



Universidad de Concepción  
Campus Los Ángeles  
Departamento de Ciencias Básicas



**APRENDIZAJE COOPERATIVO EN MATEMÁTICA EN EL EJE  
ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD EN ALUMNOS DE SEGUNDO MEDIO DE  
UN LICEO PARTICULAR SUBVENCIONADO DE LA CIUDAD DE LAJA  
UTILIZANDO LA TÉCNICA JIGSAW II.**

---

**Seminario de Título para optar al grado de Licenciado en Educación y al  
Título Profesional de Profesor de Matemática y Educación Tecnológica.**

---

**Seminarista:**

Andrea Polet Rivera Veloso

**Docente Guía:**

Mg. Sixto E. Martínez Hernández

**Comisión evaluadora:**

Mg. Jorge E. Cid Anguita

Dr. Cristian G. Pérez Toledo

**Los Ángeles, Enero 2019**

## RESUMEN

La presente investigación tiene como principal objetivo analizar el impacto que genera la aplicación del método cooperativo mediante Jigsaw II en el rendimiento académico y aprendizaje permanente de los estudiantes, en el eje Estadística y Probabilidad en alumnos de segundo medio de un Liceo Particular Subvencionado de la ciudad de Laja en la asignatura de matemática, específicamente en los contenidos atrasados de séptimo año básico, gráficos, frecuencias y medidas de tendencia central, durante un periodo de 18 horas pedagógicas, con la finalidad de aumentar el rendimiento académico y generar aprendizajes permanentes en los educandos.

La investigación posee un enfoque cuantitativo cuasi – experimental de tipo explicativo, pues consiste en una comparación entre el grupo control y el grupo experimental, mencionar que dichos grupos trabajaron con el mismo docente y material académico. Además, durante la intervención se les aplica variados instrumentos de evaluación desglosados en un pre-test de conocimientos previos, un post test de conocimientos adquiridos, un post test de aprendizaje permanente, los cuales miden el avance en el rendimiento académico y aprendizaje permanente de los educandos, finalizando con un test de motivación aplicado a los 3 meses después de haber terminado la intervención.

Dichos test entregan como resultado que el método cooperativo mediante Jigsaw II genera un impacto positivo en el logro de aprendizaje permanente y rendimiento académico de los educandos.

**Palabras Claves:** *Método Cooperativo – Datos y Probabilidad – Aprendizaje – Aprendizaje Permanente – Conocimientos previos – Motivación – Retención.*

## **ABSTRACT**

The main objective of this research is to analyze the impact that the application of the cooperative method generates through Jigsaw II in the academic performance and lifelong learning of the students, in the statistical axis and probability in students of Second medium of a private school subsidized of the city of Laja in the Asignatura of mathematics, specifically in the backward contents of seventh basic year, charts and measures of central tendency, during a period of 18 pedagogical hours, with the Aim to increase academic performance and generate lifelong learning in learners.

The research has a quasi-experimental quantitative approach of explanatory type, because it consists of a comparison between the control group and the experimental group, mentioning that these groups worked with the same teacher and academic material. In addition, during the intervention varied evaluation instruments were applied disaggregated in a pre-test of previous knowledge, a post test of acquired knowledge, a post test of lifelong learning, which measure the progress in the performance Academic and lifelong learning of learners, ending with a motivational test applied at 3 months after the completion of the intervention.

These tests provide as a result that the collaborative method through Jigsaw II generates a positive impact in the achievement of lifelong learning and academic performance of the learners.

**Keywords:** *Cooperative method – Data and probability – learning – Lifelong learning – previous knowledge – motivation – retention.*

## AGRADECIMIENTOS

A pesar de los obstáculos que la vida puso en mi camino, estoy finalizando una de las etapas más importante de mi vida. Esa etapa que decidí que iba a hacer de mi futuro, ese momento donde muchas veces flaqueamos y dudamos, pero con el apoyo de las personas más importantes de mi vida, es decir, mi familia, mamá, papá y a mi hermanita Carla, lo logré. Les quiero agradecer a ellos que desde el momento de mi nacimiento guiaron mis pasos y me entregaron las herramientas necesarias para enfrentar la vida, transformarme en la persona que soy. A pesar que ya no están conmigo presencialmente me quiero dirigir a ellos con todo el amor que les tenía, les tengo y les tendré por siempre y sé que desde donde quieran que estén me apoyan, me protegen y me consuelan.

También quiero agradecer a mis hijos Catalina y Vicente a mi esposo Ángelo que han estado conmigo en todo momento, por darme las fuerzas para continuar en este difícil camino. A mis tatas que siempre están ahí, y que con un tan solo decir “mi guagua” alegran mis días. A mis suegros y mi Emilia por ayúdame a cuidar a mis pequeños. A las amigas y colegas de mi hermana Carla, Amanda, Andreita, María Paz, Claudia y Jonathan que estuvieron apoyándome y dándome las fuerzas para terminar este proceso.

No puedo dejar de mencionar a mi profesor guía Sixto Martínez, por tener la paciencia durante este difícil año. A mi profesor Jorge Cid por esas eternas conversaciones dándome el aliento a seguir y no decaer. Profesor Cristián Pérez por entender y ayudarme siempre que lo necesite y finalmente gracias a mi tía Tina por ser un pilar fundamental en mi etapa universitaria y agradezco a Dios por poner en mi camino a gente linda.

*Andrea Rivera*

## **DEDICATORIA**

Dedicada a ocho personas que son mi vida, a mi madre Jessica Veloso, mi padre Daniel Rivera, mi hermana Carla Rivera, mi hija Catalina Mundaca, mi hijo Vicente Mundaca, mi tata Jorge Veloso, mi mamita Silvia Silva y mi esposo Angelo Mundaca. Gracias por ser parte de mi vida por llenarla de luz y por estar conmigo, aunque sea desde el cielo.



## ÍNDICE

RESUMEN .....	2
ABSTRACT.....	3
AGRADECIMIENTOS .....	4
DEDICATORIA .....	5
ÍNDICE .....	6
INTRODUCCIÓN.....	9
CAPÍTULO 1: PROPUESTA DE INVESTIGACIÓN.....	11
1.1. Definición del Tema .....	11
1.2. Planteamiento del problema .....	11
1.3. Justificación.....	12
1.4 Preguntas de investigación .....	14
1.5. Objetivo.....	15
1.5.1. Objetivo General:.....	15
1.5.2. Objetivos Específicos: .....	15
1.6 Hipótesis de Trabajo .....	16
CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO .....	18
2.1. Aprendizaje .....	18
2.2. Paradigmas de la educación.....	24
2.2.1. Paradigma conductista.....	25
2.2.2. Paradigma histórico-social .....	26
2.2.3. Paradigma cognitivo.....	27
2.2.4. Paradigma constructivista.....	28
2.3. Método de Aprendizaje Cooperativo.....	30
2.3.1. Características del método de aprendizaje cooperativo .....	34
2.3.2. Grupo cooperativo v/s grupo Tradicional .....	36
2.3.3. Técnicas de método de aprendizaje cooperativo .....	40
2.3.4. Orientaciones didácticas para la planificación del aprendizaje cooperativo.....	45
2.3.5. Evaluación del método de aprendizaje cooperativo .....	47

2.3.6. Aprendizaje cooperativo y matemática .....	50
2.3.7. Aprendizaje Colaborativo.....	51
2.3.8. Aprendizaje cooperativo v/s Aprendizaje Colaborativo .....	52
2.4. Jigsaw II (Slavin y otros, 1983) .....	53
2.4.1. Problemas que se presentan en Jigsaw II .....	55
2.5. Motivación en Matemática.....	58
2.6. Contenidos Matemáticos.....	60
CAPÍTULO 3. MARCO METODOLÓGICO .....	62
3.1. Tipo de investigación .....	62
3.2. Población y muestra.....	62
3.3. Variables.....	63
3.3.1. Variable Independiente .....	63
3.3.2. Variables dependientes .....	63
3.4. Descripción de los Instrumentos.....	64
3.4.1. Pre-test de conocimientos previos .....	64
3.4.2. Post test de conocimientos adquiridos.....	66
3.4.3. Post-test de aprendizaje permanente .....	67
3.4.4. Test de Motivación.....	68
3.5. Dimensión Temporal de la Investigación.....	69
3.6. Técnicas de análisis de información.....	70
3.7. Descripción de la intervención en el GE .....	71
3.7. Calendario de las intervenciones .....	73
3.8. Planificación de la intervención .....	75
CAPÍTULO 4. RESULTADOS, ANÁLISIS DE DATOS Y DISCUSIÓN .....	76
4.1. Análisis de Hipótesis de Investigación .....	78
CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES.....	92
5.1. Conclusiones .....	92
5.4. Sugerencias .....	94
5.5. Limitaciones .....	95

CAPÍTULO 6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	96
CAPÍTULO 7. Anexos.....	100
Anexo 1. Pre test de conocimientos previos. ....	100
Anexo 2. Post test de conocimientos adquiridos.....	106
Anexo 3. Post test de aprendizaje significativo. ....	111
Anexo 4. Material clase 1 utilizado en ambos métodos. ....	116
Anexo 5. Material clase 2 utilizado en ambos métodos. ....	119
Anexo 6. Material clase 3 utilizado en ambos métodos. ....	122
Anexo 7. Planificaciones grupo control. ....	128
Anexo 8. Planificaciones grupo Experimental.....	133
Anexo 9. Test motivación hacia la matemática. ....	138
Anexo 10. Datos estadísticos grupo control. ....	139
Anexo 11. Datos estadísticos grupo experimental.....	140
Anexo 12. Puntaje superior al 60%.....	141
Anexo 13. Puntaje no superior al 40%.....	142



## INTRODUCCIÓN

La educación es un proceso que está presente a diario, en la formación de nuestra cultura, y que permite adaptarse según los cambios progresivos que va presentando la sociedad.

Chile en la actualidad presenta grandes cambios en las estrategias de educación, tanto en las reformas que se han realizado por parte del gobierno como también en la visión de cada uno de los participantes de este proceso, en donde se busca el mejor camino para el desarrollo de los educandos. Por lo que, se necesitan cambios en la formación de docentes, en sus metodologías de trabajo, por lo cual han surgido variados métodos de enseñanza-aprendizaje, y en los recursos disponibles para el ejercicio de la profesión.

En particular, en el área de matemática no se ha hecho efectivo cambios importantes, por lo cual en el transcurso de los años se han intentado incorporar los distintos paradigmas de la educación, uno de los métodos de trabajo que se ha incorporado está el método de aprendizaje cooperativo.

La presente investigación es un estudio respecto de la incidencia del aprendizaje cooperativo en matemática utilizando la técnica Jigsaw II , en estudiantes de segundo medio de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja, para lo cual se analizan variados instrumentos de evaluación abarcando desde los conocimientos previos, test de conocimientos adquiridos y aprendizajes significativos finalizando con una intervención que medirá la motivación de los alumnos y alumnas de los cursos mencionados anteriormente, divididos en dos grupos, experimental y de control. Es así como se espera que durante la aplicación de dicho método logre mejorar el rendimiento del contenido adquiriendo un aprendizaje significativo y generando una motivación positiva por la asignatura.

Es por esto que la investigación se presenta de la siguiente forma:

- Capítulo 1: Define la propuesta de investigación.
- Capítulo 2: Marco teórico el que presenta los antecedentes bajo los cuales se desarrolla la intervención.
- Capítulo 3: Marco metodológico. Describe las características de la investigación, las técnicas de recolección de información y las técnicas de análisis de la información.
- Capítulo 4: Resultados, Análisis de datos y Discusión.
- Capítulo 5: Detalla la discusión y conclusión de los resultados obtenidos a partir de la intervención.

Se espera que esta investigación sea un aporte importante a la educación matemática, al ser una propuesta de mejora para el proceso de enseñanza-aprendizaje, y de esta forma los estudiantes puedan mejorar su rendimiento académico y aprendizaje permanente.



## **CAPÍTULO 1: PROPUESTA DE INVESTIGACIÓN**

### **1.1. Definición del Tema**

En la siguiente investigación, el tema central corresponde a la inserción del método de aprendizaje cooperativo mediante Jigsaw II en el aula de clases para alumnos de enseñanza media en el área de estadística y probabilidades, con esto se pretende determinar si dicho método es o no efectivo en el aula de clases.

### **1.2. Planteamiento del problema**

Durante mucho tiempo se han visto resultados deficientes en la asignatura de matemática, lo cual produce que los alumnos no lleguen a tener un aprendizaje significativo en los distintos ejes de la asignatura, dichos resultados pueden ser atribuidos a diferentes factores.

Mineduc (2006) indica que los resultados chilenos no son los esperables en ese entonces pues el 55% de los jóvenes de 15 años obtuvieron resultados deficientes en la prueba de matemática.

Ovejero (1993) refiere sobre los principales problemas de la escuela actual, donde dichos problemas podrían englobarse en tres categorías, los problemas relacionados con el rendimiento escolar, la falta de motivación, y los problemas de integración escolar.

A modo de enfrentar el primer problema mencionado por Ovejero es que surge la presente investigación, por lo cual se enfoca en el ámbito del rendimiento escolar y los aprendizajes permanentes que surgen en los alumnos.

Para mejorar los resultados en el área de matemática es posible cambiar el método de aprendizaje tradicional al método de aprendizaje cooperativo

mediante Jigsaw II para la enseñanza del eje estadística y probabilidad a educandos de la asignatura de matemática.

Con respecto a los docentes, el método cooperativo de aprendizaje aportaría motivos para que éste tomase conciencia de la necesidad de cambiar su papel en las aulas, utilizando todos los recursos a su alcance y los métodos de este tipo de aprendizaje, para lograr que los alumnos alcancen un aprendizaje permanente.

### 1.3. Justificación

Habitualmente la asignatura de matemática provoca muchos sentimientos en los alumnos, regularmente dichos sentimientos son de desagrado. Además, la enseñanza de matemática se está volviendo individualista, por lo cual se transforma en una asignatura que hay que aprobar más que aprender, los alumnos trabajan sólo por cumplir y la cantidad que trabajan por motivación es mínima.

En Chile se realiza un estudio todos los años a estudiantes de 15 años para ver su rendimiento en matemática, lenguaje y ciencias, dicho estudio es el resumen chileno PISA.

El bajo rendimiento en la escuela puede tener consecuencias severas para los estudiantes y para la sociedad en su conjunto. Los estudiantes que tienen un bajo rendimiento a los 15 años tienen una mayor probabilidad de abandonar la escuela y mayor dificultad para conseguir trabajos bien remunerados. (Mineduc, 2012)

Lo anterior se ve reflejado en el mismo estudio pues más de 130.000 estudiantes chilenos de 15 años obtuvieron un bajo rendimiento académico en el año 2012, y alrededor de 62.000 estudiantes tuvieron un bajo rendimiento

académico en las tres asignaturas mencionadas al principio. "El 52% de los estudiantes de Chile tuvo un bajo rendimiento en matemática, un 33% en lectura, un 34% en ciencias y un 25% en las tres materias"(Mineduc, 2012). Con los resultados expuestos es claro que son deficientes y que causarán a corto y largo plazo gran dificultad en los educandos.

Un factor importante y que influye mucho en la sociedad actual es el tipo de establecimiento donde estudian los alumnos, en este estudio mencionan que muchos de ellos van a establecimientos donde ya existen alumnos con bajo rendimiento en matemática.

Aproximadamente un 74% de los estudiantes de 15 años en Chile asisten a establecimientos donde un 30% o más de los estudiantes tienen un bajo rendimiento en matemáticas, un 54% asiste a escuelas donde la mitad o más de los estudiantes tienen un bajo rendimiento, y aproximadamente un 19% asiste a establecimientos donde un 80% de los estudiantes tienen un bajo rendimiento en la asignatura de matemática. (Mineduc, 2012)

Con lo anterior se puede ver que gran parte de los alumnos de 15 años en el año 2012 asiste a establecimientos con bajo nivel de rendimiento en matemática y esto causa que el docente se atrase en los contenidos para intentar nivelar a los alumnos atrasados, lo cual conduce a obtener bajos rendimientos.

En Chile, el porcentaje de alumnos de bajo rendimiento en matemática se mantuvo estable durante los años 2006 y 2012.

Otro factor importante era el establecimiento donde los alumnos estudiaban, también lo es el nivel socio-económico y el sexo de los alumnos.

En Chile, un estudiante socio-económico desfavorecido tiene una probabilidad 6 veces mayores de tener un bajo rendimiento que un

estudiante socioeconómicamente favorecido. Un 75% de estudiantes desfavorecidos en Chile obtuvo un bajo rendimiento en matemática en 2012. Las alumnas en Chile tienen una probabilidad más de dos veces mayor a tener un bajo rendimiento en matemática que los estudiantes de sexo masculino. En el año 2012, un 57% de las alumnas en Chile obtuvo un bajo rendimiento en matemática, mientras que en el caso de los alumnos un 45% obtuvo un bajo rendimiento. En Chile, al igual que en la OCDE, los estudiantes de bajo rendimiento pierden clase con mayor frecuencia, dedican menor tiempo a hacer deberes, y son menos perseverantes que los estudiantes con mayor rendimiento. (Mineduc, 2012)

Como se menciona anteriormente los resultados en matemática han sido deficientes en su mayoría por algunos años, y bien, como se plantea en diversos estudios sobre los métodos de enseñanza de matemática, sería bueno implementar un método que motivara a los alumnos a aprender y no a cumplir con la asignatura.

#### **1.4 Preguntas de investigación**

- 1.- ¿Permite el método cooperativo mediante Jigsaw II obtener mejor rendimiento académico que el método tradicional en el eje Estadística y Probabilidad de la asignatura de matemática en alumnos de 2° medio de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja?
- 2.- ¿Permite el método cooperativo mediante Jigsaw II obtener un mayor aprendizaje permanente que el método tradicional en el eje Estadística y Probabilidad de la asignatura de matemática en alumnos de 2° medio de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja?

3.- ¿Permite el método cooperativo mediante Jigsaw II lograr un aprendizaje superior a un 60% en los estudiantes en el eje Estadística y Probabilidad de la asignatura de matemática en alumnos de 2° medio de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja?

4.- ¿Permite el método cooperativo tradicional lograr un aprendizaje superior a un 40% en los estudiantes en el eje Estadística y Probabilidad de la asignatura de matemática en alumnos de 2° medio de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja?

5.- ¿Permite el método cooperativo mediante Jigsaw II obtener un mejor nivel de motivación hacia la matemática que el método tradicional al finalizar la intervención en la asignatura de matemática en alumnos de 2° medio de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja?

## **1.5. Objetivo**

### **1.5.1. Objetivo General:**

Analizar la incidencia en el rendimiento académico y aprendizaje permanente de la aplicación del método de aprendizaje cooperativo mediante Jigsaw II en el eje de Estadística y Probabilidad en la asignatura de Matemática en alumnos de 2° Medio de un Liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja.

### **1.5.2. Objetivos Específicos:**

1. Comparar el rendimiento académico entre el método de aprendizaje cooperativo mediante Jigsaw II y el método de aprendizaje tradicional en el eje de Estadística y Probabilidad en la asignatura de Matemática en alumnos de 2° Medio de un Liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja.

2. Comparar los aprendizajes permanentes obtenidos mediante el método cooperativo mediante Jigsaw II y el método tradicional en el eje de Estadística y Probabilidad en la asignatura de Matemática en alumnos de 2° Medio de un Liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja.
3. Determinar la evolución del aprendizaje en cada método en el eje de Estadística y Probabilidad en la asignatura de Matemática en alumnos de 2° Medio de un Liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja.
4. Comparar la motivación hacia la matemática bajo la metodología tradicional y la metodología de aprendizaje cooperativo mediante Jigsaw II a los 3 meses después de haber terminado la intervención en la asignatura de Matemática en alumnos de 2° Medio de un Liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja.

## 1.6 Hipótesis de Trabajo

**H.1.** El método de Aprendizaje Cooperativo mediante Jigsaw II permite obtener un mayor rendimiento académico que el método tradicional en el eje de Estadística y Probabilidad en alumnos de 2° Medio de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja en la Asignatura de Matemática.

**H.2.** El método de Aprendizaje Cooperativo mediante Jigsaw II logra un rendimiento académico superior al 60% en el eje de Estadística y Probabilidad en alumnos de 2° Medio de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja en la Asignatura de Matemática.

**H.3.** El método de Aprendizaje Tradicional logra rendimiento académico sólo superior a un 40% en el eje de Estadística y Probabilidad en alumnos de 2° Medio de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja en la Asignatura de Matemática.

**H.4.** El método de Aprendizaje Cooperativo mediante Jigsaw II permite obtener un mayor aprendizaje permanente que el método de aprendizaje tradicional en el eje de Estadística y Probabilidad en alumnos de 2° Medio de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja en la Asignatura de Matemática.

**H.5.** El método de Aprendizaje Cooperativo mediante Jigsaw II genera mayor motivación que el método de aprendizaje tradicional en el eje de Estadística y Probabilidad en alumnos de 2° Medio de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja en la Asignatura de Matemática.



## CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO

### 2.1. Aprendizaje

La presente investigación se enfoca en incorporar el método de aprendizaje cooperativo dentro del aula de clases en especial medir cuanto mejora el rendimiento académico de los alumnos de segundo medio con dicho método y compararlo con el método de aprendizaje tradicional, además se dará un realce importante al aprendizaje permanente que el método cooperativo puede generar en los alumnos, por lo anterior es transcendental hablar sobre aprendizaje, aprendizaje significativo y aprendizaje permanente.

No existe ninguna teoría que responda satisfactoriamente a la pregunta ¿Qué es aprender?, aun así, hay diversas teorías que se ocupan para definir el aprendizaje.

Éstas presentan grandes limitaciones puesto que la mayoría de sus experimentos están hechos con animales, por lo que, al traspasar estos conocimientos al aprendizaje humano, pueden existen diferencias.

Hergenhahn (1976) define el aprendizaje como un cambio relativamente permanente en la conducta o en su potencialidad que se produce a partir de la experiencia y que no puede ser atribuido a un estado temporal somático inducido por la enfermedad, la fatiga o las drogas. (Federación de enseñanza de CC.OO. de Andalucía, 2009, p.2)

Esta definición contempla la experiencia como la condición esencial para el aprendizaje e incluye los cambios en las posibilidades de la conducta. Así, desde el punto de vista del desarrollo del alumno, éste irá integrando sus conocimientos y destrezas a lo largo de la vida.

Federación de enseñanza CC.OO. de Andalucía (2009) señala que las principales teorías de aprendizaje son: El Conductismo, el Gestaltismo, el Cognitivismo.

El proceso de aprendizaje es una actividad individual que se desarrolla en un contexto social y cultural. “Es el resultado de procesos cognitivos individuales mediante los cuales se asimilan e interiorizan nuevas informaciones, se construyen nuevas representaciones mentales significativas y funcionales, que luego se pueden aplicar en situaciones diferentes a los contextos donde se aprendieron” (Feldman, 2005). Aprender no solamente consiste en memorizar información, sino en analizar la información y adquirirla de la mejor manera.

Feldman (2005) menciona que, dentro del aprendizaje, se encuentran distintos tipos que se muestran a continuación:

- Aprendizaje receptivo: En este tipo de aprendizaje el alumno sólo necesita comprender el contenido para poder reproducirlo, pero no descubre nada.
- Aprendizaje por descubrimiento: El alumno no recibe los contenidos de forma pasiva, sino que descubre los conceptos y sus relaciones y los reordena para adaptarlos a su esquema cognitivo.
- Aprendizaje repetitivo: Se produce cuando el alumno memoriza contenidos sin comprenderlos o relacionarlos con sus conocimientos previos, no encuentra significado a los contenidos estudiados.
- Aprendizaje significativo: Es el aprendizaje en el cual el sujeto relaciona sus conocimientos previos con los nuevos, dotándolos así de coherencia respecto a sus estructuras cognitivas
- Aprendizaje Observacional: Se da al observar el comportamiento de otra persona, llamada modelo.
- Aprendizaje latente: Se adquiere un nuevo comportamiento, pero no se demuestra hasta que se ofrece algún incentivo para manifestarlo.

### **Aprendizaje Significativo.**

Es importante mencionar dentro de la investigación lo que respecta al aprendizaje significativo, pues es parte importante del paradigma constructivista y por ende del método de aprendizaje cooperativo.

Ausubel (1983) plantea que el aprendizaje del alumno depende de la estructura cognitiva previa que se relaciona con la nueva información, entendiendo la estructura cognitiva como el conjunto de conceptos e ideas que un individuo posee en un determinado campo del conocimiento.

En el proceso de orientación del aprendizaje, es de vital importancia conocer la estructura cognitiva del alumno, no sólo tratar de saber la cantidad de información que posee, sino cuales son los conceptos y proposiciones que maneja, así como de su grado de estabilidad. Los principios de aprendizaje propuestos por Ausubel permiten conocer la organización de la estructura cognitiva del estudiante, lo cual permitirá una mejor orientación de la labor educativa, ésta ya no se verá como una labor que deba desarrollarse con mentes en blanco o que el aprendizaje de los alumnos comience en cero, pues no es así, sino que los estudiantes tienen una serie de experiencias y conocimientos que afectan su aprendizaje y pueden ser aprovechados para su beneficio.

Un aprendizaje es significativo cuando los contenidos: Son relacionados de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe. Por relación sustancial y no arbitraria se debe entender que las ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición (Ausubel; 1983, p.18).

Esto quiere decir que, en el proceso educativo, es importante considerar lo que el individuo ya sabe de tal manera que establezca una relación con aquello

que debe aprender. Este proceso posee lugar si el estudiante tiene en su estructura cognitiva conceptos tales como ideas y proposiciones estables y definidos con los cuales la nueva información pueda interactuar. El aprendizaje significativo ocurre cuando una nueva información se conecta con un concepto relevante pre existente en la estructura cognitiva, esto implica que las nuevas ideas, conceptos y proposiciones pueden ser aprendidos significativamente en la medida en que otras ideas, conceptos o proposiciones relevantes estén adecuadamente claras y disponibles en la estructura cognitiva del individuo y que funcionen como un punto de anclaje a las primeras.

Es importante recalcar que el aprendizaje significativo no es la simple conexión de la información nueva con la ya existente en la estructura cognoscitiva del que aprende, el aprendizaje significativo involucra la modificación y evolución de la nueva información, así como de la estructura cognoscitiva envuelta en el aprendizaje.

Ausubel (1983) distingue tres tipos de aprendizaje significativo:

### ***Aprendizaje de representaciones.***

Es el aprendizaje más elemental del cual dependen los demás tipos de aprendizaje. Consiste en la atribución de significados a determinados símbolos, al respecto Ausubel dice: "Ocurre cuando se igualan en significado símbolos arbitrarios con sus referentes (objetos, eventos, conceptos) y significan para el alumno cualquier significado al que sus referentes aludan"(Ausubel; 1983, p.46).

Este tipo de aprendizaje se presenta generalmente en los niños, por ejemplo, el aprendizaje de la palabra pelota ocurre cuando el significado de esa palabra pasa a representar, no se trata de una simple asociación entre el símbolo y el objeto, sino que el niño los relaciona de manera relativamente sustantiva y no arbitraria, como una equivalencia representacional con los contenidos relevantes existentes en su estructura cognitiva.

### ***Aprendizaje de Conceptos.***

Ausubel define los conceptos como sigue: “objetos, eventos, situaciones o propiedades de que posee atributos de criterios comunes y que se designan mediante algún símbolo o signos”(Ausubel, 1983, p.61)

Partiendo de lo anterior se puede afirmar que en cierta forma también es un aprendizaje de representaciones. Los conceptos son adquiridos a través de dos procesos, formación y asimilación. En la formación, los conceptos se adquieren a través de la experiencia directa, en sucesivas etapas de formulación y prueba de hipótesis, del ejemplo de la pelota decir que el niño adquiere el significado genérico de la palabra pelota, ese símbolo sirve también como significante para el concepto cultural de pelota, en este caso se establece una equivalencia entre el símbolo y sus atributos de criterios comunes. De allí que los niños aprendan el concepto de pelota a través de varios encuentros con su pelota y las de otros niños.

