

**UNIVERSIDAD DE CONCEPCION**  
Facultad de Ingeniería  
Departamento de Ingeniería Metalúrgica

**PROFESOR PATROCINANTE**  
Daniel G. Sbarbaro-Hofer

**ESTRATEGIAS DE COORDINACION ÓPTIMAS DE LAS ETAPAS DE MOLIENDA Y FLOTACIÓN.**

**SAMUEL NICOLÁS DARIO ANTIMILLA NAHUEL PAN**



Informe de Memoria de Título  
para optar al Título de  
Ingeniero Civil Metalúrgico

Julio de 2018

## RESUMEN

El presente trabajo consistió en desarrollar una estrategia para lograr la integración y optimización de las etapas de molienda y flotación. Se tomó como caso base la planta concentradora Fresnillo ubicada en el norte de México, la cual procesa un mineral de Pb-Ag. Se propusieron modelos matemáticos para representar el comportamiento de cada uno de los equipos que componen ambas etapas y se programaron estos en lenguaje Matlab. Se realizaron simulaciones cambiando las variables tonelaje, agua total agregada al sumidero y molino de bolas, P80 y % de sólidos en el overflow del HC, y se observaron los efectos que se produjeron en las etapas de molienda y flotación en forma individual y en conjunto.

Luego se desarrolló un procedimiento siguiendo dos estrategias, para encontrar la forma de operar las etapas de molienda y flotación de manera integrada y que permitiera optimizar estas según un objetivo en particular, para ello se definieron restricciones operacionales en ambas etapas. Se llegó al mismo resultado siguiendo cualquiera de las dos estrategias. Por último, se realizó la optimización de las unidades de molienda y flotación según 2 objetivos a lograr, considerando un caso en donde existiera una restricción en el P80 del overflow del HC (la que supuso como 180 [ $\mu\text{m}$ ]), y otro donde no existiera tal restricción. El primer objetivo consistió en maximizar tonelaje en la etapa de molienda y recuperación en la etapa de flotación y el segundo consistió en maximizar tonelaje en molienda y maximizar la masa de pyrargita ( $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$ ) contenida en el concentrado de flotación, la siguiente tabla resume los resultados de las optimizaciones.

Resultado de las optimizaciones respecto al caso base.

Parámetros operacionales	Caso base	Objetivo 1	Objetivo 2		
		C/R en P80	P80 cte.	C/R en P80	S/R P80
Tonelaje [tph]	91.7	100.5	105	121	134
P80 [ $\mu\text{m}$ ]	159.4	180	159.4	180	206
Recuperación de py, %	80.6	81.85	80.3	80.2	80.5
Ley de pyrargita, %	4.05	4.025	4.13	4.065	3.99
Masa de py en conc. [kgh]	118.23	132	135	155	172.5

## Nomenclatura

$w_{ball}$ : vector que denota la cantidad de masa de partículas de mineral presentes en cada tamaño  $x_i$  que están retenidas en el interior del molino [ton].

$f_{ball}, p_{ball}$ : vectores que denotan la cantidad de masa por unidad de tiempo de partículas de tamaño  $x_i$  que se alimentan y que salen del molino respectivamente [tph].

$B^R_{ball}$ : matriz de ruptura global.

$s$ : vector que denota la función selección [ $h^{-1}$ ].

$b$ : matriz de ruptura.

$x_i, x_j$ : tamaño promedio (promedio geométrico) de los intervalos de tamaño  $i$  y  $j$  respectivamente [mm].

$s_1, s_2, s_3$  y  $s_4$ : parámetros empíricos del modelo de la función selección.

$B$ : matriz de ruptura acumulada.

$b_1, b_2$  y  $b_3$ : parámetros empíricos del modelo de la matriz de ruptura.

$x_b^f, x_b^w$ , y  $x_b^p$ : vectores que indican la fracción en peso de partículas pertenecientes al intervalo de tamaño  $i$  en la alimentación, al interior y en la descarga del molino de bolas.

$f_{ball}, p_{ball}$ : flujo másico total que entra y sale del molino de bolas respectivamente [tph].

$w_{ball}$ : cantidad total de mineral que permanece retenido dentro del molino [ton].

$p_H$ : flujo total proveniente de la clasificación del harnero (finos) [tph].

$p_H$ : flujo másico mineral por intervalos de tamaño proveniente de la clasificación del harnero [tph].

$I$ : es la matriz identidad de orden  $n$ .

$\tau_m$ : tiempo medio de residencia en molienda [h].

$w_{w,ball}$ : masa de agua retenida al interior del molino [ton].

$q_{i,ball}$  y  $q_{o,ball}$ : flujos másicos de agua de entrada y salida en el molino de bolas [tph].

$q_H$ : flujo de agua proveniente de los finos clasificado por el harnero [tph].

$g_b$ : agua agregada externamente cuando la alimentación total al molino de bolas supere un porcentaje de sólidos en particular [tph].

$m_s$ : vector que indica la cantidad de masa de mineral por intervalos de tamaño que está en el interior del sumidero [ton].

$f_s, p_s$ : vectores que indican los flujos máxicos de mineral de tamaño  $x_i$  que ingresan y que salen del sumidero respectivamente [tph].

$m_w$ : cantidad de masa de agua retenida en el sumidero [ton].

$q_{i,s}$  y  $q_{o,s}$ : flujos máxicos de agua que entran y que salen del sumidero respectivamente [tph].

$g_s$ : alimentación de agua externa agregada al sumidero [tph].

$f_s$  y  $P_s$ : flujo máxico total de mineral que entra y sale del sumidero respectivamente [tph].

$r_{rw}$ : vector que denota los flujos de mineral de tamaño  $x_i$  arrastrados por el agua al rechazo en el primer proceso [tph].

$f_{hc}$ : flujos de mineral de tamaño  $x_i$  alimentados a la batería [tph].

$R_H$ : rechazo o cortocircuito de agua.

$q_{r,hc}$ : flujo de agua contenida en la descarga o rechazo del HC [tph].

$q_{i,hc}$  y  $q_{o,hc}$ : flujos de agua total de alimentación y producto del hidrociclón [tph].

$f_{hc}$ : flujo máxico total de mineral alimentado a la batería [tph].

$K_{H1}$ : parámetro empírico que relaciona el flujo de agua de salida de la batería con el flujo de agua de alimentación y el porcentaje de sólidos de la pulpa mediante una correlación empírica.

$C_{p_i,hc}$ : fracción de sólidos en la pulpa que entra al hidrociclón.

$\eta_H$ : número de hidrociclones en la batería.

$f_c$ : vector de flujo máxico de mineral por intervalos de tamaño que va hacia clasificación [tph].

$r_{rc}$ : vector de flujos máxicos por intervalo de tamaño rechazados en la clasificación [tph].

HC: hidrociclón.

$Y_H$ : matriz diagonal que representa la eficiencia de clasificación del HC.

$x_{50}$ : diámetro para el cual el 50% de las partículas son rechazadas [mm].

$\alpha_H$ : parámetro de plitt.

$d_{vf}$ : diámetro del vortex Finder [cm].

$d_{sp}$ : diámetro del orificio de salida (spigot) [cm].

$K_{H2}$ : parámetro empírico de la correlación utilizada para la determinación de  $x_{50}$ .

$P_H$ : presión de la pulpa de alimentación al HC [bar].

$K_{H3}$ : parámetro empírico de la ecuación usada para la determinación de la presión de la pulpa de alimentación al HC.

$f_p$ : flujo de pulpa de alimentación al HC [tph].

$\rho_m$ : densidad del mineral [ton/m<sup>3</sup>]

$p_{hc}$ : flujo másico de mineral por intervalos de tamaños de producto del HC [tph].

$r_{hc}$ : flujo másico de mineral por intervalos de tamaño rechazado desde el HC [tph].

$p_{hc}$ : flujo másico total del overflow del HC [tph].

$r_{hc}$ : flujo másico total en la descarga del HC [tph].

$a_{i,0}$ ,  $a_{i,1}$ ,  $a_{i,2}$  y  $a_{i,3}$ : parámetros empíricos del modelo de Bazin.

$PC_{ij}$ : porcentaje pasante acumulativo de mineral valioso  $i$  de tamaño  $j$ .

$PC_j^{hc}$ : porcentaje pasante acumulativo de mineral general de tamaño  $j$  en el producto del HC.

$p_{hcj}$ : masa total de partículas menores o iguales que el tamaño  $j$  en el producto del HC [ton].

$w^F, w^T, w^C$ : corresponden a los flujos másicos de agua de alimentación, relave y concentrado respectivamente [tph].

$C_{ij}^F$ ,  $C_{ij}^T$  y  $C_{ij}^C$ : corresponden a la masa de mineral  $i$  en el intervalo de tamaño  $j$  por unidad de masa de agua, en la alimentación, relave y concentrado respectivamente.

$K_{ij}$ : constante de velocidad de flotación del mineral  $i$  en el intervalo de tamaño  $j$  [ $h^{-1}$ ].

$e_{ij}$ : factor de arrastre del mineral  $i$  en el intervalo de tamaño  $j$ .

$c_1$ ,  $c_2$  y  $c_3$ : coeficientes a ser estimados en el modelo empírico usado para el cálculo de los factores de arrastre.

$M_{ij}$ : masa de partículas de mineral  $i$  de tamaño  $j$  arrastradas [gr]

$\tau_f$ : tiempo medio de residencia de flotación [h].

$\alpha$ : factor de separación de agua.

$w^P$ : masa de agua retenida dentro de la celda de flotación [ton].

$\varphi_{ij}$ : fracción de partículas  $ij$  remanentes en los relaves.

$\varphi_{ij}^k$ : fracción de partículas  $ij$  remanentes en el relave de la celda  $k$ .

$R_{ij}(k)$ : recuperación de partículas de mineral  $i$  de tamaño  $j$  obtenidas experimentalmente desde cada celda  $k$ .

$R_{ij}^M(k)$ : recuperación de partículas de mineral  $i$  de tamaño  $j$  obtenidas por el modelo en cada celda  $k$ .

$F_R$ : flujo másico total de alimentación de mineral a la línea de flotación [tph].

## ÍNDICE

<b>1. INTRODUCCIÓN</b> .....	1
<b>1.1 Objetivos del trabajo</b> .....	2
1.1.1 objetivo general.....	2
1.1.2 objetivos específicos.....	2
<b>2. ANTECEDENTES</b> .....	3
<b>2.1. Molienda de bolas</b> .....	3
<b>2.2. Flotación</b> .....	4
<b>2.3. Estado del arte</b> .....	4
2.3.1. Sosa-blanco et al. (1999).....	5
2.3.2. Sosa-blanco et al. (2000).....	6
2.3.3 K.C. Runge, E. Tabosa, P. Holtman, R. Valle. (2014).....	7
2.3.4 P. Karelovic, E. Putz, A. Cipriano. (2016) .....	7
2.3.5 J.B. Yianatos, L.G. Berg, J. Aguilera. (2000) .....	7
<b>2.4. Caso base</b> .....	8
<b>2.5. Modelos</b> .....	10
2.5.1 Molino de bolas.....	11
2.5.2 Sumidero .....	15
2.5.3 Hidrociclón.....	16
2.5.4 Distribución de mineral en la alimentación a flotación .....	19
2.5.5 Modelo del proceso de flotación.....	20
<b>2.6 Estado estacionario del caso base.</b> .....	25
<b>3. PROCEDIMIENTO</b> .....	26
<b>4. ANALISIS Y RESULTADOS</b> .....	28
<b>4.1 Efecto en la variabilidad del P80</b> .....	28
<b>4.2 Escenarios de operación</b> .....	30
4.2.1 Escenarios sin coordinación .....	31
4.2.2 Escenarios con coordinación.....	36
<b>4.3 Estrategia de operación</b> .....	45
4.3.1 Estrategia integrada .....	45
4.3.2 estrategia por etapas .....	52
4.3.3 optimización del caso base .....	59
<b>5. CONCLUSIONES</b> .....	63
<b>6. BIBLIOGRAFÍA</b> .....	65
<b>7. ANEXOS</b> .....	66

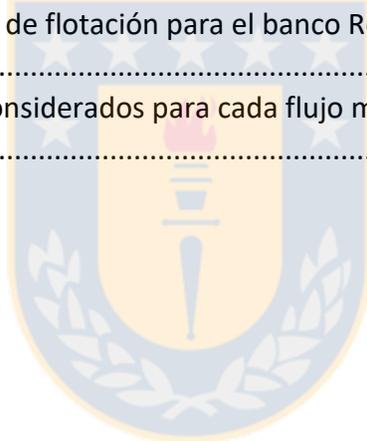
## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Relación entre los circuitos de molienda y flotación. ....	3
Figura 2. Circuito de molienda de la concentradora Fresnillo. ....	8
Figura 3. Esquema de las etapas de flotación de la concentradora Fresnillo. ....	9
Figura 4. Etapa de flotación de alto grado. ....	9
Figura 5. diagrama que muestra los flujos de entrada y salida para cada equipo en el circuito de molienda. ....	10
Figura 6. diagrama del molino de bolas. ....	11
Figura 7. Esquema y diagrama de bloques del hidrociclón. ....	16
Figura 8. esquema del proceso de flotación. ....	21
Figura 9. Etapa Rougher de flotación de la concentradora Fresnillo sin recirculaciones. ....	26
Figura 10. Histogramas de P80 del producto del hidrociclón con 3 varianzas distintas. ....	29
Figura 11. Histogramas de recuperación de pyrargita para 3 varianzas distintas que se obtuvieron en los 2 casos de flotación. ....	29
Figura 12. Histogramas de ley de pyrargita en el concentrado para 3 varianzas distintas que se obtuvieron en los 2 casos de flotación. ....	30
Figura 13. Recuperación de pyrargita y ganga en función del porcentaje de sólidos de alimentación. ....	31
Figura 14. Ley de pyrargita en función del porcentaje de sólidos de alimentación. ....	32
Figura 15. Tiempos de residencia en función del porcentaje de sólidos de entrada a flotación que se obtuvieron en los casos 1 y 2. ....	32
Figura 16. Recuperaciones de pyrargita y ganga en función del P80 de alimentación. ....	34
Figura 17. Ley de pyrargita en el concentrado en función del P80 de alimentación. ....	34
Figura 18. Tiempos de residencia en banco Rougher-Scavenger y etapa Rougher en función del P80 de alimentación. ....	35
Figura 19. Tonelaje procesado vs porcentaje de solidos del producto del HC. ....	36
Figura 20. P80 del producto del HC y cantidad total de agua agregada en el sumidero y molino de bolas en función del tonelaje procesado. ....	37
Figura 21. Recuperación de pyrargita en función del P80 de alimentación. ....	38
Figura 22. Recuperaciones de ganga en función del P80 de alimentación. ....	38
Figura 23. Ley de pyrargita en el concentrado en función del P80 de alimentación. ....	39
Figura 24. Tiempos de residencia del banco Rougher-Scavenger y etapa Rougher en función del P80 de alimentación. ....	39
Figura 25. P80 y % de solidos del producto del HC vs el agua total agregada al sumidero y mol. de bolas. ....	41
Figura 26. Porcentaje de sólidos vs P80 del producto del hidrociclón. ....	41
Figura 27. Recuperaciones de pyrargita en función del P80 de alimentación. ....	42
Figura 28. Recuperaciones de ganga en función del porcentaje del P80 de alimentación. ....	42
Figura 29. Ley de pyrargita en el en función del porcentaje del P80 de alimentación. ....	43

Figura 30. Tiempos de residencia del banco Rougher-Scavenger y etapa Rougher en función del % del P80 de alimentación.....	43
figura 31. Matriz de condiciones de operación.....	45
Figura 32.valores de P80 que se obtuvieron para cada una de las condiciones de operación. ....	47
Figura 33. Valores de P80 una vez aplicadas las restricciones en el circuito de molienda.....	48
Figura 34. Presión de entrada a los HC y % de sólidos en el overflow del HC una vez aplicadas las restricciones. ....	48
Figura 35. Porcentaje de sólidos en volumen del HC una vez aplicadas las restricciones. ....	49
Figura 36. Leyes de pyrargita que se obtuvieron en flotación para cada valor de la fracción de volumen ocupada por la pulpa en las celdas. ....	50
Figura 37. Recuperaciones de pyrargita que se obtuvieron en flotación para cada valor de la fracción de volumen ocupada por la pulpa en las celdas. ....	50
Figura 38. Masas de pyrargita que se obtuvieron en flotación para cada valor de la fracción de volumen ocupada por la pulpa en las celdas. ....	51
Figura 39. Fracción de volumen ocupada por la pulpa en las celdas vs masa de pyrargita en el concentrado. ....	53
Figura 40. P80 vs masa de pyrargita máxima obtenida en flotación. ....	53
Figura 41. Tonelaje procesado vs P80 del overflow del HC, para distintos porcentajes de sólidos en la salida.....	54
Figura 42. Tonelaje vs agua total agregada al sumidero y molino de bolas luego de aplicar las restricciones en molienda. ....	54
Figura 43.Tonelaje vs presión de entrada a los HC luego de aplicar las restricciones en molienda. ....	55
Figura 44.Tonelaje vs porcentaje de sólidos en volumen de la descarga del HC luego de aplicar las restricciones en molienda. ....	55
Figura 45. Tonelaje procesado vs P80 una vez aplicadas las restricciones en el circuito de molienda. ....	56
Figura 46. Masas de pyrargita en el concentrado que se obtuvieron en la unidad de flotación en función del P80 de alimentación.....	57
Figura 47. Recuperaciones de pyrargita que se obtuvieron en función del P80 de alimentación. ....	57
Figura 48. Leyes de pyrargita que se obtuvieron en función del P80 de alimentación.....	58
Figura 49.Constantes de velocidad de flotación en los bancos Rougher-Scavenger y recuperaciones de pyrargita en las etapas de limpieza 1 y 2. ....	70
Figura 50. Distribución de tamaño de la alimentación fresca al molino de bolas.....	70

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Composición del mineral procesado en la concentradora Fresnillo .....	8
Tabla 2. Valores establecidos en el estado estacionario. ....	25
Tabla 3. Promedio de P80 del producto del HC, recuperación de pyrargita y ley de pyrargita en los casos 1 y 2 de flotación. ....	28
Tabla 4. Valores de tonelaje, cantidad de agua total agregada al sumidero y molino de bolas y P80 resultante. ....	31
Tabla 5. Parámetros operacionales y restricciones para las etapas de molienda y flotación. ....	46
Tabla 6. Resultado de las optimizaciones, según los objetivos de operación. ....	62
Tabla 7. funciones y sus variables de entrada y salida creadas en Matlab.....	66
Tabla 8. Valores de los parámetros usados en el modelo del molino de bolas.....	67
Tabla 9. Valor de los parámetros usados para el modelo del hidrociclón.....	67
Tabla 10. Valor de los parámetros usados para el modelo bazin. ....	67
Tabla 11. Valor de los parámetros usados para el modelo de flotación. ....	68
Tabla 12. Constantes de velocidad de flotación para el banco Rougher_scavenger en cada intervalo de tamaño considerado. ....	68
Tabla 13. Intervalos de tamaño considerados para cada flujo másico en las etapas de molienda y flotación.....	69



## 1. INTRODUCCIÓN

En metalurgia los procesos de molienda y flotación son fundamentales para lograr la liberación y posterior concentración de las partículas minerales que contienen el metal valioso siendo estas llevadas a cabo en una planta concentradora. Hoy en día las leyes de mineral de mena son cada vez menores y es por ello que las estrategias de optimización son fundamentales para determinar las condiciones de operación que maximicen los rendimientos metalúrgicos y rentabilidad económica de la planta concentradora, sin embargo, al optimizar las etapas de forma separada, se observa que el lograr una mejora en el desempeño de uno de los circuitos no implica una mejora en el desempeño del otro. Un claro ejemplo de esto es cuando se intenta maximizar el tonelaje de mineral tratado en el proceso de molienda, lo que conlleva generalmente a un engrosamiento en el producto final de este circuito y que posteriormente genera una disminución de la recuperación global de la especie valiosa en el proceso de flotación.

