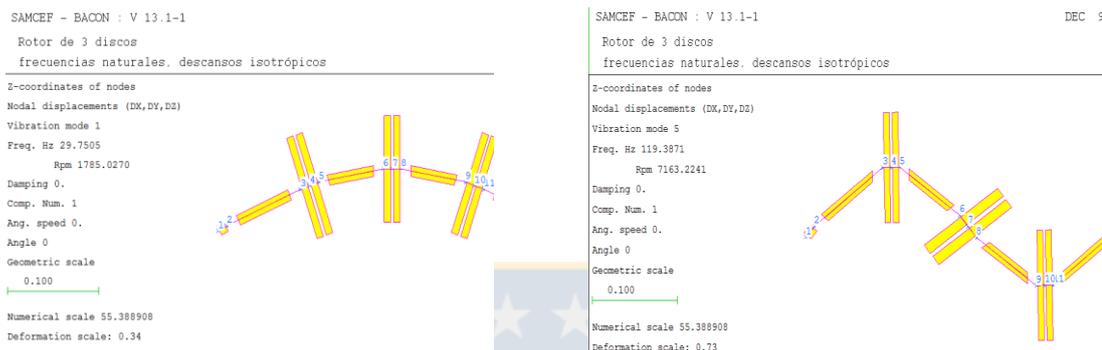


Fig. 6: Primer y segundo modo de vibrar del rotor.

El objetivo de la experiencia es evaluar el comportamiento dinámico de este rotor balanceado a baja velocidad cuando opera a mayor velocidad, es decir, como rotor flexible. El desbalanceamiento original del rotor es una masa desbalanceada de 1,5 gr. ubicada a una distancia radial de 35mm del centro del disco ubicado en el plano g como indica la Fig. 7.

Se balancea el rotor en dos planos a baja velocidad como rotor rígido. Los planos de corrección utilizados para el balanceamiento son los discos extremos. Las masas balanceadoras determinadas para el balanceamiento del rotor son 2 masas de 0,75 gr ubicadas a una distancia radial de 35mm en ambos discos extremos y sus posiciones angulares son a 180° respecto a la masa desbalanceada del disco central, ver Fig. 7.

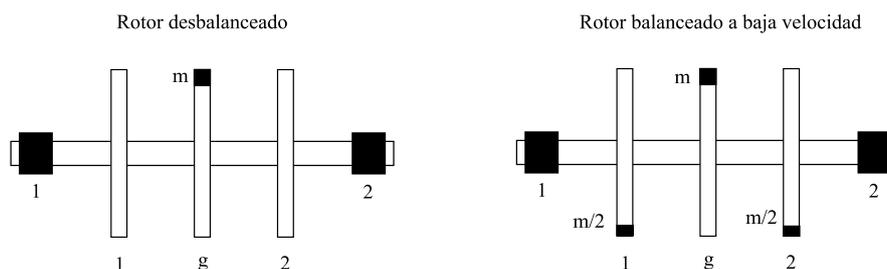


Fig. 7: Rotor desbalanceado y balanceado en dos planos

## RESULTADOS

La respuesta dinámica del sistema fue obtenida utilizando la modelación analítica indicada anteriormente, ver ecuación (9) y utilizando el programa comercial de elementos finitos SAMCEF. En Fig. 8 se comparan los resultados obtenidos para la deflexión del disco n°1 y disco central, utilizando las soluciones analítica y numérica. Se observa una muy buena coincidencia en los resultados de ambas modelaciones. De esta figura se observa que el desbalanceamiento que tiene el rotor (masa desbalanceada en el disco central) no genera un desbalanceamiento modal para el segundo modo de vibrar (no se observa un pico en la respuesta cuando el rotor gira a la segunda frecuencia natural de vibrar).

Tabla 3 compara los valores obtenidos para las dos primeras velocidades críticas del rotor en forma numérica y en forma experimental. Las velocidades críticas experimentales fueron determinadas del ensayo de partidas/paradas. Se observa que las frecuencias naturales calculadas en el modelo numérico son consistentes con las frecuencias naturales observadas de forma experimental.