El aprendizaje de conceptos por asimilación se produce a medida que el niño amplía su vocabulario, pues los atributos de criterio de los conceptos se pueden definir usando las combinaciones disponibles en la estructura cognitiva por ello el niño podrá distinguir distintos colores, tamaños y afirmar que se trata de una pelota, cuando vea otras en cualquier momento.

### ***Aprendizaje de proposiciones.***

Este tipo de aprendizaje va más allá de la simple asimilación de lo que representan las palabras, puesto que exige captar el significado de las ideas expresadas en forma de proposiciones.

El aprendizaje de proposiciones implica la combinación y relación de varias palabras cada una de las cuales constituye un referente unitario, luego estas se combinan de tal forma que la idea resultante es más que la simple suma

de los significados de la frase componentes individuales, produciendo un nuevo significado que es asimilado a la estructura cognoscitiva, es decir, que una proposición potencialmente significativa, expresada verbalmente, como una declaración que posee significado claro de los conceptos involucrados, interactúa con las ideas relevantes ya establecidas en la estructura cognoscitiva y de interacción, surgen los significados de la nueva proposición.

### **Aprendizaje Permanente.**

Dentro de la investigación se contempla trabajar con el coeficiente de retención de los alumnos y con esto ver si lo examinado durante la intervención con los dos métodos de aprendizajes generan o no aprendizajes permanentes. En este apartado se define el concepto de aprendizaje permanente.

Las definiciones encontradas de Aprendizaje Permanente plantean que una persona sigue aprendiendo durante todo el transcurso de su vida.

La educación formal está encasillada en determinados años para realizar la escuela, otros para el nivel secundario y luego otros tantos para el terciario con opción de realizar postgrados luego. Es decir, el modelo formal de educación plantea que la misma tiene un principio y un final. Por otro lado, está lo que se denomina “Aprendizaje Permanente” o “Lifelong Learning” y que establece que el aprendizaje debe darse durante toda la vida (Universidad, 2016, p.1.)

En el aprendizaje permanente el conocimiento no se limita a los años de educación formal, sino que por el contrario este plantea que el aprendizaje debe darse durante toda la vida. Y, además, de que el conocimiento siempre suma y no resta. Este nuevo diseño resulta muy conveniente en un mundo cambiante en donde los trabajadores deben capacitarse de forma constante. La educación dentro de los establecimientos es uno de los grandes pilares para fomentar el aprendizaje permanente.

Por otra parte, se tiene la definición de aprendizaje perdurable, expuesta por Avello y Rivera (2017), donde plantean que “es la adquisición de conocimientos que genera un cambio de percepción o conducta que se extiende largamente en el tiempo”.

Sin embargo, las definiciones encontradas de aprendizaje permanente se desvían de lo que se quiere mostrar en esta investigación, además la definición de Avello y Rivera (2017) sobre aprendizaje perdurable se acerca a lo que se quiere lograr en la búsqueda de la mejor definición del aprendizaje permanente que se requiere trabajar con los educandos.

Es por esto que se encuentra la definición de aprendizaje permanente realizada por Arévalo (2014), quedando de la siguiente forma: “se entenderá como aprendizaje permanente a la adquisición de conocimientos que genera un cambio de percepción o conducta, como resultado de una experiencia, que se prolonga en el tiempo” (Arévalo, 2014, p.36.)

Dicha definición de Arévalo es trascendental para ser utilizada en el aprendizaje permanente que se quiere rescatar de los alumnos en la presente investigación.

## **2.2. Paradigmas de la educación**

Un paradigma educativo es un modelo utilizado en educación. El paradigma utilizado por el docente tiene un gran impacto en la forma en que los estudiantes se van a enfrentar al conocimiento, aprendiéndolo o rechazándolo dependiendo de la forma en que es abordado. En la presente investigación se trabajará con el método de aprendizaje cooperativo y el método de aprendizaje tradicional por lo cual es fundamental indagar los paradigmas de los cuales se desglosan dichos métodos a utilizar.

### 2.2.1. Paradigma conductista

El conductismo surge como una teoría psicológica que posteriormente se adapta su uso en la educación. Es la primera teoría que surge para influenciar la forma como se entiende el aprendizaje de los alumnos. En el conductismo el aprendizaje era pensado como un proceso interno, además este paradigma surge como un rechazo al método llamado introspección y con una propuesta de un enfoque externo, en la que las mediciones se realizaban a través de fenómenos observables (Instituto tecnológico y de estudios superiores de Monterrey, 1998)

Se inició en las primeras décadas del siglo XX, su fundador fue J.B. Watson. Las bases del conductismo watsoniano se encuentran en las obras de autores como Plavlov y Thorndike.

En los años 20 el conductismo watsoniano tuvo gran aceptación entre los estudiosos de la materia y rápidamente se asoció a otras escuelas con principios similares, tal fue el caso de B.F. Skinner con el conductismo operante, cuyas ideas llegaron a convertirse en la principal corriente del conductismo. Desde una perspectiva conductista el aprendizaje es definido como un cambio observable en el comportamiento, los procesos internos son considerados irrelevantes para el estudio del aprendizaje humano ya que estos no pueden ser medibles ni observables de manera directa (Instituto tecnológico y de estudios superiores de Monterrey, 1998)

Actualmente la mayoría de los docentes trabajan en la enseñanza-aprendizaje con el método conductista, por lo que se denomina también método tradicional.

### ***Concepción del alumno***

Se ve al alumno como un sujeto cuyo desempeño y aprendizaje escolar pueden ser arreglados desde el exterior, ya sea, por la situación instruccional, los métodos, los contenidos, etc. Basta con programar adecuadamente los contenidos, para que se logre el aprendizaje de conductas académicas deseables.

### ***Concepción del docente***

El trabajo del maestro consiste en desarrollar una adecuada serie de arreglos de contingencia de reforzamiento y control de estímulos para enseñar.

#### **2.2.2. Paradigma histórico-social**

El paradigma histórico-social, también llamado paradigma socio-cultural o histórico-cultural, fue desarrollado por L.S. Vygotsky a partir de la década de 1920. Actualmente se encuentra en pleno desarrollo.

Según algunas definiciones se dice que el individuo, aunque es importante no es la única variable en el aprendizaje, sino también, su historia personal, su clase social, su época histórica, las herramientas que tenga a su disposición. Es en este punto donde se diferencia de los otros paradigmas. Un punto importante de este paradigma es que el proceso de desarrollo cognitivo individual no es independiente o autónomo de los procesos socio-culturales en general, ni de los procesos educativos en particular (Instituto tecnológico y de estudios superiores de Monterrey, 1998)

Para Vygotsky la relación entre sujeto y objeto de conocimiento no es una relación bipolar como en otros paradigmas, para él se convierte en un triángulo abierto en el que los tres vértices se representan por sujeto, objeto de

conocimiento y los artefactos o instrumentos socio-culturales. Y se encuentra abierto a la influencia de su contexto cultural. De esta manera la influencia del contexto cultural pasa a desempeñar un papel esencial y determinante en el desarrollo del sujeto quien no recibe pasivamente la influencia, sino que la reconstruye activamente.

### ***Concepción del alumno***

El alumno debe ser entendido como un ser social, producto y protagonista de las múltiples interacciones sociales en que se involucra a lo largo de su vida escolar y extraescolar.

### ***Concepción del docente***

El profesor debe ser entendido como un funcionario cultural que enseña en un contexto de prácticas y medios socio-culturales determinados, y como un mediador esencial entre el saber socio-cultural y los procesos de apropiación de los alumnos.

### **2.2.3. Paradigma cognitivo**

Los estudios de enfoque cognitivo surgen a comienzos de los años sesenta y se presentan como la teoría que ha de sustituir a las perspectivas conductistas que había dirigido hasta entonces la psicología. Todas sus ideas fueron aportadas y enriquecidas por diferentes investigadores y teóricos, que han influido en la conformación de este paradigma, estos son: Piaget y la psicología genética, Ausbel y el aprendizaje significativo, la teoría de Gestalt, Bruner y el aprendizaje por descubrimiento y las aportaciones de Vygotsky.

Desde los años cincuenta y hasta la década de los ochenta, se desarrollaron muchas líneas de investigación y modelos teóricos sobre las

distintas facetas de la cognición. Por lo tanto, se puede afirmar, que en la actualidad ya no es un paradigma con una aproximación compacta, ya que existen diversas corrientes desarrolladas dentro de este enfoque, por ejemplo, el constructivismo, la propuesta socio-cultural entre otras (Instituto tecnológico y de estudios superiores de Monterrey, 1998)

En la actualidad es difícil distinguir con claridad donde termina el paradigma cognitivo y donde empieza otro paradigma.

### ***Concepción del alumno***

El alumno es un sujeto activo procesador de información, que posee competencia cognitiva para aprender y solucionar problemas, dicha competencia debe ser considerada y desarrollada usando nuevos aprendizajes y habilidades estratégicas.

### ***Concepción del docente***

El docente parte de la idea de que un alumno activo que aprende significativamente puede aprender a aprender y a pensar. El docente se centra especialmente en la confección y la organización de experiencias didácticas. No debe desempeñar el papel protagónico en disminución de la participación cognitiva de los alumnos.

### **2.2.4. Paradigma constructivista**

El constructivismo es una posición compartida por diferentes tendencias de la investigación psicológica y educativa. Entre ellas se encuentra las teorías de Piaget (1952), Vygotsky (1978), Ausubel (1963), Bruner (1960), y aun cuando ninguno de ellos se denominó como constructivista, sus ideas y propuestas claramente ilustran las ideas de esta corriente (Instituto tecnológico y de estudios superiores de Monterrey, 1998)

El constructivismo es en primer lugar una epistemología, es decir, una teoría que intenta explicar cuál es la naturaleza del conocimiento humano, además asume que nada viene de la nada, es decir, que hay un conocimiento nuevo a partir de un conocimiento previo.

El constructivismo sostiene que el aprendizaje es esencialmente activo. Una persona que aprende algo nuevo, lo incorpora a sus experiencias previas y a sus propias estructuras mentales. Cada nueva información es asimilada y depositada en una red de conocimientos y experiencias que existen previamente en el sujeto, como resultado podemos decir que el aprendizaje no es ni pasivo ni objetivo, por el contrario, es un proceso subjetivo que cada persona va modificando constantemente a la luz de sus experiencias (Instituto tecnológico y de estudios superiores de Monterrey, 1998).

El aprendizaje no es un asunto sencillo de acumulación y transmisión de conocimientos, sino que es un proceso activo por parte del alumno que ensambla, extiende, restaura e interpreta, y por tanto construye conocimientos partiendo de su experiencia e integrándola con la información que recibe.

El constructivismo busca ayudar a los alumnos a internalizar, reacomodar, o transformar la información nueva. Esta transformación ocurre a través de la creación de nuevos aprendizajes y esto resulta del surgimiento de nuevas estructuras cognitivas, que permiten enfrentarse a situaciones iguales o parecidas en realidad y así el constructivismo percibe el aprendizaje como actividad personal enmarcadas en contextos funcionales, significativos y auténticos.

### ***Concepción del alumno***

En este paradigma es el alumno quien toma un papel fundamental en su aprendizaje y para su formación como estudiante. Es el alumno quien se

convierte en el responsable de su propio aprendizaje, mediante su participación y la colaboración de sus compañeros. Para esto habrá que automatizar nuevas y útiles estructuras intelectuales que le llevarán a desempeñarse con eficiencia en su entorno social inmediato y en su futuro profesional.

Es el propio alumno quien tendrá que lograr la transferencia de lo teórico hacia ámbitos prácticos, situados en contextos reales, es decir, el nuevo rol del alumno es imprescindible para su propia formación.

### ***Concepción del docente***

En el proceso de aprendizaje constructivo, el docente sede su protagonismo al alumno. Es el docente quien proporciona el clima para que el alumno adquiera los conocimientos y forme su aprendizaje permanente.

Dentro de los roles que puede tomar el docente, es que se presentan dos métodos de aprendizaje, estos son el método colaborativo y el método cooperativo.

### **2.3. Método de Aprendizaje Cooperativo**

Aprender es algo que los alumnos hacen, y no algo que se les hace a ellos. El aprendizaje no es un encuentro deportivo al que uno puede asistir como espectador. Requiere la participación directa y activa de los estudiantes. Al igual que los excursionistas, los alumnos escalan más fácilmente las cimas del aprendizaje cuando lo hacen formando parte de un equipo cooperativo.

La cooperación consiste en trabajar juntos para alcanzar objetivos comunes. En una situación cooperativa, los individuos procuran obtener resultados que sean beneficiosos para ellos mismos y para todos los demás miembros del grupo. El aprendizaje cooperativo es el empleo didáctico de grupos

reducidos en los que los alumnos trabajan juntos para maximizar su propio aprendizaje y el de los demás.

El aprendizaje cooperativo se funda en la teoría constructivista desde la que se otorga un papel fundamental a los alumnos, como actores principales de su proceso de aprendizaje.

Aprendizaje Cooperativo es el uso instructivo de grupos pequeños para que los estudiantes trabajen juntos y aprovechen al máximo el aprendizaje propio y el que se produce en la interrelación. (Johnson & Johnson, 1991)

Aprendizaje Cooperativo “se refiere a una serie de estrategias instruccionales que incluyen a la interacción cooperativa de estudiante a estudiante, sobre algún tema, como una parte integral del proceso de aprendizaje”. (Kagan, 1994)

Dichos autores definen que cooperar significa trabajar juntos para lograr objetivos compartidos y también destacan que dentro de las actividades cooperativas los estudiantes buscan los resultados que son beneficiosos para ellos mismos y para los otros miembros del grupo.

En ambas definiciones presentadas anteriormente, los autores destacan la interacción que tiene lugar entre los estudiantes para el logro de los objetivos previstos.

Para aproximarse con más profundidad al concepto del Aprendizaje Cooperativo es necesario conocer las diferencias con otras formas de interacción en el aula, para que los alumnos se enfrenten a las actividades de aprendizaje, dichas interacciones son el aprendizaje competitivo y el aprendizaje individual.

El método de Aprendizaje Cooperativo contrasta con el aprendizaje competitivo, en el que cada alumno trabaja en contra de los demás para alcanzar objetivos escolares tales como obtener la máxima calificación que sólo uno o algunos pueden hacerlo, y con el aprendizaje individualista, en el que los estudiantes trabajan por su cuenta para lograr metas de aprendizaje desvinculadas de las de los demás alumnos. En el aprendizaje cooperativo y en el individualista, los maestros evalúan el trabajo de los alumnos de acuerdo con determinados criterios, pero en el aprendizaje competitivo, los alumnos son calificados según una cierta norma. Mientras que el aprendizaje competitivo y el individualista presentan limitaciones respecto de cuándo y cómo emplearlos en forma apropiada, el docente puede organizar cooperativamente cualquier tarea didáctica, de cualquier asignatura y dentro de cualquier programa de estudios.

El aprendizaje cooperativo comprende tres tipos de grupos de aprendizaje. Los grupos formales de aprendizaje cooperativo funcionan durante un período que va de una hora a varias semanas de clase. En estos grupos, los estudiantes trabajan juntos para lograr objetivos comunes, asegurándose de que ellos mismos y sus compañeros de grupo completen la tarea de aprendizaje asignada.

En una situación aprendizaje cooperativo el grupo de alumnos tiene que trabajar conjuntamente porque se lograrán los objetivos si, y solo sí, cada miembro del equipo consigue los suyos. El equipo necesita el conocimiento y el trabajo de todos los miembros. En esta situación de aprendizaje, se buscan los beneficios para el conjunto del grupo, que lo son, también, para uno mismo. La recompensa recibida por el alumno, en el aprendizaje cooperativo, es equivalente a los resultados obtenidos por el grupo.

No sería adecuado, ni cierto, afirmar que siempre es más eficaz el Aprendizaje Cooperativo, sino que, cualquiera de las situaciones de aprendizaje descritas anteriormente puede resultar la más eficaz en un momento

determinado o a un estudiante determinado. "La elección de cualquiera de estas situaciones debe depender de las habilidades y competencias que se pretenden fomentar con cada actividad de las que se proponen en clase"(Prieto, 2007, p.11).

La autora defiende que el uso de las tres situaciones de aprendizaje es necesario ya que, los estudiantes han de aprender a trabajar de forma autónoma, a colaborar con otros y a competir. Del mismo modo destaca que el aprendizaje cooperativo promueve una serie de valores y habilidades muy distintos a los que fomentan los aprendizajes individual y competitivo. "Aprender cooperativamente representa una ocasión privilegiada para alcanzar objetivos de aprendizaje muy diversos, no sólo referidos a los contenidos, sino también orientados al desarrollo de habilidades y destrezas interpersonales, con claros beneficios para el aprendizaje de los alumnos"(Prieto, 2007, p.15).

Como puede apreciarse, son diversas las competencias que los alumnos desarrollan cuando aplican métodos de aprendizaje basados en la cooperación.

Panitz (2004), tras un trabajo exhaustivo con multitud de obras, destaca la existencia de una larga lista de beneficios académicos, sociales y psicológicos del Aprendizaje Cooperativo. Por citar algunos ejemplos, se pueden señalar que; fomenta la meta cognición en los estudiantes y permite a los alumnos ejercitar la sensación de control sobre la tarea. Promueve que los estudiantes vean las situaciones desde otras perspectivas y crea un ambiente donde los alumnos pueden practicar habilidades de mando, y, por último, realza la satisfacción del estudiante con la experiencia de aprendizaje y la ansiedad de los alumnos se reduce significativamente.

Continuando en esta línea, Goikoetxea y Pascual (2005) realizaron un análisis sobre los efectos del aprendizaje cooperativo y también concluyeron que los métodos de Aprendizaje Cooperativo tienen efectos positivos en el

rendimiento académico en comparación con otros métodos de enseñanza tradicionales, así como favorece las relaciones entre los estudiantes y atiende a la diversidad de cada uno de ellos.

### 2.3.1. Características del método de aprendizaje cooperativo

Los elementos concretos son los que hacen diferente al Aprendizaje Cooperativo frente a otras maneras de estructurar las actividades en el aula.

Con anterioridad se han apuntado las diferencias fundamentales entre los objetivos de las distintas actividades de aprendizaje (competitivas, individuales y cooperativas). Se presentan, a continuación, más precisados los componentes del Aprendizaje Cooperativo.

Johnson, Johnson y Holubec (1999) señalan que son cinco los elementos básicos que forman el Aprendizaje Cooperativo.

- **La interdependencia positiva**

Se define como el sentimiento de necesidad hacia el trabajo de los demás. Cuando los miembros del grupo perciben que están vinculados entre sí para realizar una tarea y que no pueden tener éxito a menos que cada uno de ellos lo logre. Si todos consiguen sus objetivos, se logrará el objetivo final de la tarea. Pero si uno falla, será imposible alcanzar el objetivo final. De este modo todos necesitarán a los demás y, a la vez, se sentirán parte importante para la consecución de la tarea.

- **La interacción "cara a cara" o simultánea**

En el Aprendizaje Cooperativo, los estudiantes tienen que trabajar juntos, favoreciendo, de esta manera, que compartan conocimientos, recursos, ayuda o apoyo. Discutir sobre los distintos puntos de vista, sobre la manera de enfocar

determinada actividad, explicar a los demás lo que cada uno va aprendiendo, etc. son acciones que se tienen que llevar a cabo con todos los miembros del grupo para poder lograr los objetivos previstos.

- **La responsabilidad individual**

Cada miembro, individualmente, tiene que asumir la responsabilidad de conseguir las metas que se le han asignado. Por tanto, realmente, cada persona es, y debe sentirse, responsable del resultado final del grupo. Este concepto sintoniza y complementa al de interdependencia positiva. Sentir que algo depende de uno mismo y que los demás confían en la propia capacidad de trabajo (y viceversa) aumenta la motivación hacia la tarea y el rendimiento individual y grupal. Prieto (2007) señala que la responsabilidad individual implica, por un lado, que cada uno sea responsable de contribuir de algún modo al aprendizaje y al éxito del grupo. Por otro se requiere que el estudiante individual sea capaz de demostrar públicamente su competencia.

- **Las habilidades sociales**

Son necesarias para el buen funcionamiento y armonía del grupo, en lo referente al aprendizaje y también vinculadas a las relaciones entre los miembros. Los roles que cada persona vaya ejerciendo en el equipo (líder, organizador, animador, etc.), su aceptación o no por parte del resto de compañeros, la gestión que hagan de los posibles conflictos que surjan, el ambiente general que existe en el mismo, son temas que los estudiantes tienen que aprender a manejar.

En el Aprendizaje Cooperativo resultan muy importantes estos aspectos sociales, tan necesarios para la práctica profesional de los estudiantes y que, por tanto, también resulta fundamental que los docentes dediquen tiempo a trabajar y supervisar estos aspectos.

De acuerdo con estas líneas, "Lo que podemos cuestionar es que por el mero hecho de trabajar en equipo se aprende a trabajar en equipo"(Morales, et.al., 2007, pág. 135)

Con esto se observa que se puede aprender a trabajar mal, a no aportar ideas o a mantenerse pasivo y ajeno a lo que ocurre en el equipo. Sin embargo, el autor afirma. "Saber trabajar en equipo es una competencia profesional que no se va a aprender si no se ejercita y evalúa durante el proceso de enseñanza-aprendizaje"(Morales, et.al., 2007, pág.135)

Se puede apreciar que el aprendizaje y el trabajo en equipo serán eficaces si se reflexiona sobre ellos y se evalúan. El proceso de evaluación es el que ofrece verdadera información de cómo se está trabajando y de qué aspectos son necesarios cambiar para que el equipo pueda optimizar sus funciones.

- **La autoevaluación del grupo**

Implica, que a los alumnos se les dé la oportunidad y que sean capaces de evaluar el proceso de aprendizaje que ha seguido su grupo. Esta evaluación guiada por el profesor es muy importante para tomar decisiones para futuros trabajos y para, que cada miembro, pueda llevar a cabo un análisis de la actuación que ha desempeñado en el grupo.

### **2.3.2. Grupo cooperativo v/s grupo Tradicional**

Durante la investigación se trabaja con un grupo control mediante el método tradicional y con un grupo experimental mediante el método cooperativo, es por esto que es trascendental conocer los tipos de grupos que se exponen durante la intervención.

- **El grupo de aprendizaje tradicional**

Se indica a los alumnos que trabajen juntos y ellos se disponen a hacerlo, pero las tareas que se les asignan están estructuradas de tal modo que no requieren un verdadero trabajo conjunto. Los alumnos piensan que serán evaluados y premiados, y no como miembros del grupo. Sólo interactúan para aclarar cómo deben llevarse a cabo las tareas. Intercambian información, pero no se sienten motivados a enseñar lo que saben a sus compañeros de equipo. La predisposición a ayudar y a compartir es mínima. Algunos alumnos se dejan estar, a la espera de sacar partido de los esfuerzos de sus compañeros más responsables. Los miembros del grupo que son más responsables se sienten explotados y no se esfuerzan tanto como de costumbre. El resultado es que la suma del total es mayor al potencial de algunos de los integrantes del grupo, pero los estudiantes laboriosos y responsables trabajarían mejor solos.

- **El grupo de aprendizaje cooperativo**

A los alumnos se les indica que trabajen juntos y ellos lo hacen de buen grado. Saben que su rendimiento depende del esfuerzo de todos los miembros del grupo. Los grupos de este tipo tienen cinco características distintivas. La primera es que el objetivo grupal de maximizar el aprendizaje de todos los miembros motiva a los alumnos a esforzarse y obtener resultados que superan la capacidad individual de cada uno de ellos. Los miembros del grupo tienen la convicción de que habrán de irse a pique o bien salir a flote todos juntos, y que, si uno de ellos fracasa, entonces fracasan todos. En segundo lugar, cada miembro del grupo asume la responsabilidad, y hace responsables a los demás, de realizar un buen trabajo para cumplir los objetivos en común. En tercer lugar, los miembros del grupo trabajan codo a codo con el fin de producir resultados conjuntos. Hacen un verdadero trabajo colectivo y cada uno promueve el buen rendimiento de los demás, por la vía de ayudar, compartir, explicar y alentarse

unos a otros. Se prestan apoyo, tanto en lo escolar como en lo personal, sobre la base de un compromiso y un interés recíprocos. En cuarto lugar, a los miembros del grupo se les enseñan ciertas formas de relación interpersonal y se espera que las empleen para coordinar su trabajo y alcanzar sus metas. Se hace hincapié en el trabajo de equipo y la ejecución de tareas, y todos los miembros asumen la responsabilidad de dirigir el proceso. Por último, los grupos analizan con qué eficacia están logrando sus objetivos y en qué medida los miembros están trabajando juntos para garantizar una mejora sostenida en su aprendizaje y su trabajo en equipo. Como consecuencia, el grupo es más que la suma de sus partes, y todos los alumnos tienen un mejor desempeño que si hubieran trabajado solos.

### ***¿Cómo se logra la cooperación?***

Según Johnson, Johnson y Holubec (1992) para organizar sus clases de modo de que los alumnos realmente trabajen en forma cooperativa, el docente debe saber cuáles son los elementos básicos que hacen posible la cooperación. El conocimiento de estos elementos le permitirá:

- Tomar sus clases, programas y cursos actuales, y organizarlos cooperativamente.
- Diseñar clases cooperativas que se ajusten a sus propias necesidades y circunstancias pedagógicas, a sus propios programas de estudios, materias y alumnos.
- Diagnosticar los problemas que puedan tener algunos alumnos para trabajar juntos, e intervenir para aumentar la eficacia de los grupos de aprendizaje.

### ***¿Por qué es conveniente el método de aprendizaje cooperativo?***

Para convencerse de la conveniencia de emplear el aprendizaje cooperativo, basta con conocer las investigaciones realizadas al respecto. La primera investigación se hizo en 1898, y desde entonces se han efectuado unos 600 estudios experimentales y más de 100 estudios correlativos sobre los métodos de aprendizaje cooperativo, competitivo e individualista. Los resultados obtenidos pueden clasificarse en tres categorías principales, estos son: esfuerzos por lograr un buen desempeño, relaciones positivas y salud mental. (Johnson, Johnson y Holubec, 1992)

Johnson y R. Johnson (1989) establecen que a partir de las investigaciones existentes, sabemos que la cooperación, comparada con los métodos competitivo e individualista, da lugar a los siguientes resultados.

- Mayores esfuerzos por lograr un buen desempeño: esto incluye un rendimiento más elevado y una mayor productividad por parte de todos los alumnos (ya sean de alto, medio o bajo rendimiento), mayor posibilidad de retención a largo plazo, motivación intrínseca, motivación para lograr un alto rendimiento, más tiempo dedicado a las tareas, un nivel superior de razonamiento y pensamiento crítico.
- Relaciones más positivas entre los alumnos: esto incluye un incremento del espíritu de equipo, relaciones solidarias y comprometidas, respaldo personal y escolar, valoración de la diversidad y cohesión.
- Mayor salud mental: esto incluye un ajuste psicológico general, fortalecimiento del yo, desarrollo social, integración, autoestima, sentido de la propia identidad y capacidad de enfrentar la adversidad y las tensiones.

Los poderosos efectos que tiene la cooperación sobre tantos aspectos distintos y relevantes determinan que el aprendizaje cooperativo se distinga de otros métodos de enseñanza y constituya una de las herramientas más importantes para garantizar el buen rendimiento de los alumnos.