Tomando en cuenta estos aspectos, surge la necesidad de desarrollar un método que permita controlar de forma integrada los procesos de molienda y flotación y con ello lograr optimizar el funcionamiento global de ambas etapas, ya que ambos están estrechamente relacionados con el rendimiento global tanto económico como metalúrgico de una planta concentradora. En este trabajo se buscará desarrollar tal estrategia que permita el funcionamiento global y óptimo de ambas etapas y se validará mediante simulaciones en estado estacionario en ambiente Matlab, tomando como ejemplo un caso base definido previamente.

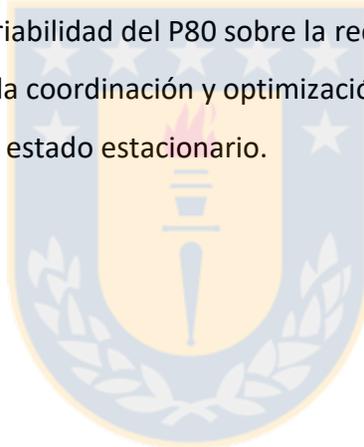
## **1.1 Objetivos del trabajo**

### **1.1.1 objetivo general**

Desarrollar una estrategia para coordinar la operación de las etapas de molienda y flotación de tal manera de optimizar el funcionamiento global de ambas unidades.

### **1.1.2 objetivos específicos**

1. Realizar un estudio comparativo de diferentes escenarios de operación usando modelos estáticos.
2. Estudiar el efecto de la variabilidad del P80 sobre la recuperación.
3. Crear una estrategia para la coordinación y optimización de ambas unidades y validar esta mediante simulaciones en estado estacionario.



## 2. ANTECEDENTES

En una planta concentradora, los circuitos molienda y flotación están estrechamente relacionados entre sí, puesto que este último se ve afectada por la operación del primero, es decir, un cambio en las condiciones de operación en la etapa de molienda producirá un efecto en la flotación que se verá reflejado en los indicadores metalúrgicos de esta etapa. La figura1 ilustra la relación entre ambos circuitos.

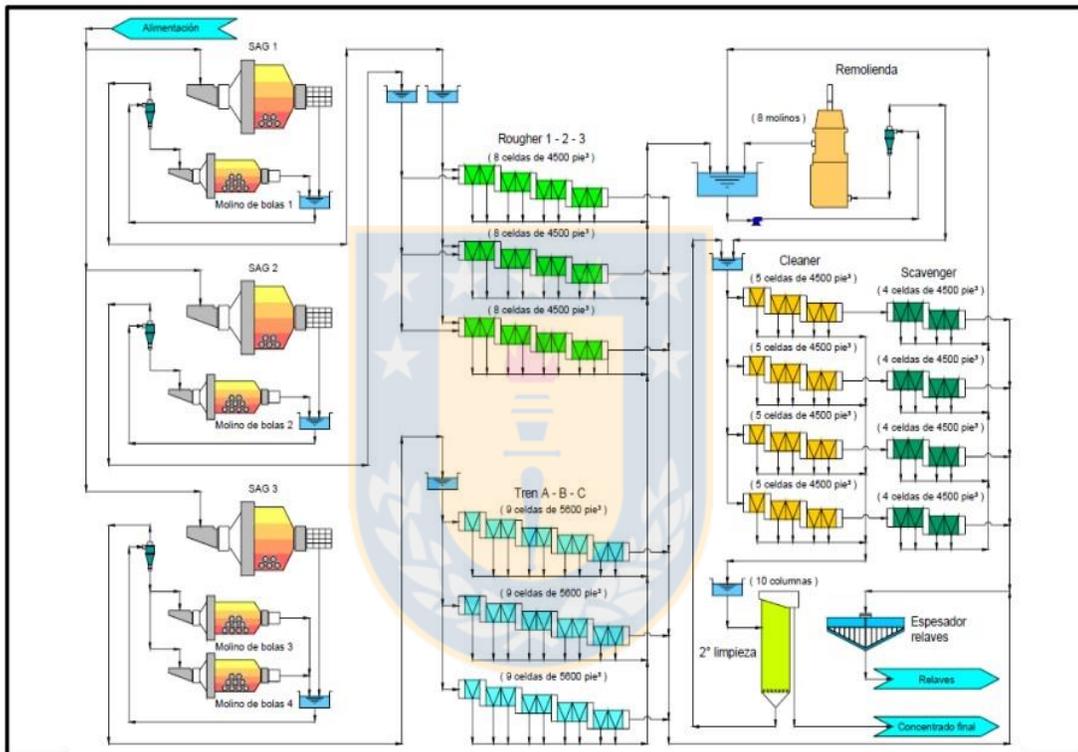


Figura 1. Relación entre los circuitos de molienda y flotación.

### 2.1. Molienda de bolas

La molienda es la última etapa del proceso de conminución donde las partículas son reducidas de tamaño a través de la combinación de los fenómenos de impacto y abrasión, el objetivo de esta etapa es lograr la liberación necesaria de la partícula para la posterior separación de la especie valiosa desde las partículas de ganga. La molienda puede ser realizada en ambiente seco o húmedo y se realizan en molinos de forma cilíndrica que giran en torno a su eje con el mineral a moler y los

medios de molienda. Los medios de molienda pueden ser bolas de acero, barras de acero o la propia roca de mineral. Generalmente los molinos tratan partículas entre 5-250 [mm] para reducirlas a tamaños entre 40 – 300 [ $\mu\text{m}$ ]. Por último, para lograr que el producto de molienda tenga el tamaño necesario para pasar a la siguiente etapa se utiliza una etapa de clasificación que consiste en la separación de las partículas según su tamaño ya sea en ambiente seco o húmedo y que son realizadas por equipos denominados hidrociclones.

## 2.2. Flotación

Este es un proceso de concentración físico químico que consiste en adherir burbujas de gas a partículas minerales valiosas (que tienen propiedades hidrofóbicas) las que son colectadas como un concentrado rico en el elemento valioso de interés. La corriente de partículas no valiosas (ganga) se denomina cola o relave de flotación la cual posee una baja concentración del elemento valioso. La hidrofobicidad de las partículas valiosas puede ser natural o puede ser inducida con el uso de reactivos químicos específicos para cada especie valiosa de interés. El proceso de flotación consta de varias etapas que cumplen distintas funciones, estas son: funciones recuperadoras y funciones de concentrado. Existen 3 etapas en el proceso de flotación y estas son: la etapa Rougher (etapa recuperadora), la etapa Cleaner (etapa de limpieza de concentrado), la etapa Scavenger (etapa recuperadora), además de una etapa de remolienda que permite una liberación extra de las partículas valiosas que lograron flotar en la etapa Rougher, pero que no consiguieron flotar en las etapas posteriores.

## 2.3. Estado del arte

Existen varios autores ([1], [2], [3], [4], [5], [6] y [10]) que han estudiado la representación de las etapas de molienda y flotación a través de modelos matemáticos considerando diferentes aspectos fenomenológicos de los equipos que componen cada etapa, que han descrito técnicas para relacionar ambas etapas de forma integrada y también han realizado estudios de optimización de

las mismas, es por eso que a continuación se presenta un resumen de los principales trabajos que han servido para el desarrollo de la presente investigación.

### **2.3.1. Sosa-blanco et al. (1999)**

El trabajo describe el desarrollo de un simulador para las etapas de molienda y flotación, tomando el caso de la concentradora peñoles como ejemplo para realizar las posteriores simulaciones y validación de este. Se describió la planta concentradora, especificando los equipos que la componen, sus dimensiones y como están configuradas las etapas de molienda y flotación. Se describió el mineral de Ag-Pb que es procesado en la planta, especificando las principales especies minerales que están contenidas en ella. Se modelaron los principales equipos que componen cada etapa y los parámetros de cada modelo se obtuvieron a través de pruebas de muestreo, análisis químicos, entre otros, realizados a los diferentes flujos de pulpa en diferentes puntos.

Para relacionar las etapas de molienda y flotación propusieron un modelo empírico que predice la distribución de tamaño de las especies minerales a partir de la distribución de tamaño del producto del hidrociclón (overflow).

Para flotación usaron un modelo que tomaba en cuenta tanto el tamaño de partícula y la composición de la especie de mineral, y se asumió que la flotación de partículas se debía a los fenómenos de arrastre y flotación propiamente tal. Finalmente se realizaron simulaciones de las etapas de molienda y flotación y se compararon las principales variables de interés (distribución de tamaño en overflow del HC, recuperación de especies y ley de especies en el concentrado) obtenidas por el simulador con los datos experimentales obtenidas de la planta, con el propósito de observar la precisión lograda por el simulador desarrollado.

### 2.3.2. Sosa-blanco et al. (2000)

En este trabajo se sigue con el ejemplo de la concentradora Fresnillo, esta vez con el objetivo de optimizar de manera global las etapas de molienda y flotación. para ello se definen 3 criterios de rendimiento tanto metalúrgicos como económicos y el procedimiento que siguieron se dividió en 5 pasos.

El primer paso consistió en generar distribuciones de tamaño de manera artificial sin considerar el comportamiento del circuito de molienda, es decir, este no es simulado en este paso del procedimiento y luego a través de simulaciones se estudió el efecto de estas distribuciones de tamaño y el porcentaje de sólidos de alimentación en el rendimiento de flotación a condiciones de operación constante.

El segundo paso consistió en ajustar el proceso de clasificación en el circuito de molienda con el propósito de producir distribuciones de tamaño lo más cercano posible a las distribuciones de tamaño que generaron los mejores resultados en las simulaciones de la etapa de flotación del paso anterior, para ello se variaron los parámetros que describen la curva de eficiencia de un hidrociclón ( $d_{50c}$ ,  $RH$  y  $\alpha_H$ ) de acuerdo a un diseño experimental.

El objetivo del tercer paso consistió en observar las condiciones de operación que mejoran la eficiencia de clasificación en la dirección señalada en el paso 2, manteniendo el flujo de alimentación ( $F$ ) a un valor nominal constante, para lograr aquello se varió las adiciones de agua en el molino de bolas y sumidero como también los 5 factores geométricos de un hidrociclón (diámetro de ápex  $d_{ap}$  y vortex  $d_{vx}$ , diámetro de entrada  $d_{in}$ , diámetro del ciclón  $d_c$  y altura  $h_c$ ) de acuerdo a un diseño experimental.

En el paso 4 procedieron a optimizar el circuito de molienda con una etapa de clasificación con respecto a  $F$ ,  $W1$ ,  $W2$ ,  $d_{ap}$  y  $d_{vf}$  satisfaciendo restricciones de operación tales como, máximo % de sólidos en la descarga del hidrociclón, máxima adición de agua en el sumidero, entre otros.

Finalmente, en el último paso procedieron a optimizar el circuito de molienda esta vez con un proceso de clasificación de 2 etapas configuradas en distintas formas con el propósito de mejorar la eficiencia de clasificación y producir mejores productos en el circuito de molienda.

### **2.3.3 K.C. Runge, E. Tabosa, P. Holtman, R. Valle. (2014)**

En este estudio se propone la integración de los circuitos de molienda y flotación a través de una metodología descrita en bazin et al. (1994), la que consta de una técnica que permite predecir la recuperación en flotación como una función del tamaño del producto de molienda desde simples relaciones. En este trabajo describieron la metodología del análisis bazin y demostraron su uso con 3 casos de estudio. Finalmente se discutieron las limitaciones del uso de esta técnica.

### **2.3.4 P. Karelovic, E. Putz, A. Cipriano. (2016)**

En este artículo se presenta el desarrollo de un modelo híbrido dinámico para una planta concentradora con etapas de molienda y flotación. Se explica las ventajas del desarrollo de un modelo híbrido dinámico y también sus fundamentos. Se presentan los modelos matemáticos usados para la descripción de los equipos que componen el circuito de molienda y el circuito de flotación, para este último solamente se consideró la etapa Rougher. Para la calibración del modelo se usaron datos de una planta industrial. Finalmente procedieron a validar el modelo a través de simulaciones y se compararon los resultados obtenidos con los datos de la planta industrial usada como base para desarrollo del modelo.

### **2.3.5 J.B. Yianatos, L.G. Berg, J. Aguilera. (2000)**

Este trabajo presenta un análisis sensitivo del impacto del nivel de molienda (% +212  $\mu\text{m}$ ) sobre el rendimiento en la etapa Rougher de flotación, ya que esta etapa era la que presentaba las mayores pérdidas de cobre. Para ello se desarrolló un simulador de planta usando modelos que describieron las etapas de molienda y flotación, el que fue validado con datos de la planta de la división el Salvador de Codelco Chile, para un rango de tonelaje de mineral procesado, para diferentes niveles de molienda y para 2 niveles de potencia.

## 2.4. Caso base

Se tomo como ejemplo el caso estudiado en [1], en donde se toma como referencia la planta concentradora Fresnillo, la cual es una propiedad del grupo industrial peñoles localizada en el norte de México. La planta procesa 2200 [ton/día] de un mineral de plomo-plata para producir 70 ton/día de concentrado de Pb-Ag.

La siguiente tabla muestra la composición del mineral procesado en el concentrador Fresnillo.

Tabla 1. Composición del mineral procesado en la concentradora Fresnillo

Especie mineral	
Oro (Au)	2.0 g/ton
Pyrargita ( $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$ )	0.16 %
Galena (PbS)	0.73 %
Esfalerita (ZnS)	2.01 %
Pyrita ( $\text{FeS}_2$ )	9.90 %
Arsenopirita ( $\text{FeAsS}$ )	0.85 %
Ganga no sulfurada	84.35 %

El circuito de molienda de Fresnillo (Figura 2), consiste de 3 unidades paralelas de molienda y clasificación, compuesto cada una por un molino de bolas que descarga en un sumidero, seguido por un hidrociclón que realiza la clasificación. La configuración de cada circuito es directa.

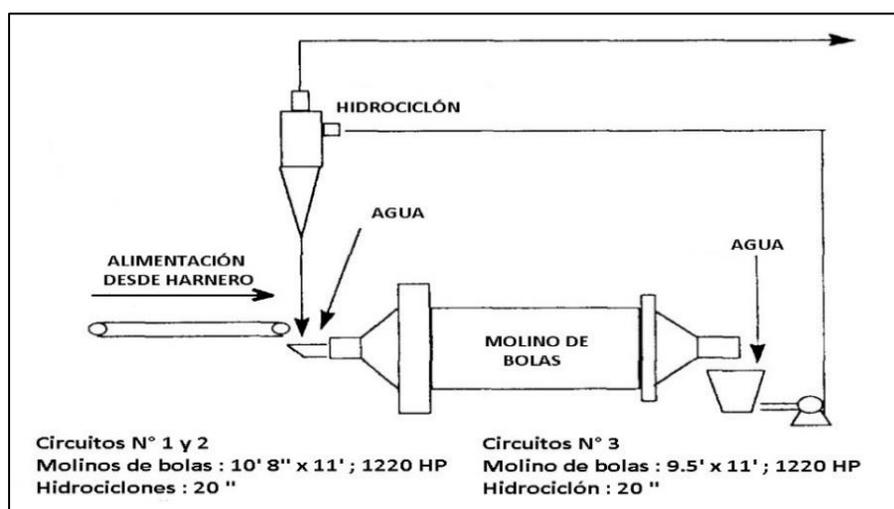


Figura 2. Circuito de molienda de la concentradora Fresnillo.