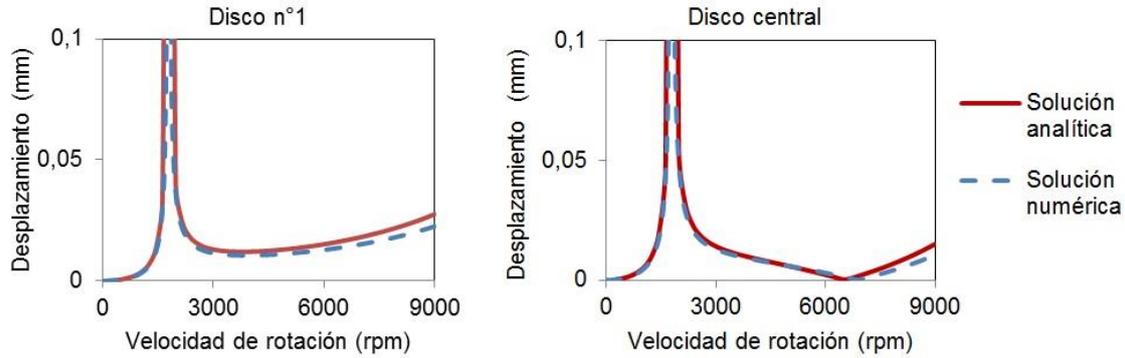


Fig. 8: Soluciones teóricas para una configuración balanceada.

Tabla 6: Comparación de las velocidades críticas obtenidas numérica y experimentalmente

|                           | Solución numérica (Hz) | Prueba experimental (Hz) | Error (%) |
|---------------------------|------------------------|--------------------------|-----------|
| Primera velocidad crítica | 1785                   | 1741                     | 2,4       |
| Segunda velocidad crítica | 7163                   | 6735                     | 5,9       |

Fig. 9 muestra los resultados obtenidos de la modelación numérica para la deflexión del disco n°1 y disco central, en el caso del rotor desbalanceado (configuración desbalanceada) y para el rotor balanceado a baja velocidad (configuración balanceada). De esta figura se puede observar que para bajas velocidades de rotación respecto a su primera velocidad crítica, se produce una disminución significativa en la deflexión del rotor balanceado, diferencia que va disminuyendo a medida que aumenta el valor de la velocidad de rotación, alcanzando incluso deflexiones mayores en condición balanceada que desbalanceada. Esto es consistente con la recomendación realizada por la norma ISO 11342, la cual menciona que los rotores balanceados a baja velocidad no deben operar cerca de su segunda frecuencia natural.

Fig. 10 muestra los resultados de las mediciones experimentales obtenidos para la deflexión del disco N°1, tanto para la configuración desbalanceada como para la configuración balanceada. Comparando estos resultados con los mostrados en la Fig. 9, se observa que son coincidentes hasta aproximadamente las 5000 rpm.

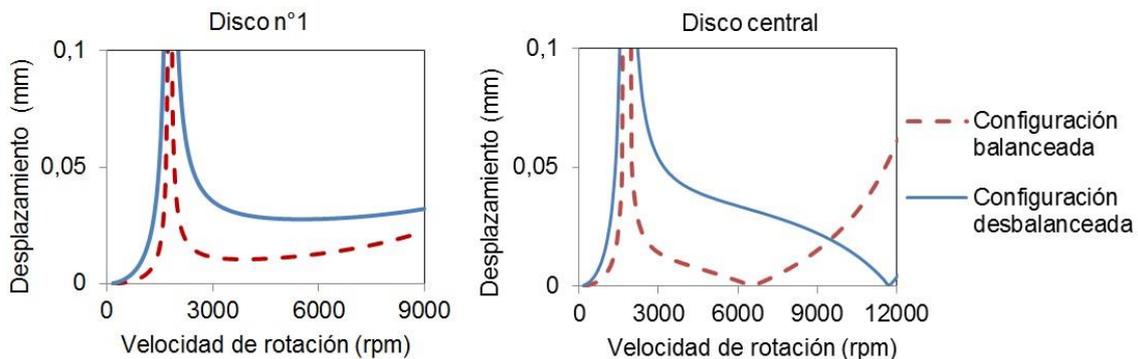


Fig. 9: Solución numérica para configuración balanceada y desbalanceada.