### 2.3.3. Técnicas de método de aprendizaje cooperativo

Son varios los autores que han elaborado y desarrollado técnicas de Aprendizaje Cooperativo que se pueden adaptar a cualquier temática que se esté trabajando con los estudiantes. A continuación, se presentan las técnicas de aprendizaje cooperativo, para luego en el siguiente capítulo extender la técnica con la cual se trabajará en la presente investigación:

➤ ***Jigsaw, Puzzle o Rompecabezas (Aronson y otros, 1975-Slavin, 1980)***

Aronson (1975) instaura que la técnica del Rompecabezas o Puzzle es quizá la más conocida y la más utilizada en el ámbito académico. Los objetivos son:

- Estructurar las interacciones entre los alumnos, mediante equipos de trabajo.
- Lograr que los alumnos dependan unos de otros para lograr sus objetivos.

La secuencia de pasos que conforma esta técnica son los siguientes:

- a) El docente ha de tener preparada la división del tema a tratar en cinco ó seis documentos, los cuales se repartirán a los alumnos siguiendo un orden. Cada uno de ellos será necesario para aprender la totalidad del tema y, por tanto, todos ellos forman la unidad temática completa.
- b) Se divide a los alumnos en grupos de cinco o seis (según el número de documentos elaborados) y dentro de cada grupo cada miembro recibirá

un número de 1 a 5 (ó 6). A los estudiantes con el número 1 se les reparte el mismo documento (que será diferente al del resto de compañeros y que puede corresponderse a la primera parte del tema de estudio). A los alumnos con el número 2 se les reparte el mismo documento (que puede ser la segunda parte del tema) y así sucesivamente con el resto de alumnos. La primera fase será, por tanto, que los alumnos individualmente preparen su documento, que lo lean, que lo entiendan, que lo aprendan (no memorizando) y que recopilen las dudas que les surjan.

- c) Una vez que ya ha finalizado el tiempo estimado para la preparación individual del documento, comienza la segunda fase que se denomina “Reunión de Expertos”. En este momento todos los alumnos con el número 1 se reúnen para debatir y comentar su documento (que es el mismo). Los alumnos con el número 2 también se reúnen, y así sucesivamente con el resto de los números. La finalidad de esta fase es doble: por un lado, que cada alumno se haga experto del documento a través del debate, de los comentarios y de las explicaciones que se hagan en dichos grupos y por otro, que juntos diseñen un plan común para comunicar ese documento al resto de compañeros.
- d) Finalizada las reuniones de expertos, llega la tercera fase, que supone el regreso al grupo original y, cada alumno explicará al resto de sus compañeros el documento que ha estado preparando. Se recomienda que la exposición de los mismos sea en el orden adecuado para, al finalizar, disponer de un conocimiento ordenado y completo de la temática de estudio.
- e) La última fase, la fase cuarta, consiste en evaluar el aprendizaje logrado y la eficacia de la técnica individualmente. Para ello, el docente prepara un test sobre todo el material que han trabajado con el fin de demostrar el dominio del material que han adquirido.

➤ ***Student Teams Achievement Division(STAD)(Slavin, 1978)***

Slavin y otros (1983) dispone que en esta técnica los alumnos deben preparar la temática de estudio a partir de la documentación que les facilita el profesor para posteriormente, enfrentarse a una prueba de forma individual, cuya puntuación influirá en la puntuación final del equipo.

El objetivo principal de esta técnica es:

- Lograr que los alumnos se ayuden entre sí para dominar la temática de estudio.

Urzúa en el año 2008 presenta esta técnica en unos sencillos pasos:

- a) Se constituyen equipos, cada uno entre 4 y 5 estudiantes.
- b) Los equipos son heterogéneos, en cuanto a rendimiento, sexo, etnia, origen, etc.
- c) El profesor presenta la lección y luego los alumnos trabajan en equipo para asegurarse que todos han aprendido la lección.
- d) Al final, de forma individual, cada alumno resuelve una prueba (por ejemplo, un test), sin ayuda del grupo.
- e) La puntuación que obtiene cada estudiante, se compara con las obtenidas anteriormente; se suman las puntuaciones para obtener la puntuación del grupo y aquellos grupos que cumplen con determinados criterios (establecidos por el docente) pueden obtener la “recompensa” establecida (por ejemplo, si el resultado es mejor que en la prueba anterior, anular dicho resultado y conservar la mejor nota del alumno).

➤ ***Group Investigation (Sharan y Sharan, 1976)***

Sharan y Sharan (1976) menciona que la principal diferencia de esta técnica con respecto a las anteriores es que, en esta ocasión, se permite que los

alumnos creen los grupos de trabajo (entre 3 y 6 miembros) guiándose por los intereses hacia los temas presentados.

Los objetivos principales son:

- Discutir, valorar e interpretar los contenidos informativos que reciben en el aula.
- Participar más activamente en la selección de los métodos o procedimientos para el aprendizaje. (García, Traver y Candela, 2001, pág. 69)

Se puede dividir esta técnica en los siguientes pasos:

- a) Presentación de los temas a investigar por el docente. Cada alumno puede tomarse un tiempo para seleccionar la temática que más le interesaría estudiar. Para ello puede formular preguntas que le interesaría responder sobre cada tema.
- b) Elaboración de los grupos en función de los intereses de cada alumno.
- c) El docente puede presentar algún tipo de bibliografía básica u otro tipo de recursos para que los alumnos puedan realizar la investigación.
- d) Realización por equipos de la investigación. En esta fase los alumnos han de:
  - i. Dividir tareas.
  - ii. Localizar la información.
  - iii. Organizar los datos que se van encontrando.
  - iv. Informar a los compañeros de equipo descubrimientos que se van haciendo.
  - v. Discutir y analizar los hallazgos.
  - vi. Determinar si es necesaria más información.
  - vii. Interpretar e integrar sus descubrimientos.

- e) Elaboración del informe final que recoja y explique la investigación realizada, así como los hallazgos y, que al final del mismo presente una autoevaluación del trabajo en equipo (relaciones establecidas, dificultades, etc.).
- f) Presentación oral al resto de compañeros de cada investigación realizada y, el que finalmente evalúa es el docente.

➤ **Co-op (Kagan, 1985)**

Kagan (1985) establece que la técnica es muy parecida a Group Investigation en lo que respecta a investigación por equipos sobre determinados temas.

- El objetivo principal es que los alumnos se ayuden unos a otros a aprender. La secuencia de esta técnica es:
  - a) Discusión de los participantes, para conocer sus intereses. El docente guía este debate.
  - b) Formación de grupos de trabajo heterogéneos.
  - c) Selección del tema para cada equipo.
  - d) Selección de subtemas que componen el tema. Cada persona se hace responsable y experta de un subtema
  - e) Presentación del subtema al grupo.
  - f) Presentación del tema a toda clase.
  - g) Evaluación de las presentaciones individuales y grupales y evaluación del trabajo individual de cada persona sobre un subtema (evaluación del profesor más co-evaluación)

➤ **Jigsaw II (Slavin y otros, 1983)**

Dicha técnica es la última en ser presentada, pues será la elegida para el desarrollo del método de aprendizaje cooperativo dentro de los segundos medios en cuestión. Por lo anterior la técnica Jigsaw II de Slavin más conocida como la segunda técnica del rompecabezas, será estudiada en el siguiente capítulo.

### **2.3.4. Orientaciones didácticas para la planificación del aprendizaje cooperativo**

Planificar y llevar a cabo una actividad de aprendizaje cooperativo con los estudiantes requiere trabajo y esfuerzo por parte del docente y, por supuesto, por parte de los alumnos.

La actividad que se vaya a realizar con los alumnos debe estar alineada con los objetivos de la asignatura, de tal manera que esté conectada con lo que se espera que los alumnos consigan al término de los contenidos.

Si se opta por la realización de una práctica en el desarrollo de la clase algunos aspectos a tener en cuenta son:

- Selección de la temática concreta y organizar la dinámica y los aspectos referentes a:
  - ✓ Describir la actividad a realizar (objetivos, contenidos y evaluación)
  - ✓ Si el docente presentará la temática concreta antes de la actividad o no.
  - ✓ Cuántos grupos serán necesarios y de cuántos alumnos cada uno.

#### **Ejemplo:**

- *La actividad tratará sobre el tema del “Medidas de tendencia central”*
- *El objetivo es que los alumnos calculen medidas de tendencia central en resolución de problemas.*

- *Contenido: “Medidas de tendencia central”*
- *Evaluación: No se calificará este tema, evaluación observacional.*

*Descripción de la actividad:*

- ✓ *Se formarán grupos de 4 alumnos. En total serán: 5 grupos. Los alumnos que tengan el número 1, analizarán la definición de medidas de tendencia central, los que tienen el número 2, analizarán la media aritmética, los que tienen el número 3, analizarán la mediana y los que tengan el número 4, analizarán la moda.*
- ✓ *Se reúnen todos los grupos que han reflexionado sobre los mismos aspectos y el coordinador de cada grupo (nombrado por el profesor o entre los mismos alumnos) expone al resto las ideas principales extraídas del trabajo en pequeño grupo. Y elaboran un pequeño resumen con las aportaciones más relevantes del gran grupo. La duración aproximada será de 30 minutos.*
- ✓ *Los alumnos deberán volver a su grupo inicial y así cada estudiante exponer a sus compañeros lo analizado en los grupos de expertos. La duración aproximada será de 20 minutos.*
- ✓ *Debate final conjunto y cierre del profesor (aproximadamente durante 10 minutos)*

Ahora bien, si el docente quiere aplicar una técnica de aprendizaje cooperativo estructurada, como las que se han presentado en el punto anterior, es necesario tener en cuenta que, al mismo tiempo que se otorga a los alumnos mucha autonomía en el aprendizaje, también es necesario prepararla con todo detalle para fomentar la calidad del aprendizaje de los estudiantes.

Prieto (2007), citando a Johnson y Johnson (2004) señala en cuatro fases las competencias que son necesarias para que el docente ponga en práctica desde la preparación hasta la evaluación una actividad de aprendizaje cooperativa.

### 2.3.5. Evaluación del método de aprendizaje cooperativo

En esta última fase es muy importante evaluar el aprendizaje y los procesos de trabajo en equipo de los alumnos. Este punto se especifica con más detalle en el siguiente apartado.

Puede parecer que, al desglosar tanto las funciones de los docentes, poner en marcha una técnica cooperativa será difícil y costoso. Es claro que hay que invertir esfuerzo en la preparación y supervisión de los trabajos que realizan los estudiantes, pero es una metodología con múltiples beneficios para los aprendizajes y la maduración de los alumnos.

#### ➤ Evaluación del aprendizaje individual y/o grupal

Tras el proceso de Aprendizaje Cooperativo los alumnos han adquirido los conocimientos que se planteaban con la actividad. Y, por tanto, es importante evaluarlo. ¿Se evaluará el rendimiento sólo individual o solo el grupal? ¿O se evaluarán ambos? La elección será la que le parezca más adecuada al docente, aunque no se puede obviar que se obtendrá más información evaluando ambos rendimientos (Johnson, Johnson y Holubec,1992)

- El aprendizaje individual puede evaluarse con una prueba tipo test o con una prueba de pequeñas preguntas abiertas, etc. con el fin de conocer el grado de aprendizaje del alumno.
- El rendimiento grupal puede evaluarse a través del producto del proceso de Aprendizaje Cooperativo. Un archivo un trabajo, una reflexión, un mural, etc.

### ➤ **Coevaluación**

Los estudiantes han estado trabajando juntos y han convivido durante un período de tiempo para lograr el resultado exigido por el profesor. Así, son ellos quienes tienen una información privilegiada sobre lo que ha ocurrido en el seno del grupo. Teniendo en cuenta que el Aprendizaje Cooperativo se centra en el aprendizaje en equipo y en el desarrollo de habilidades y competencias necesarias para enfrentarse al mundo profesional, es necesario prestar atención a estos procesos (Johnson, Johnson y Holubec, 1992)

Por ello, se puede utilizar o elaborar un pequeño cuestionario con preguntas sobre cómo ha sido el trabajo en grupo en general y, en particular, el trabajo de los compañeros de grupo. Aspectos como sentirse a gusto dentro del equipo, poder recurrir a él con alguna duda, la buena o mala coordinación, confiar en los demás miembros pueden ser aspectos generales del trabajo en grupo. Y, aspectos como el nivel de participación, la propuesta de ideas, la escucha, las aportaciones, etc. pueden ser indicadores para que cada estudiante evalúe a los demás miembros de su equipo.

Por otra parte, el docente durante el trabajo de los equipos ha estado observando (en los momentos de trabajo en el aula) las dinámicas de los distintos grupos y ha podido tomar notas sobre lo que ocurría en cada uno de ellos y cómo progresaban. Esta información también resultará muy útil para contrastarla, si fuera necesario, con la que ofrecen los estudiantes.

### ➤ **Autoevaluación**

Johnson, Johnson y Holubec (1992) que con la actividad o la técnica de Aprendizaje Cooperativo se les ha cedido a los alumnos la autonomía y el control en su aprendizaje, por lo que él mismo es el que mejor conoce cuál ha sido su

progreso durante el proceso de aprendizaje. De esta manera sería conveniente tener en cuenta esta valoración.

Así se le puede pedir a cada alumno una reflexión personal sobre:

- Su participación en el grupo.
- Su implicación con los objetivos previstos.
- Aprendizajes logrados.
- Aspectos fuertes de su actuación dentro del grupo.
- Aspectos débiles (o a mejorar) de su actuación dentro del grupo.

También se puede elaborar un pequeño cuestionario con preguntas similares o durante el proceso de trabajo en equipo se puede pedir a los alumnos que elaboren un diario de aprendizaje.

Se han desglosado las distintas posibilidades para evaluar los componentes del Aprendizaje Cooperativo, ahora bien, ¿qué porcentaje otorgar a cada tipo de evaluación?

Esto es cuestión del docente, no existe una división de porcentajes que refleje la mejor manera de evaluar el Aprendizaje Cooperativo. Puede parecer lógico que la primera evaluación sobre el rendimiento individual y/o grupal sea la que mayor peso tenga en la calificación de la actividad. Pero es aconsejable tener en cuenta, aunque el porcentaje sea mucho menor, los otros dos tipos de evaluación ya que, conociendo esto, los alumnos no sólo centrarán su atención en el dominio de los contenidos sino también en los aspectos más humanos orientados a la buena convivencia y coordinación dentro del equipo de trabajo.

### 2.3.6. Aprendizaje cooperativo y matemática

Durante mucho tiempo se han vuelto evidentes los problemas de enseñanza-aprendizaje en la asignatura de matemática y por ende se observa una gran cantidad de fracaso en dicha asignatura.

García y otros (2001) señala que algunas investigaciones afirman los efectos productivos y efectivos de la enseñanza con el método cooperativo, así como también destacan que estos efectos son mayores cuando la materia en la que se utiliza es una materia compleja y novedosa, como resulta ser la matemática para cursos de enseñanza media.

Resulta común que la enseñanza de la disciplina de matemática se plantee individualmente, dejando de lado las relaciones interpersonales entre los alumnos, dicha enseñanza se basa en la explicación del profesor, planteamiento de problemas, ejercicios y resolución de los mismos en gran medida también por parte del profesor en el aula, atendiendo dudas de los alumnos que pocas veces plantean.

El modelo que se plantea comienza por el cambio de rol del profesor en el aula, el cual pasará a ser un guía del conocimiento, un coordinador y un administrador y proveedor de recursos materiales y personales. El docente deberá tener ciertas cualidades, con intereses profesionales y capacidad de compromiso social, pues, como se mencionó anteriormente, el éxito de este método para mejorar las habilidades de los alumnos en matemática vendrá dado en gran medida por la experiencia previa que tenga el profesor con pequeños grupos y su habilidad para aplicar el método.

El docente será quién establezca los objetivos, los contenidos a desarrollar y las metas y objetivos a los que han de llegar los alumnos en cada tarea cooperativa.

Se debe tener en cuenta también que a pesar de favorecer el trabajo cooperativo en el aula no se debe olvidar el trabajo individual que deben realizar. Para la combinación de ambos métodos se debe buscar el modo de poner a su disposición y a la disposición de los alumnos recursos materiales y personales suficientes y variados en la medida que favorezcan el poder poner en marcha este tipo de aprendizaje en las matemáticas (García, Traver y Candela, 2001)

La matemática es un gran campo a la hora de favorecer ideas estimulantes y desafiantes para los alumnos, por lo que el método cooperativo y sus efectos positivos, pueden ser muy beneficioso al utilizarlo en el área de matemática.

### **2.3.7. Aprendizaje Colaborativo**

Se ha observado a lo largo de la investigación, que muchas veces se confunden los métodos de aprendizaje cooperativo con el colaborativo. Por lo anterior es de vital importancia dedicarle unas líneas al aprendizaje colaborativo.

El aprendizaje colaborativo es un concepto que define un área teórica y de investigación de gran actualidad y de fuerte identidad. Aunque el tema de la cooperación intelectual tiene una larga tradición en el ámbito de la investigación en psicología y educación, muchas veces asociado a la idea de trabajo en grupo o en equipo, recién en la década de los 80, y sobre todo de los 90, la cuestión cobra un nuevo impulso, dando lugar al campo epistémico reconocido como aprendizaje colaborativo (Roselli, 2015, p.220.)

Así, el aprendizaje colaborativo es una técnica didáctica que promueve el aprendizaje centrado en el alumno basando el trabajo en pequeños grupos, donde los estudiantes son capaces de diseñar sus propios objetivos y así ser

más independiente a la hora de cumplir las tareas. Dicho aprendizaje difiere mucho con el aprendizaje cooperativo.

### **2.3.8. Aprendizaje cooperativo v/s Aprendizaje Colaborativo**

El aprendizaje cooperativo es un método de aprendizaje basado en el trabajo en equipo de los estudiantes. Incluye diversas y numerosas técnicas en las que los alumnos trabajan conjuntamente para lograr determinados objetivos comunes de los que **son responsables todos los miembros del equipo**.

A su vez el aprendizaje colaborativo es una técnica de estudio independiente, donde los alumnos son más autónomos y cada uno lidera su propio aprendizaje, siendo responsables de sus hábitos de estudio, los cuales se trasformarán en un aprendizaje significativo dependiendo de ellos.

Hay distintos autores que profundizan en la diferencia entre Aprendizaje Cooperativo y Aprendizaje Colaborativo, dichos autores son:

La diferencia básica es que el aprendizaje cooperativo necesita de mucha estructuración para la realización de la actividad por parte del docente mientras que el aprendizaje colaborativo necesita de mucha más autonomía del grupo y muy poca estructuración de la tarea por parte del docente. (Zañartu, 2000)

Por otro lado,

En el aprendizaje colaborativo los alumnos son quienes diseñan su estructura de interacciones y mantienen el control sobre las diferentes decisiones que repercuten en su aprendizaje, mientras que, en el aprendizaje cooperativo, es el profesor quien diseña y mantiene casi por completo el control en la estructura de interacciones y de los resultados que se han de obtener. (Panitz, 2001)

Citando a estos autores, y basado en la definición de ambos aprendizajes, se concluye que la diferencia entre estos dos tipos de aprendizaje es el grado de estructura de la tarea y de las interacciones entre los alumnos.

## 2.4. Jigsaw II (Slavin y otros, 1983)

La técnica Jigsaw II presentado en el año 1983 es el método elegido para trabajar en la investigación que se llevará a cabo con el grupo experimental, por lo cual en este capítulo se hablará sobre este método, sus problemas y su forma de aplicarlo.

Slavin y otros (1983) mencionan que Jigsaw II lleva este nombre pues es una adaptación realizada en el año 1983 por STAD, Slavin y algunos colaboradores del Jigsaw original de Aronson. Esta versión difiere del modelo inicial de Aronson en dos aspectos esenciales:

1. En los resultados debidos a la elaboración
2. En el camino en que la interdependencia es estructurada.

En un análisis dimensional detallado efectuado por Serrano y Calvo (1994), se han encontrado cuatro aspectos diferenciales entre ambos métodos:

- En primer lugar, el Jigsaw II utiliza material curricular ya existente, y todos los miembros del grupo tienen acceso a toda la información, con lo cual, la interdependencia entre alumnos se confía, de forma casi exclusiva a la estructura de recompensa.
- En segundo lugar, el método de Slavin utiliza, fundamentalmente, el sistema de puntuación que se aplicó en STAD.
- En tercer lugar, los equipos del Jigsaw II no se forman mediante técnicas especiales.
- Finalmente, en este método no existe diferenciación de roles en el seno de los equipos.

Este método también conocido como método del rompecabezas favorece la interdependencia de los alumnos, ya que la información se da a los alumnos distribuida en partes, pensando en que los integrantes del grupo serán las piezas de un rompecabezas. Cada alumno obtiene una parte de la información innecesaria para realizar la tarea, convirtiéndose en “experto” de su pieza del rompecabezas o parte de conocimiento. Los miembros del equipo son responsables de conocer a fondo la información que les corresponde, enseñarla y aprenderla y aprender la información presentada por los otros miembros del equipo.

Slavin y otros (1983) indica que la técnica de Jigsaw II es muy simple utilizar en la sala de clases. Para su desarrollo se necesitan seguir los siguientes pasos:

1. Presentación inicial por parte del profesor de los objetivos a conseguir y de la técnica a aplicar.
2. Dividir a estudiantes en grupos con 5 ó 6 personas por grupos. Los grupos deben ser heterogéneos en términos de género, pertenencia étnica, raza, y capacidad, etc.
3. Designar a un estudiante de cada grupo como el líder. Inicialmente, esta persona debe ser el estudiante más responsable del grupo. Con el uso reiterado de esta técnica, es importante ir rotando la posición de líder
4. Dividir la lección del día en 5-6 segmentos.
5. Asignar a cada estudiante para aprender un segmento, cerciorándose de que los estudiantes tienen acceso directo solamente a su propio segmento.
6. Dar a los estudiantes un tiempo definido para leer sobre su segmento por lo menos dos veces y de comprenderlo adecuadamente. No hay necesidad que ellos memoricen la información.
7. En los “grupos de expertos” cada estudiante asignados al mismo segmento, se juntan en grupos de expertos, discuten los puntos

principales de su segmento y ensayan las presentaciones que harán a su grupo del rompecabezas.

8. Traer a los estudiantes nuevamente a su grupo del rompecabezas.
9. Pedir que cada estudiante presente su segmento al grupo. Incentivando a los alumnos a realizar preguntas para clarificar mejor los temas.
10. El docente recorre de grupo en grupo, observando el proceso. Si cualquier grupo está teniendo problemas, el docente realiza una intervención apropiada. Eventualmente, es mejor que el líder del grupo maneje esta tarea. Los líderes pueden ser entrenados susurrando una instrucción en cómo intervenir, hasta que el líder consigue que todos se involucren en la tarea.
11. En el final de la sesión, haga una pequeña evaluación del material de modo que los estudiantes reconozcan que estas sesiones no son de diversión y juegos sino realmente cuentan en término de la evaluación y calificación.

#### 2.4.1. Problemas que se presentan en Jigsaw II

Según lo mencionado por Slavin y otros (1983), dentro de la técnica Jigsaw II se encuentran diferentes problemas para la aplicación de ésta, dichos problemas encontrados en los estudiantes se mencionan en las siguientes líneas:

##### ➤ El problema del estudiante dominante

Muchos profesores encuentran que el rompecabezas es útil rotar a quien se designa como líder de la discusión. Es el trabajo del líder invitar a estudiantes de una manera justa e intentar la participación uniforme. Además, los estudiantes se dan rápidamente cuenta que el grupo funciona con más eficacia si se permite

a cada estudiante presentar su material antes de las preguntas y comentarios. Así, el interés del grupo reduce eventuales problemas de dominación.

➤ **El problema del estudiante lento**

Los profesores deben cerciorarse de que los estudiantes con habilidades más bajas no presenten un informe inferior al grupo del rompecabezas. Si éste fuera a suceder, la experiencia del rompecabezas puede fracasar. Para ocuparse de este problema, la técnica del rompecabezas confía en los grupos “expertos”. Antes de presentar un informe a su grupo del rompecabezas, cada estudiante se incorpora a un grupo de expertos que consiste en otros estudiantes que han preparado un informe sobre el mismo asunto. En el grupo de expertos, los estudiantes tienen una ocasión de discutir su informe y modificarlo en base a las sugerencias de otros miembros de su grupo de expertos. Este sistema trabaja muy bien. En las primeras etapas, los profesores pueden supervisar a los grupos de expertos cuidadosamente, para cerciorarse de que cada estudiante termina con un informe exacto para compartir con su grupo del rompecabezas. La mayoría de los profesores encuentran que una vez que los grupos de expertos consigan comprender su función, la supervisión cercana llega a ser innecesaria.

➤ **El problema de los estudiantes brillantes que se aburren**

El aburrimiento puede ser un problema en cualquier sala de clase, sin importar la técnica de aprendizaje utilizada. La investigación sugiere, sin embargo, que hay menos aburrimiento en salas de clase del rompecabezas que en salas de clase tradicionales. Los jóvenes que aprenden con esta técnica dicen estar más motivados en la escuela, y es verdad para los estudiantes brillantes, así como los estudiantes más lentos. Después de todo, el estar en la posición de un profesor puede ser un cambio interesante para los estudiantes. Si se anima

a los estudiantes más brillantes que asuman el rol de “profesor,” la experiencia de aprendizaje se puede transformar en un desafío interesante. No sólo tal desafío produce ventajas psicológicas, pero el aprendizaje es con frecuencia más riguroso.

➤ **El problema de los estudiantes que han sido entrenados para competir**

La investigación sugiere que el rompecabezas tiene su efecto más fuerte si es introducido en la educación básica. Cuando los niños utilizan regularmente el rompecabezas en educación básica, con una hora por día en educación media es suficiente para mantener las ventajas del aprendizaje cooperativo. ¿Pero qué hacer si el rompecabezas no se ha utilizado en educación básica? Obviamente, es una batalla ascendente introducir el aprendizaje cooperativo a los 14 años. Los viejos hábitos no son fáciles de romper. Pero pueden cambiarse, y nunca es demasiado tarde para comenzar. La experiencia ha demostrado que, aunque demora más, la mayoría de los estudiantes de secundaria que participan en un rompecabezas exhiben una capacidad notable de beneficiarse de esta estructura cooperativa.

En conclusión, algunos docentes pueden sentir que han intentado ya un acercamiento con el aprendizaje cooperativo porque han colocado de vez en cuando a sus estudiantes a trabajar en grupos pequeños para que cooperen. Aprender a cooperar y cooperar para aprender requiere más que jóvenes alrededor de una mesa y decirles que compartan, trabajen juntos, y sean agradables y buenos compañeros. Tales situaciones poco estructuradas no contienen los elementos cruciales y las garantías que hacen que el rompecabezas y otras estrategias cooperativas estructuradas sean tan efectivas para promover aprendizajes.

## 2.5. Motivación en Matemática

Al final de la investigación, se analiza la motivación hacia la matemática de los alumnos para ambos métodos, para indagar si tiene algún impacto en ella la intervención pedagógica. Por tanto, se hace necesario conocer algunos aspectos de la motivación hacia la matemática.

Para Zemelman (1998), el objetivo principal al enseñar matemática es ayudar a que todos los estudiantes desarrollen capacidad matemática. Los estudiantes deben desarrollar la comprensión de los conceptos y procedimientos matemáticos y deben estar en capacidad de ver y creer que la matemática hace sentido y que es útil para ellos. Docentes y estudiantes deben reconocer que la habilidad matemática es parte normal de la habilidad mental de todas las personas, no solamente de unos pocos alumnos. Otro investigador que escribe sobre esto es Angulo (2006), quien opina que enseñar matemáticas es proporcionar medios de reflexión para evaluar y disciplinar estructuras cognoscitivas compatibles con un marco referencial de orden platónico. Este mismo autor agrega que la matemática por ser una ciencia antigua ha tenido que ir cambiando y adaptándose a los cambios que ocurren a lo largo del tiempo, ya que, al transcurrir estos cambios, los seres humanos buscan la mejora en su sobrevivencia y la matemática brinda la oportunidad de modificar o crear una mejora en su contorno. Hoy en día los estudiantes que se encuentran en las aulas de clases son estudiantes nacidos en era de la tecnología y los profesores se tienen que integrar a esta nueva era.