La flotación en Fresnillo es llevada a cabo en 2 pasos, como se muestra en la figura 2. El proceso es diseñado para separar selectivamente oro, plata y plomo desde esfalerita, pyrita, arsenopirita y ganga no sulfurada. El primer circuito procesa un mineral de alimentación alto en plata (900 g/ton Ag). Los relaves del circuito de alto grado son clasificados y los finos son tratados por un circuito de bajo grado, mientras que los gruesos son enviados a remolienda y posteriormente retornados como alimentación a la etapa Rougher del circuito de alto grado. En este presente estudio, tal como se hace en [1] solo se trabajó con el circuito de alto grado con etapa de remolienda, el cual se muestra en la figura 3.

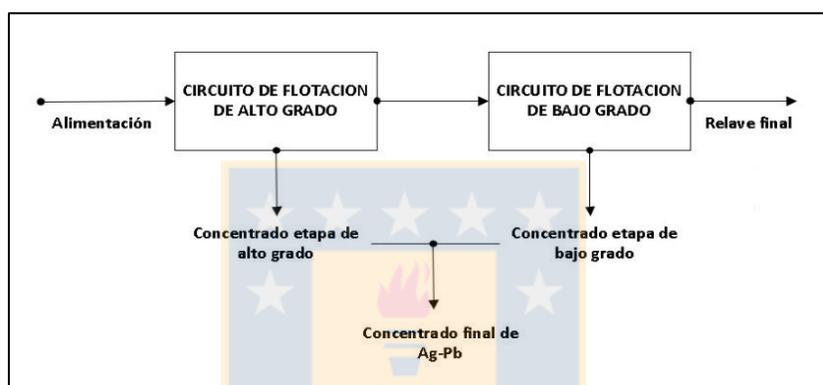


Figura 3. Esquema de las etapas de flotación de la concentradora Fresnillo.

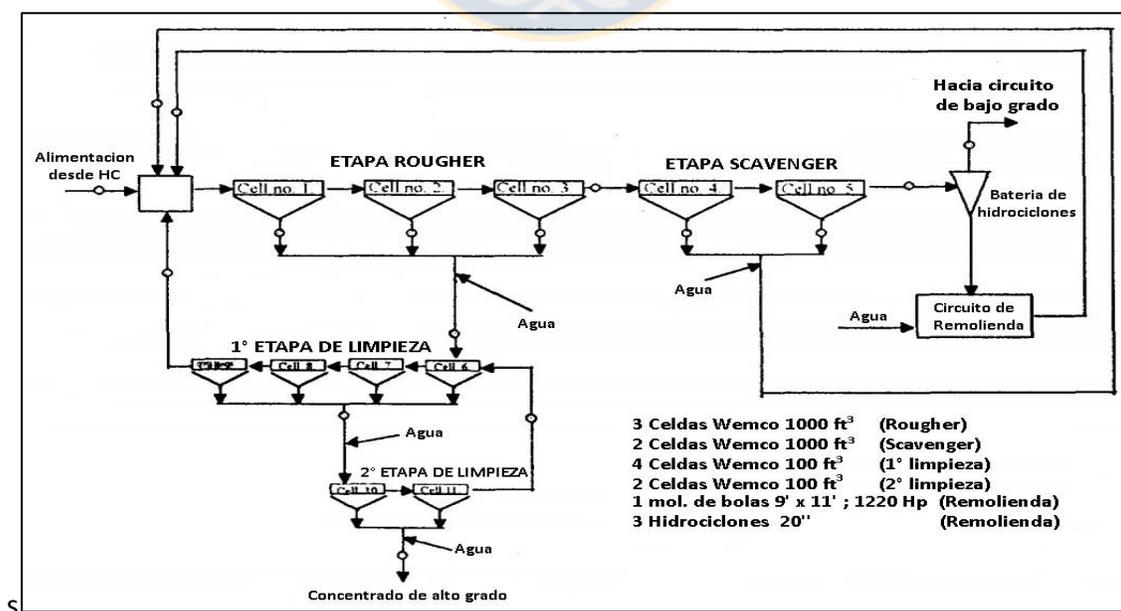


Figura 4. Etapa de flotación de alto grado.

## 2.5. Modelos

A continuación, se detallarán los modelos que fueron usados para la representación de los equipos que componen las etapas de molienda y flotación.

Consideraciones generales:

- 1) Los modelos relacionados con el circuito de molienda son adaptados desde [6] con el modelo de las funciones selección y ruptura usados en [1].
- 2) Se uso el mismo modelo utilizado en [1] para establecer la relación entre las etapas de molienda y flotación.
- 3) Los modelos relacionados con el circuito de flotación son tomados desde [1], tales modelos son validados en este estudio.
- 4) Puesto que se consideró el caso base descrito anteriormente, la descripción de los modelos se considera los circuitos de molienda y flotación mostrados en las Figura 2 y Figura 4.

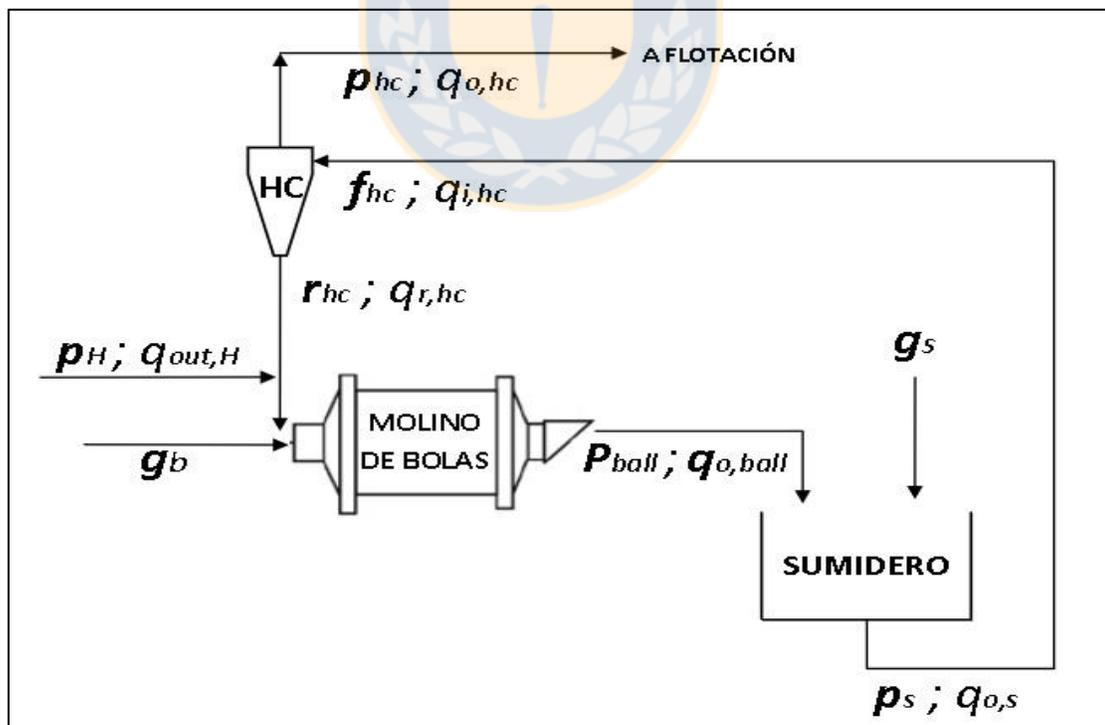


Figura 5. diagrama que muestra los flujos de entrada y salida para cada equipo en el circuito de molienda.

### 2.5.1 Molino de bolas

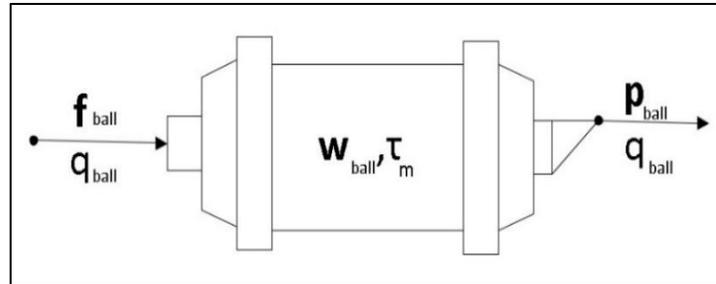


Figura 6. diagrama del molino de bolas.

Para este equipo se toma en cuenta las siguientes suposiciones:

- 1) Mezcla perfecta al interior del molino de bolas.
- 2) Las funciones selección ( $s$ ) y ruptura ( $B$ ) se consideran normalizables.

Para el molino de bolas el modelo está dado por la siguiente expresión:

$$\frac{d\mathbf{w}_{ball}}{dt} = \mathbf{f}_{ball} - \mathbf{p}_{ball} + \mathbf{B}_{ball}^R \mathbf{w}_{ball} \quad (1)$$

Donde  $\mathbf{w}_{ball}$  es un vector que denota la cantidad de masa de partículas de mineral presentes en cada tamaño  $x_i$  que están retenidas en el interior del molino,  $\mathbf{f}_{ball}$  denota la cantidad de masa por unidad de tiempo de partículas de tamaño  $x_i$  que son alimentadas al molino,  $\mathbf{p}_{ball}$  denota la cantidad de masa por unidad de tiempo de partículas de tamaño  $x_i$  que salen en la descarga del molino y  $\mathbf{B}_{ball}^R$  representa la matriz de ruptura global y se define como:

$$B_{ball}^R(i, j) = \begin{cases} 0 & \text{si } i < j \\ -s(i) & \text{si } i = j \\ b(i, j) * s(j) & \text{si } i > j \end{cases} \quad (2)$$

Donde  $s$  es el vector que denota la función selección, es decir, las velocidades con que partículas de tamaño  $i$  son fracturadas por unidad de tiempo al interior del molino,  $b$  es la matriz de ruptura que denota las fracciones de tamaño de partículas de tamaño  $i$  producidas por la ruptura de partículas de tamaño  $j$  y  $x_i, x_j$  son el tamaño promedio (promedio geométrico) de los intervalos de tamaño  $i$  y  $j$  respectivamente.

La función selección se determina según la siguiente expresión:

$$s(i) = \exp(\ln(s_1) + s_2 \ln(x(i)) + s_3 [\ln(x(i))]^2 + s_4 [\ln(x(i))]^3) \quad (3)$$

Donde  $s_1$ ,  $s_2$ ,  $s_3$  y  $s_4$  son parámetros determinados con un procedimiento de estimación de mínimos cuadrados usando datos experimentales.

la matriz  $b$  se calcula según:

$$b(i,j) = \begin{cases} 0 & i < j \\ B(i,j) & i = n \\ B(i,j) - B(i+1,j) & i > j \end{cases} \quad (4)$$

Donde  $B$  es la matriz de ruptura acumulada que denota la fracción en peso acumulada de partículas de tamaño menores o iguales a  $i$  que son producidas por la fractura de partículas de tamaño  $j$  y además se debe notar que  $b(n,n)$  es igual a 0 puesto que la partícula de menor tamaño en el interior del molino ya no puede seguir moliéndose.

La matriz  $B$  se calcula como:

$$B(i,j) = \begin{cases} 0 & i < j \\ 1 & i = j \\ b_1 * \left(\frac{x(i)}{x(j+1)}\right)^{b_2} + (1 - b_1) * \left(\frac{x(i)}{x(j+1)}\right)^{b_3} & i > j \end{cases} \quad (5)$$

Donde  $b_1$ ,  $b_2$  y  $b_3$  son parámetros del modelo de la matriz de ruptura acumulada que son determinados con un procedimiento de estimación de mínimos cuadrados usando datos experimentales.

$f_{ball}$  es un vector definido por:

$$f_{ball} = \begin{bmatrix} f_{ball\ 1} \\ \vdots \\ f_{ball\ n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{ball} * x_{b\ 1}^f \\ \vdots \\ f_{ball} * x_{b\ n}^f \end{bmatrix} = f_{ball} x_b^f \quad (6)$$

Donde  $n$  representa el número de intervalos de tamaños a considerar,  $x_{b\ i}^f$  es la fracción en peso de partículas pertenecientes al intervalo de tamaño  $i$ ,  $f_{ball}$  es el flujo másico total que entra al molino de bolas.

Adicionalmente se tiene la siguiente relación:

$$f_{ball} = \sum_{i=1}^n f_{ball\ i} ; \sum_{i=1}^n x_{b\ i}^f = 1 \quad (7)$$

Además, el flujo másico total que entra al molino  $f_{ball}$  es igual flujo másico total proveniente de la descarga del hidrociclón  $r_{hc}$  más el flujo proveniente de la clasificación del harnero (finos)  $p_H$  :

$$f_{ball} = r_{hc} + p_H \quad (8)$$

Esto también es válido de manera vectorial, por lo tanto:

$$\mathbf{f}_{ball} = \mathbf{r}_{hc} + \mathbf{p}_H \quad (9)$$

De la misma manera se definen los vectores  $\mathbf{w}_{ball}$  y  $\mathbf{p}_{ball}$ :

$$\mathbf{w}_{ball} = \begin{bmatrix} w_{ball\ 1} \\ \vdots \\ w_{ball\ n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{ball} * x_{b\ 1}^w \\ \vdots \\ w_{ball} * x_{b\ n}^w \end{bmatrix} = w_{ball} \mathbf{x}_b^w \quad (10)$$

$$\mathbf{p}_{ball} = \begin{bmatrix} p_{ball\ 1} \\ \vdots \\ p_{ball\ n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{ball} * x_{b\ 1}^p \\ \vdots \\ p_{ball} * x_{b\ n}^p \end{bmatrix} = p_{ball} \mathbf{x}_b^p \quad (11)$$

En donde  $w_{ball}$  es la cantidad total de mineral dentro del molino,  $p_{ball}$  es el flujo másico total en la descarga de este y por último  $x_{b\ i}^w$  y  $x_{b\ i}^p$  son las fracciones en peso de partículas pertenecientes al intervalo de tamaño  $i$  al interior y en la descarga del molino respectivamente.

Análogamente:

$$w_{ball} = \sum_{i=1}^n w_{ball\ i} ; \sum_{i=1}^n x_{b\ i}^w = 1 \quad (12)$$

$$p_{ball} = \sum_{i=1}^n p_{ball\ i} ; \sum_{i=1}^n x_{b\ i}^p = 1 \quad (13)$$

Ya que no hay un proceso de clasificación al interior del molino de bolas y suponiendo mezcla perfecta dentro de este, se puede considerar que la distribución de tamaño de partículas del flujo de producto de mineral tiene la misma distribución que el mineral al interior del molino, y, por lo tanto:

$$\mathbf{x}_b^p = \mathbf{x}_b^w \quad ; \quad x_{b\ i}^p = x_{b\ i}^w \quad \forall i \quad (14)$$

Haciendo uso de las ecuaciones anteriores, se tiene entonces:

$$\frac{d\mathbf{w}_{ball}}{dt} = f_{ball} \mathbf{x}_b^f - p_{ball} \mathbf{x}_b^p + \mathbf{B}_{ball}^R w_{ball} \mathbf{x}_b^p \quad (15)$$

En estado estacionario la expresión se reduce a:

$$0 = f_{ball} \mathbf{x}_b^f - p_{ball} \mathbf{x}_b^p + \mathbf{B}_{ball}^R w_{ball} \mathbf{x}_b^p \quad (16)$$

Se tiene además en el estado estacionario que:

$$f_{ball} = p_{ball} \quad (17)$$

Utilizando la ecuación (17), agrupando términos y dividiendo la ecuación (16) por  $w_{ball}$

$$0 = \frac{1}{\tau_m} (\mathbf{x}_b^f - \mathbf{x}_b^p) + \mathbf{B}_{ball}^R \mathbf{x}_b^p \quad (18)$$

Despejando

$$\mathbf{x}_b^p = (\mathbf{I} - \tau_m \mathbf{B}_{ball}^R)^{-1} \mathbf{x}_b^f \quad (19)$$

Así, se obtiene la distribución de tamaño en peso del producto del molino en función de la distribución de tamaño en peso del flujo de alimentación, de la matriz de ruptura global y del tiempo medio de residencia  $\tau_m$  definido como:

$$\tau_m = \frac{w_{ball}}{f_{ball}} = \frac{w_{ball}}{p_{ball}} \quad (20)$$

El comportamiento del agua dentro del molino de bolas, se puede representar mediante una ecuación dinámica escalar:

$$\frac{dw_{w,ball}}{dt} = q_{i,ball} - q_{o,ball} \quad (21)$$

Donde  $q_{i,ball}$  y  $q_{o,ball}$  son los flujos de agua de entrada y salida en el molino de bolas.

Análogamente  $q_{i,ball}$  es igual a la cantidad de agua en la descarga del HC más la cantidad de agua proveniente del flujo de finos clasificado por el harnero  $q_H$ , más una cantidad de agua agregada externamente  $g_b$ , cuando la alimentación total al molino de bolas supere un porcentaje de sólidos en particular:

$$q_{i,ball} = q_{r,hc} + q_H + g_b \quad (22)$$

$q_{o,ball}$  se puede obtener en función de  $w_{w,ball}$ , según:

$$q_{o,ball} = \alpha_{M2} w_{w,ball} \quad (23)$$

Donde  $\alpha_{M2}$  es un parámetro empírico y  $w_{w,ball}$  es el agua total retenida al interior del molino.