Sobre esta velocidad se producen diferencias significativas. En Fig. 10 aparece un pequeño pico a aproximadamente 6000 rpm, lo cual no era esperado según el modelo numérico y se atribuye a una zona resonante externa al eje, probablemente asociada a una frecuencia natural del soporte del sensor de desplazamiento. Esta situación también podría darse en una medición en terreno por lo cual es interesante considerarla en el análisis. La mayor diferencia se produce por la presencia de un pico a la segunda frecuencia natural de vibrar. Esto indica que la componente modal correspondiente al segundo modo de vibrar en el ensayo experimental no era nula como fue considerado en el modelo numérico.

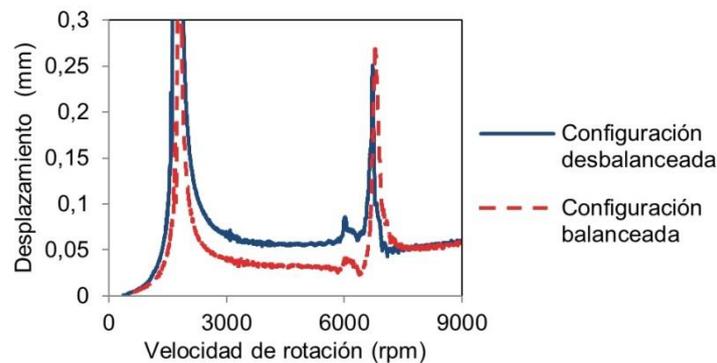


Fig. 10: Deflexión disco n°1 obtenida de forma experimental.

## CONCLUSIONES

Se ha fundamentado e ilustrado con un ejemplo, que el balanceamiento de un rotor flexible en dos planos a baja velocidad de rotación, utilizando el método tradicional de los coeficientes de influencia, no es suficiente para asegurar que las deformaciones y momentos flectores en él no sean inadmisibles.

Debido a lo complejo que es utilizar el método modal y considerando que en las empresas sudamericanas no existe la infraestructura para ello, en el presente trabajo se fundamentan casos en que se puede balancear un rotor flexible en una máquina balanceadora a baja velocidad utilizando el método de los coeficientes de influencia con ciertas modificaciones. Estos casos son:

- i) Cuando se conoce la ubicación axial del desbalanceamiento, como ser un rotor flexible compuesto por rueda de afilar y polea conductora, este puede ser corregido en los mismos planos en que se encuentran los desbalanceamientos. El rotor quedará balanceado para todas las velocidades de rotación.
- ii) Cuando se produce un desbalanceamiento uniforme sobre el rotor, como es el caso de los polines de las máquinas papeleras, ellos pueden ser balanceados en dos planos ubicados a un 22% de los soportes. Con esto se minimiza los momentos flectores y las deformaciones por flexión. El rotor reducirá sus niveles vibratorios para velocidades de rotación bajo la segunda velocidad crítica.
- iii) Se pueden obtener un balanceamiento satisfactorio al balancear rotores a baja velocidad siempre que no giren cerca ni sobre su segunda velocidad crítica. Esto es consistente con la recomendación realizada por la norma ISO 11342, la cual menciona que los rotores balanceados a baja velocidad no deben operar cerca de su segunda velocidad crítica.

## REFERENCIAS

- Han, D, *Generalized modal balancing for non-isotropic rotor system*, Mechanical System and Signal Processing, 21, 2137-2160 (2007).
- ISO 11342, *Mechanical vibration- Methods and criteria for the mechanical balancing of flexible rotors*, First edition (1994).
- ISO 1940, *Mechanical vibration-Balance quality requirements for rotors in a constant (rigid) state*, Second edition (2003).
- Liao, Y and P. Zhang, *Unbalance related rotor precession behavior analysis and modification to the holobalancing method*, Mechanism and Machine Theory, 45, 601-610 (2010).
- Liu, S, *A modified low-speed balancing method for flexible rotors based on holospectrum*, Mechanical System and Signal Processing, 21, 348-364 (2007).
- Racic, Z and J. Hidalgo, *Practical balancing of flexible rotors for power generation*, Conferencies & Computers and information in Engineering Conference (2007).
- Tonnesen, J, *Balancing and response of flexible rotors*, ASME, 125, 482-488 (2003).
- Xu, B, L. Qu and R. Sun, *The optimal technique-based balancing of flexible rotors without test run*, Journal of Sound and Vibration, 238, 877-892 (2000).