Es por ello necesario crear actividades donde se puedan utilizar estos medios y brindarles a los estudiantes estimulaciones donde ellos se sientan cómodos y donde puedan manejar sus conocimientos de una manera adecuada, siempre con el profesor como guía para lograr estos objetivos.

"Motivar es despertar el interés y la atención de los alumnos por los valores contenidos en la materia, excitando en ellos el interés de aprenderla, el gusto de estudiarla y la satisfacción de cumplir las tareas que exige"(Alves, 1983) Existen otros autores como Santrock (2001), que opinan que hay muchas consideraciones a tomar sobre la motivación en el aula. Para este autor la corriente psicológica conductista considera que las motivaciones en el aprendizaje deben ser casuales, donde deben basarse en elementos externos que recompensan o castigan determinados comportamientos para generar una conducta deseada. Para Emmer (1997) la motivación casual hace muy emocionante la clase y puede conducir u orientar el comportamiento de los alumnos. Existen muchas prácticas de motivación conductista en el aula: la celebración de un evento especial como cambiar la clase por una película o un partido de fútbol, otorgar puntos que mejoren la calificación de los; reconocer el trabajo realizado por ellos dando felicitaciones públicas o destacándolos en cuadros de honor. Otra idea puede ser realizar representaciones dramáticas por días festivos o competencias entre ellos.

Con todo esto se puede resumir lo siguiente sobre la motivación en el campo de la educación: Para conseguir que los alumnos aprendan, no basta explicar bien la materia y exigirles que aprendan. Es necesario despertar su atención, crear en ellos un positivo interés por el estudio, estimular su deseo de conseguir los resultados previstos y cultivar el gusto por los trabajos escolares. "Ese interés, ese deseo y ese gusto actuarán en el espíritu de los alumnos como justificación de todo esfuerzo y trabajo para aprender "(Roa, 2007). La motivación escolar no es una técnica o método de enseñanza particular, sino un factor cognitivo presente en todo acto de aprendizaje. La motivación, además, condiciona la forma de pensar del alumno y con ello el tipo de aprendizaje resultante.

## 2.6. Contenidos Matemáticos

Durante la intervención se trabaja en dos segundos medios de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja, específicamente se pide por medio del jefe Utp del establecimiento, trabajar en los contenidos faltantes de Séptimo año básico. Por lo anterior se trabaja con el libro Mineduc de séptimo año facilitado por el establecimiento.

A continuación, se definen los contenidos vistos dentro de la intervención, específicamente medidas de tendencia central, frecuencias y gráficos.

**Medidas de tendencia central:** Son valores que se ubican al centro de un conjunto de datos ordenados según su magnitud. Generalmente se utilizan 4 de estos valores.

**Media Aritmética:** Es la suma de todos los valores observados, dividido por el número total de observaciones para obtener un promedio.

**Mediana:** Con esta medida podemos identificar el valor que se encuentra en el centro de los datos, después que los elementos han sido ordenados.

**Moda:** La medida modal nos indica el valor que más veces se repite dentro de los datos.

**Frecuencia:** Es el número de veces que se repite un determinado acto o suceso.

**Frecuencia relativa:** Es el cociente entre la frecuencia absoluta y el tamaño de la muestra. Esta frecuencia nos permite hacer comparaciones de muestras de distinto tamaño.

**Frecuencia absoluta acumulada:** Es el número de veces que ha aparecido en la muestra un valor menor o igual que el de la variable.

**Frecuencia absoluta:** Es el número de veces que aparece en la muestra dicho valor de la variable.

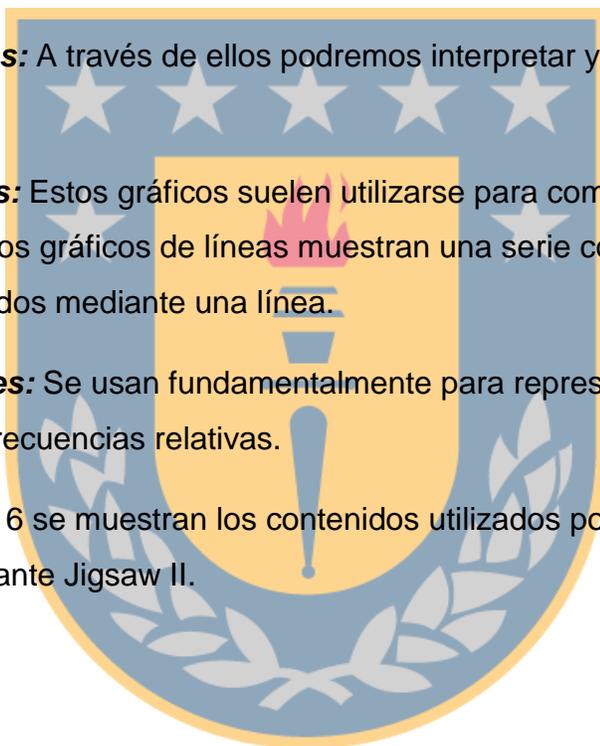
**Gráfico:** Es una representación por medio de líneas y aquello perteneciente o relativo a la escritura y a la imprenta. Un periódico y una revista son medios gráficos, por ejemplo.

**Gráficos de barras:** A través de ellos podremos interpretar y comparar información.

**Gráficos de líneas:** Estos gráficos suelen utilizarse para comparar valores a lo largo del tiempo. Los gráficos de líneas muestran una serie como un conjunto de puntos conectados mediante una línea.

**Gráficos circulares:** Se usan fundamentalmente para representar distribuciones de frecuencias relativas.

En el anexo 6 se muestran los contenidos utilizados por los grupos cooperativos mediante Jigsaw II.



## **CAPÍTULO 3. MARCO METODOLÓGICO**

### **Propuesta metodológica**

Esta investigación tiene como propósito, analizar el impacto en el rendimiento académico y el aprendizaje permanente de los estudiantes de segundo medio de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja en la Asignatura de Matemática mediante el Aprendizaje Cooperativo, específicamente la técnica Jigsaw II.

#### **3.1. Tipo de investigación**

La investigación es de carácter cuantitativo, ya que, se aplican variados test abarcando desde lo previo hasta la motivación final del educando, obteniendo un análisis estadístico de los resultados de dichos instrumentos.

Además, tiene un diseño cuasi-experimental, ya que se cuenta con un grupo control y un grupo experimental designados ambos por el establecimiento, lo que nos permite comparar los métodos en los distintos tiempos.

El tipo de investigación es de carácter explicativo, es decir, es una investigación causal comparativa entre el método experimental y el método tradicional en dos segundos medios de un establecimiento particular subvencionado de la ciudad de Laja.

#### **3.2. Población y muestra**

La población en estudio está constituida por los alumnos de 2° medio de un colegio particular subvencionado, de la ciudad de Laja, dicha población corresponde a 50 alumnos.

La muestra es igual a la población, pues en la ciudad de Laja no existen más establecimientos con las características del Liceo en cuestión. Por lo anteriormente mencionado la muestra está constituida por 50 alumnos pertenecientes a dos 2° medios de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja, dichos alumnos corresponden al GE y GC, respectivamente, donde GE corresponde al grupo experimental y GC corresponde al grupo control.

### **3.3. Variables**

#### **3.3.1. Variable Independiente**

Para la investigación, la variable independiente corresponde a la metodología de enseñanza. En esta exploración la variable independiente tomará dos valores, el método aprendizaje tradicional y el método de aprendizaje cooperativo. Los valores serán abordados dentro de la intervención sobre los grupos experimental y control en 2° medio de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja, en la unidad de Estadística y Probabilidad.

- Método de Aprendizaje: Cooperativo mediante Jigsaw II y Tradicional

#### **3.3.2. Variables dependientes**

Las variables dependientes de la investigación son las siguientes:

- Rendimiento académico en matemática
- Aprendizaje permanente en matemática.
- Motivación hacia la matemática

#### ***Definición operacional de las variables***

- El rendimiento académico en matemática, será medido a través de un pre-test y un post-test mediante el puntaje obtenido en ellos, dichos test serán aplicados a los alumnos de segundo medio de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja durante la intervención.

- El aprendizaje permanente en matemática, será medido a través de un post-test calculando el porcentaje de retención mediante los puntajes obtenidos en los test de cada alumno de segundo medio dos meses después de haber terminado la intervención.
- La motivación hacia la matemática, se mide a través de un test de motivación hacia la matemática extraído del seminario de título realizado el año 2015, el test se divide en 3 partes: el valor, el coste y la autoeficacia, dicho instrumento será aplicado 3 meses después de haber terminado la intervención.

### **3.4. Descripción de los Instrumentos**

Durante la recolección de datos de la investigación se hará uso de diferentes instrumentos evaluativo para medir las variables cognitivas en los alumnos de segundo medio de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja.

Dichos instrumentos serán:

#### **3.4.1. Pre-test de conocimientos previos**

El test se aplicará al comienzo de la intervención, tanto al grupo control como al grupo experimental.

Dicho test medirá los conocimientos previos de los alumnos acerca de los temas a tratar en la unidad de Estadística y Probabilidad, enfocados en los aprendizajes esperados de séptimo básico, pues en dicha unidad es donde los alumnos tienen déficit desde séptimo básico.

Dicho test abarca los siguientes objetivos:

1. Determinar medidas de tendencia central a partir de datos y gráficos.

2. Confeccionar tablas de frecuencias absolutas y relativas a partir de datos y de gráficos.
3. Verbalizar datos obtenidos en gráficos y cambiar de un gráfico a otro.

El instrumento se sometió a validación por parte de tres docentes de matemática, una profesora perteneciente a un establecimiento científico humanista particular subvencionado de la ciudad de Laja que ha egresado de la carrera de Pedagogía en Matemática y Educación Tecnológica de la Universidad de Concepción campus Los Ángeles y dos docentes que ejercen su labor dentro de la misma Universidad de Concepción Campus Los Ángeles en la carrera Pedagogía en Matemática y Educación Tecnológica.

Este instrumento consta de cinco ítems, el primer ítem es confeccionar tablas de frecuencias absolutas y relativas de los datos obtenidos en la muestra, está enfocado en la construcción de las tablas de frecuencias y tiene una asignación de 20 puntos, el segundo ítem es sacar datos de los gráficos y los registran en tablas, diferenciando entre la frecuencia relativa y la absoluta, el cual se le asignan 20 puntos, el tercer ítem es cambiar de un gráfico a otro; por ejemplo: de un gráfico de barras a un gráfico de líneas, en el cual se le asignan 16 puntos, el cuarto ítem es verbalizar y comunicar información presentada en gráficos, el cual se le asignan 21 puntos y por último el quinto ítem es calcular medidas de tendencia central el cual se le asignan 12 puntos y está enfocado en calcular media aritmética, mediana y moda. El pre test posee un alfa de fiabilidad de Cronbach de  $\alpha=0,733$ , calculado para la muestra en estudio.

Mencionar que tanto el pre-test de previos como el post-test de conocimientos adquiridos y el post- test de aprendizaje significativo están enfocados en los mismos tres objetivos, ítems, sólo irán variando en los ejercicios propuestos por el docente a cargo de la intervención.

### 3.4.2. Post test de conocimientos adquiridos

El test se aplicará al término de la intervención, tanto al grupo control como al grupo experimental.

Dicho test medirá los conocimientos adquiridos por los alumnos durante el periodo de intervención en la unidad de Estadística y Probabilidad, enfocados en los aprendizajes esperados de séptimo básico, pues en dicha unidad es donde los alumnos tienen déficit desde séptimo básico.

Dicho test abarca los siguientes objetivos:

1. Determinar medidas de tendencia central a partir de datos y gráficos.
2. Confeccionar tablas de frecuencias absolutas y relativas a partir de datos y de gráficos.
3. Verbalizar datos obtenidos en gráficos y cambiar de un gráfico a otro.

El instrumento se sometió a validación por parte de tres docentes de matemática, una profesora perteneciente a un establecimiento científico humanista particular subvencionado de la ciudad de Laja que ha egresado de la carrera de Pedagogía en Matemática y Educación Tecnológica de la Universidad de Concepción campus Los Ángeles y dos docentes que ejercen su labor dentro de la misma Universidad de Concepción Campus Los Ángeles en la carrera Pedagogía en Matemática y Educación Tecnológica.

Este instrumento consta de cinco ítems, el primer ítem es confeccionar tablas de frecuencias absolutas y relativas de los datos obtenidos en la muestra, está enfocado en la construcción de las tablas de frecuencias y tiene una asignación de 20 puntos, el segundo ítem es sacar datos de los gráficos y los registran en tablas, diferenciando entre la frecuencia relativa y la absoluta, el cual se le asignan 20 puntos, el tercer ítem es cambiar de un gráfico a otro; por

ejemplo: de un gráfico de barras a un gráfico de líneas, en el cual se le asignan 16 puntos, el cuarto ítem es verbalizar y comunicar información presentada en gráficos, el cual se le asignan 21 puntos y por último el quinto ítem es calcular medidas de tendencia central el cual se le asignan 12 puntos y está enfocado en calcular media aritmética, mediana y moda. El post test de conocimientos adquiridos posee un alfa de fiabilidad de Cronbach de  $\alpha=0,796$ , calculado para la muestra en estudio.

### **3.4.3. Post-test de aprendizaje permanente**

El test se aplicará 2 meses después de haber terminado la intervención con los alumnos, tanto al grupo control como al grupo experimental.

Dicho test medirá los conocimientos que los alumnos lograron retener en los 2 meses en la unidad de Estadística y Probabilidad, enfocados en los aprendizajes esperados de séptimo básico, pues en dicha unidad es donde los alumnos tienen déficit desde séptimo básico. Con esto se logrará ver el coeficiente de retención de los alumnos y así ver si los aprendizajes adquiridos por los alumnos son permanentes.

Dicho test abarca los siguientes objetivos:

1. Determinar medidas de tendencia central a partir de datos y gráficos.
2. Confeccionar tablas de frecuencias absolutas y relativas a partir de datos y de gráficos.
3. Verbalizar datos obtenidos en gráficos y cambiar de un gráfico a otro.

El instrumento se sometió a validación por parte de tres docentes de matemática, una profesora perteneciente a un establecimiento científico humanista particular subvencionado de la ciudad de Laja que ha egresado de la carrera de Pedagogía en Matemática y Educación Tecnológica de la Universidad

de Concepción campus Los Ángeles y dos docentes que ejercen su labor dentro de la misma Universidad de Concepción Campus Los Ángeles en la carrera Pedagogía en Matemática y Educación Tecnológica.

Este instrumento consta de cinco ítems, el primer ítem es confeccionar tablas de frecuencias absolutas y relativas de los datos obtenidos en la muestra, está enfocado en la construcción de las tablas de frecuencias y tiene una asignación de 20 puntos, el segundo ítem es sacar datos de los gráficos y los registran en tablas, diferenciando entre la frecuencia relativa y la absoluta, el cual se le asignan 20 puntos, el tercer ítem es cambiar de un gráfico a otro; por ejemplo: de un gráfico de barras a un gráfico de líneas, en el cual se le asignan 16 puntos, el cuarto ítem es verbalizar y comunicar información presentada en gráficos, el cual se le asignan 21 puntos y por último el quinto ítem es calcular medidas de tendencia central el cual se le asignan 12 puntos y está enfocado en calcular media aritmética, mediana y moda. El post test de aprendizaje significativo posee un alfa de fiabilidad de Cronbach de  $\alpha=0,822$ , calculado para la muestra en estudio.

#### **3.4.4. Test de Motivación**

En la presente investigación no fue posible indagar sobre la motivación en los alumnos desde un comienzo, es por esto que al término de la intervención se aplica un test de motivación hacia la asignatura de matemática a los alumnos de segundo medio, tanto al grupo control, como al grupo experimental, dicho test fue extraído del seminario de título “ incidencia en el rendimiento académico matemático y en algunos factores socio-afectivos que produce la implementación del aprendizaje cooperativo mediante la modelización matemática”(2015).

En dicho año el test de motivación fue extraído de la revista de Didáctica de las Matemáticas “NUMEROS”, (volumen 86, julio de 2014, páginas 39-50),

Traducción castellana del test original de Berger y Karabenick 2011. El cual consiste en cuestionario de 14 preguntas centradas en 5 ejes de la motivación hacia la matemática:

- Interés
- Importancia
- Utilidad
- Coste
- Autoeficacia

Las respuestas de dicho test se ajustan a una escala Likert 5, donde el número 1 corresponde a “completamente en desacuerdo” a lo que describe el enunciado y el 5 corresponde a un “completamente de acuerdo” a lo que se enuncia.

Como recomiendan los autores del cuestionario original, se han agrupado los tres primeros componentes de valor (interés, utilidad e importancia) y se ha medido el coste por separado. De esta manera, los indicadores de motivación estudiados son tres: el valor, el coste y la expectativa de autoeficacia.

Para el análisis de la fiabilidad los autores especifican que se realizó una prueba con 1220 alumnos obteniéndose un coeficiente de fiabilidad Alfa de Cronbach de 0,9504, lo cual hace que la prueba sea bastante confiable. El test presentó un nivel de fiabilidad alfa de Cronbach de  $\alpha=0,757$ , calculado para la muestra en estudio.

### **3.5. Dimensión Temporal de la Investigación**

En esta investigación se intervino a partir del mes de marzo en un colegio particular subvencionado de la ciudad de Laja, durante un periodo de 9 semanas en total, las cuales fueron distribuidas en 2 horas por semanas tomando el taller

de matemática para realizar dichas intervenciones, es decir, se intervino por 18 horas pedagógicas. La recolección de datos se realizó en tres períodos; al principio, al final de la intervención y 2 meses luego de haber finalizado la intervención, por lo cual se habla de una investigación longitudinal. El docente que interviene comienza a asistir a ambos cursos el día 15 de marzo para tomar dos clases de observación y así comenzar con el pre-test de conocimientos previos el día 5 de abril del 2018 en ambos grupos el control y el experimental. El proceso terminará con el post-test de conocimientos adquiridos el día 31 de mayo para luego el día 06 de septiembre tomar el post-test de aprendizaje permanente.

### **3.6. Técnicas de análisis de información**

Previo al análisis de los datos se realiza un análisis de homogeneidad para ver si las muestras en cuestión pueden compararse, resultando que los dos grupos son homogéneos y así pueden compararse y trabajar con los datos puros.

Anterior al análisis de las hipótesis de la investigación, se realizan estudios de normalidad en cada una de las muestras de las variables analizadas durante la intervención. El nivel de significación utilizado es de 5%. Para aquellas muestras que provienen de variables con una distribución normal dependientes e independientes, se aplica la prueba paramétrica t de Student.

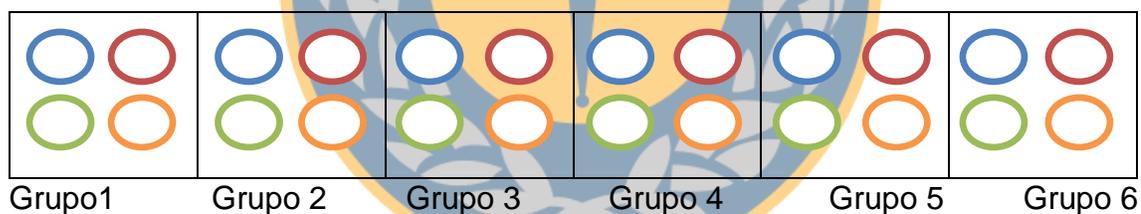
Para las muestras que no provienen de variables con una distribución normal, se aplican las pruebas no paramétricas de una muestra o comparación de dos distribuciones mediante el programa xlstat de la plataforma Excel utilizando la licencia anual aa61-dcad-1e6a-4c5b-84c1-ebec-4113-304e. Se utilizan para las muestras dependientes la prueba de Wilcoxon y para muestras independientes la prueba de Mann Whitney.

### 3.7. Descripción de la intervención en el GE

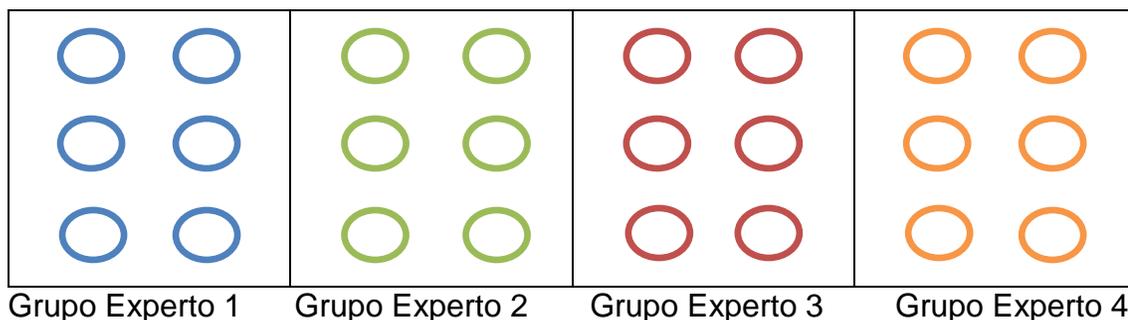
En una de las clases de observación se describió el método de aprendizaje cooperativo mediante Jigsaw II, explicando a los alumnos que es como un rompecabezas, además se mencionó que es un grupo de aprendizaje cooperativo formal, pues este grupo será el que tendrán durante las semanas de intervención. A continuación, se muestran los pasos a seguir con el grupo experimental.

1. Determinación del tamaño de los grupos: El tamaño de los grupos puede variar entre 4 ó 5 personas según Jigsaw II, en este caso los grupos serán de 4 integrantes, quedando un total de 6 grupos.

2. Método para formar los grupos: Como lo dice el método Jigsaw II, los estudiantes serán elegidos al azar, no existe una manera especial en la separación de los grupos, por esto se tomó el libro y se separarán en 6 grupos de 4 estudiantes.



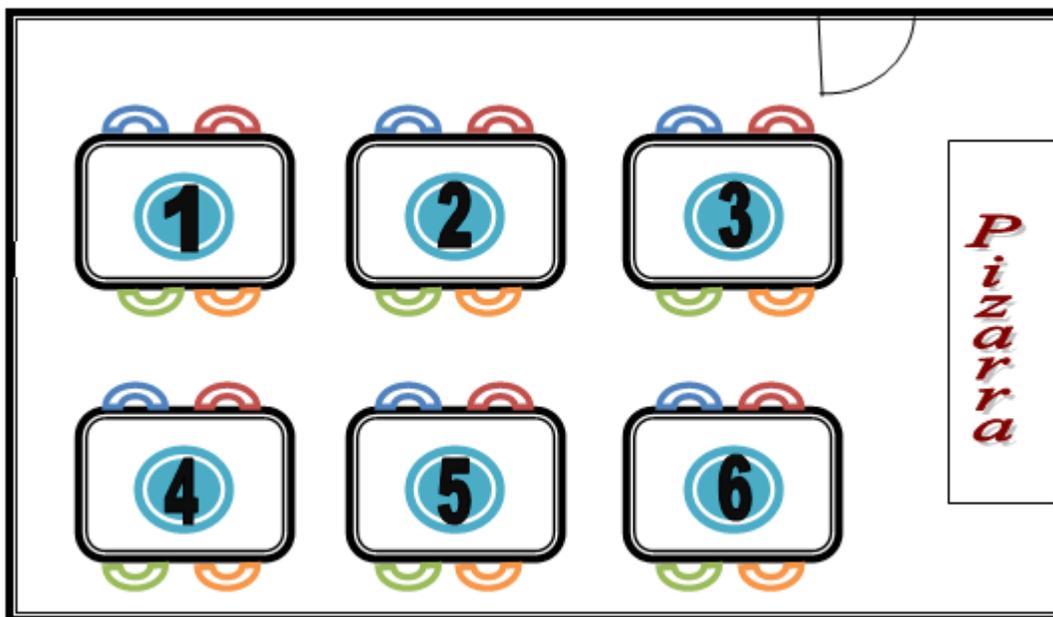
3. Grupo de Expertos: Luego de formar los 6 grupos, cada integrante del grupo tendrá un color para así formar los grupos de expertos, es decir, se juntarán todos los azules que tendrán la misma materia para hacerse expertos en el tema, y así lo harán los rojos, verdes y naranjos, tal como se muestra a continuación.



4. Designación de roles: Los roles designados son para los grupos iniciales, para los 4 integrantes serán los siguientes:

- Líder del grupo: Es quien supervisa y motiva el trabajo del grupo, además es quién controla el cumplimiento de las tareas dadas por el docente y supervisa que cada alumno cumpla con su rol.
- Secretario: Es el encargado de anotar las ideas y observaciones que vayan saliendo dentro del grupo.
- Registro: Es el encargado de redactar las conclusiones finales a las que llegan como grupo, las cuales serán presentadas al docente.
- Vocero: Es el encargado de hablar con el docente y de presentar las ideas finales que concluyan como grupo.

5. Ordenamiento del aula: Se ordenan de tal manera que los 4 estudiantes queden mirándose de frente, sin dar la espalda a la pizarra y dejando espacio para que el docente pueda caminar entre los grupos, además cuando se formen los grupos de expertos se dará el tiempo para que salgan fuera de la sala de clases a comentar y poder formar sus conocimientos, el docente también irá mirando e interviniendo cuando sea necesario, a continuación, se muestra un bosquejo de cómo queda la sala de clases.



### 3.7. Calendario de las intervenciones

Grupo Experimental		
15/03/2018	Jueves (2)	Observación del curso.
29/03/2018	Jueves (2)	Observación del curso.
05/04/2018	Jueves (2)	Aplicación del pre-test de conocimientos previos.
12/04/2018	Jueves (2)	Definir y Calcular medidas de tendencia central mediante método cooperativo.
19/04/2018	Jueves (2)	Definir Frecuencia absoluta, relativa, acumulada mediante método cooperativo. Confeccionar tablas de frecuencia mediante método cooperativo.
26/04/2018	Jueves (2)	Cambio de actividades.
03/05/2018	Jueves (2)	Definir gráficos de línea, barra y circular mediante método cooperativo. Confeccionar gráficos de línea, barra y circular.

APRENDIZAJE COOPERATIVO EN MATEMÁTICA EN EL EJE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD  
EN ALUMNOS DE SEGUNDO MEDIO DE UN LICEO PARTICULAR SUBVENCIONADO DE LA  
CIUDAD DE LAJA UTILIZANDO LA TÉCNICA JIGSAW II

10/05/2018	Jueves (2)	Cambio de actividades.
17/05/2018	Jueves (2)	Cambio de actividades.
24/05/2018	Jueves (2)	Resumir medidas de tendencia central, gráficos y frecuencias mediante método cooperativo.
31/05/2018	Jueves (2)	Aplicación post-test conocimientos adquiridos.
06/09/2018	Jueves (2)	Aplicación post-test aprendizaje significativo.
19/11/2018	Lunes(1)	Aplicación test de motivación.

<b>Grupo Control</b>		
15/03/2018	Jueves (2)	Observación del curso.
29/03/2018	Jueves (2)	Observación del curso.
05/04/2018	Jueves (2)	Aplicación del pre-test de conocimientos previos.
12/04/2018	Jueves (2)	Definir y Calcular medidas de tendencia central.
19/04/2018	Jueves (2)	Definir Frecuencia absoluta, relativa, acumulada. Confeccionar tablas de frecuencia.
26/04/2018	Jueves (2)	Cambio de actividades.
03/05/2018	Jueves (2)	Definir gráficos de línea, barra y circular. Confeccionar gráficos de línea, barra y circular.
10/05/2018	Jueves (2)	Cambio de actividades.
17/05/2018	Jueves (2)	Cambio de actividades.
24/05/2018	Jueves (2)	Resumir medidas de tendencia central, gráficos y frecuencias.
31/05/2018	Jueves (2)	Aplicación post-test conocimientos adquiridos.
06/09/2018	Jueves (2)	Aplicación post-test aprendizaje significativo.
19/11/2018	Lunes(1)	Aplicación test de motivación.