Finalmente considerando estado estacionario, la expresión que representa el comportamiento del agua dentro del molino de bolas se reduce a:

$$0 = q_{i,ball} - q_{o,ball} \quad (24)$$

### 2.5.2 Sumidero

El sumidero se representa a través de 2 balances de masa en estado estacionario, suponiendo que el nivel del sumidero se mantiene constante (nivel controlado):

Sólidos:

$$\frac{dm_s}{dt} = f_s - p_s \quad (25)$$

Agua:

$$\frac{dm_w}{dt} = q_{i,s} + g_s - q_{o,s} \quad (26)$$

Donde  $m_s$  es el vector que indica la cantidad de masa de mineral de tamaño  $x_i$  que está en el interior del sumidero,  $f_s$  es el vector que indica el flujo másico de mineral de tamaño  $x_i$  que ingresa al sumidero,  $p_s$  es el vector que representa el flujo másico de mineral de tamaño  $x_i$  que sale del sumidero,  $m_w$  es la cantidad de masa de agua retenida en el sumidero,  $q_{i,s}$  y  $q_{o,s}$  son los flujos másicos de agua que entran y que salen del sumidero respectivamente,  $g_s$  es la alimentación de agua externa agregada al sumidero.

En el estado estacionario las ecuaciones se reducen a:

$$0 = f_s - p_s \quad (27)$$

$$0 = q_{i,s} + g_s - q_{o,s} \quad (28)$$

Los flujos totales de alimentación y descarga de mineral  $f_s$  y  $p_s$ , están dados por:

$$f_s = \sum_{i=1}^n f_{s i} ; p_s = \sum_{i=1}^n p_{s i} \quad (29)$$

Ambos flujos son iguales en el estado estacionario, es decir:

$$f_s - p_s = 0 \quad (30)$$

### 2.5.3 Hidrociclón

La batería del HC es representado mediante ecuaciones de balance de masa que envuelven dos procesos distintos. El primero representa la pulpa rechazada desde la batería debido a la cantidad de agua en la pulpa, y el segundo representa la clasificación realizada por el HC.

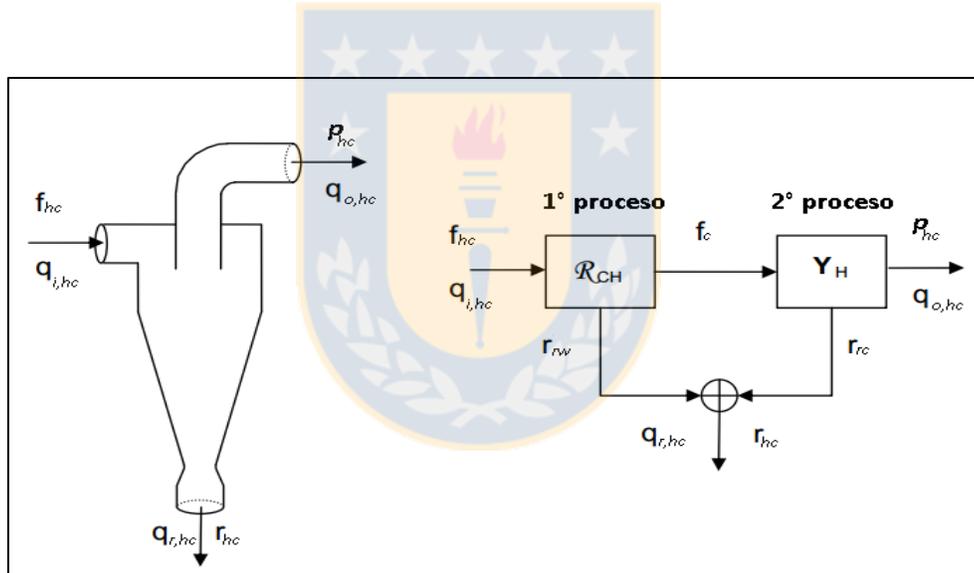


Figura 7. Esquema y diagrama de bloques del hidrociclón.

El primer proceso se representa por:

$$r_{rw} = R_H f_{hc} \quad (31)$$

Donde  $r_{rw}$  es un vector que denota los flujos de mineral de tamaño  $x_i$  arrastrados por el agua al rechazo en el primer proceso,  $f_{hc}$  son los flujos de mineral de tamaño  $x_i$  alimentados a la batería y  $R_H$  es el rechazo de agua o cortocircuito de agua y se define como la relación entre el flujo de agua rechazado y el flujo de agua alimentado:

$$R_H = \frac{q_{r,hc}}{q_{i,hc}} \quad (32)$$

El flujo de agua rechazado,  $q_{r,hc}$ , se obtiene según:

$$q_{r,hc} = q_{i,hc} - q_{o,hc} \quad (33)$$

Donde  $q_{i,hc}$  y  $q_{o,hc}$  son los flujos de agua total de alimentación y producto del hidrociclón respectivamente.

El flujo de agua alimentado al HC es igual al flujo de agua que sale desde el sumidero, es decir:

$$q_{i,hc} = q_{o,s} \quad (34)$$

$r_{rw}$  y  $f_{hc}$  son vectores definidos por:

$$r_{rw} = \begin{bmatrix} r_{rb\ 1} \\ \vdots \\ r_{rb\ n} \end{bmatrix}; \quad f_{hc} = \begin{bmatrix} f_{hc\ 1} \\ \vdots \\ f_{hc\ n} \end{bmatrix} \quad (35)$$

Donde n es la cantidad de intervalos de tamaño considerados.

El flujo másico total de mineral alimentado a la batería es:

$$f_{hc} = \sum_{i=1}^n f_{hc\ i} \quad (36)$$

Además, este es igual al flujo másico de mineral total proveniente del sumidero, es decir:

$$f_{hc} = P_s = \sum_{i=1}^n p_{s\ i} \quad (37)$$

De manera empírica se encontró una expresión que relaciona el flujo de agua en el overflow del HC con el flujo de agua de alimentación y la fracción de sólidos de la pulpa, la expresión es la siguiente:

$$q_{o,hc} = 1.1q_{i,hc} - (3.96cp_{i,hc} + K_{H1})\eta_H \quad (38)$$

Donde  $K_{H1}$  es un parámetro empírico para cada hidrociclón y  $\eta_H$  es el número de hidrociclones en la batería.

La fracción de sólidos de la pulpa que entra al hidrociclón se puede calcular según:

$$cp_{i,hc} = \frac{f_{hc}}{q_{i,hc} + f_{hc}} \quad (39)$$

El vector de flujo másico de mineral por intervalos de tamaño que va hacia clasificación es:

$$\mathbf{f}_c = \mathbf{f}_{hc} - \mathbf{r}_{rw} = (1 - R_H)\mathbf{f}_{hc} \quad (40)$$

El proceso de clasificación se representa por:

$$\mathbf{r}_{rc} = \mathbf{Y}_H \mathbf{f}_c = \mathbf{Y}_H (1 - R_H) \mathbf{f}_{hc} \quad (41)$$

Donde  $\mathbf{r}_{rc}$  es el vector de flujos másicos por intervalo de tamaño rechazados en la clasificación y  $\mathbf{Y}_H$  es la matriz diagonal que representa la eficiencia de clasificación.

$\mathbf{r}_{rc}$  es un vector definido por:

$$\mathbf{r}_{rc} = \begin{bmatrix} r_{rc1} \\ \vdots \\ r_{rcn} \end{bmatrix} \quad (42)$$

Los elementos  $y_i$  de la matriz diagonal  $\mathbf{Y}_H$  son determinados como sigue:

$$y_i = 1 - e^{-0.693 \left(\frac{x_i}{x_{50}}\right)^{\alpha_H}} \quad (43)$$

Donde  $x_{50}$  es el diámetro para el cual el 50% de las partículas son rechazadas,  $\alpha_H$  es el parámetro de plitt y  $x_i$  es el tamaño promedio (geométrico) del intervalo de tamaño  $i$ .

El parámetro  $x_{50}$  se determina con la siguiente ecuación empírica:

$$x_{50} = \exp\left(\frac{d_{vf}}{6.6} - \frac{d_{sp}}{8.9} + \frac{P_H}{10.7} - \frac{q_{o,hc}}{47.2\eta_H} + K_{H2}\right) \quad (44)$$

Donde  $d_{vf}$  es el diámetro del vortex finder,  $d_{sp}$  es el diámetro del orificio de salida (spigot),  $K_{H2}$  es un parámetro empírico y  $P_H$  es la presión de la pulpa de alimentación.

La presión de la pulpa en la alimentación a la batería del HC es determinada con la siguiente ecuación empírica:

$$P_H = 13.725 \left( \frac{f_p}{1.48 d_{vf} \eta_H (1 - cp_{i,hc})^{0.125} K_{H3}} \right)^2 \quad (45)$$

Donde  $K_{H3}$  es un parámetro empírico y  $f_p$  es el flujo de pulpa de alimentación.

Se puede observar que:

$$f_p = \frac{f_{hc}}{\rho_m} + q_{i,hc} \quad (46)$$

Donde  $\rho_m$  es la densidad del mineral.

El flujo másico de mineral por intervalos de tamaños de producto y rechazo del hidrociclón son:

$$\mathbf{p}_{hc} = \mathbf{f}_c - \mathbf{r}_{rc} = \mathbf{f}_c - \mathbf{Y}_H \mathbf{f}_c = (\mathbf{I} - \mathbf{Y}_H) \mathbf{f}_c = (\mathbf{I} - \mathbf{Y}_H)(1 - R_H) \mathbf{f}_{hc} \quad (47)$$

$$\mathbf{r}_{hc} = \mathbf{r}_{rw} + \mathbf{r}_{rc} = \mathbf{f}_{hc} - \mathbf{p}_{hc} \quad (48)$$

Donde  $\mathbf{I}$  es la matriz identidad de orden n.

Los vectores  $\mathbf{p}_{hc}$  y  $\mathbf{r}_{hc}$  se definen como:

$$\mathbf{p}_{hc} = \begin{bmatrix} p_{hc1} \\ \vdots \\ p_{hcn} \end{bmatrix} ; \mathbf{r}_{hc} = \begin{bmatrix} r_{hc1} \\ \vdots \\ r_{hcn} \end{bmatrix} \quad (49)$$

Por último, el flujo másico total del overflow y de descarga del HC son:

$$p_{hc} = \sum_{i=1}^n p_{hci} ; r_{hc} = \sum_{i=1}^n r_{hci} \quad (50)$$

#### 2.5.4 Distribución de mineral en la alimentación a flotación

Para la determinación de la distribución de tamaño y de mineral valioso en el producto del circuito de molienda, es decir, de la alimentación a flotación, se propone hacerlo mediante la metodología desarrollada en [9]. Este sencillo modelo proporciona una manera de relacionar las etapas de molienda y flotación, ya que permite predecir la distribución de tamaño del mineral valioso  $i$  desde la distribución de tamaño del mineral en general (asociación de minerales).

El modelo de Bazin [9] usa el siguiente polinomio de 3° orden para relacionar las distribuciones de tamaño del mineral en general y mineral valioso:

$$PC_{ij} = a_{i,0} + a_{i,1} PC_j^{hc} + a_{i,2} (PC_j^{hc})^2 + a_{i,3} (PC_j^{hc})^3 \quad (51)$$

Donde  $a_{i,0}$ ,  $a_{i,1}$ ,  $a_{i,2}$ ,  $a_{i,3}$  son los parámetros empíricos,  $PC_{ij}$  es el porcentaje pasante acumulativo de mineral valioso  $i$  de tamaño  $j$  y  $PC_j^{hc}$  es el porcentaje pasante acumulativo de mineral general de tamaño  $j$  en el producto del HC.

$PC_j^{hc}$  se puede calcular de la siguiente relación:

$$PC_j^{hc} = \frac{p_{hcj}}{p_{hc}} * 100 \quad (52)$$

Donde  $p_{hcj}$  es la masa total de partículas menores o iguales que el tamaño  $j$  en el producto del HC y  $p_{hc}$  es el flujo másico total del producto del hidrociclón.

Este modelo debe ser ajustado usando datos desde muestras del overflow del hidrociclón, para diferentes condiciones de operación y utilizando un método de mínimos cuadrados.

Cabe notar que este modelo no considera un modelo del proceso de liberación.

### 2.5.5 Modelo del proceso de flotación

El modelo usado para las celdas de flotación se basa en las siguientes suposiciones:

- i) Flotación y el arrastre son los responsables del transporte de partículas desde la pulpa al concentrado.
- ii) La mezcla perfecta de agua y partículas ocurre dentro de la celda
- iii) El arrastre de pulpa hacia el concentrado está relacionado al agua en el concentrado, a través de un factor de arrastre que depende de la masa de la partícula.
- iv) La velocidad de flotación de la partícula se asume como un proceso de 1° orden que depende de la especie de mineral y del tamaño de partícula.
- v) La transferencia de partículas en la interface pulpa-espuma se agrupa en los fenómenos de flotación y arrastre.
- vi) Se usa agua como la fase de referencia, con el propósito de simplificar las ecuaciones de balance de masa.
- vii) En el modelo no se incluyen el efecto de las propiedades reológicas de las pulpas que entran en las celdas y que puedan afectar al proceso de flotación.

La siguiente figura muestra un esquema del proceso de flotación que ocurre en una celda.

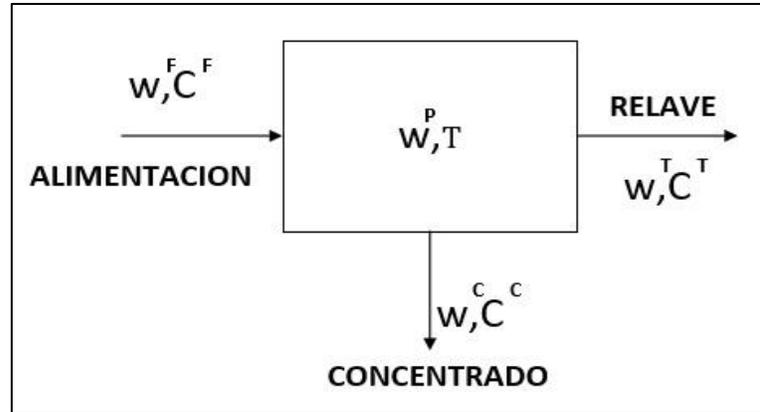


Figura 8. esquema del proceso de flotación.

Bajo estas suposiciones las ecuaciones de balance de masa para las partículas de mineral  $i$  en la fracción de tamaño  $j$  son:

$$w^F C_{ij}^F - w^T C_{ij}^T - w^C C_{ij}^C = 0 \quad (53)$$

Donde  $w^F, w^T, w^C$  corresponden a los flujos de agua de alimentación, relave y concentrado respectivamente y  $C_{ij}^F, C_{ij}^T$  y  $C_{ij}^C$  corresponden a la masa de mineral  $i$  en el intervalo de tamaño  $j$  por unidad de masa de agua, en la alimentación, relave y concentrado respectivamente.

Por lo tanto, para cada celda  $k$  que compone el circuito, se tiene:

$$w^F(k) C_{ij}^F(k) - w^T(k) C_{ij}^T(k) - w^C(k) C_{ij}^C(k) = 0 \quad (54)$$

La ecuación de balance de masa de agua es:

$$w^F - w^T - w^C = 0 \quad (55)$$

El flujo de partículas en el concentrado es la suma de los fenómenos de arrastre y flotación, luego:

$$w^C C_{ij}^C = K_{ij} w^P C_{ij}^T + e_{ij} w^C C_{ij}^T \quad (56)$$

Donde  $K_{ij}$  y  $e_{ij}$  son respectivamente las constantes de velocidad de flotación y factores de arrastre del mineral  $i$  en el intervalo de tamaño  $j$ .

El factor de arrastre es modelado usando una representación empírica de una curva en forma de s

$$e_{ij} = \exp \left[ -c_1 \left( \frac{M_{ij}}{c_2} \right)^{c_3} \right] \quad (57)$$

Donde  $c_1$ ,  $c_2$  y  $c_3$  son coeficientes a ser estimados y  $M_{ij}$  es la masa de partículas de mineral  $i$  de tamaño  $j$  arrastradas.

El comportamiento del agua dentro de la celda  $W^P$  no es modelada, pero se asume que el tiempo medio de residencia de flotación  $\tau_F$  y el factor de separación o recuperación de agua  $\alpha$  son conocidos desde datos experimentales:

$$\tau_F = \frac{w^P}{w^T} \quad ; \quad \alpha = \frac{w^C}{w^T} \quad (58)$$

Donde  $\tau_F$  se calcula desde pruebas con trazadores realizadas en las celdas de flotación.

Desde las ecuaciones anteriores se puede expresar la fracción  $\phi_{ij}$  de partículas  $ij$  remanentes en los relaves como:

$$\phi_{ij} = \frac{w^T C_{ij}^T}{w^F C_{ij}^F} = \frac{1}{1 + \alpha e_{ij} + \tau_F K_{ij}} \quad (59)$$

Luego, para cada celda  $k$  en el banco de flotación:

$$\phi_{ij}^k = \frac{1}{1 + \alpha^k e_{ij} + \tau_F^k K_{ij}} \quad (60)$$

Donde se asume, para este caso, que los factores de arrastre y constantes de velocidad de flotación son constantes a lo largo del banco de flotación.

La estimación de los parámetros del modelo  $c_1$ ,  $c_2$  y  $c_3$  y  $K_{ij}$  se realiza a través de un procedimiento de ajuste de mínimos cuadrados de 2 pasos, usando la siguiente ecuación:

$$J_i = \sum_{k=1}^s \sum_{j=1}^n \left( R_{ij}^A(k) - R_{ij}^{AM}(k) \right)^2 \quad (61)$$

Donde  $s$  es la cantidad de celdas del banco de flotación,  $n$  es la cantidad de intervalos de tamaño considerados,  $R_{ij}^A(k)$  son los valores de las recuperaciones acumuladas obtenidas

experimentalmente desde cada celda  $k$  y  $R^{AM}_{ij}(k)$  son las recuperaciones acumuladas obtenidas por el modelo en cada celda  $k$ , las que se calculan según:

$$R^{AM}_{ij}(k) = 1 - \prod_{l=1}^k \varphi_{ij}^{(l)} \quad (62)$$

En el primer paso, la ecuación (61) se minimiza con respecto a  $c_1$ ,  $c_2$  y  $c_3$ , siendo  $i$  la ganga y asumiendo que esta no flota en lo absoluto ( $K_{ganga,j} = 0$ ). En el segundo paso,  $J_i$  es secuencialmente minimizado para cada mineral con respecto a  $K_{ij}$ , con  $e_{ij}$  siendo calculado con los valores de  $c_1$ ,  $c_2$  y  $c_3$  del paso anterior y ecuación (57), donde  $M_{ij}$  es calculada asumiendo partículas esféricas.