### 3.8. Planificación de la intervención

En ambos grupos, tanto en el control como en el experimental se trabajó en paralelo en cuanto a ejercicios, actividades, días de trabajo, etc. Lo que cambia entre ambos grupos es la metodología utilizada, es decir, el grupo control utiliza el método tradicional y el grupo experimental el método cooperativo mediante Jigsaw II. En los anexos se adjuntan las planificaciones y actividades realizadas con los diferentes grupos para profundizar más en la forma en la que se realiza la intervención.



## **CAPÍTULO 4. RESULTADOS, ANÁLISIS DE DATOS Y DISCUSIÓN**

En este capítulo se comprueban las cinco hipótesis planteadas al comienzo de la investigación, luego de haber finalizado la intervención en los dos segundos medios de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja, utilizando el método de aprendizaje cooperativo mediante Jigsaw II. Para esto se aplican instrumentos de evaluación en ambos cursos donde se realizó la intervención.

### **Prueba de hipótesis inicial:**

**H.0.** “Los conocimientos previos de los alumnos para ambos métodos son similares, es decir, parten con el mismo conocimiento en segundo medio en el eje Estadística y Probabilidad en la asignatura de matemática”

Como las muestras no siguen una distribución normal a un nivel de significación  $\alpha=0.05$ , por lo que se debe aplicar la prueba de Mann Whitney no paramétrica para variables independientes para la comparación de las distribuciones de los resultados de los pre test de conocimientos previos. Las hipótesis de trabajo se definen de la siguiente manera:

**H<sub>0</sub>: hipótesis nula n°0:** Los conocimientos previos de los alumnos para ambos métodos son similares, es decir, parten con el mismo conocimiento en segundo medio en el eje Estadística y Probabilidad en la asignatura de matemática.

$$H_0: F_1 - F_2 = 0$$

**H<sub>a</sub>: hipótesis alternativa n° 0:** Los conocimientos previos de los alumnos para ambos métodos no son similares, es decir, no parten con el mismo conocimiento en segundo medio en el eje Estadística y Probabilidad en la asignatura de matemática.

$$H_a: F_1 - F_2 \neq 0$$

Siendo  $F_1$  y  $F_2$  son las distribuciones de los rendimientos antes de aplicados los métodos de Aprendizaje Cooperativo mediante Jigsaw II y Tradicional, respectivamente. Los estadísticos descriptivos de dichos test son:

Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típica	Mediana
pre test GE	24	4,000	29,000	13,792	8,597	9,500
pre test GC	26	4,000	29,000	13,731	8,483	9,500

Los resultados de la prueba de hipótesis por medio de la prueba de Mann Whitney para dos muestras independientes/prueba bilateral son las siguientes:

U	316
U (estandarizado)	0,000
Valore esperado	312,000
Varianza (U)	2606,155
valor-p (bilateral)	0,946
alfa	0,05

Puesto que el valor-p calculado es mayor que el nivel de significación  $\alpha=0,05$ , no se puede rechazar la hipótesis nula  $H_0$ .

Por lo cual los conocimientos previos de los alumnos para ambos métodos son similares, es decir, parten con el mismo conocimiento en segundo medio en

el eje Estadística y Probabilidad en la asignatura de matemática, es decir, se pueden comparar ambos grupos y trabajar con los datos puros.

#### 4.1. Análisis de Hipótesis de Investigación

##### Análisis post test de conocimientos adquiridos.

- **Comparación entre métodos**

**H.1.** "El método de Aprendizaje Cooperativo mediante Jigsaw II permite obtener mayor rendimiento académico que el método tradicional en el eje de Estadística y Probabilidad en alumnos de 2° Medio de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja en la Asignatura de Matemática".

Como las muestras siguen una distribución normal a un nivel de significación  $\alpha=0.05$ , aplicamos la prueba paramétrica t para variables independientes para la comparación de las distribuciones de los resultados de los post test de aprendizajes adquiridos. Las hipótesis de trabajo se definen de la siguiente manera:

**H<sub>0</sub>: hipótesis nula n° 1:** El método de Aprendizaje Cooperativo mediante Jigsaw II no permite obtener mayor rendimiento promedio que el método tradicional en el eje de Estadística y Probabilidad en alumnos de 2° Medio de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja en la Asignatura de Matemática.

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$$

**H<sub>a</sub>: hipótesis alternativa n° 1:** El método de Aprendizaje Cooperativo mediante Jigsaw II permite obtener mayor rendimiento promedio que el método tradicional en el eje de Estadística y Probabilidad en alumnos de 2° Medio de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja en la Asignatura de Matemática.

$$H_a: \mu_1 - \mu_2 > 0$$

Siendo  $\mu_1$  y  $\mu_2$  los rendimientos promedio producto de los métodos de Aprendizaje Cooperativo mediante Jigsaw II y Tradicional, respectivamente. Los estadísticos descriptivos de dichos post test son:

Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típica
Post test GE	24	8,000	89,000	61,917	22,944
Post test GC	26	2,000	89,000	43,731	24,445

Los resultados de la prueba de hipótesis por medio de la prueba t para dos muestras independientes, prueba unilateral son las siguientes:

Diferencia	18,186
t (Valor observado)	2,706
t (Valor crítico)	1,677
GL	48
valor-p (unilateral)	0,005
alfa	0,05

Puesto que el valor-p computado es menor que el nivel de significación  $\alpha=0,05$ , se debe rechazar la hipótesis nula  $H_0$ , y aceptar la hipótesis alternativa  $H_a$ .

Por lo cual el método de Aprendizaje Cooperativo mediante Jigsaw II permite obtener un mayor rendimiento promedio que el método tradicional en el eje de Estadística y Probabilidad en alumnos de 2° Medio de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja en la Asignatura de Matemática, tal como lo menciona Prieto (2007) que aprender cooperativamente representa una ocasión privilegiada para alcanzar objetivos de aprendizaje muy diversos, es decir, la investigación tiene concordancia con lo expuesto en el año 2007.

- **Comparación por métodos.**

**H.2.** “El método de Aprendizaje Cooperativo mediante Jigsaw II logra un rendimiento académico superior al 60% en el eje de Estadística y Probabilidad en alumnos de 2° Medio de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja en la Asignatura de Matemática”

Como las muestras no provienen de variables normales, a un nivel de significación  $\alpha=0.05$ , se debe aplicar la prueba no paramétrica para variables dependientes Wilcoxon para la comparación de las distribuciones de los resultados del pre y post test. Las hipótesis de trabajo se definen de la siguiente manera:

**H<sub>0</sub>: hipótesis nula n° 3:** El método de Aprendizaje Cooperativo mediante Jigsaw II no logra mejorar el rendimiento en el eje de Estadística y Probabilidad en alumnos de 2° Medio de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja en la Asignatura de Matemática.

$$H_0: F_1 - F_2 = 0$$

**H<sub>a</sub>: hipótesis alternativa n°3:** El método de Aprendizaje Cooperativo mediante Jigsaw II logra mejorar el rendimiento en el eje de Estadística y Probabilidad en alumnos de 2° Medio de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja en la Asignatura de Matemática.

$$H_a: F_1 - F_2 < 0$$

Siendo  $F_1$  y  $F_2$  son las distribuciones de los rendimientos antes y después de aplicado el Método Aprendizaje Cooperativo mediante Jigsaw II, respectivamente. Los estadísticos descriptivos de dichos test son:

Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv.	
					típica	mediana
pre test						
GE	24	4,000	29,000	13,792	8,597	9,500
post test 1						
GE	24	8,000	89,000	61,917	22,944	64,5

Los resultados de la prueba de hipótesis por medio de la prueba de Wilcoxon para dos muestras dependientes, prueba unilateral son las siguientes:

V	1
V (estandarizado)	-4,258
Valore esperado	150,000
Varianza (V)	1224,750
valor-p (unilateral)	< 0,0001
alfa	0,05

Puesto que el valor-p computado es menor que el nivel de significación  $\alpha=0,05$ , se debe rechazar la hipótesis nula  $H_0$ , y aceptar la hipótesis alternativa  $H_a$ .

Por lo cual el método de Aprendizaje Cooperativo mediante Jigsaw II logra mejorar significativamente el rendimiento superando el 60% (anexo 12) en el eje de Estadística y Probabilidad en alumnos de 2° Medio de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja en la Asignatura de Matemática, tal como lo señalan Goikoetxea y Pascual (2005) donde mencionan que los efectos positivos del aprendizaje cooperativo mejoran en mayor nivel el rendimiento académico que con otros métodos de enseñanza-aprendizaje.

**H.3.** “El método de Aprendizaje Tradicional logra rendimiento académico sólo superior a un 40% en el eje de Estadística y Probabilidad en alumnos de 2° Medio de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja en la Asignatura de Matemática.”

Dado que las muestras no provienen de una variable normal, a un nivel de significación  $\alpha=0.05$ , por lo que se debe aplicar la prueba no paramétrica para variables dependientes Wilcoxon para la comparación de las distribuciones de los resultados del pre y post test. Las hipótesis de trabajo se definen de la siguiente manera:

**H<sub>0</sub>: hipótesis nula n°3:** El método de Aprendizaje Tradicional no mejora el rendimiento académico en el eje de Estadística y Probabilidad en alumnos de 2° Medio de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja en la Asignatura de Matemática.

$$H_0: F_1 - F_2 = 0$$

**H<sub>a</sub>: hipótesis alternativa n°3:** El método de Aprendizaje Tradicional mejora el rendimiento académico en el eje de Estadística y Probabilidad en alumnos de 2° Medio de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja en la Asignatura de Matemática.

$$H_a: F_1 - F_2 < 0$$

Siendo  $F_1$  y  $F_2$  son las distribuciones de los rendimientos antes y después de aplicado el Método Tradicional, respectivamente. Los estadísticos descriptivos de dichos test son:

Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típica	Mediana
pre test						
GC	26	4,000	29,000	13,731	8,483	9,500
post test						
1 GC	26	2,000	89,000	43,731	24,445	39

Los resultados de la prueba de hipótesis por medio de la prueba de Wilcoxon para dos muestras dependientes, prueba unilateral son las siguientes:

N+	2
Valore esperado	13,000
Varianza (N+)	6,500
valor-p (unilateral)	< 0,0001
alfa	0,05

Puesto que el valor-p computado es menor que el nivel de significación  $\alpha=0,05$ , se debe rechazar la hipótesis nula  $H_0$ , y aceptar la hipótesis alternativa  $H_a$ .

Por lo cual, el método de Aprendizaje Tradicional logra mejorar el rendimiento académico, pero solo en un 40% (anexo 13) en el eje de Estadística y Probabilidad en alumnos de 2° Medio de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja en la Asignatura de Matemática, lo cual se anexa a las dos hipótesis anteriores donde diferentes autores señalan que el método de aprendizaje cooperativo genera mayor rendimiento académico que el método de aprendizaje tradicional.

### **Análisis post test de aprendizajes significativos.**

- **Comparación coeficiente de retención entre métodos:**

**H.4.** “El método de Aprendizaje Cooperativo mediante Jigsaw II permite obtener un mayor aprendizaje permanente que el método de aprendizaje tradicional en el eje de Estadística y Probabilidad en alumnos de 2° Medio de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja en la Asignatura de Matemática”

Como las muestras no siguen una distribución normal, por lo que se debe aplicar la prueba de Mann Whitney no paramétrica para variables independientes para la comparación de las distribuciones de los resultados de los post test de aprendizajes significativos. Las hipótesis de trabajo se definen de la siguiente manera:

**H<sub>0</sub>: hipótesis nula n°4:** El método de Aprendizaje Cooperativo mediante Jigsaw II no permite obtener un mejor aprendizaje permanente que el método de aprendizaje tradicional en el eje de Estadística y Probabilidad en alumnos de 2° Medio de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja en la Asignatura de Matemática.

$$H_0: F_1 - F_2 = 0$$

**H<sub>a</sub>: hipótesis alternativa n°4:** El método de Aprendizaje Cooperativo mediante Jigsaw II permite obtener un mejor aprendizaje permanente que el método de aprendizaje tradicional en el eje de Estadística y Probabilidad en alumnos de 2° Medio de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja en la Asignatura de Matemática.

$$H_a: F_1 - F_2 > 0$$

Siendo  $F_1$  y  $F_2$  parámetros (medianas) de la distribución de los métodos. Los estadísticos descriptivos de dichos test son:

Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típica	Mediana
C. Retención						
GE	24	70,590	450,000	111,165	73,963	100,000
C.Retención						
GC	26	0,000	250,000	97,568	49,401	89,900

Los resultados de la prueba de hipótesis por medio de la prueba de Mann Whitney para dos muestras independientes, prueba unilateral son las siguientes:

U	363,500
U (estandarizado)	0,991
Valore esperado	312,000
Varianza (U)	2647,033
valor-p (unilateral)	0,161
alfa	0,05

Puesto que el valor-p calculado es mayor que el nivel de significación  $\alpha=0,05$ , no se puede rechazar la hipótesis nula  $H_0$ .

Por lo cual, el método de Aprendizaje Cooperativo mediante Jigsaw II no permite obtener un mejor aprendizaje permanente que el método de aprendizaje tradicional en el eje de Estadística y Probabilidad en alumnos de 2° Medio de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja en la Asignatura de Matemática. Esta hipótesis en estudio se ve amortiguada por la contaminación de datos que pudo haber ocurrido dentro de los dos meses en los cuales los alumnos pueden haber optado a estudiar los contenidos, o la docente de la asignatura pudo haber continuado analizando los contenidos dentro del taller de matemática. Por lo anterior se decide en conjunto con el docente guía eliminar

los datos atípicos en ambas muestras, los datos atípicos y contaminantes son todos los superiores al 110% de retención de los contenidos, es decir, se realiza un nuevo análisis de los datos.

Los datos resultantes al eliminar los datos atípicos en ambas muestras son:

	C. Retención GE		C. Retención GC
Alumno 1	101,30%	Alumno 1	42,86%
Alumno 3	82,61%	Alumno 3	71,43%
Alumno 4	100%	Alumno 4	91,04%
Alumno 5	87,50%	Alumno 7	71,43%
Alumno 6	106,15%	Alumno 8	87,50%
Alumno 7	100%	Alumno 9	108,33%
Alumno 8	90,63%	Alumno 10	88,89%
Alumno 10	109,43%	Alumno 11	104,35%
Alumno 11	100%	Alumno 12	0%
Alumno 12	81,81%	Alumno 15	91,18%
Alumno 13	88,89%	Alumno 16	59,38%
Alumno 14	88,24%	Alumno 17	83,87%
Alumno 15	102,30%	Alumno 18	100%
Alumno 16	100%	Alumno 19	79,49%
Alumno 17	105,33%	Alumno 20	58,43%
Alumno 18	76,74%	Alumno 21	72,72%
Alumno 19	101,51%	Alumno 23	107,89%
Alumno 20	70,59%	Alumno 24	90,90%
Alumno 22	73,17%	Alumno 25	72,22%
Alumno 23	100%	Alumno 26	67,80%
Alumno 24	87,06%		

Como las muestras sin los casos atípicos indican que las muestras siguen una distribución normal a un nivel de significación  $\alpha=0.05$ , se debe aplicar la prueba paramétrica t para variables independientes para la comparación de los resultados de los post test de aprendizaje significativo. Las nuevas hipótesis de trabajo se definen de la siguiente manera:

**H<sub>0</sub>: hipótesis nula n°4:** El método de Aprendizaje Cooperativo mediante Jigsaw II no permite obtener un mejor aprendizaje permanente que el método de aprendizaje tradicional en el eje de Estadística y Probabilidad en alumnos de 2° Medio de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja en la Asignatura de Matemática.

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$$

**H<sub>a</sub>: hipótesis alternativa n°4:** El método de Aprendizaje Cooperativo mediante Jigsaw II permite obtener un mejor aprendizaje permanente que el método de aprendizaje tradicional en el eje de Estadística y Probabilidad en alumnos de 2° Medio de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja en la Asignatura de Matemática.

$$H_a: \mu_1 - \mu_2 > 0$$

Siendo  $\mu_1$  y  $\mu_2$  los aprendizajes promedio permanente producto de los métodos de Aprendizaje Cooperativo mediante Jigsaw II y Tradicional, respectivamente. Los estadísticos descriptivos de dichos post test son:

Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típica
C. Retención GE	21	70,6	109,4	93,0	11,3
C. Retención GC	20	00,0	108,3	77,5	25,2

Los resultados de la prueba de hipótesis por medio de la prueba paramétrica t para dos muestras independientes, prueba unilateral son las siguientes:

Diferencia	0,155
t (Valor observado)	2,567
t (Valor crítico)	1,685
GL	39
valor-p (unilateral)	0,007
alfa	0,05

Puesto que el valor-p computado es menor que el nivel de significación  $\alpha=0,05$ , se debe rechazar la hipótesis nula  $H_0$ , y aceptar la hipótesis alternativa  $H_a$ .

Por lo cual, el método de Aprendizaje Cooperativo mediante Jigsaw II permite obtener un mejor aprendizaje permanente que el método de aprendizaje tradicional en el eje de Estadística y Probabilidad en alumnos de 2° Medio de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja en la Asignatura de Matemática, como menciona Santos (2015) un aprendizaje permanente es la forma de triunfar cuando de aprendizajes se trata, es decir, si el método cooperativo genera mayor rendimiento académico y a la vez genera mayor aprendizaje permanente, entonces podríamos hablar de alumnos que serán capaces de triunfar en la vida.

### **Análisis de la motivación en matemática al momento de la rendición del post test de aprendizaje significativo:**

**H.5.** “El método de Aprendizaje Cooperativo mediante Jigsaw II genera mayor motivación que el método de aprendizaje tradicional en el eje de Estadística y Probabilidad en alumnos de 2° Medio de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja en la Asignatura de Matemática”

Como las muestras siguen una distribución normal a un nivel de significación  $\alpha=0.05$ , por lo que se debe aplicar la prueba paramétrica t para variables independientes para la comparación de las distribuciones de los resultados de los test de motivación. Las hipótesis de trabajo se definen de la siguiente manera:

**H<sub>0</sub>: hipótesis nula n°5:** El método de Aprendizaje Cooperativo mediante Jigsaw II no genera mayor motivación que el método de aprendizaje tradicional en el eje de Estadística y Probabilidad en alumnos de 2° Medio de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja en la Asignatura de Matemática

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$$

**H<sub>a</sub>: hipótesis alternativa n°5:** El método de Aprendizaje Cooperativo mediante Jigsaw II genera mayor motivación que el método de aprendizaje tradicional en el eje de Estadística y Probabilidad en alumnos de 2° Medio de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja en la Asignatura de Matemática

$$H_a: \mu_1 - \mu_2 > 0$$

Siendo  $\mu_1$  y  $\mu_2$  los niveles de motivación promedio producto de los métodos de Aprendizaje Cooperativo mediante Jigsaw II y Tradicional, respectivamente. Los estadísticos descriptivos de dichos post test son:

Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típica
T.M.Mat.GE	24	39,000	61,000	51,250	5,951
T.M.Mat.GC	26	29,000	65,000	50,038	8,287

Los resultados de la prueba de hipótesis por medio de la prueba t para dos muestras independientes/prueba bilateral son las siguientes:

Diferencia	1,212
t (Valor observado)	0,589
t (Valor crítico)	1,677
GL	48
valor-p (unilateral)	0,279
alfa	0,05

Puesto que el valor-p calculado es mayor que el nivel de significación  $\alpha=0,05$ , no se puede rechazar la hipótesis nula  $H_0$ .

Por lo cual se afirma que El método de Aprendizaje Cooperativo mediante Jigsaw II no genera mayor motivación que el método de aprendizaje tradicional en el eje de Estadística y Probabilidad en alumnos de 2° Medio de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Laja en la Asignatura de Matemática. Tal como lo mencionan Santrock (2001) y Emmer (1997) no se puede analizar la motivación en sólo un momento de la intervención o de la aplicación del método, pues la motivación es un variable que se debe evaluar desde el comienzo al final y así lograr sacar verídicas conclusiones sobre la motivación hacia la matemática.

Los resultados anteriores pueden deberse a diferentes factores, tales como:

- Los alumnos al momento de la aplicación del test, se encontraban con su asignatura aprobada, lo que genera mayor motivación en los educandos.
- Por ser término de año escolar, el clima de aula es favorable para la motivación de los alumnos.



## **CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES**

### **5.1. Conclusiones**

Mediante esta investigación realizada en segundos medios de un establecimiento particular subvencionado, en el eje de Estadística y Probabilidad, el método cooperativo mediante la técnica Jigsaw II es efectivo, pues genera cambios importantes en el rendimiento académico y aprendizaje permanente de los alumnos en comparación con el método tradicional.

Las conclusiones que se obtienen de esta investigación, son las siguientes.

- Reemplazar el método tradicional por el método cooperativo mediante Jigsaw II resulta más eficaz si se realiza en un primero medio, más aún desde la enseñanza básica, así mejoraría la interdependencia positiva de los alumnos como la menciona Calvo y Serrano (1994). Además, como se ve reflejado en el análisis de los datos en lo que respecta a la comparación entre grupos, el método de aprendizaje cooperativo mediante Jigsaw II obtiene mejores niveles de aprendizaje que el método tradicional.
- El método de aprendizaje cooperativo mediante Jigsaw II logra mejorar el aprendizaje sobre un 60%, mientras que el método tradicional solo lo hace por sobre el 40%, es decir, el método cooperativo mediante Jigsaw II supera en un mayor porcentaje el rendimiento académico obtenido en los educandos, y así verificar que dicho método es más eficiente e incide en el rendimiento académico de los alumnos de segundo medio del Liceo particular subvencionado en cuestión.
- El método cooperativo mediante Jigsaw II permite obtener un mayor aprendizaje permanente que el método tradicional, lo cual es bastante positivo, pues, el aprendizaje permanente es el que durará toda la vida, y

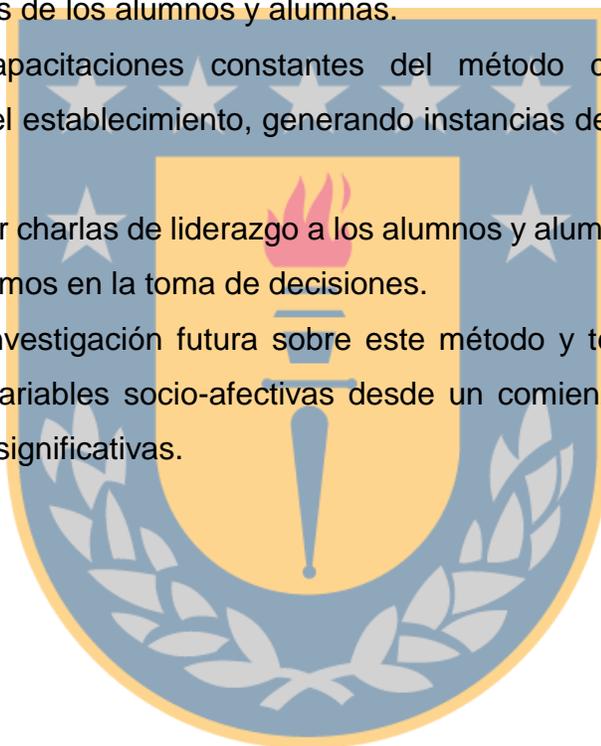
se vuelve una necesidad para el alumno, para su desarrollo dentro del establecimiento y para su desarrollo en un futuro estudiante universitario y profesional. Además, mientras antes se implemente el método de aprendizaje cooperativo mediante Jigsaw II, se obtendrá mayor evolución en los aprendizajes permanentes de los estudiantes.

- Con respecto a la motivación hacia la matemática no se pueden sacar conclusiones en la presente investigación acerca del cambio en la motivación de los educandos, pues, como mencionan Santrock y Emmer, la motivación es una variable socio-afectiva, por lo que debe ser estudiada por períodos de tiempos mayores para lograr ver diferencias significativas en ella.
- En general la implementación del método de aprendizaje cooperativo mediante Jigsaw II, produce muy buenos resultados en los alumnos de segundo año medio, sólo en un periodo de un mes de intervención aproximadamente. Se logra un avance importante en el rendimiento académico y aprendizaje permanente de los educandos el cual se ve reflejado en la participación activa de los estudiantes con la metodología trabajada durante la intervención.

## 5.4. Sugerencias

Al terminar la intervención se ve reflejado un cambio importante en el rendimiento académico y aprendizaje significativo en los alumnos y alumnas de los segundos medios, es por esto que se sugiere lo siguiente:

1. Implementar el método de aprendizaje cooperativo en el aula de clases en un periodo a largo plazo, logrando un impacto significativo en los aprendizajes de los alumnos y alumnas.
2. Realizar capacitaciones constantes del método cooperativo a los docentes del establecimiento, generando instancias de retroalimentación de este.
3. Implementar charlas de liderazgo a los alumnos y alumnas para que sean más autónomos en la toma de decisiones.
4. Para una investigación futura sobre este método y técnica, se sugiere incluir las variables socio-afectivas desde un comienzo para lograr ver diferencias significativas.



## 5.5. Limitaciones

A pesar de cumplir los objetivos expuestos en la investigación, se presentaron algunas limitaciones durante el proceso, el cual dificultaba la aplicación del método.

1. El tiempo destinado para la intervención, al ser una vez por semana dificultaba el desarrollo de la implementación del método cooperativo en los estudiantes.
2. El espacio para distribuir los grupos de expertos, ya que, al ser las salas de clases pequeñas, era dificultoso sacar conclusiones de los contenidos para los alumnos, teniendo que salir a trabajar fuera de la sala de clases.



## **CAPÍTULO 6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Álvarez, C., Sepúlveda, H. (2015). *Incidencia en el rendimiento académico matemático y en algunos factores socio-afectivos que produce la implementación del aprendizaje cooperativo mediante la modelización matemática* (Tesis pregrado). Universidad de Concepción Campus Los Ángeles, Los Ángeles

Alves, M. L. (1963), *Orientación del aprendizaje y sistemas de control de aprendizaje*. Río de Janeiro, Brasil: Kapelusz

Angulo, P. J. (2006), La enseñanza de la matemática: proceso versus resultado. *Educere*, 10(33), 343-345. Recuperado de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=35603318>

Arévalo, V. (2014). *Influencia de la metodología aprendizaje basado en problemas en el aprendizaje de la unidad de transformaciones isométricas, en la motivación y en la actitud para estudiantes de un colegio particular subvencionado* (Tesis pregrado). Universidad de Concepción Campus Los Ángeles, Los Ángeles

Aronson, E. (1975). *The Jigsaw classroom*. Beverly Hills, EE.UU.: Sage

Ausubel, D. (1983). *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo*. San Diego, EE.UU.: Trillas

Avello, C, Rivera, C. (2017). *Influencia de la modelación matemática en el aprendizaje de la función lineal y afín, y su impacto en la motivación y actitud hacia la matemática* (Tesis pregrado). Universidad de Concepción Campus Los Ángeles, Los Ángeles

Emmer, E. T., Everson, C. M., Clements, B. S. y Worksham, M. E. (1997), *Classroom Management for Successful Teachers*, 4a. ed., Boston, EE.UU.: Allyn y Bacon Editores.

Federación de enseñanza de CCOO de Andalucía (2009). Aprendizaje: Definición, factores y clases. *Revista digital para profesionales de la enseñanza, temas para la educación*. Recuperado de [http://www.cca.org.mx/dds/cursos/competencias-tec/modulo\\_1/actividades1/solotexto\\_1.htm](http://www.cca.org.mx/dds/cursos/competencias-tec/modulo_1/actividades1/solotexto_1.htm)

Feldman, R. (2005). *Psicología con aplicaciones en países de habla hispana(6ªEd)*. Ciudad de México, México: McGraw-Hill

García, R., Traver, J., Candela, I. (2001). *Aprendizaje cooperativo. Fundamentos, características y técnicas*. Madrid, España: CCS

Instituto tecnológico y de estudios superiores de Monterrey (1998), Los paradigmas de la educación. *Competencias del nuevo rol del profesor*. Recuperado de <http://ww2.educarchile.cl/UserFiles/P0001%5CFile%5CLOS%20PARADIGMAS%20DE%20LA%20EDUCACION.pdf>

Johnson, D., Johnson, R. & Smith, K. (1991): *Active Learning: Cooperation in the College Classroom*, Edina, Minnesota, EE.UU.: Interaction Book Company

Johnson, D., Johnson, R., y Holubec, E. (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Barcelona, España: Paidós.

Johnson, D., Johnson, R. (1999) Aprender juntos y solos. *Aprendizaje cooperativo, competitivo e individualista*. Buenos Aires, Argentina: Aique

Kagan, S. (1985). *Co-op co-op: A Flexible Cooperating Learning Technique*. San Clemente, EE.UU.: Kagan

Kagan, S. (1994). *Cooperative Learning*. San Clemente, EE.UU.: Kagan

MINEDUC (2006). Resumen PISA 2006 Chile. agenciaeducación.cl. Recuperado de <https://s3.amazonaws.com/archivos.agenciaeducacion.cl/documentos-web/Informes/Resultados+PISA+2006+Chile.pdf>

MINEDUC (2012). Resumen PISA 2012 Chile. agenciaeducación.cl. Recuperado de <https://s3.amazonaws.com/archivos.agenciaeducacion.cl/documentos-web/Informes/Resultados+PISA+2012+Chile.pdf>

Morales, J., Moya, M., Gaviria, E. & Cuadrado, I. (2007). *Psicología Social (3ª ed)*. Madrid, España: McGraw-Hill

Ovejero, A. (1993). Aprendizaje Cooperativo, un eficaz aporte a la psicología social. *Psicothema*, 5, 373–391.

Prieto, L. (2007). *El aprendizaje cooperativo*. Madrid, España: PPC

Prieto, L. (2007). *Autoeficacia del profesorado universitario. Eficacia percibida y práctica docente*. doi: 10.15581/004.13.207

Roa, P. A. (2007) *Un estudio sobre las concepciones y prácticas de motivación utilizadas por maestros en un colegio oficial de Colombia*. Recuperado de <http://www.monografias.com/trabajos50/motivacion-ensenanza/motivacion-ensenanza.shtml>

Roselli, J. (2015). El aprendizaje colaborativo: Bases teóricas y estrategias aplicables en la enseñanza universitaria. *Propósitos y representaciones*, 4(1), 219-280.doi: 10.20511

Santos, D. (2015). ¿Qué es el aprendizaje permanente y como ponerlo en práctica? *Goconqr*. Recuperado de <https://www.goconqr.com/es/blog/aprendizaje-permanente/>

Santrock, J. (2001), *Psicología de la educación. Motivación y Aprendizaje*. Ciudad de México, México: McGrawHill

Serrano, J., i Calvo, M. (1994). *Aprendizaje cooperativo. Técnicas y análisis dimensional*. Murcia, España: Caja Murcia obra cultural

Sharan, S. & Sharan, I. (1976). *Small group teaching*. Englewood Cliffs, New York, EE.UU.: Educational Technology Publications

Slavin, S. Sharan, S. Kagan, R.Hertz-Lazarowitz, C.Webb y R. Schumuck (eds.)(1983), *Learning to Cooperate, Cooperating to Learn*. New York, EE.UU.: Plenum Press

Universia (2016). ¿Qué es el aprendizaje permanente? *Universia Bolivia*. Recuperado de <http://noticias.universia.com.bo/educacion/noticia/2016/03/03/1136974/aprendizaje-permanente.html>

Zemelman, S., Harvey, D y otros (1998), *Best Practice: New Standards for Teaching and Learning in America's Schools*, 2ª ed., Chicago, EE.UU.: Hinemann.

## CAPÍTULO 7. Anexos.

### Anexo 1. Pre test de conocimientos previos.

ALUMNO: _____		CURSO: 2° _____	
CONCEPTOS CLAVES: medidas tendencia central, frecuencias, gráficos.			
ÍTEM	HABILIDADES O INDICADORES DE EVALUACIÓN	Ptje. Ideal	Ptje. Obtenido
I	Confeccionan tablas de frecuencias absolutas y relativas de los datos obtenidos en la muestra.	20	
II	Sacan datos de los gráficos y los registran en tablas, diferenciando entre la frecuencia relativa y la absoluta.	20	
III	Cambian de un gráfico a otro; por ejemplo: de un gráfico de barras a un gráfico de líneas, etc.	16	
IV	Verbalizan y comunican información presentada en gráficos.	21	
V	Calculan medidas de tendencia central.	12	
<b>TOTAL</b>		<b>84</b>	
<b>CALIFICACIÓN 60% DE EXIGENCIA. :</b>		Calificación	

Instrucciones:

- Debe responder la siguiente evaluación con letra (o números) claros y legibles.
- Utilizar lápiz de pasta color azul o negro, si resuelve con lápiz de grafito no habrá derecho a reclamos.
- Sea honesto, evite mirar o conversar con algún compañero pues será sancionado según reglamento de evaluación.
- No puede utilizar su celular ni audífonos en medio de la evaluación.
- Debe traer todos los materiales necesarios para responder su evaluación, de lo contrario no podrá conseguirse con el compañero.

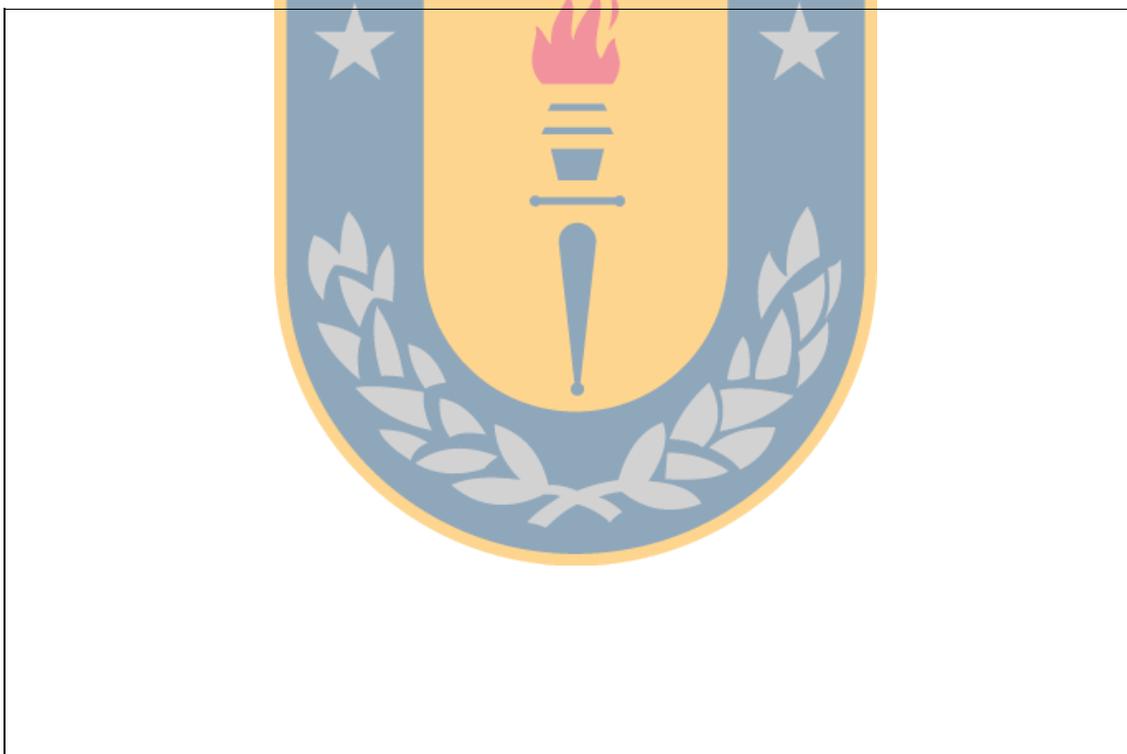
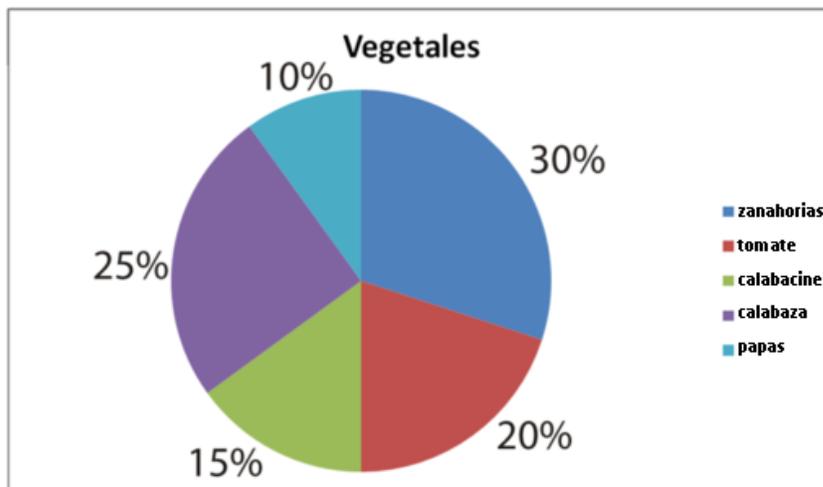
I. Los siguientes valores representan la cantidad de camas que tienen 16 personas en su hogar, los datos obtenidos son los siguientes.

3	2	4	1
2	2	2	1
1	4	4	4
3	1	4	3

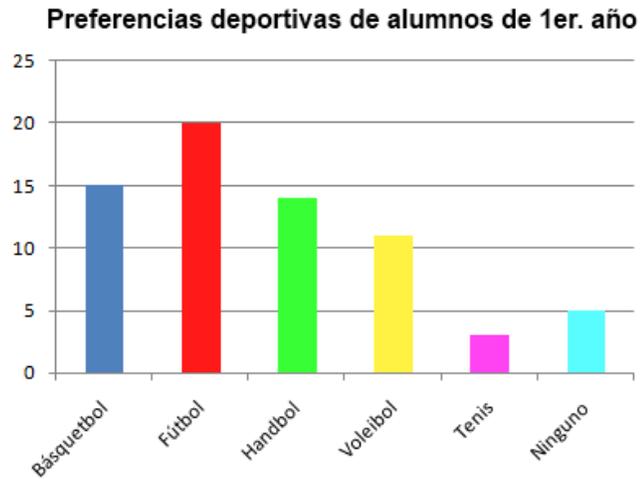
A partir de los datos entregados, construir tablas de a) frecuencia absoluta, b) frecuencia absoluta acumulada, c) frecuencia relativa y d) frecuencia relativa expresada como porcentaje. (20 puntos)

APRENDIZAJE COOPERATIVO EN MATEMÁTICA EN EL EJE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD  
EN ALUMNOS DE SEGUNDO MEDIO DE UN LICEO PARTICULAR SUBVENCIONADO DE LA  
CIUDAD DE LAJA UTILIZANDO LA TÉCNICA JIGSAW II

II. Dado el siguiente gráfico, construir las tablas de a) frecuencia absoluta, b) frecuencia absoluta acumulada, c) frecuencia relativa y d) frecuencia relativa expresado como porcentaje, sabiendo que en total son 50 vegetales. (20 puntos)



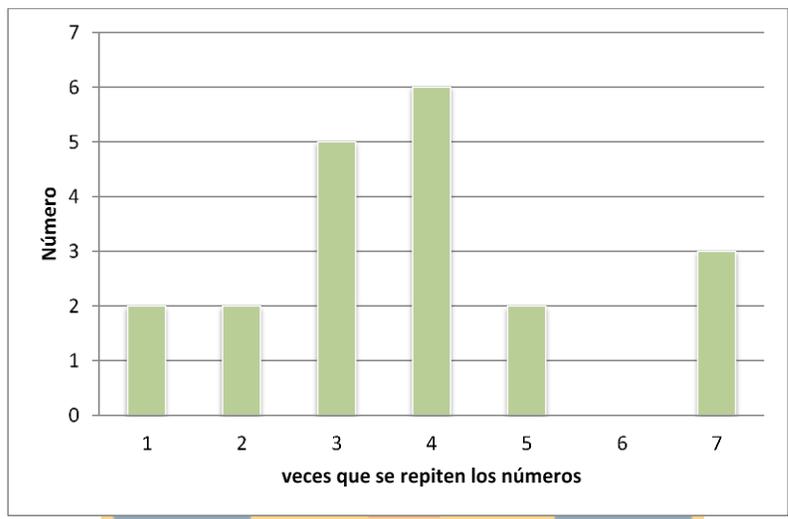
III. A partir del siguiente gráfico de barras que representa las preferencias deportivas de alumnos de primer año, construir un gráfico de líneas y un gráfico circular ocupando los mismos datos presentados en el gráfico de barras. (8 puntos cada gráfico)



a) Gráfico de líneas

b) Gráfico circular

IV. Dado el gráfico de barra donde muestra las veces que se repite un número



Manifiestar cual de los siguientes contenidos aprendidos durante el taller de matemática, se pueden calcular mediante el gráfico "Notas Matemática". Además expresar el porqué de la respuesta. (3 puntos c/u)

a) Frecuencia absoluta.	
b) Frecuencia absoluta acumulada.	
c) Frecuencia relativa.	
d) Frecuencia relativa expresada como porcentaje.	
e) Media aritmética.	
f) Mediana.	
g) Moda.	

V. Las siguientes son las puntuaciones obtenidas por los alumnos en una prueba.

15	20	15	18	22	13	13	16
15	19	18	15	16	20	16	15
18	16	14	13				

Determina a)media aritmética, b)mediana y c)moda.(4 puntos c/u)



El escudo de la Universidad de Laja, que contiene un libro abierto, una antorcha y un lápiz, rodeado por un laurel y cinco estrellas.



## Anexo 2. Post test de conocimientos adquiridos.

ALUMNO: _____		CURSO: 2° _____	
CONCEPTOS CLAVES: medidas tendencia central, frecuencias, gráficos.			
ÍTEM	HABILIDADES O INDICADORES DE EVALUACIÓN	Ptje. Ideal	Ptje. Obtenido
I	Confeccionan tablas de frecuencias absolutas y relativas de los datos obtenidos en la muestra.	20	
II	Sacan datos de los gráficos y los registran en tablas, diferenciando entre la frecuencia relativa y la absoluta.	20	
III	Cambian de un gráfico a otro; por ejemplo: de un gráfico de barras a un gráfico de líneas, etc.	16	
IV	Verbalizan y comunican información presentada en gráficos.	21	
V	Calculan medidas de tendencia central.	12	
<b>TOTAL</b>		<b>84</b>	
<b>CALIFICACIÓN 60% DE EXIGENCIA. :</b>			Calificación

Instrucciones:

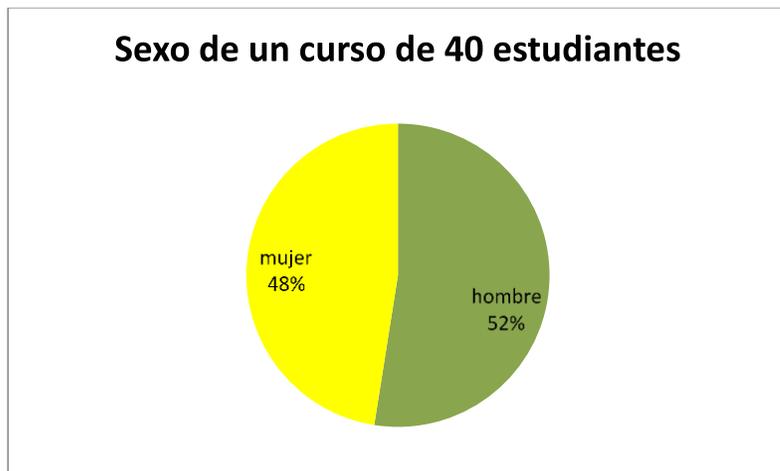
- Debe responder la siguiente evaluación con letra (o números) claros y legibles.
- Utilizar lápiz de pasta color azul o negro, si resuelve con lápiz de grafito no habrá derecho a reclamos.
- Sea honesto, evite mirar o conversar con algún compañero pues será sancionado según reglamento de evaluación.
- No puede utilizar su celular ni audífonos en medio de la evaluación.
- Debe traer todos los materiales necesarios para responder su evaluación, de lo contrario no podrá conseguirse con el compañero.

I. Los siguientes valores representan la cantidad de televisores que tienen 16 personas en su hogar, los datos obtenidos son los siguientes.

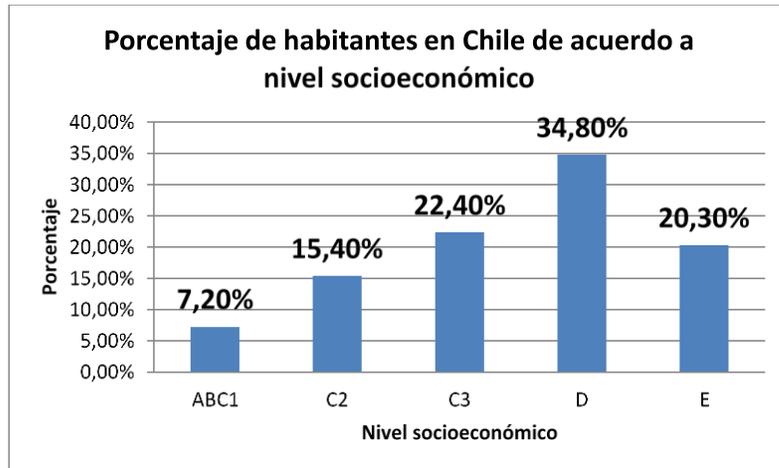
4	3	2	1
3	5	1	1
3	1	1	2
4	4	3	2

A partir de los datos entregados, construir tablas de a) frecuencia absoluta, b) frecuencia absoluta acumulada, c) frecuencia relativa y d) frecuencia relativa expresada como porcentaje. (20 puntos)

II. Dado el siguiente gráfico, construir las tablas de a) frecuencia absoluta, b) frecuencia absoluta acumulada, c) frecuencia relativa y d) frecuencia relativa expresado como porcentaje. (20 puntos)



III. A partir del siguiente gráfico de barras que representa el porcentaje de habitantes en Chile de acuerdo a su nivel socioeconómico, construir un gráfico de líneas y un gráfico circular ocupando los mismos datos presentados en el gráfico de barras.(8 puntos cada gráfico)

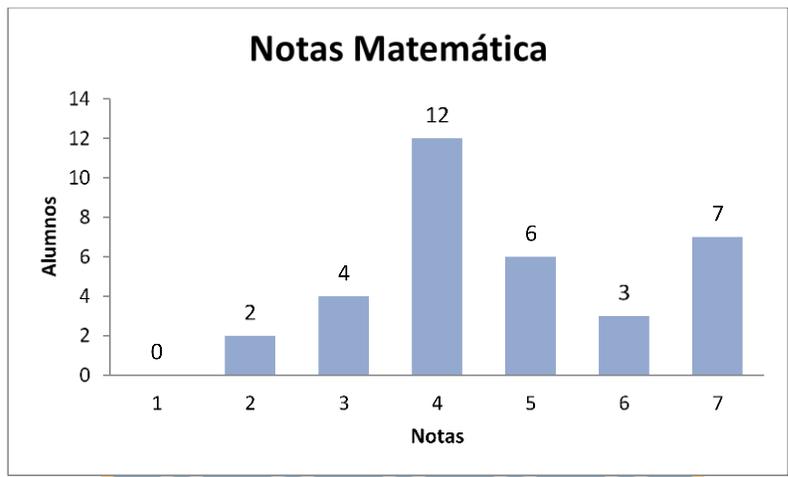


a) Gráfico de líneas

b) Gráfico circular

APRENDIZAJE COOPERATIVO EN MATEMÁTICA EN EL EJE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD  
EN ALUMNOS DE SEGUNDO MEDIO DE UN LICEO PARTICULAR SUBVENCIONADO DE LA  
CIUDAD DE LAJA UTILIZANDO LA TÉCNICA JIGSAW II

IV. Dado el gráfico de barra donde muestra las notas obtenidas por alumnos de 2° medio en la última prueba de matemática.



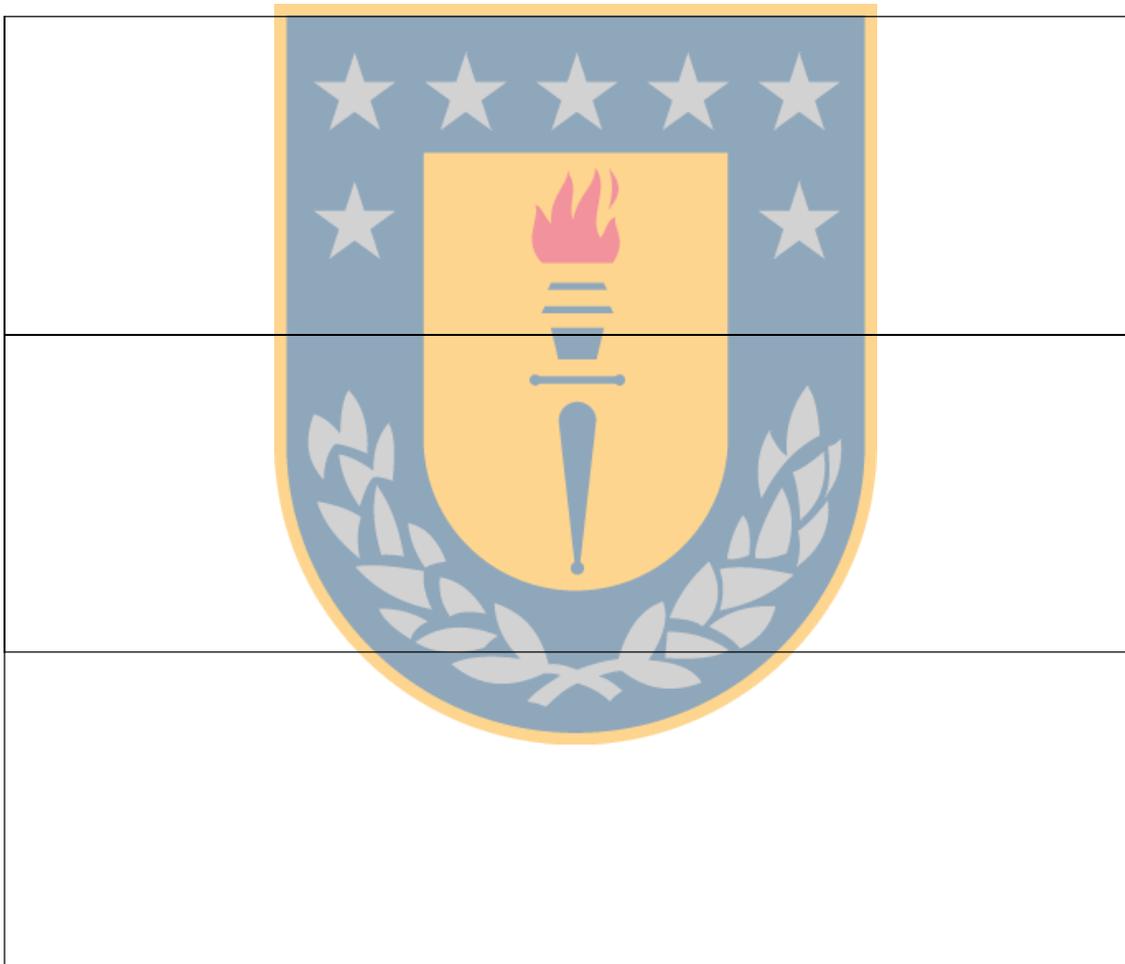
Manifestar cual de los siguientes contenidos aprendidos durante el taller de matemática, se pueden calcular mediante el gráfico "Notas Matemática". Además expresar el porqué de la respuesta. (3 puntos c/u)

a) Frecuencia absoluta.	
b) Frecuencia absoluta acumulada.	
c) Frecuencia relativa.	
d) Frecuencia relativa expresada como porcentaje.	
e) Media aritmética.	
f) Mediana.	
g) Moda.	

V. Las siguientes son las notas obtenidas por los alumnos de 2° medio en un trabajo de historia.

6,0	6,5	5,5	4,5	5,0	6,0	6,5	5,0
5,5	6,0	5,0	5,0	5,0	5,0	6,5	6,5
5,0	5,0	6,0	6,0	5,0	4,5	6,0	6,0
5,0	6,5	5,0	5,5	5,5	5,5	6,0	5,5

Determina a)media aritmética, b)mediana y c)moda.(4 puntos c/u)



### Anexo 3. Post test de aprendizaje significativo.

ALUMNO: _____		CURSO: 2° _____	
CONCEPTOS CLAVES: medidas tendencia central, frecuencias, gráficos.			
ÍTEM	HABILIDADES O INDICADORES DE EVALUACIÓN	Ptje. Ideal	Ptje. Obtenido
I	Confeccionan tablas de frecuencias absolutas y relativas de los datos obtenidos en la muestra.	20	
II	Sacan datos de los gráficos y los registran en tablas, diferenciando entre la frecuencia relativa y la absoluta.	20	
III	Cambian de un gráfico a otro; por ejemplo: de un gráfico de barras a un gráfico de líneas, etc.	16	
IV	Verbalizan y comunican información presentada en gráficos.	21	
V	Calculan medidas de tendencia central.	12	
<b>TOTAL</b>		<b>84</b>	
<b>CALIFICACIÓN 60% DE EXIGENCIA. :</b>		<b>Calificación</b>	

Instrucciones:

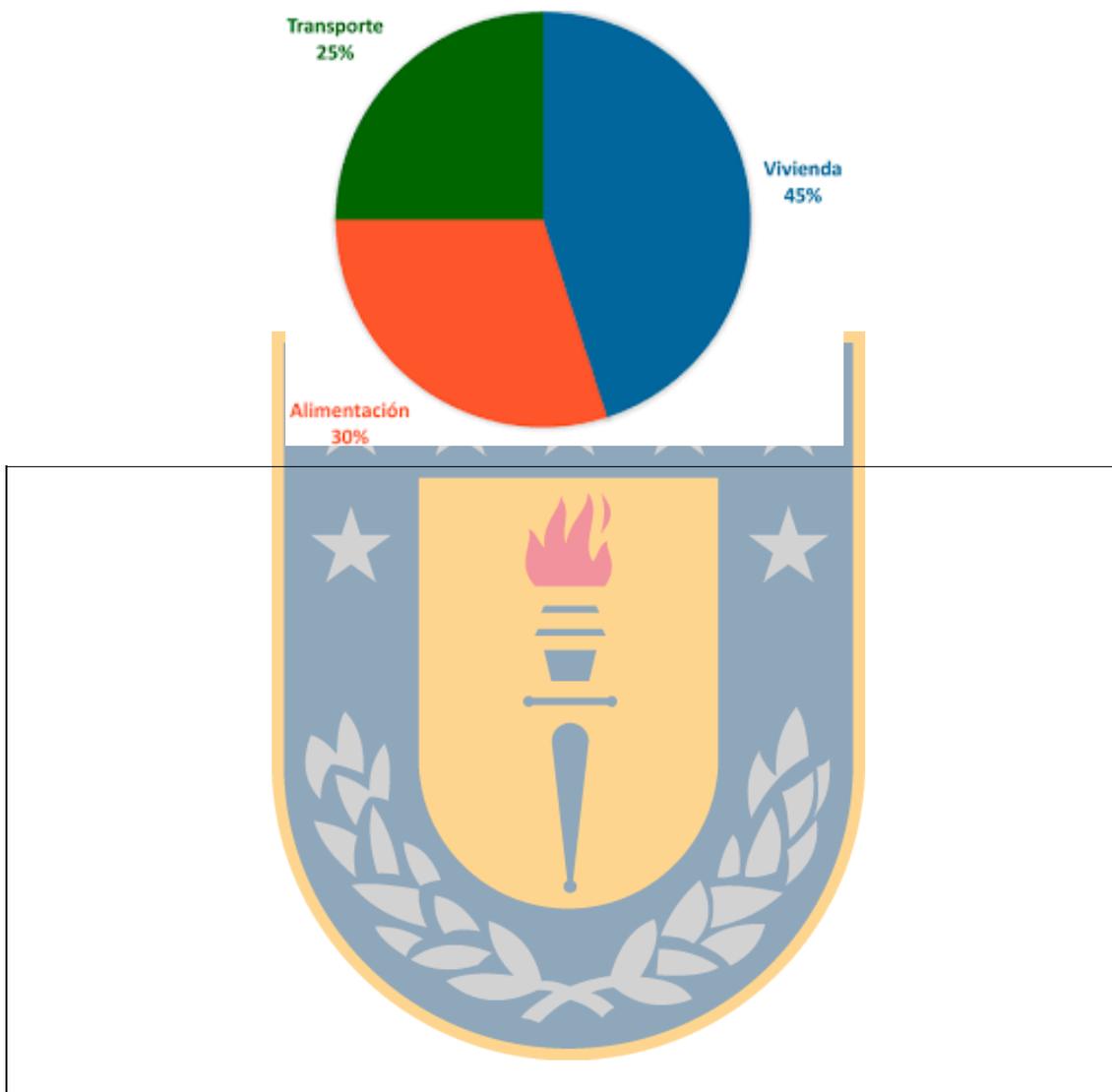
- Debe responder la siguiente evaluación con letra (o números) claros y legibles.
- Utilizar lápiz de pasta color azul o negro, si resuelve con lápiz de grafito no habrá derecho a reclamos.
- Sea honesto, evite mirar o conversar con algún compañero pues será sancionado según reglamento de evaluación.
- No puede utilizar su celular ni audífonos en medio de la evaluación.
- Debe traer todos los materiales necesarios para responder su evaluación, de lo contrario no podrá conseguirse con el compañero.