Además, se tiene que el flujo másico total de alimentación en la etapa Rougher  $F_R$ , es igual al flujo másico del producto del circuito de molienda, es decir:

$$F_R = p_{hc} = \sum_{i=1}^n p_{hc i} \quad (63)$$

Se consideraron además las suposiciones adicionales hechas en [1] para resolver los balances de masa en la etapa de flotación, estas son las siguientes:

- 1) Las eficiencias de separación (recuperaciones) para cada clase  $ij$  de partículas son constantes para cada etapa  $k$  de limpieza (para este caso,  $K=1,2$ ), donde estas se definen según:

$$S_{ij}^k = \frac{w^C C_{ij}^C}{w^F C_{ij}^F} = k \quad (64)$$

- 2) El hold-up volumétrico de pulpa en las celdas se mantuvo constante, donde este se calcula según:

$$w_p^V = Fr_{ep}^v * V_C \quad (65)$$

Donde  $Fr_{ep}^v$  es la fracción de volumen efectiva de pulpa en la celda y  $V_C$  es el volumen de la celda.

Luego se puede calcular el hold-up de agua en la celda, según:

$$w^P = \rho_p w_p^V (1 - cp^p) \quad (66)$$

Donde  $\rho_p$  es la densidad de la pulpa y  $cp^p$  es la fracción de sólido en la pulpa.

Por último, la densidad de pulpa se puede calcular según:

$$\rho_p = \frac{1}{\frac{cp^p}{\rho_s} + \frac{(1 - cp^p)}{\rho_f}} \quad (67)$$

Donde  $\rho_s$  y  $\rho_f$  son las densidades del mineral y del fluido respectivamente.

- 3) En la etapa de remolienda, se usó la misma función de ruptura determinada para el molino de bolas del circuito de molienda y la función selección (s) se escaló usando una relación que envuelve el diámetro del molino.
- 4) Para los HC se consideró eficiencia de clasificación constante ( $\alpha_{50}$  y  $\alpha_H$ ).
- 5) Los factores de arrastre y constantes de velocidad de flotación se consideran constantes a lo largo del banco de flotación Rougher-Scavenger.
- 6) Los minerales en este circuito se comportan como una población de partículas independientes.
- 7) la ganga flota solamente producto de los fenómenos de arrastre de partículas hacia el concentrado y no por efecto de flotación, es decir:

$$K_{ganga,j} = 0 \quad (68)$$

## 2.6 Estado estacionario del caso base.

En este estudio se definió un estado estacionario usando datos extraídos desde [1] y [2] y datos obtenidos a través de los simuladores de molienda y flotación. se debe notar que, en el caso de la etapa de flotación, solo se trabajó con uno de los minerales valiosos (pyrargita) que componen el mineral bruto que procesa la planta, además de ganga para obtener valores de recuperación y ley en el circuito de alto de grado, con el fin de facilitar el análisis de datos en las simulaciones que se realizaron.

Tabla 2. Valores establecidos en el estado estacionario.

Datos	valor
Tonelaje procesado [tpd]/[tph]	2200/91.7
Ley % de cabeza de pyrargita ( $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$ )	0.16
Concentrado producido [tpd]/[tph]	70/2.917
P80 del producto del HC [um]	159.42
% de sólidos en overflow	36.0
Agua agregada al sumidero [ $\text{m}^3$ ]	123.68
Recuperación de pyrargita ( $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$ ), %	80.6
Ley de pyrargita en concentrado, %	4.05
Masa de pyrargita en concentrado [kgh]	118.16
Presión de alimentación a hidrociclones [psi]	9
porcentaje de sólidos en volumen en la descarga del HC	40.94

### 3. PROCEDIMIENTO

Para la etapa de molienda se consideró el circuito descrito anteriormente en antecedentes (figura1). Para flotación se consideraron tanto el circuito de alto grado del caso base descrito en el capítulo anterior (figura 3), además de otro caso en donde solamente se consideró la etapa Rougher del circuito de alto grado sin flujos de recirculación, tal como se muestra en la figura 8.

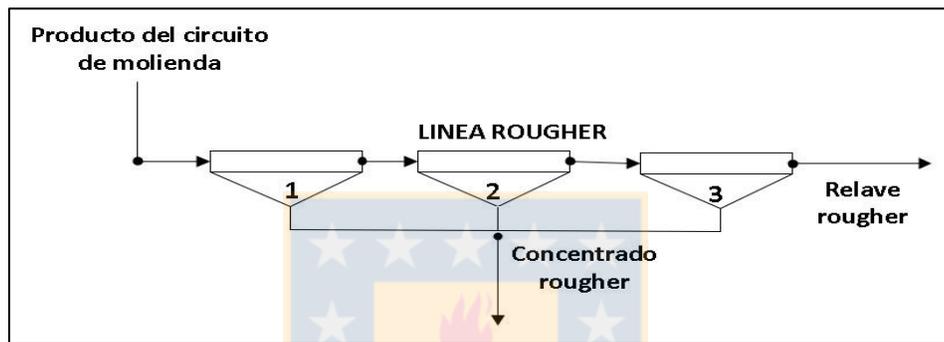


Figura 9. Etapa Rougher de flotación de la concentradora Fresnillo sin recirculaciones.

Una vez definido el caso base, se procedió a programar los modelos de todas las unidades de proceso que componen ambas etapas y se crearon funciones que permitieron obtener las variables de interés que se analizaron en este estudio. La tabla 7 (que aparece en anexos) muestra las variables de entrada y salida para cada función creada en Matlab. Los balances de masa presentes en ambas etapas se resolvieron usando métodos de iteración simple dado un valor inicial arbitrario. Además, para la creación de los simuladores se usaron parámetros y datos extraídos desde [1] y [2] y datos creados (condiciones de operación), con el propósito de reproducir lo más fielmente posible el comportamiento de la planta concentradora Fresnillo estudiada en estos artículos. El valor de cada uno de los parámetros usados en los respectivos modelos es detallado desde las tablas 8 a 12 que aparecen en anexos.

Para el simulador de molienda se consideró la distribución de tamaño del flujo proveniente desde la clasificación del harnero en la etapa de chancado (alimentación fresca al molino de bolas), mostrado en la figura 50 que está en anexos, cuyo F80 es de 7990 [um]. Cabe notar que esta

distribución de tamaño fue extraída y modificada desde las planillas de Moly-Cop Tools (versión 3.01), ya que no se disponían de datos concretos de la planta. Para ambas etapas se consideraron los intervalos de tamaño mostrados en la tabla 13, que está en anexos.

Una vez creados los simuladores, se construyen histogramas para observar como una variabilidad en el P80 del producto del hidrociclón, (producida por una perturbación en la etapa de molienda) afecta en los indicadores metalúrgicos de la etapa de flotación, para ello, se consideraron 3 varianzas distintas para crear vectores random en torno a un valor de P80 promedio y se utilizaron estos para obtener valores de recuperación y ley en el simulador de flotación.

Luego, se crearon 4 escenarios para observar el comportamiento de la etapa de flotación de manera individual (escenarios sin coordinación) y observar el comportamiento de ambas etapas ante una situación en particular (escenarios con coordinación).

En el primer escenario se mantuvo constante el P80 y tonelaje de alimentación a flotación y se observaron los efectos producidos al variar el porcentaje de sólidos de entrada. En el segundo escenario se observaron los efectos cuando se mantuvo constante el % de sólidos y el tonelaje de alimentación a flotación, mientras se varió el P80 de entrada. En el tercer escenario se estudiaron los efectos producidos en ambas etapas ante una variación en el tonelaje procesado en la etapa de molienda mientras se mantuvo un % de sólidos constante en el overflow del HC. En el último escenario se observaron los impactos producidos en ambos circuitos cuando se mantuvo el tonelaje procesado en molienda a un valor constante y se varió la cantidad de agua agregada al sumidero.

A partir del análisis de los distintos escenarios de operación, se definieron estrategias para encontrar una manera óptima de operar globalmente ambas etapas y se estudia su posible implementación a través de simulaciones con ciertas restricciones de operación.

Se presentan los resultados de todas las simulaciones realizadas, se analizan y se discuten estos. Finalmente se concluye respecto a los resultados obtenidos.

## 4. ANALISIS Y RESULTADOS

### 4.1 Efecto en la variabilidad del P80

Se realizaron histogramas para observar como la variabilidad del P80, la cual se considera como perturbación en el proceso, afecta en la recuperación y ley de concentrado obtenida en la etapa de flotación, para ello se consideraron 3 varianzas distintas (5, 10 y 15) para crear 3 vectores random en torno a un P80 promedio (dado por el caso base). La siguiente tabla muestra los promedios que se obtuvieron de P80 del producto del HC, recuperación de pyrargita y ley de pyrargita en el concentrado para los 2 casos de flotación considerados.

Tabla 3. Promedio de P80 del producto del HC, recuperación de pyrargita y ley de pyrargita en los casos 1 y 2 de flotación.

promedios	Caso 1			Caso 2		
	Var. 1	Var. 2	Var. 3	Var.1	Var.2	Var. 3
P80 [um]	157.94	157.97	157.79	157.94	157.97	157.79
Recuperación de pyrargita, %	80.662	80.659	80.676	70.355	70.354	70.356
Ley de pyrargita, %	4.180	4.178	4.188	0.3887	0.3887	0.3887

Se debe notar que, para ambos casos, los valores de P80 que se usaron para simular la etapa de flotación fueron los mismos. Además, las condiciones de operación en flotación, es decir, el flujo másico de alimentación y el porcentaje de sólidos de entrada, se mantuvieron constantes. Las siguientes figuras muestran los histogramas obtenidos en Matlab luego de realizadas las simulaciones.

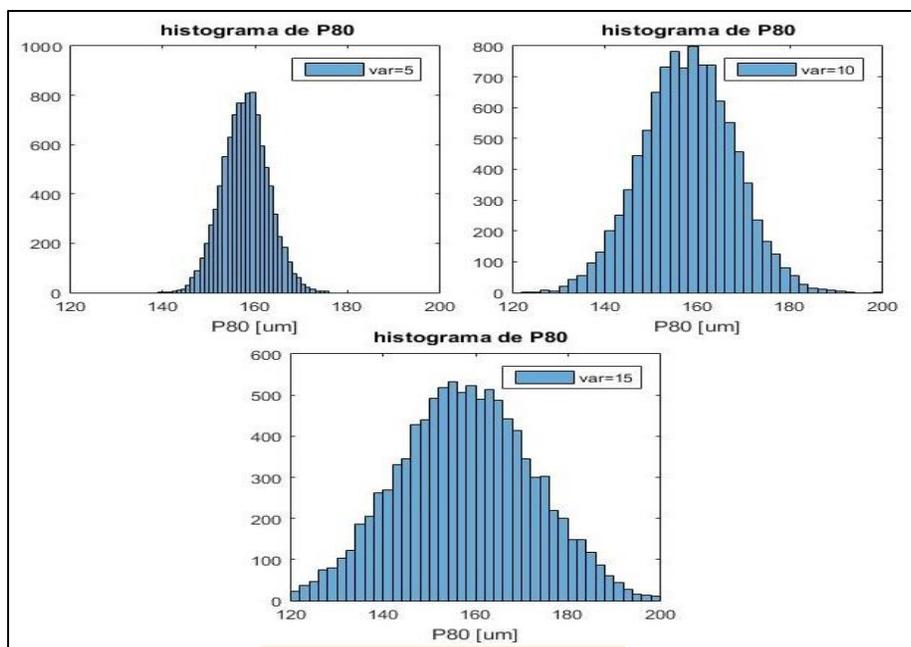


Figura 10. Histogramas de P80 del producto del hidrociclón con 3 varianzas distintas.

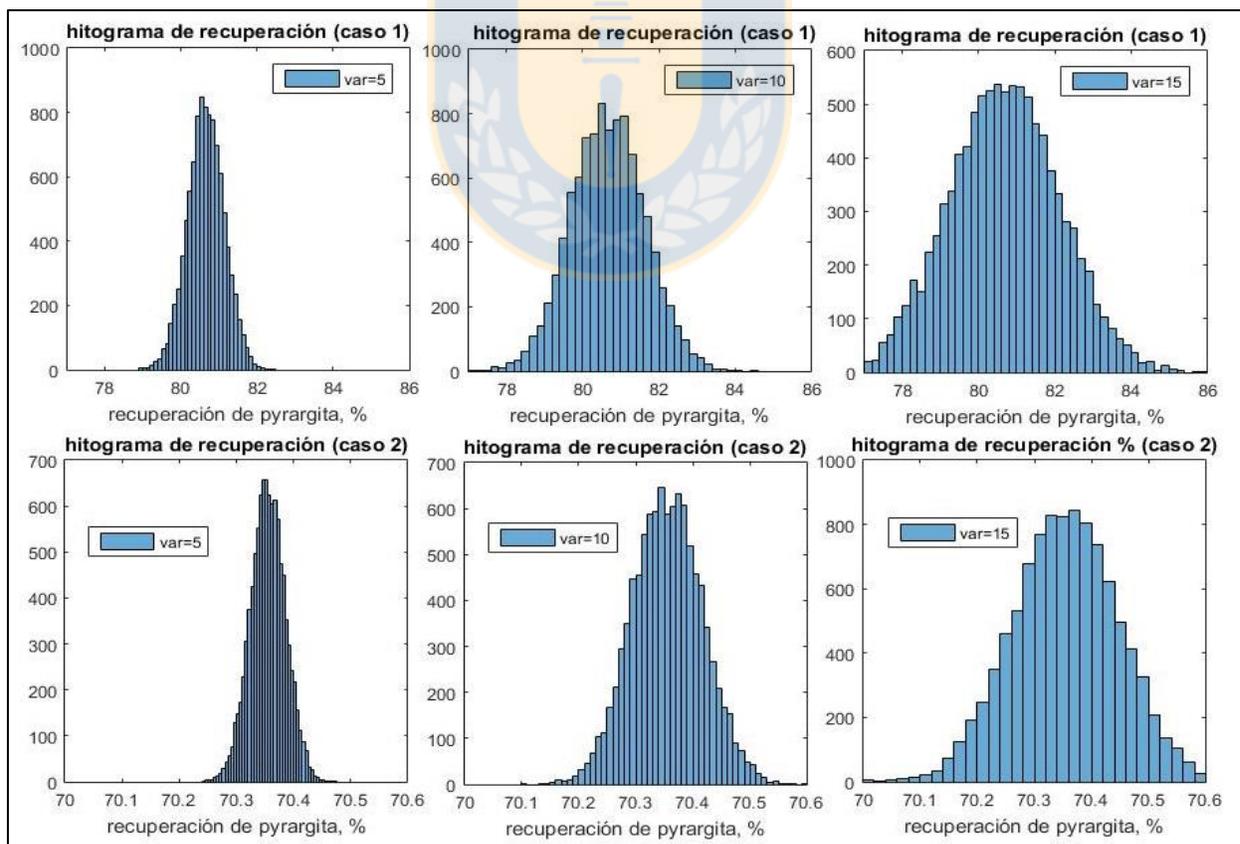


Figura 11. Histogramas de recuperación de pyrargita para 3 varianzas distintas que se obtuvieron en los 2 casos de flotación.

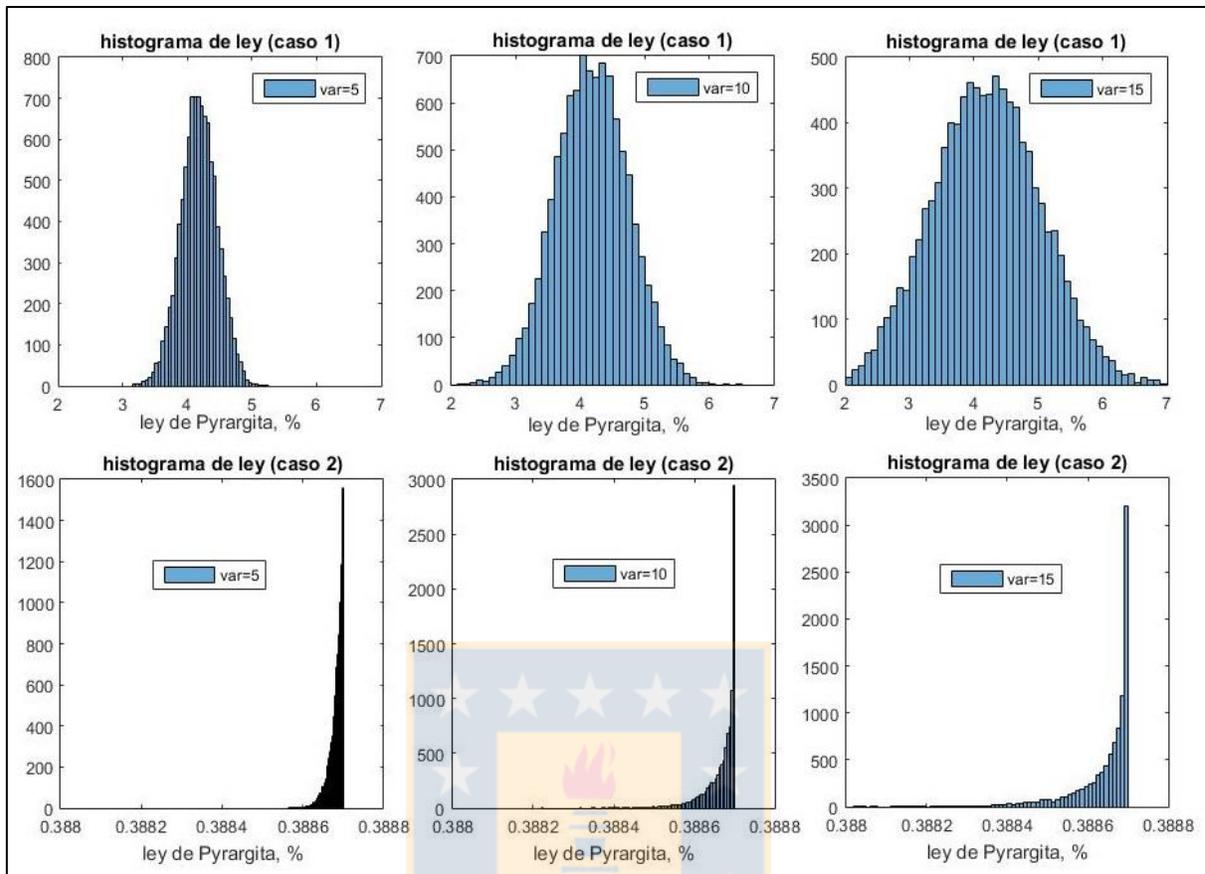


Figura 12. Histogramas de ley de pyrrargita en el concentrado para 3 varianzas distintas que se obtuvieron en los 2 casos de flotación.