I. Los siguientes valores representan la cantidad de autos que tienen 16 personas, los datos obtenidos son los siguientes.

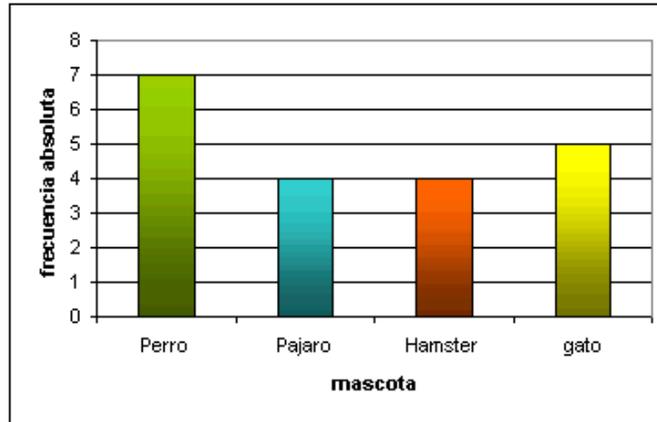
2	3	2	1
3	3	1	1
3	1	1	2
2	2	3	2

A partir de los datos entregados, construir tablas de a)frecuencia absoluta, b)frecuencia absoluta acumulada, c)frecuencia relativa y d)frecuencia relativa expresada como porcentaje.(20 puntos)

II. El siguiente gráfico muestra los porcentajes que una familia gasta al mes en transporte, vivienda y alimentación, sabiendo que en total gastan \$450.000, construir las tablas de a) frecuencia absoluta, b) frecuencia absoluta acumulada, c) frecuencia relativa y d) frecuencia relativa expresado como porcentaje. (20 puntos)



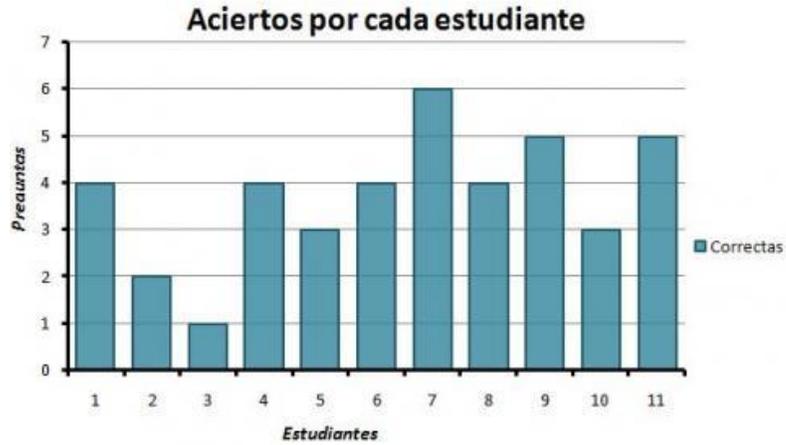
III. A partir del siguiente gráfico de barras que representa el animal que 20 personas tienen en su hogar, construir un gráfico de líneas y un gráfico circular ocupando los mismos datos presentados en el gráfico de barras.(8 puntos cada gráfico)



a) Gráfico de líneas

b) Gráfico circular

IV. Dado el gráfico de barra donde muestra los aciertos de los alumno de 1° medio en una evaluación de matemática.



Descubrir cual de los siguientes contenidos aprendidos durante el taller de matemática, se pueden calcular mediante el gráfico "Notas Matemática". Además expresar el porqué de la respuesta. (3 puntos c/u)

a) Frecuencia absoluta.	
b) Frecuencia absoluta acumulada.	
c) Frecuencia relativa.	
d) Frecuencia relativa expresada como porcentaje.	
e) Media aritmética.	
f) Mediana.	
g) Moda.	

V. Los siguientes datos muestran la cantidad de televisores que hay en las casas de 16 personas diferentes.

1	2	2	2
4	1	3	2
4	3	1	4
3	4	4	4

Determina a)media aritmética, b)mediana y c)moda.(4 puntos c/u)



El escudo de la Universidad de La Laja es un emblema que se divide en tres secciones horizontales. La parte superior contiene cinco estrellas blancas sobre un fondo azul. La parte central muestra una antorcha encendida con una llama roja y amarilla, sobre un fondo amarillo. La parte inferior está decorada con una guirnalda de hojas verdes sobre un fondo azul. El escudo está rodeado por un borde amarillo.


## Anexo 4. Material clase 1 utilizado en ambos métodos.

### Clase 1

Las **medidas de tendencia central** son valores que se ubican al centro de un conjunto de datos ordenados según su magnitud. Generalmente se utilizan 4 de estos valores también conocidos como estadígrafos, la media aritmética, la mediana, la moda y al rango medio.

#### La media aritmética

Es la suma de todos los valores observados, dividido por el número total de observaciones para obtener un promedio.

$$\text{Media Aritmética} = \frac{\text{Suma de todos los valores observados}}{\text{Número total de observaciones}}$$

= sumatoria

$\mu$  = media

N = número de elementos

X = valores o datos

Calcule la media de los siguientes números:

10, 11, 12, 12, 13

1.- Sumar las cantidades <  $10 + 11 + 12 + 12 + 13 = 58$  >

2.- Dividir la suma por la cantidad de elementos <  $58/5$  >

3.- El resultado es la media <  $11.6$  >

NOTA: este ejercicio se aplicó con datos desagrupados.

### La mediana

Con esta medida podemos identificar el valor que se encuentra en el centro de los datos, después que los elementos han sido ordenados.

$$\text{Posición de la mediana} = \frac{n+1}{2}$$

PAR

1,2,3,4,5,6

$$\text{Posición de la mediana} = \frac{n+1}{2} = \frac{6+1}{2} = 3,5$$

La mediana está entre 3 y 4.

IMPAR:

1,2,3,4,5

$$\text{Posición de la mediana} = \frac{n+1}{2} = \frac{5+1}{2} = 3$$

La mediana es el 3

### La moda

La medida modal nos indica el valor que más veces se repite dentro de los datos.

Buscar la moda de:

5 12 9 5 8 7 1

Como la moda es el número que más se repite, la moda es 5.

Buscar la moda de:

14 16 18 16 15 12 14 14 16 18 20 16 16

El 14 se repite 3 veces.

El 18 se repite 2 veces.

El 16 se repite 5 veces.

Por lo tanto, la moda es 16.

Buscar la moda de:

23 35 45 33 47 31 29 22

Como ningún número se repite, no tiene moda.

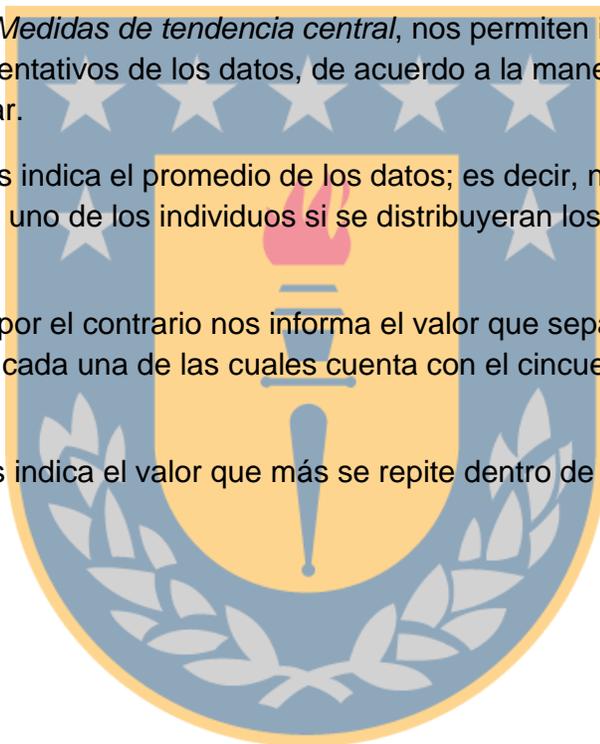
### Conclusión

En conclusión, las *Medidas de tendencia central*, nos permiten identificar los valores más representativos de los datos, de acuerdo a la manera como se tienden a concentrar.

La Media nos indica el promedio de los datos; es decir, nos informa el valor que obtendría cada uno de los individuos si se distribuyeran los valores en partes iguales.

La Mediana por el contrario nos informa el valor que separa los datos en dos partes iguales, cada una de las cuales cuenta con el cincuenta por ciento de los datos.

La Moda nos indica el valor que más se repite dentro de los datos.



## Anexo 5. Material clase 2 utilizado en ambos métodos.

### Clase 2

#### Frecuencia

Frecuencia es el número de veces que se repite un determinado acto o suceso.

La **frecuencia relativa** es el cociente entre la frecuencia absoluta y el tamaño de la muestra. Esta frecuencia nos permite hacer comparaciones de muestras de distinto tamaño.

Dado que la frecuencia relativa es un cociente entre dos números, es que la podemos representar como fracción, decimal y porcentaje.

Obtengamos la frecuencia relativa de la muestra anterior:

Curso	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa (fracción)	Frecuencia relativa (decimal)	Frecuencia relativa (%)
Cuarto básico	4	4/20	0,2	20%
Quinto básico	7	7/20	0,35	35%
Sexto básico	5	5/20	0,25	25%
Séptimo básico	2	2/20	0,1	10%
Octavo básico	2	2/20	0,1	10%
Total muestra	20	20/20	1	100%

Cuatro veinteavos (**4/20**) de los niños del coro son de cuarto básico; treinta y cinco centésimos son de quinto básico (**0,35**) y el diez por ciento (**10%**) son de octavo básico.

### Frecuencia absoluta acumulada

Esta frecuencia tiene sentido calcularla para variables cuantitativas o cualitativas ordenables, en los demás casos no tiene mucho sentido el cálculo de esta frecuencia. La **frecuencia absoluta acumulada** es el número de veces que ha aparecido en la muestra un valor menor o igual que el de la variable.

Calculemos la frecuencia absoluta acumulada de la muestra anterior:

Curso	Frecuencia absoluta	Frecuencia absoluta acumulada
Cuarto básico	4	4
Quinto básico	7	11 (4 + 7)
Sexto básico	5	16 (11 + 5)
Séptimo básico	2	18 (16 + 2)
Octavo básico	2	20 (18 + 2)
Total muestra	20	20



### Frecuencia absoluta

La **frecuencia absoluta** de una variable es el número de veces que aparece en la muestra dicho valor de la variable.

**Ejemplo:** consideremos una muestra de 20 niños que pertenecen al coro del colegio.

Curso	Frecuencia absoluta
Cuarto básico	4
Quinto básico	7
Sexto básico	5
Séptimo básico	2
Octavo básico	2
Total muestra	20

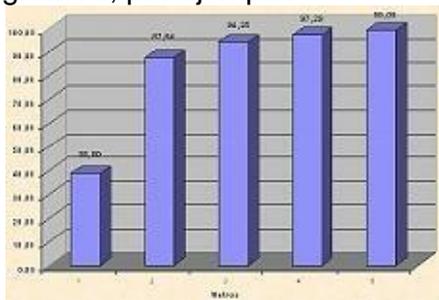
Del total de la muestra de 20 niños, 4 están en cuarto básico; 7 en quinto básico; 5 en sexto básico; 2 en séptimo básico y 2 en octavo básico.

Dado que la frecuencia absoluta dependerá del tamaño de la muestra, es decir, si aumentamos el tamaño de la muestra, aumentará también la frecuencia absoluta, es que no es una medida útil para hacer comparaciones. Por esta razón aprenderemos otro concepto: **frecuencia relativa**.

## Anexo 6. Material clase 3 utilizado en ambos métodos.

### Clase 3 DEFINICIÓN DE GRÁFICO

Un **gráfico** es una **representación por medio de líneas** y aquello perteneciente o relativo a la **escritura** y a la **imprenta**. Un periódico y una revista son medios gráficos, por ejemplo.

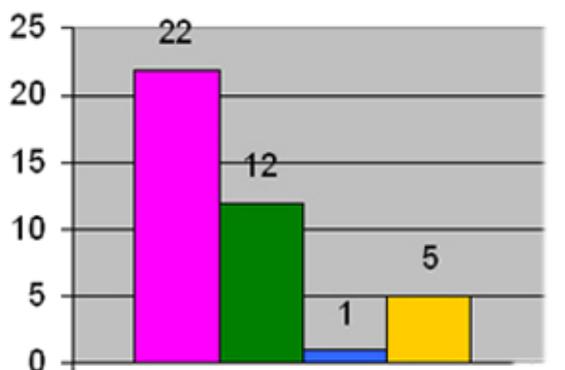


Dentro del ámbito de los medios de comunicación tenemos que subrayar que existe también el concepto de reportaje gráfico. Se trata de un término que se emplea para hacer referencia al conjunto de fotografías que ha realizado un profesional de cualquier publicación y que sirve para ilustrar de manera amplia y exacta un suceso o hecho concreto que ha tenido lugar. De esta manera, por ejemplo, es frecuente que cuando se lleva a cabo la entrega de los Premios Oscar las publicaciones que cubren el acto presenten en sus páginas un extenso reportaje gráfico con las instantáneas de las llegadas de los actores al evento, la recogida de los galardones o los discursos más significativos.

El concepto proviene del latín *graphicus*, aunque tiene origen griego. Cuando se aplica a una descripción, una operación o una demostración, se trata de aquello que se representa a través de **figuras** o **signos**.

## Gráficos

A través de ellos podremos interpretar y comparar información. ¡Te invitamos a conocer 3 distintos tipos que existen!



### Gráficos de barras múltiples

Se utilizan para representar la asociación de dos o más variables cualitativas o cuantitativas discretas.

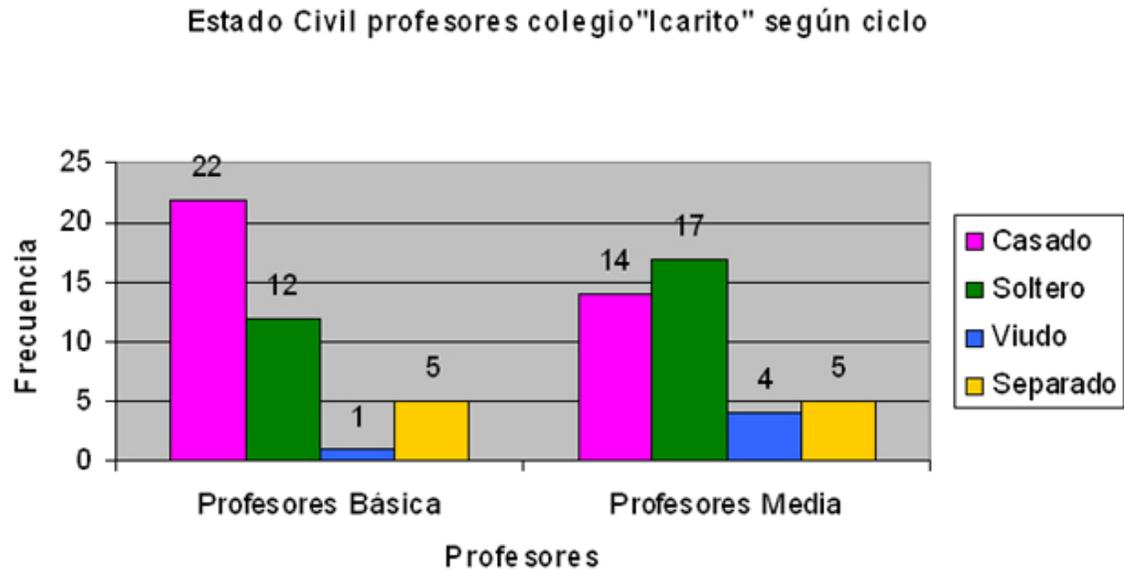
Veamos un ejemplo con variables cualitativas:

Se realizó una encuesta en que se preguntó el estado civil a los 80 profesores del colegio “**Icarito**”. Además se les preguntó a qué ciclo de enseñanza pertenecían: enseñanza básica o media.

Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

Estado Civil	Profesores enseñanza básica	Profesores enseñanza media
Casado	22	14
Soltero	12	17
Viudo	1	4
Separado	5	5
<b>Total</b>	<b>40</b>	<b>40</b>

Grafiquemos los resultados obtenidos:



Leamos el gráfico obtenido:

Las barras fuccias representan el estado civil casado; las verdes, soltero; las azules, viudo y las amarillas, separado.

La mayoría de los profesores de enseñanza básica están casados, mientras que, en enseñanza media, hay más profesores solteros que casados.

Hay más profesores viudos en media que en básica y tanto en básica como en media, hay 5 profesores separados.

En el caso de que el número de profesores de enseñanza básica y media fuesen diferentes, lo recomendable sería graficar las frecuencias relativas (%) y no absolutas para poder hacer comparaciones.

### Gráficos de líneas

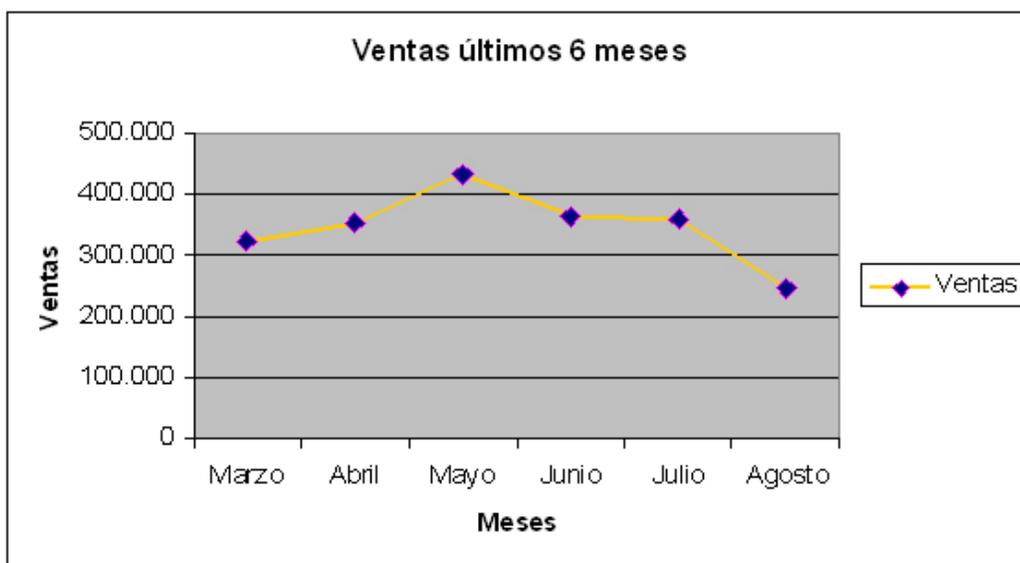
Estos gráficos suelen utilizarse para comparar valores a lo largo del tiempo. Los gráficos de líneas muestran una serie como un conjunto de puntos conectados mediante una línea.

Veamos un ejemplo:

Tenemos las ventas de los últimos 6 meses del kiosko del colegio “Icarito”.

	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto
Ventas	322 200	352 120	432 600	362 345	360 205	248 320

El gráfico quedaría como sigue:



## Gráficos circulares

Este tipo de gráficos se usa fundamentalmente para representar distribuciones de frecuencias relativas (%) de una variable cualitativa o cuantitativa discreta.

La muestra se representa como un círculo y cada una de las frecuencias relativas de la variable que la componen, por un sector de éste. Dado que los  $360^\circ$  del círculo representan el total de la muestra, es decir, el 100% de los datos, es que a cada 1% de los datos le corresponde  $3,6^\circ$  del círculo.

Veamos el siguiente ejemplo:

Realizamos una encuesta a un curso de 40 alumnos a los que les preguntamos su preferencia entre 3 asignaturas: matemáticas, lenguaje y ciencias. Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

Asignatura preferida	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa (%)
Matemática	9	22,5% (9/40)
Lenguaje	17	42,5% (17/40)
Ciencias	14	35% (14/40)

Para graficar nuestros resultados debemos multiplicar cada una de las frecuencias relativas que obtuvimos como resultado de nuestra encuesta por  $3,6^\circ$ , ya que, 1% de la muestra equivale a  $3,6^\circ$  de nuestro círculo, así:

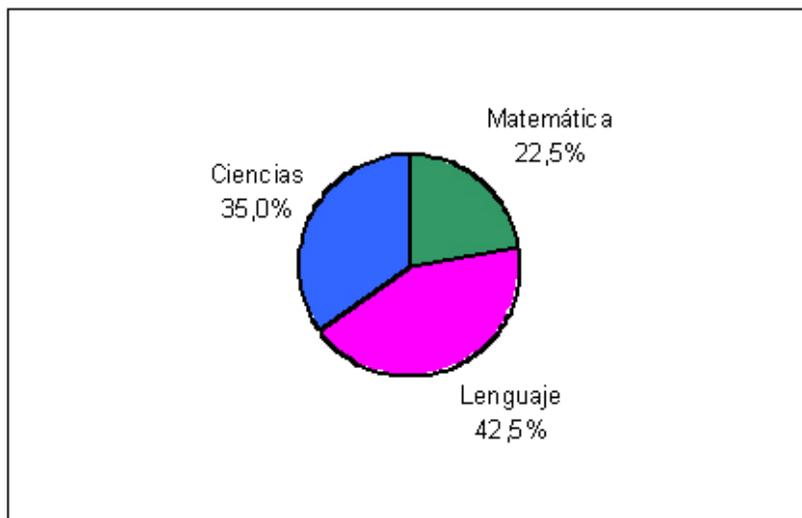
$$22,5 \times 3,6 = 81^\circ$$

$$42,5 \times 3,6 = 153^\circ$$

$$35 \times 3,6 = 126^\circ$$

Como verás, matemática representará un 22,5% de nuestro gráfico circular correspondiente a  $81^\circ$  de éste; lenguaje un 42,5% correspondiente a  $153^\circ$  y Ciencias un 35% correspondiente a  $126^\circ$  de nuestro gráfico. Las tres asignaturas representarán la totalidad del círculo, es decir, el 100%, equivalente a los  $360^\circ$ .

Nuestro gráfico quedará como se muestra a continuación:



Leamos el gráfico:

La mayor parte del círculo la compone el sector de color fuccia, Lenguaje, lo que quiere decir, que la mayor parte de los alumnos declararon como preferida esa asignatura. Por otra parte, la menor parte del círculo es verde, es decir, la menor parte de los alumnos dijeron preferir la asignatura de matemática.



## Anexo 7. Planificaciones grupo control.

Nombre Profesor/a:	Andrea Rivera Veloso	Asignatura:	Taller Matemática
Curso/Horario:	Segundo Laura Vicuña		
OBJETIVOS DE APRENDIZAJE:	<b>OA17</b> Mostrar que comprenden las medidas de tendencia central: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Determinando las medidas de tendencia central para realizar inferencias sobre la población.</li> <li>• Determinando la medida de tendencia central adecuada para responder un problema planteado.</li> <li>• Utilizándolos para comparar dos poblaciones.</li> <li>• Determinando el efecto de un dato que es muy diferente a los otros.</li> </ul>		
Objetivo de la clase	Definir y Calcular medidas de tendencia central.		

### ESTRUCTURA DE LA CLASE

MOMENTOS	DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES	
	Docente	Alumnos
INICIO:	DOCENTE	ALUMNOS
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El docente saluda a los alumnos.</li> <li>• El docente comenta lo que se trabajará en clases.</li> <li>• El docente presenta el objetivo de la clase.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Los alumnos saludan al docente.</li> <li>• Los alumnos escuchan al docente.</li> <li>• Los alumnos anotan el objetivo de la clase.</li> </ul>
DESARROLLO: (Descripción de Actividades)	DOCENTE	ALUMNOS
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El docente presenta un ppt con la definición de medidas de tendencia central, analizando cada una de ellas, ya sea, moda, media aritmética y mediana, para terminar con una conclusión acerca de las medidas de tendencia central</li> <li>• El docente va explicando y luego realizando ejercicios para que los alumnos vayan practicando.</li> <li>• El docente presenta ejercicios para que sean resueltos por los alumnos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Los alumnos van preguntando lo que estimen conveniente.</li> <li>• Los alumnos van realizando los ejercicios.</li> <li>• Los alumnos van resolviendo los ejercicios.</li> </ul>
CIERRE:	DOCENTE	ALUMNOS

APRENDIZAJE COOPERATIVO EN MATEMÁTICA EN EL EJE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD  
EN ALUMNOS DE SEGUNDO MEDIO DE UN LICEO PARTICULAR SUBVENCIONADO DE LA  
CIUDAD DE LAJA UTILIZANDO LA TÉCNICA JIGSAW II

CIERRE:	<table border="1"> <thead> <tr> <th>DOCENTE</th> <th>ALUMNOS</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td> <ul style="list-style-type: none"> <li>El docente realiza un resumen sobre la clase.</li> <li>El docente pregunta si cumplieron el objetivo.</li> <li>El docente comenta que la próxima clase verán los tipos de gráficos.</li> </ul> </td> <td> <ul style="list-style-type: none"> <li>Los alumnos escuchan al profesor e intervienen cuando lo estimen.</li> <li>Los alumnos responden la pregunta del docente.</li> <li>Los alumnos escuchan atentamente al docente.</li> </ul> </td> </tr> </tbody> </table>		DOCENTE	ALUMNOS	<ul style="list-style-type: none"> <li>El docente realiza un resumen sobre la clase.</li> <li>El docente pregunta si cumplieron el objetivo.</li> <li>El docente comenta que la próxima clase verán los tipos de gráficos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Los alumnos escuchan al profesor e intervienen cuando lo estimen.</li> <li>Los alumnos responden la pregunta del docente.</li> <li>Los alumnos escuchan atentamente al docente.</li> </ul>
	DOCENTE	ALUMNOS				
<ul style="list-style-type: none"> <li>El docente realiza un resumen sobre la clase.</li> <li>El docente pregunta si cumplieron el objetivo.</li> <li>El docente comenta que la próxima clase verán los tipos de gráficos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Los alumnos escuchan al profesor e intervienen cuando lo estimen.</li> <li>Los alumnos responden la pregunta del docente.</li> <li>Los alumnos escuchan atentamente al docente.</li> </ul>					
RECURSO: (Adjuntar Material)	el Presentación PPT					
RECURSO TIC UTILIZADO	Data, computador.					
EVALUACIÓN:	Observación					

Timbre y firma Unidad Técnico Pedagógica

Nombre Profesor/a:	Andrea Rivera Veloso	Asignatura:	Taller Matemática
Curso/Horario:	Segundo Laura Vicuña		
OBJETIVOS DE APRENDIZAJE:	<b>OA16</b> Representar datos obtenidos en una muestra mediante tablas de frecuencias absolutas y relativas, utilizando gráficos apropiados, de manera manual y/o con <i>software</i> educativo. <ul style="list-style-type: none"> <li>Confeccionan tablas de frecuencias absolutas y relativas de los datos obtenidos en las muestras.</li> </ul>		
Objetivo de la clase	1. Definir Frecuencia absoluta, relativa, acumulada. 2. Confeccionar tablas de frecuencias.		

APRENDIZAJE COOPERATIVO EN MATEMÁTICA EN EL EJE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD  
EN ALUMNOS DE SEGUNDO MEDIO DE UN LICEO PARTICULAR SUBVENCIONADO DE LA  
CIUDAD DE LAJA UTILIZANDO LA TÉCNICA JIGSAW II

ESTRUCTURA DE LA CLASE

MOMENTOS	DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES	
	Docente	Alumnos
INICIO:	DOCENTE	ALUMNOS
	<ul style="list-style-type: none"> <li>El docente saluda a los alumnos.</li> <li>El docente comenta lo que se trabajará en clases.</li> <li>El docente presenta el objetivo de la clase.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Los alumnos saludan al docente.</li> <li>Los alumnos escuchan al docente.</li> <li>Los alumnos anotan el objetivo de la clase.</li> </ul>
DESARROLLO: (Descripción de Actividades)	DOCENTE	ALUMNOS
	<ul style="list-style-type: none"> <li>El docente presenta la frecuencia absoluta y da un ejemplo.</li> <li>El docente presenta la frecuencia relativa y da un ejemplo</li> <li>El docente presenta la frecuencia relativa expresada como porcentaje y da un ejemplo.</li> <li>El docente presenta la frecuencia absoluta acumulada y da un ejemplo.</li> <li>El docente realiza una serie de ejercicios que involucren la confección de tablas de frecuencias.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Los alumnos van preguntando lo que estimen conveniente.</li> <li>Los alumnos escriben.</li> <li>Los alumnos escriben y preguntan dudas.</li> <li>Los alumnos van realizando preguntas.</li> <li>Los alumnos realizan los ejercicios presentados por el docente.</li> </ul>
CIERRE:	DOCENTE	ALUMNOS
	<ul style="list-style-type: none"> <li>El docente realiza un resumen sobre la clase.</li> <li>El docente pregunta si cumplieron el objetivo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Los alumnos escuchan al profesor e intervienen cuando lo estimen.</li> <li>Los alumnos responden la pregunta del docente.</li> </ul>
RECURSO: (Adjuntar Material)	el	Material manual.
RECURSO TIC UTILIZADO	Data, computador.	
EVALUACIÓN:	Observación	

Timbre y firma Unidad Técnico Pedagógica

APRENDIZAJE COOPERATIVO EN MATEMÁTICA EN EL EJE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD  
EN ALUMNOS DE SEGUNDO MEDIO DE UN LICEO PARTICULAR SUBVENCIONADO DE LA  
CIUDAD DE LAJA UTILIZANDO LA TÉCNICA JIGSAW II

Nombre Profesor/a:	Andrea Rivera Veloso	Asignatura:	Taller Matemática
Curso/Horario:	Segundo Laura Vicuña		
OBJETIVOS DE APRENDIZAJE:	<b>OA16</b> Representar datos obtenidos en una muestra mediante tablas de frecuencias absolutas y relativas, utilizando gráficos apropiados, de manera manual y/o con <i>software</i> educativo. <ul style="list-style-type: none"> <li>Elaboran el gráfico más conveniente para representar los datos.</li> </ul>		
Objetivo de la clase	1. Definir gráficos de línea, barra y circular mediante método cooperativo. 2. Confeccionar gráficos de líneas, barras y circular.		

ESTRUCTURA DE LA CLASE		
MOMENTOS	DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES	
	Docente	Alumnos
INICIO:	<b>DOCENTE</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>El docente saluda a los alumnos.</li> <li>El docente comenta lo que se trabajará en clases.</li> <li>El docente presenta el objetivo de la clase.</li> </ul>	<b>ALUMNOS</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Los alumnos saludan al docente.</li> <li>Los alumnos escuchan al docente.</li> <li>Los alumnos anotan el objetivo de la clase.</li> </ul>
DESARROLLO: (Descripción de Actividades)	<b>DOCENTE</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>El docente presenta la definición de gráfico.</li> <li>El docente presenta el gráfico de línea y da un ejemplo.</li> <li>El docente presenta el gráfico de barra y da un ejemplo.</li> <li>El docente presenta el gráfico circular y da un ejemplo.</li> <li>El docente realiza una serie de ejercicios que involucren la confección de gráficos.</li> </ul>	<b>ALUMNOS</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Los alumnos van preguntando lo que estimen conveniente.</li> <li>Los alumnos escriben.</li> <li>Los alumnos escriben y preguntan dudas.</li> <li>Los alumnos van realizando preguntas.</li> <li>Los alumnos realizan los ejercicios presentados por el docente.</li> </ul>

APRENDIZAJE COOPERATIVO EN MATEMÁTICA EN EL EJE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD  
EN ALUMNOS DE SEGUNDO MEDIO DE UN LICEO PARTICULAR SUBVENCIONADO DE LA  
CIUDAD DE LAJA UTILIZANDO LA TÉCNICA JIGSAW II

CIERRE:	<table border="1"> <thead> <tr> <th>DOCENTE</th> <th>ALUMNOS</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td> <ul style="list-style-type: none"> <li>El docente realiza un resumen sobre la clase.</li> <li>El docente pregunta si cumplieron el objetivo.</li> </ul> </td> <td> <ul style="list-style-type: none"> <li>Los alumnos escuchan al profesor e intervienen cuando lo estimen.</li> <li>Los alumnos responden la pregunta del docente.</li> </ul> </td> </tr> </tbody> </table>		DOCENTE	ALUMNOS	<ul style="list-style-type: none"> <li>El docente realiza un resumen sobre la clase.</li> <li>El docente pregunta si cumplieron el objetivo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Los alumnos escuchan al profesor e intervienen cuando lo estimen.</li> <li>Los alumnos responden la pregunta del docente.</li> </ul>
	DOCENTE	ALUMNOS				
<ul style="list-style-type: none"> <li>El docente realiza un resumen sobre la clase.</li> <li>El docente pregunta si cumplieron el objetivo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Los alumnos escuchan al profesor e intervienen cuando lo estimen.</li> <li>Los alumnos responden la pregunta del docente.</li> </ul>					
RECURSO: (Adjuntar Material)	el	Material manual.				
RECURSO TIC UTILIZADO	Data, computador.					
EVALUACIÓN:	Observación					

Timbre y firma Unidad Técnico Pedagógica



## Anexo 8. Planificaciones grupo Experimental.

Nombre Profesor/a:	Andrea Rivera Veloso	Asignatura:	Taller Matemática
Curso/Horario:	Segundo Domingo Savio		
OBJETIVOS DE APRENDIZAJE:	<b>OA17</b> Mostrar que comprenden las medidas de tendencia central: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Determinando las medidas de tendencia central para realizar inferencias sobre la población.</li> <li>• Determinando la medida de tendencia central adecuada para responder un problema planteado.</li> <li>• Utilizándolos para comparar dos poblaciones.</li> </ul> Determinando el efecto de un dato que es muy diferente a los otros.		
Objetivo de la clase	Definir y Calcular medidas de tendencia central mediante método cooperativo.		

### ESTRUCTURA DE LA CLASE

MOMENTOS	DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES	
	Docente	Alumnos
INICIO:	<b>DOCENTE</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• El docente saluda a los alumnos.</li> <li>• El docente separa al curso en grupos heterogéneos.</li> <li>• El docente elige a un líder de grupo.</li> <li>• El docente presenta el objetivo de la clase.</li> </ul>	<b>ALUMNOS</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Los alumnos saludan al docente.</li> <li>• Los alumnos forman los grupos designados por el docente.</li> <li>• El alumno acepta la designación del docente.</li> <li>• Los alumnos escriben el objetivo de la clase.</li> </ul>
DESARROLLO: (Descripción de Actividades)	<b>DOCENTE</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• El docente asigna a cada integrante del grupo una parte de la materia de medidas de tendencia central incluyendo ejercicios.</li> <li>• El docente da un tiempo para que cada estudiante lea lo que le corresponde analizar.</li> <li>• El docente forma los grupos de expertos para que comenten lo que entendieron cada uno y sacar ideas entre los alumnos.</li> <li>• El docente llama a los estudiantes a volver a sus grupos.</li> </ul>	<b>ALUMNOS</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Los alumnos reciben el material.</li> <li>• Los alumnos analizan lo designado, saca ideas centrales y se interioriza con su parte.</li> <li>• Los alumnos sacan ideas del tema de expertos y logran entre ellos tener un mayor aprendizaje sobre el tema.</li> <li>• Los alumnos vuelven a su grupo de origen.</li> <li>• El líder de los alumnos va indicando en qué orden los alumnos van comentando sus</li> </ul>

APRENDIZAJE COOPERATIVO EN MATEMÁTICA EN EL EJE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD  
EN ALUMNOS DE SEGUNDO MEDIO DE UN LICEO PARTICULAR SUBVENCIONADO DE LA  
CIUDAD DE LAJA UTILIZANDO LA TÉCNICA JIGSAW II

DESARROLLO: (Descripción de Actividades)	DOCENTE	ALUMNOS
	<ul style="list-style-type: none"> <li>El docente asigna a cada integrante del grupo una parte de la materia de medidas de tendencia central incluyendo ejercicios.</li> <li>El docente da un tiempo para que cada estudiante lea lo que le corresponde analizar.</li> <li>El docente forma los grupos de expertos para que comenten lo que entendieron cada uno y sacar ideas entre los alumnos.</li> <li>El docente llama a los estudiantes a volver a sus grupos.</li> <li>El docente les da tiempo para que cada integrante les cuente a los demás compañeros lo que entendieron del tema.</li> <li>El docente recorre los grupos para ver que todo está funcionando bien y corregir lo que se esté entendiendo mal.</li> <li>El docente realiza un resumen sobre lo que cada grupo comprendió del tema.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Los alumnos reciben el material.</li> <li>Los alumnos analizan lo designado, saca ideas centrales y se interioriza con su parte.</li> <li>Los alumnos sacan ideas del tema de expertos y logran entre ellos tener un mayor aprendizaje sobre el tema.</li> <li>Los alumnos vuelven a su grupo de origen.</li> <li>El líder de los alumnos va indicando en qué orden los alumnos van comentando sus aprendizajes, además el dirige al grupo original.</li> <li>Los alumnos y líder van realizando preguntas al docente para hacerse más expertos en el tema.</li> <li>El líder del grupo realiza un resumen sobre lo entendido en su grupo.</li> </ul>
CIERRE:	DOCENTE	ALUMNOS
	<ul style="list-style-type: none"> <li>El docente realiza un resumen sobre la clase.</li> <li>El docente comenta si el objetivo se cumplió.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Los alumnos escuchan al docente y comentan lo que estimen conveniente.</li> <li>Los alumnos responden si cumplieron el objetivo.</li> </ul>

PLANIFICACIÓN DE CLASE

Establecimiento:	Liceo Polivalente Hermanas Maestras de la Santa Cruz-Laja	RBD:	12037-5
Nombre Profesor/a:	Andrea Rivera Veloso	Asignatura:	Taller Matemática
Curso/Horario:	Segundo Domingo Savio		
OBJETIVOS DE APRENDIZAJE:	<p><b>OA16</b> Representar datos obtenidos en una muestra mediante tablas de frecuencias absolutas y relativas, utilizando gráficos apropiados, de manera manual y/o con <i>software</i> educativo.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Confeccionan tablas de frecuencias absolutas y relativas de los datos obtenidos en las muestras.</li> </ul>		
Objetivo de la clase	<ol style="list-style-type: none"> <li>Definir Frecuencia absoluta, relativa, acumulada mediante método cooperativo.</li> <li>Confeccionar tablas de frecuencias mediante método cooperativo.</li> </ol>		

APRENDIZAJE COOPERATIVO EN MATEMÁTICA EN EL EJE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD  
EN ALUMNOS DE SEGUNDO MEDIO DE UN LICEO PARTICULAR SUBVENCIONADO DE LA  
CIUDAD DE LAJA UTILIZANDO LA TÉCNICA JIGSAW II

ESTRUCTURA DE LA CLASE

MOMENTOS	DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES	
	Docente	Alumnos
INICIO:	DOCENTE	ALUMNOS
	<ul style="list-style-type: none"> <li>El docente saluda a los alumnos.</li> <li>El docente separa al curso en grupos heterogéneos.</li> <li>El docente elige a un líder de grupo.</li> <li>El docente presenta el objetivo de la clase.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Los alumnos saludan al docente.</li> <li>Los alumnos forman los grupos designados por el docente.</li> <li>El alumno acepta la designación del docente.</li> <li>Los alumnos escriben el objetivo de la clase.</li> </ul>
DESARROLLO: (Descripción de Actividades)	DOCENTE	ALUMNOS
	<ul style="list-style-type: none"> <li>El docente asigna a cada integrante del grupo una parte de la materia de frecuencias, con un ejemplo.</li> <li>El docente da un tiempo para que cada estudiante lea lo que le corresponde analizar.</li> <li>El docente forma los grupos de expertos para que comenten lo que entendieron cada uno y sacar ideas entre los alumnos.</li> <li>El docente llama a los estudiantes a volver a sus grupos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Los alumnos reciben el material.</li> <li>Los alumnos analizan lo designado, saca ideas centrales y se interioriza con su parte.</li> <li>Los alumnos sacan ideas del tema de expertos y logran entre ellos tener un mayor aprendizaje sobre el tema.</li> <li>Los alumnos vuelven a su grupo de origen.</li> <li>El líder de los alumnos va indicando en qué orden los alumnos van comentando sus</li> </ul>
DESARROLLO: (Descripción de Actividades)	DOCENTE	ALUMNOS
	<ul style="list-style-type: none"> <li>El docente asigna a cada integrante del grupo una parte de la materia de frecuencias, con un ejemplo.</li> <li>El docente da un tiempo para que cada estudiante lea lo que le corresponde analizar.</li> <li>El docente forma los grupos de expertos para que comenten lo que entendieron cada uno y sacar ideas entre los alumnos.</li> <li>El docente llama a los estudiantes a volver a sus grupos.</li> <li>El docente les da tiempo para que cada integrante les cuente a los demás compañeros lo que entendieron del tema.</li> <li>El docente recorre los grupos para ver que todo está funcionando bien y corregir lo que se esté entendiendo mal.</li> <li>El docente realiza un resumen sobre lo que cada grupo comprendió del tema.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Los alumnos reciben el material.</li> <li>Los alumnos analizan lo designado, saca ideas centrales y se interioriza con su parte.</li> <li>Los alumnos sacan ideas del tema de expertos y logran entre ellos tener un mayor aprendizaje sobre el tema.</li> <li>Los alumnos vuelven a su grupo de origen.</li> <li>El líder de los alumnos va indicando en qué orden los alumnos van comentando sus aprendizaje, además el dirige al grupo original.</li> <li>Los alumnos y líder van realizando preguntas al docente para hacerse más expertos en el tema.</li> <li>El líder del grupo realiza un resumen sobre lo entendido en su grupo.</li> </ul>
CIERRE:	DOCENTE	ALUMNOS
	<ul style="list-style-type: none"> <li>El docente realiza un resumen sobre la clase.</li> <li>El docente comenta si el objetivo se cumplió.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Los alumnos escuchan al docente y comentan lo que estimen conveniente.</li> <li>Los alumnos responden si cumplieron el objetivo.</li> </ul>

APRENDIZAJE COOPERATIVO EN MATEMÁTICA EN EL EJE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD  
EN ALUMNOS DE SEGUNDO MEDIO DE UN LICEO PARTICULAR SUBVENCIONADO DE LA  
CIUDAD DE LAJA UTILIZANDO LA TÉCNICA JIGSAW II

Nombre Profesor/a:	Andrea Rivera Veloso	Asignatura:	Taller Matemática
--------------------	----------------------	-------------	-------------------

Curso/Horario:	Segundo Domingo Savio
----------------	-----------------------

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE:	<p><b>OA16</b> Representar datos obtenidos en una muestra mediante tablas de frecuencias absolutas y relativas, utilizando gráficos apropiados, de manera manual y/o con <i>software</i> educativo.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Elaboran el gráfico más conveniente para representar los datos.</li> </ul>
---------------------------	---

Objetivo de la clase	<ol style="list-style-type: none"> <li>Definir gráficos de línea, barra y circular mediante método cooperativo.</li> <li>Confeccionar gráficos de líneas, barras y circular.</li> </ol>
----------------------	---

**ESTRUCTURA DE LA CLASE**

MOMENTOS	DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES	
	Docente	Alumnos
INICIO:	<p style="text-align: center;"><b>DOCENTE</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>El docente saluda a los alumnos.</li> <li>El docente separa al curso en grupos heterogéneos.</li> <li>El docente elige a un líder de grupo.</li> <li>El docente presenta el objetivo de la clase.</li> </ul>	<p style="text-align: center;"><b>ALUMNOS</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Los alumnos saludan al docente.</li> <li>Los alumnos forman los grupos designados por el docente.</li> <li>El alumno acepta la designación del docente.</li> <li>Los alumnos escriben el objetivo de la clase.</li> </ul>

DESARROLLO: (Descripción de Actividades)	<b>DOCENTE</b>	<b>ALUMNOS</b>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>El docente asigna a cada integrante del grupo una parte de la materia de Gráficos, con un ejemplo.</li> <li>El docente da un tiempo para que cada estudiante lea lo que le corresponde analizar.</li> <li>El docente forma los grupos de expertos para que comenten lo que entendieron cada uno y sacar ideas entre los alumnos.</li> <li>El docente llama a los estudiantes a volver a sus grupos.</li> <li>El docente les da tiempo para que cada integrante les cuente a los demás compañeros lo que entendieron del tema.</li> <li>El docente recorre los grupos para ver que todo está funcionando bien y corregir lo que se esté entendiendo mal.</li> <li>El docente realiza un resumen sobre lo que cada grupo comprendió del tema.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Los alumnos reciben el material.</li> <li>Los alumnos analizan lo designado, saca ideas centrales y se interioriza con su parte.</li> <li>Los alumnos sacan ideas del tema de expertos y logran entre ellos tener un mayor aprendizaje sobre el tema.</li> <li>Los alumnos vuelven a su grupo de origen.</li> <li>El líder de los alumnos va indicando en qué orden los alumnos van comentando sus aprendizajes, además el dirige al grupo original.</li> <li>Los alumnos y líder van realizando preguntas al docente para hacerse más expertos en el tema.</li> <li>El líder del grupo realiza un resumen sobre lo entendido en su grupo.</li> </ul>

APRENDIZAJE COOPERATIVO EN MATEMÁTICA EN EL EJE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD  
EN ALUMNOS DE SEGUNDO MEDIO DE UN LICEO PARTICULAR SUBVENCIONADO DE LA  
CIUDAD DE LAJA UTILIZANDO LA TÉCNICA JIGSAW II

CIERRE:	<table border="1"> <thead> <tr> <th>DOCENTE</th> <th>ALUMNOS</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td> <ul style="list-style-type: none"> <li>El docente realiza un resumen sobre la clase.</li> <li>El docente comenta si el objetivo se cumplió.</li> </ul> </td> <td> <ul style="list-style-type: none"> <li>Los alumnos escuchan al docente y comentan lo que estimen conveniente.</li> <li>Los alumnos responden si cumplieron el objetivo.</li> </ul> </td> </tr> </tbody> </table>		DOCENTE	ALUMNOS	<ul style="list-style-type: none"> <li>El docente realiza un resumen sobre la clase.</li> <li>El docente comenta si el objetivo se cumplió.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Los alumnos escuchan al docente y comentan lo que estimen conveniente.</li> <li>Los alumnos responden si cumplieron el objetivo.</li> </ul>
	DOCENTE	ALUMNOS				
<ul style="list-style-type: none"> <li>El docente realiza un resumen sobre la clase.</li> <li>El docente comenta si el objetivo se cumplió.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Los alumnos escuchan al docente y comentan lo que estimen conveniente.</li> <li>Los alumnos responden si cumplieron el objetivo.</li> </ul>					
RECURSO: (Adjuntar Material)	el	Definiciones y ejemplos de medidas de tendencia central.				
RECURSO TIC UTILIZADO						
EVALUACIÓN:	Observación					



## Anexo 9. Test motivación hacia la matemática. Test de motivación hacia la matemática

Nombre:

Curso:

Fecha:

Instrucciones:

- Marque con una X la alternativa que usted crea que más se acerque a la descripción de cada ítem; donde todas las respuestas se ajustan a una escala Likert 5 de la siguiente manera;

1: Completamente en desacuerdo

2: En desacuerdo,

3: Ni de acuerdo ni en desacuerdo

4: De acuerdo

5: Completamente de acuerdo

- Este test es de carácter anónimo, por lo que su nombre sólo será utilizado para realizar un catastro de la población, por lo cual dicho nombre no se hará público.

Ítem	Preguntas	1	2	3	4	5
Interés	Me gustan las matemáticas.					
	Disfruto con las matemáticas.					
	Las matemáticas son emocionantes.					
Importancia	Es importante para mí ser alguien que sea bueno en matemáticas.					
	Creo que ser bueno en matemáticas es parte importante de mi personalidad.					
	Es importante para mí ser alguien que puede razonar utilizando fórmulas y operaciones matemáticas.					
Utilidad	Creo que las matemáticas pueden ser útiles en el futuro porque me pueden ayudar.					
	Creo que ser bueno en matemáticas puede ser útil en el futuro.					
	Creo que ser bueno en matemáticas puede ser útil para encontrar trabajo o para ir a la universidad.					
Coste	Tengo que dejar de hacer muchas cosas para aprender bien matemáticas.					
	Creo que el éxito en matemáticas requiere dejar otras actividades que me gustan.					
Auto-eficacia	Creo que tendré una excelente nota en matemáticas.					
	Estoy seguro de que puedo entender los contenidos más difíciles en matemáticas.					
	Tengo confianza en que puedo aprender los conceptos básicos enseñados en matemáticas.					

### Anexo 10. Datos estadísticos grupo control.

	pre test GC	post test 1 GC	post test 2 GC	C. Retención GC	T.M.Mat.GC
Alumno 1	5	14	6	42,86%	51
Alumno 2	5	4	10	250%	48
Alumno 3	24	28	20	71,43%	29
Alumno 4	23	67	61	91,04%	61
Alumno 5	7	16	30	187,50%	46
Alumno 6	10	34	38	111,76%	46
Alumno 7	26	42	30	71,43%	65
Alumno 8	9	64	56	87,50%	53
Alumno 9	9	72	78	108,33%	41
Alumno 10	9	36	32	88,89%	43
Alumno 11	9	46	48	104,35%	56
Alumno 12	10	2	0	0%	38
Alumno 13	24	28	32	114,29%	51
Alumno 14	24	40	52	130%	47
Alumno 15	9	68	62	91,18%	60
Alumno 16	6	32	19	59,38%	54
Alumno 17	8	62	52	83,87%	48
Alumno 18	24	89	89	100%	61
Alumno 19	13	78	62	79,49%	60
Alumno 20	25	89	52	58,43%	49
Alumno 21	24	33	24	72,72%	40
Alumno 22	6	16	30	187,50%	49
Alumno 23	29	38	41	107,89%	56
Alumno 24	4	44	40	90,90%	50
Alumno 25	5	36	26	72,22%	43
Alumno 26	10	59	40	67,80%	56
mediana	9,5	39	39	89,90%	49,5

### Anexo 11. Datos estadísticos grupo experimental.

	pre test GE	post test 1 GE	post test 2 GE	C. Retención GE	T.M.Mat.GE
Alumno 1	29	75	76	101,30%	53
Alumno 2	10	48	72	150%	46
Alumno 3	7	46	38	82,61%	52
Alumno 4	9	89	89	100%	54
Alumno 5	9	32	28	87,50%	49
Alumno 6	24	65	69	106,15%	49
Alumno 7	9	89	89	100%	61
Alumno 8	9	64	58	90,63%	52
Alumno 9	9	8	36	450%	42
Alumno 10	10	53	58	109,43%	52
Alumno 11	13	84	84	100%	52
Alumno 12	4	44	36	81,81%	55
Alumno 13	10	54	48	88,89%	55
Alumno 14	5	34	30	88,24%	42
Alumno 15	24	87	89	102,30%	55
Alumno 16	29	89	89	100%	51
Alumno 17	23	75	79	105,33%	56
Alumno 18	5	43	33	76,74%	47
Alumno 19	24	66	67	101,51%	42
Alumno 20	24	51	36	70,59%	39
Alumno 21	6	34	39	114,71%	50
Alumno 22	6	82	60	73,17%	61
Alumno 23	25	89	89	100%	59
Alumno 24	8	85	74	87,06%	56
mediana	9,5	64,5	63,5	100,00%	52

## Anexo 12. Puntaje superior al 60%.

$H_0$ : El Método Jigsaw II no obtiene un rendimiento promedio superior a 53,4 puntos.

$$H_0: \mu = \mu_0$$

$H_a$ : El Método Jigsaw II obtiene un rendimiento promedio superior a 53,4 puntos.

$$H_a: \mu > \mu_0$$

Siendo  $\mu_1$  y  $\mu_2$  parámetros (medias) de la distribución de los métodos. Los estadísticos descriptivos de dichos test son:

Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típica
post test 1 GE	24	8,000	89,000	61,917	22,944

Los resultados de la prueba de hipótesis por medio de la prueba t para 1 muestras prueba unilateral a la derecha son las siguientes:

Diferencia	61,917
t (Valor observado)	13,220
t (Valor crítico)	1,714
GL	23
valor-p (unilateral)	< 0,0001
alfa	0,05

Puesto que el valor-p computado es menor que el nivel de significación  $\alpha=0,05$ , se debe rechazar la hipótesis nula  $H_0$ , y aceptar la hipótesis alternativa  $H_a$ .

### Anexo 13. Puntaje no superior al 40%.

$H_0$ : El Método Tradicional no obtiene un rendimiento promedio inferior a 35,6 puntos.

$$H_0: \mu = \mu_0$$

$H_a$ : El Método Jigsaw II obtiene un rendimiento promedio inferior a 35,6 puntos.

$$H_a: \mu < \mu_0$$

Siendo  $\mu_1$  y  $\mu_2$  parámetros (medias) de la distribución de los métodos. Los estadísticos descriptivos de dichos test son:

Variable	Observaciones	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típica
post test 1 GC	26	2,000	89,000	43,731	24,445

Los resultados de la prueba de hipótesis por medio de la prueba t para 1 muestras prueba unilateral a la izquierda son las siguientes:

Diferencia	43,731
t (Valor observado)	9,122
t (Valor crítico)	-1,708
GL	25
valor-p (unilateral)	1,000
alfa	0,05

Puesto que el valor-p calculado es mayor que el nivel de significación  $\alpha=0,05$ , no se puede rechazar la hipótesis nula  $H_0$ .