De los resultados obtenidos se puede notar que una variabilidad en el P80 del producto de molienda no produjo variabilidades significativas en la recuperación ni en la ley de pyrrargita, lo que indica que el modelo usado y las respectivas consideraciones hechas no permiten observar efecto alguno, además se puede intuir que las curvas de recuperación y ley son planas en la región de operación.

#### 4.2 Escenarios de operación

A continuación, se presentan los escenarios de operación que se plantearon para realizar simulaciones y así poder observar el comportamiento de las etapas de manera individual y en conjunto

## 4.2.1 Escenarios sin coordinación

### 4.2.1.1 Escenario 1

Se mantienen constantes los valores de P80 y tonelaje de alimentación a flotación, mientras se varía el porcentaje de sólidos de entrada al proceso. El rango de % de sólidos analizado para cada valor de tonelaje en este escenario fue de [25 % - 45 %]. En la siguiente tabla se muestra los 3 valores de tonelaje que fueron usados para realizar las simulaciones en la etapa de flotación, cuyos valores de P80 se obtuvieron desde el simulador de molienda.

Tabla 4. Valores de tonelaje, cantidad de agua total agregada al sumidero y molino de bolas y P80 resultante.

Tonelaje [tph]	Cantidad total de agua agregada en el sumidero y molino de bolas [m <sup>3</sup> ]	P80 en el producto del hidrociclón [μm]
80.0	123.68	146.9
91.67	123.68	159.4
110.0	123.68	177.4

Las siguientes figuras muestran los resultados que se obtuvieron en ambos casos.

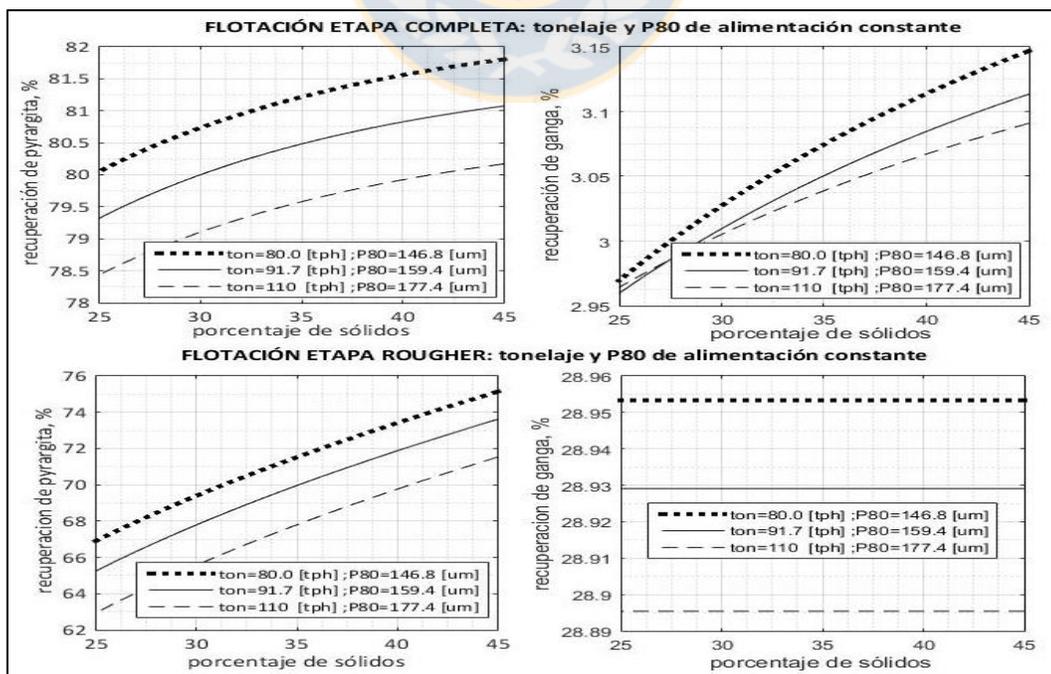


Figura 13. Recuperación de pirargita y ganga en función del porcentaje de sólidos de alimentación.

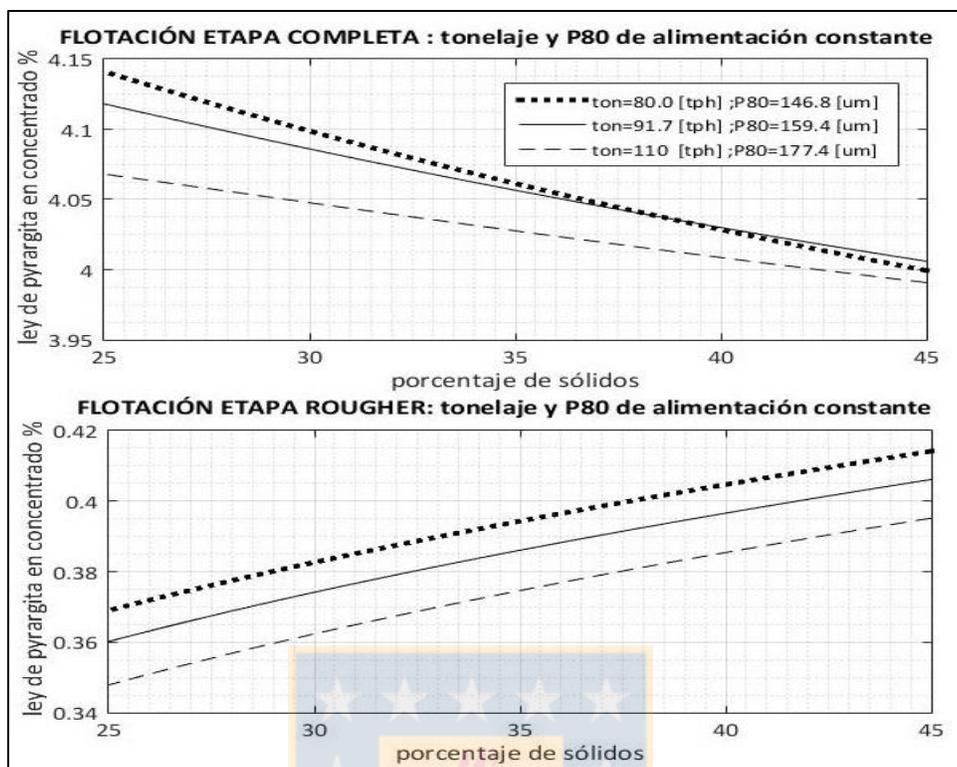


Figura 14. Ley de pyrrargita en función del porcentaje de sólidos de alimentación.

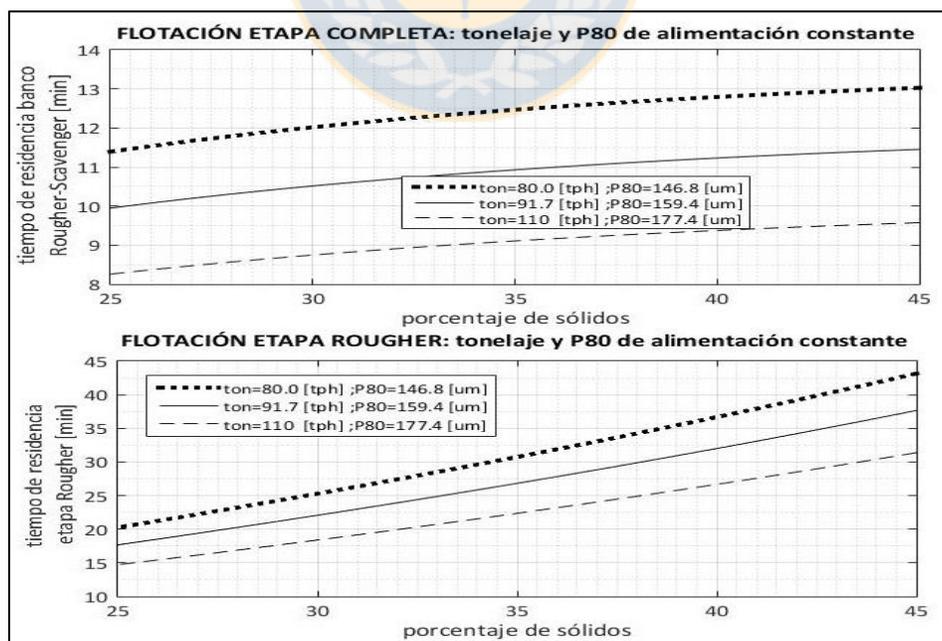


Figura 15. Tiempos de residencia en función del porcentaje de sólidos de entrada a flotación que se obtuvieron en los casos 1 y 2.

En la curva N°1 de la figura 13, se observó en la etapa de flotación global que la recuperación de pyrargita aumentó cuando creció el % de sólidos de alimentación, siendo mayor para el caso en que el tonelaje es de 80 [tph] donde el P80 de entrada fue menor. Este efecto puede ser explicado por el aumento en el tiempo de residencia de las etapas de flotación cuando el % de sólidos de alimentación creció, tal como se observa en la curva N°1 de la figura 15. Análogamente, en la curva N°2, también se observa un aumento en la recuperación de ganga.

Para el caso de la etapa Rougher, también se observó el aumento de la recuperación de pyrargita, tal como muestra la curva N°3 de la figura 13, sin embargo, en la curva N°4 se observó que la recuperación de ganga se mantuvo constante en todo el rango de porcentaje de sólidos, esta respuesta se debe a la suposición de que la ganga flota solamente producto de los fenómenos de arrastre de partículas hacia el concentrado y no por efecto de flotación, por lo tanto, esto produce que no sea posible observar el efecto del porcentaje de sólidos de entrada en la flotación de ganga.

El aumento en la recuperación de ganga explicaría la disminución de la ley de pyrargita en el concentrado, tal como se observa en la primera curva de la figura 14, a pesar del aumento en la recuperación de pyrargita. Para el caso de la etapa Rougher, el comportamiento observado en las curvas N° 3 y 4 de la figura 13 explican el aumento de la ley de pyrargita, tal como muestra la segunda curva de la figura 14.

Finalmente, en la figura 15 se observó el ascenso del tiempo de residencia para ambos casos, lo que demuestra que el efecto principal del aumento del porcentaje de sólidos de alimentación al proceso es aumentar el tiempo de residencia en las celdas de flotación y con ello lograr un crecimiento en las recuperaciones de pyrargita.

#### **4.2.1 .2 Escenario 2**

En este escenario se mantuvo constante tanto el % de sólidos como el tonelaje de alimentación a la etapa de flotación, cuyos valores fueron 36% y 91.7 [tph] respectivamente y se varió el P80 de entrada al proceso desde 115 hasta 185 [ $\mu$ m]. El objetivo fue observar el efecto que produce una variación en el P80 de alimentación en los indicadores metalúrgicos de esta etapa.

Las siguientes figuras muestran los resultados en flotación para los dos casos.

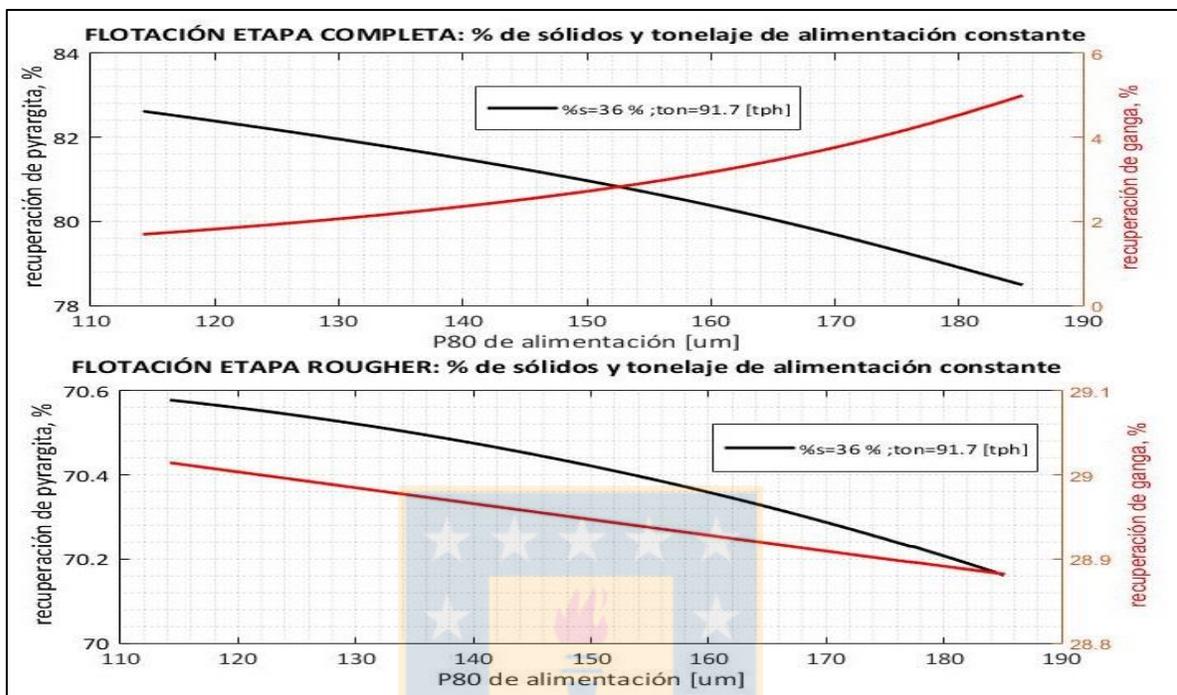


Figura 16. Recuperaciones de pyrrargita y ganga en función del P80 de alimentación.

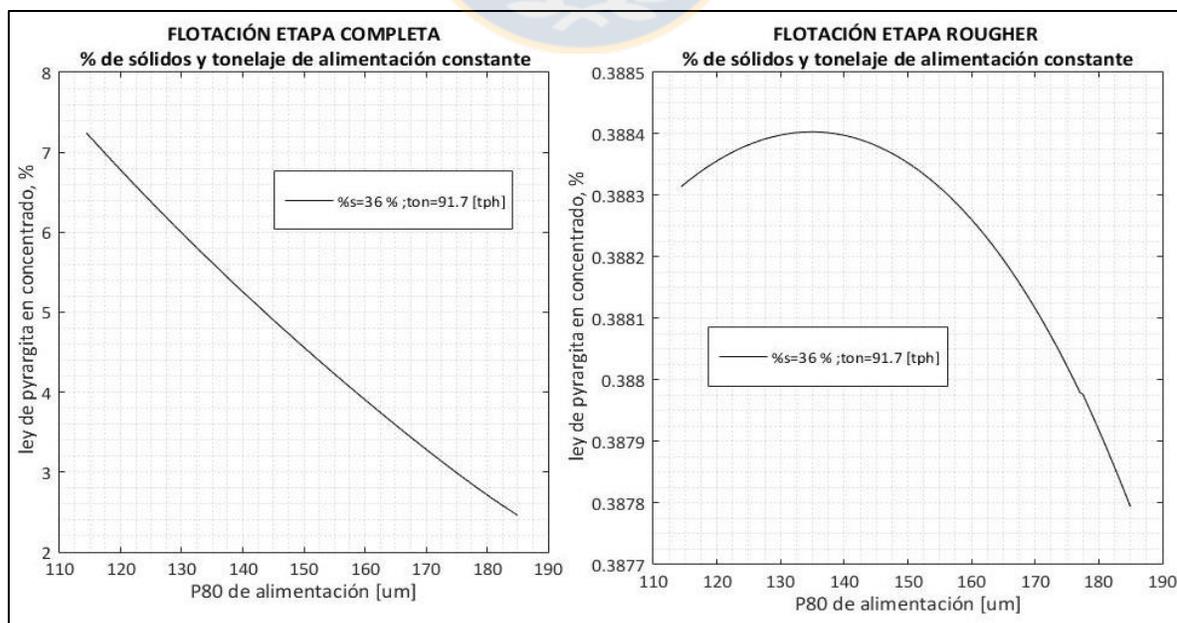


Figura 17. Ley de pyrrargita en el concentrado en función del P80 de alimentación.

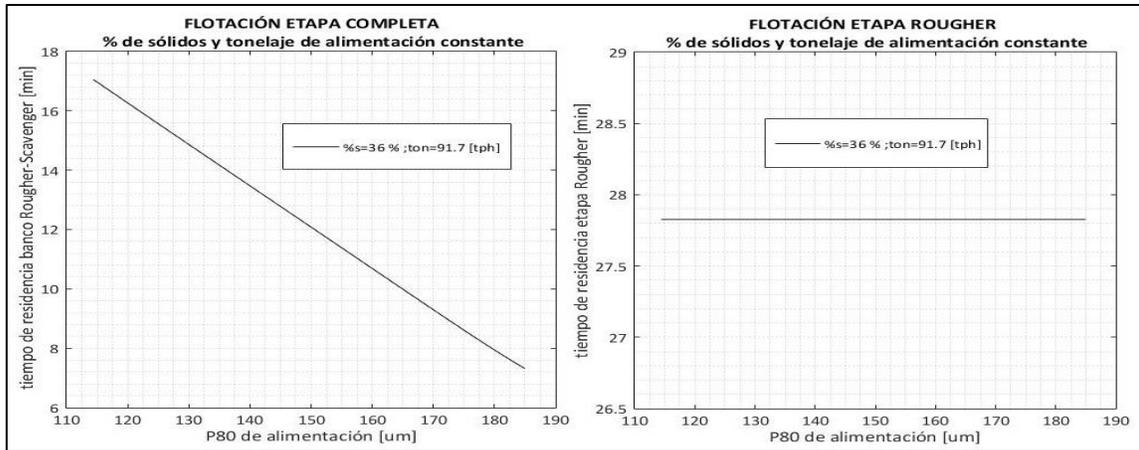


Figura 18. Tiempos de residencia en banco Rougher-Scavenger y etapa Rougher en función del P80 de alimentación.

En el caso de la etapa de flotación completa, se observó la disminución de la recuperación de pyrargita y el aumento de la recuperación de ganga cuando el P80 de alimentación se hizo mayor, tal como muestra la curva N° 1 de la figura 16. Para la etapa de flotación Rougher también se apreció la disminución en la recuperación de pyrargita, aunque en menor cantidad. Sin embargo, en este caso la recuperación de ganga disminuye a medida que el P80 crece, lo que se esperaba puesto que, en el modelo de flotación, se considera que la ganga flota por fenómenos de arrastre, por lo tanto, la flotación de esta especie dependería solo del tamaño de partícula, sin embargo, en la unidad completa de flotación, se observa que la recuperación de ganga se ve afectada además por la configuración de esta etapa.

Debido al comportamiento de las recuperaciones de pyrargita y ganga en el caso de la flotación completa, se observó una disminución de la ley de pyrargita en el concentrado. En el caso de la etapa de flotación Rougher sin recirculaciones, una disminución en la recuperación de ganga produjo el aumento de la ley de pyrargita hasta un máximo para luego descender, tal como muestra la curva N°2 de la figura 17.

Por último, la curva N°1 de la figura 18 muestra que el tiempo de residencia del banco Rougher-Scavenger disminuyó cuando el P80 se hizo mayor, lo que explicaría el descenso en la recuperación de pyrargita en el caso 1 de flotación, por lo tanto, se puede concluir que uno de los efectos en el aumento del P80 de entrada, es aumentar el flujo total de alimentación a la etapa Rougher, es decir,

aumentan los flujos de recirculación a esta etapa. En el caso 2 se observó que el tiempo de residencia se mantuvo constante en todo el rango de P80, tal como muestra la curva N°2 de la figura, comportamiento que se esperaba, puesto que se mantienen constante el tonelaje y porcentaje de sólidos en la alimentación.

## 4.2.2 Escenarios con coordinación

### 4.2.2.1 Escenario 3

En este caso se varió el tonelaje procesado en la planta concentradora y se mantuvo un porcentaje de sólidos constante en el flujo de salida del producto del HC, esto se logró controlando la cantidad total de agua agregada al sumidero y molino de bolas. Se mantuvieron 3 porcentajes de sólidos diferentes en el flujo de salida del overflow del HC (30, 36 y 40 %) con el propósito de comparar los resultados obtenidos en las simulaciones. El objetivo fue observar cómo respondieron ante este escenario los procesos de molienda y flotación. Las siguientes figuras dan a conocer los resultados que se obtuvieron en las etapas de molienda y flotación luego de las simulaciones

#### I. Resultados en circuito de molienda

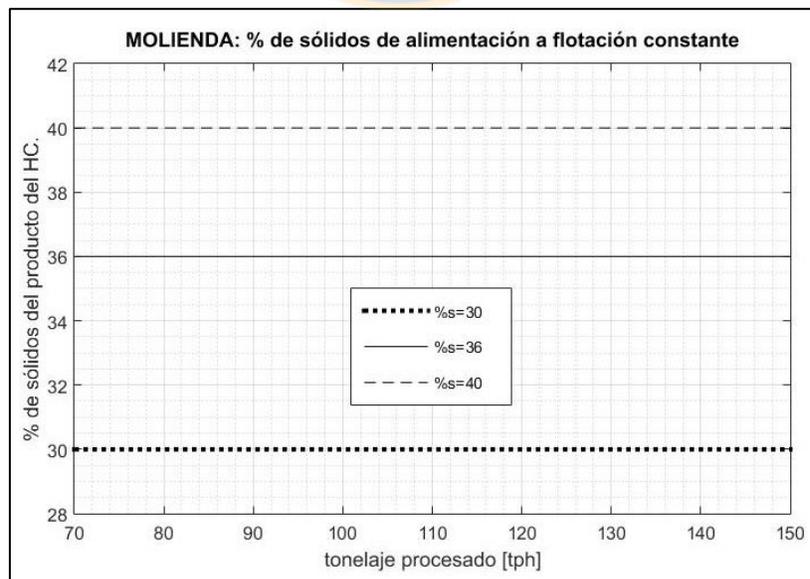


Figura 19. Tonelaje procesado vs porcentaje de solidos del producto del HC.

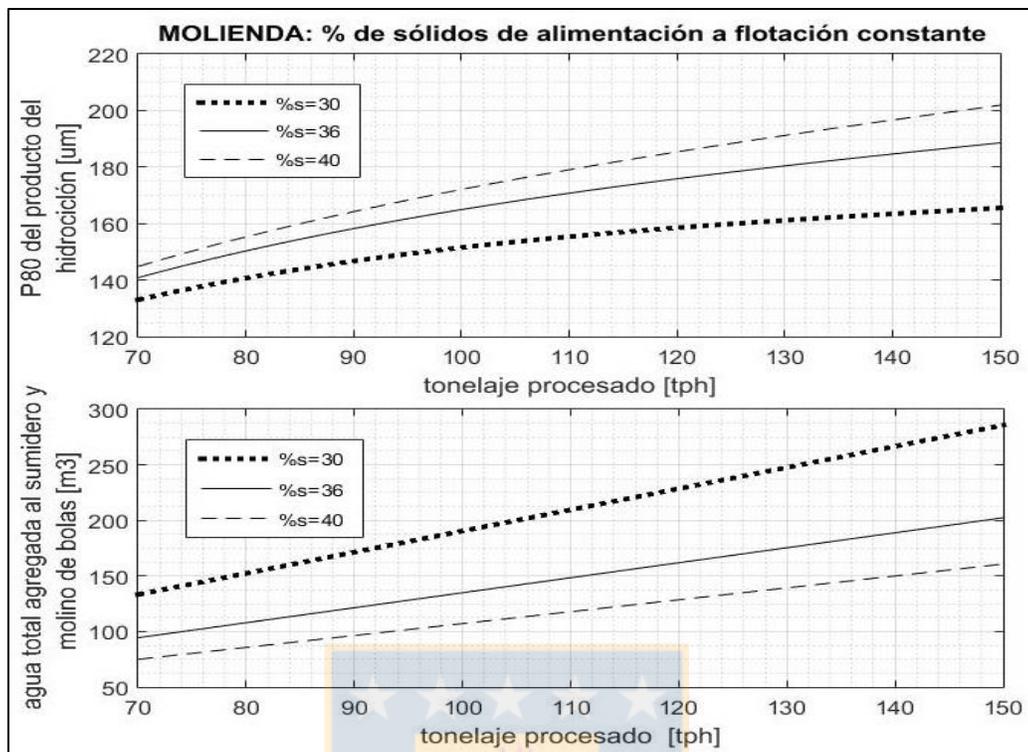


Figura 20. P80 del producto del HC y cantidad total de agua agregada en el sumidero y molino de bolas en función del tonelaje procesado.

La curva de la figura 19 muestra que efectivamente es posible mantener un porcentaje de sólidos en el producto del hidrociclón a un valor constante, cuando se aumenta el tonelaje procesado en el proceso de molienda, esto se logra controlando la cantidad de agua agregada al sumidero y molino de bolas.

Para este circuito se observó que a medida que el tonelaje tratado en molienda aumento, también lo hace el valor del P80 del overflow del hidrociclón, donde este es mayor (más grueso) cuando se mantiene un valor de porcentaje de sólidos en el rebose del HC más alto. Este comportamiento se muestra en la curva N°1 de la figura 20.

Se observó además que para aumentar el tonelaje procesado y a su vez mantener constante el % de sólidos en el overflow del HC, se debe agregar una cantidad de agua extra al sumidero y molino de bolas, siendo mayor esta, cuando se requiere un % de sólidos menor, tal como muestra la curva N° 2 de la figura 20.

## II. Resultados en circuito de flotación

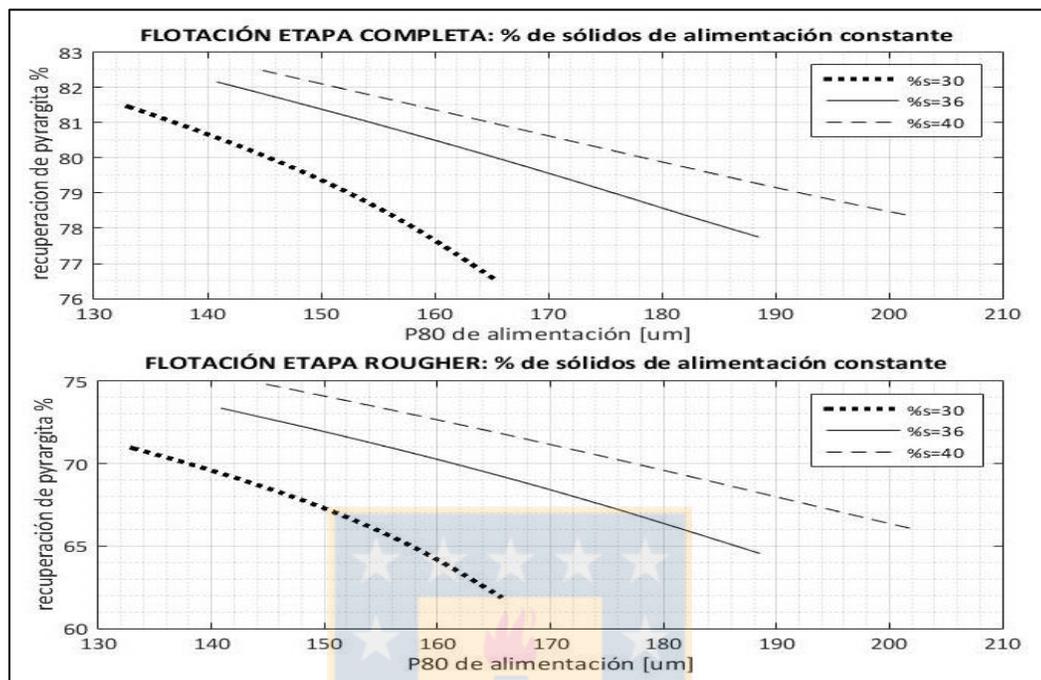


Figura 21. Recuperación de pyrargita en función del P80 de alimentación.

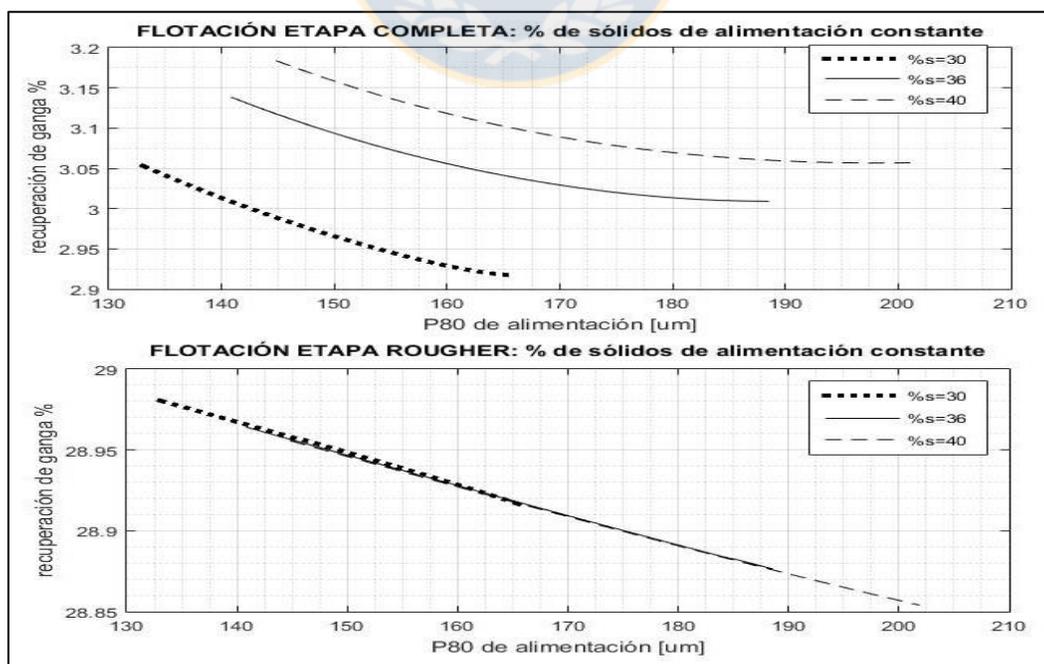


Figura 22. Recuperaciones de ganga en función del P80 de alimentación.

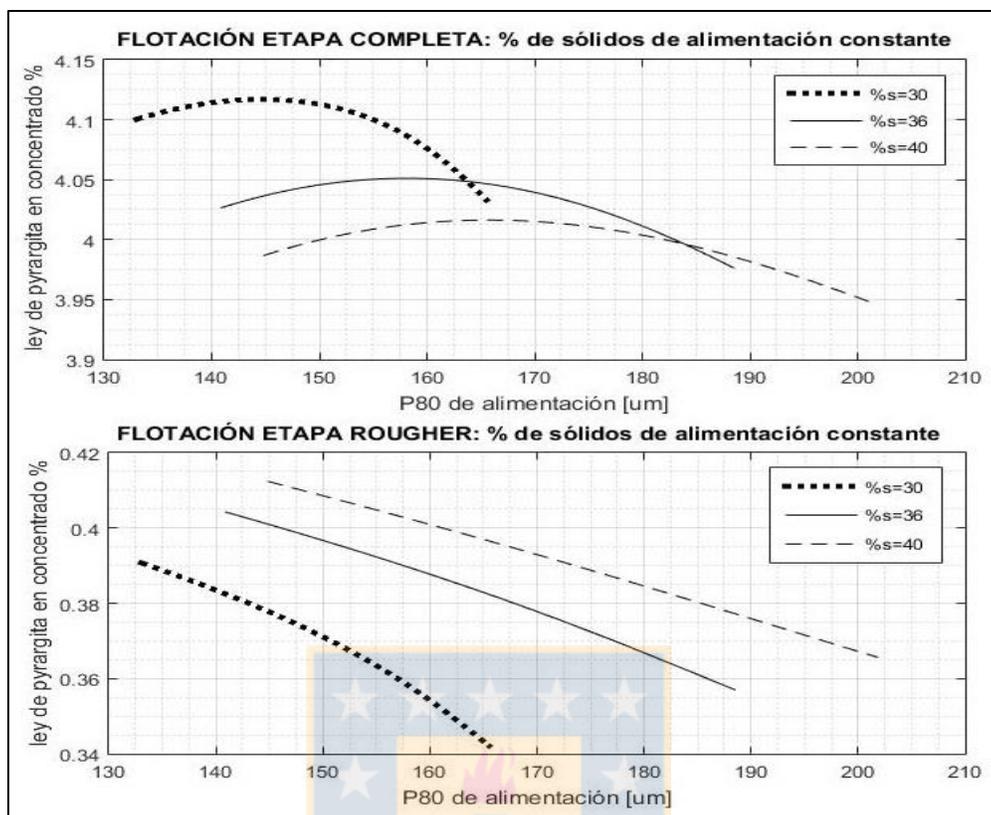


Figura 23. Ley de pyrargita en el concentrado en función del P80 de alimentación.

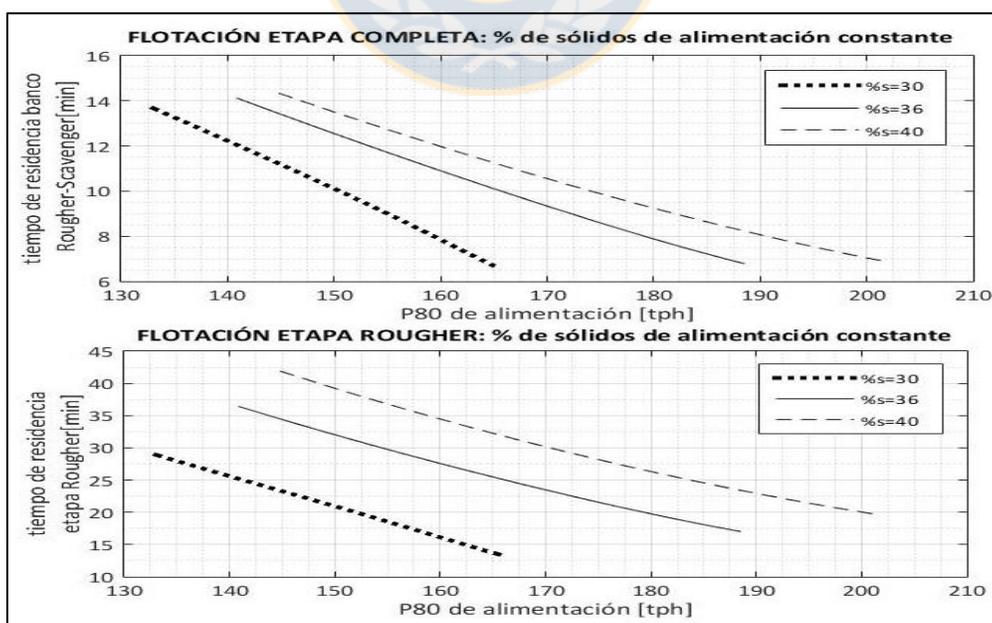


Figura 24. Tiempos de residencia del banco Rougher-Scavenger y etapa Rougher en función del P80 de alimentación.

En las curvas de la figura 21, se observa para ambos casos que las recuperaciones de pyrargita disminuyeron a medida que el P80 aumento, además, se aprecia que para un valor de P80 fijo, la recuperación alcanza un mayor valor cuando el porcentaje de sólidos de entrada a la etapa de flotación es más alto.

En la figura 22 se observa en todas las curvas la disminución en la recuperación de ganga a medida que el P80 de alimentación creció. Para el caso de flotación global también se aprecia que la recuperación de ganga es mayor cuando el % de sólidos de entrada es más alto, sin embargo, para el caso de flotación Rougher sin recirculaciones, no se aprecia este efecto y se debe a lo explicado anteriormente en el análisis del escenario 1 (figura 13).

En la curva 1 de la figura 23, se observa para el caso de la flotación global que, la ley aumento hasta un máximo y luego decreció a medida que el valor de P80 creció, además para un P80 fijo, la ley es mayor cuando el % de sólidos de entrada es menor. Para la etapa Rougher sin recirculación, la curva N°2 muestra el decrecimiento de la ley de pyrargita, sin embargo, la ley que se alcanza es más alta cuando el % de sólidos de alimentación al proceso es mayor, esto se debe a que la recuperación de pyrargita también fue más alta, pero la recuperación de ganga se mantuvo a valores similares para los 3 valores de % de sólidos, lo que produjo una mayor ley en el concentrado Rougher.

Por último, en las curvas de la figura 24 se muestran los tiempos de residencia del banco Rougher-Scavenger y de la etapa Rougher sin recirculaciones que se obtuvieron en cada uno de los casos de flotación en función del P80 de alimentación y en donde se observa el descenso de los tiempos de residencia a medida que el P80 aumentó, la cual es consecuencia del aumento en el tonelaje procesado (ver figura 19). Este comportamiento explicaría la disminución en la recuperación de pyrargita tanto en la flotación global como en la flotación Rougher sin recirculación.

#### **4.2.2.2 Escenario 4**

En este escenario se mantuvo el tonelaje procesado a un valor constante y se varió la cantidad de agua agregada al sumidero en el circuito de molienda. El rango de agua total agregada al sumidero y molino de bolas fue de [70 – 150 m<sup>3</sup>] y las simulaciones se realizaron para 3 valores diferentes de tonelaje procesado. Los resultados de las simulaciones son presentados a continuación.

## I. Efectos en etapa de molienda

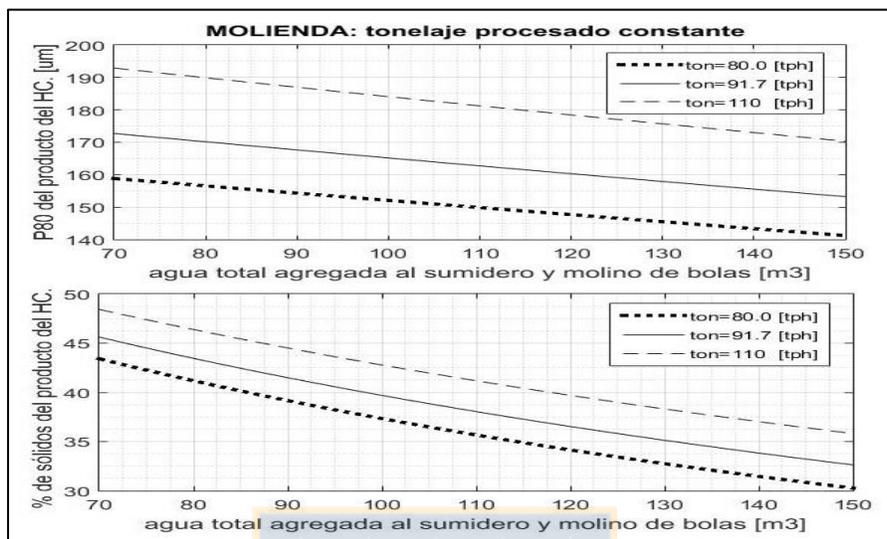


Figura 25. P80 y % de sólidos del producto del HC vs el agua total agregada al sumidero y mol. de bolas.

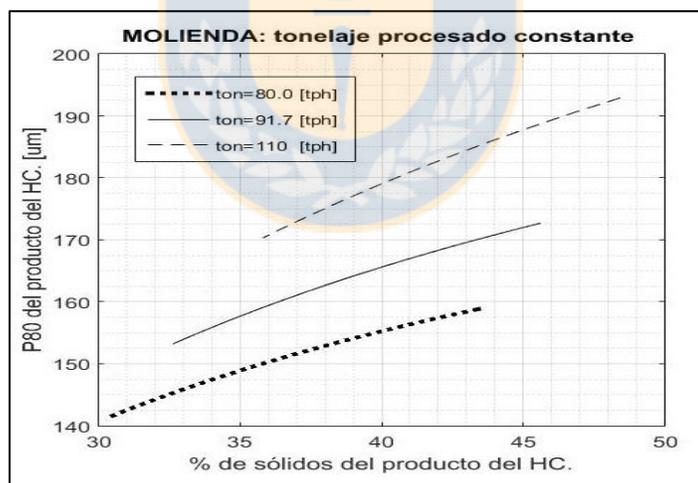


Figura 26. Porcentaje de sólidos vs P80 del producto del hidrociclón.

En la curva 1 de la figura 25, se observa que el valor del P80 del producto del hidrociclón disminuyó a medida que se aumentó el agua total agregada al sumidero y molino de bolas (Gs), lo mismo ocurre con el % de sólidos, tal como muestra la curva N°2. Además, los valores de porcentaje de sólidos y P80 que se obtuvieron son mayores cuando el tonelaje tratado es mayor. En la figura

26, se muestra la relación entre el P80 y el % de sólidos en el overflow del HC, donde se aprecia que, si el porcentaje de sólidos crece, el P80 también lo hace o viceversa.

## II. Efecto en el proceso de flotación

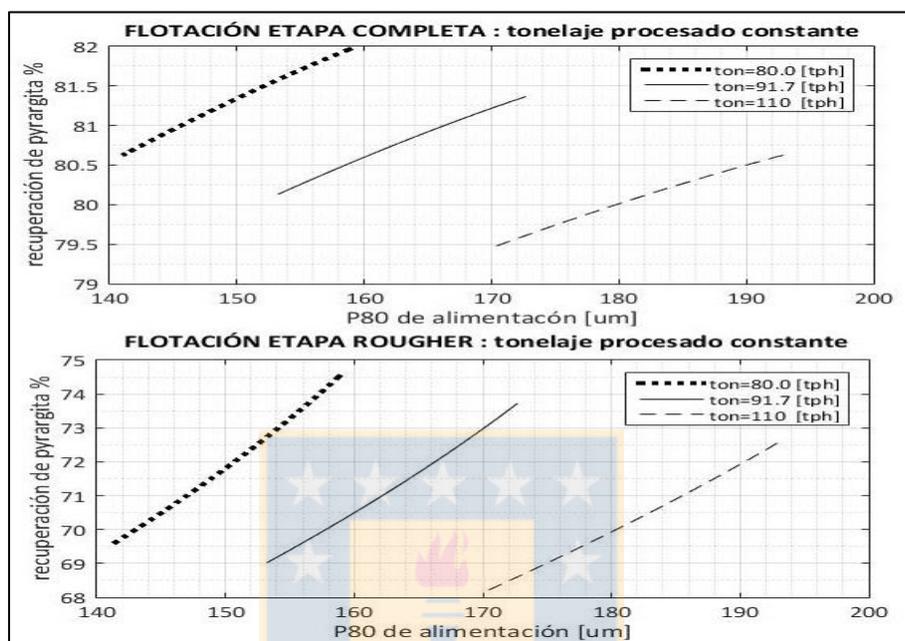


Figura 27. Recuperaciones de pyrrargita en función del P80 de alimentación.

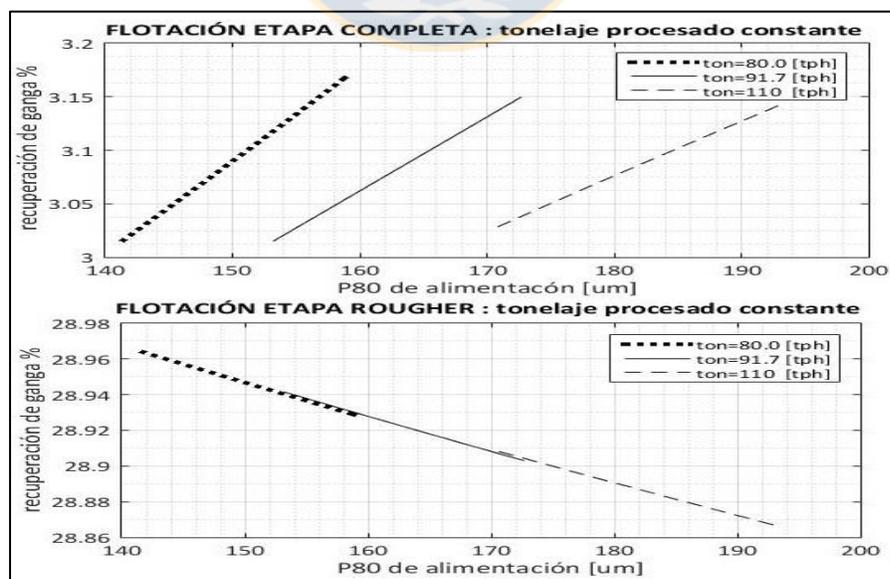


Figura 28. Recuperaciones de ganga en función del porcentaje del P80 de alimentación.

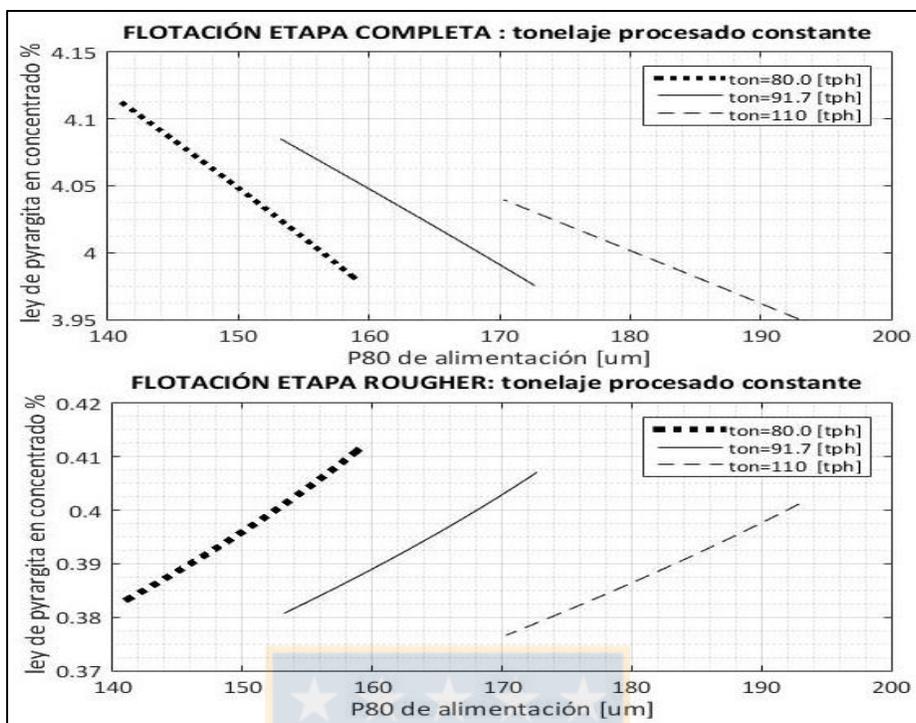


Figura 29. Ley de pyrargita en el en función del porcentaje del P80 de alimentación.

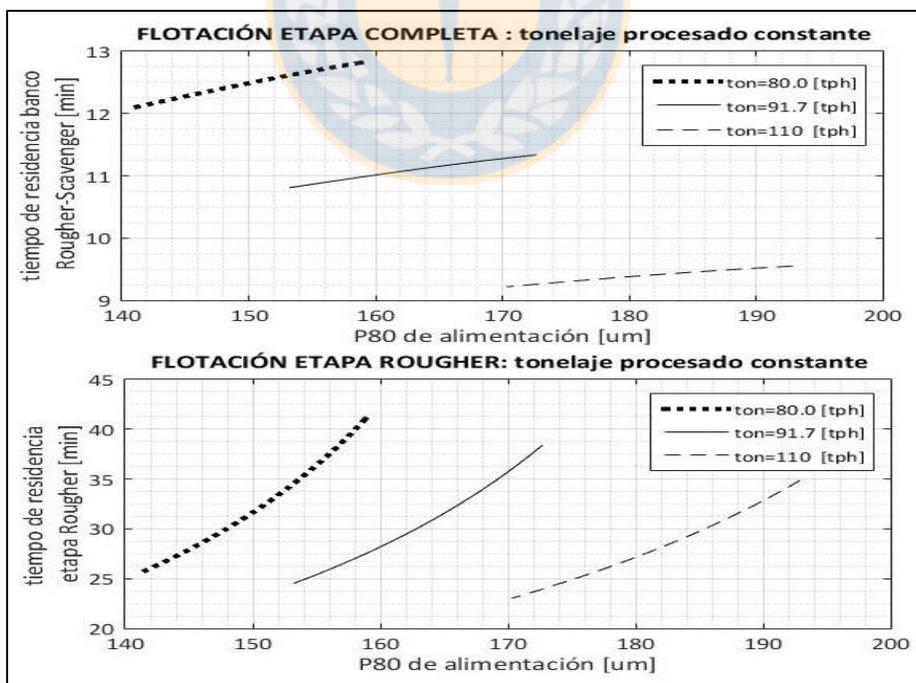


Figura 30. Tiempos de residencia del banco Rougher-Scavenger y etapa Rougher en función del % del P80 de alimentación.

Puesto que, un aumento en el agua agregada al sumidero y molino de bolas en la etapa de molienda produjo una disminución en el P80 y porcentaje de sólidos de entrada a flotación, el siguiente análisis se hizo en el sentido de una disminución en el P80 de entrada.

En la figura 27, se observa en ambos casos que, la recuperación de pyrargita disminuyó a medida que el P80 de alimentación se hizo más fino, esta tendencia se debe a que cuando los valores de P80 se hacen más bajos, el porcentaje de sólidos hacia flotación también disminuye lo que conlleva a una disminución en los tiempos de residencia en las celdas de flotación y con ello un descenso en la recuperación de pyrargita.

En la figura 28, la curva N°1 muestra para el caso de flotación global un descenso en la recuperación de ganga a medida que descendió el P80 de alimentación. Para el caso de la flotación Rougher sin recirculaciones, se observa el efecto contrario, es decir, la recuperación de ganga aumentó, este comportamiento se debe a la suposición hecha anteriormente de que la flotación de ganga depende solo de los fenómenos de arrastre, por lo cual la flotación de esta especie dependerá fundamentalmente del tamaño de partícula.

En la curva N°1 de la figura 29, se observa para el caso de flotación completa que, la ley de pyrargita en el concentrado aumentó cuando disminuyó el P80 de alimentación. Sin embargo, para el caso de la etapa Rougher sin recirculaciones, la curva N°2 muestra un descenso en la ley de pyrargita, comportamiento que se produjo por el aumento en la recuperación de ganga.

Por último, la figura 30 muestra que el tiempo de residencia, ya sea en el banco Rougher-Scavenger del caso de flotación global o en la etapa Rougher sin recirculación, disminuyó cuando el P80 de alimentación al proceso fue menor, lo que explica la disminución de la recuperación de pyrargita en ambos casos.

De las observaciones hechas en ambos circuitos se puede concluir que, un aumento en el agua total agregada al sumidero y molino de bolas produjo un descenso en el % de sólidos y P80 en el overflow del HC, mientras que, en la etapa de flotación completa produjo un descenso en los tiempos de residencia y recuperaciones de pyrargita y ganga más un ascenso en la ley de pyrargita en el concentrado. En la etapa Rougher sin recirculaciones tuvo el mismo efecto con la diferencia en que en esta la recuperación de ganga aumentó y con ello disminuyó la ley en el concentrado.

### 4.3 Estrategia de operación

De los resultados anteriores es claro que el P80 del producto del circuito de molienda es función del tonelaje procesado y de la cantidad total de agua agregada al sumidero y molino de bolas, es decir, existe una función tal que:

$$P80 = f_{80}(PH, Gst) \quad (69)$$

De la misma forma se observa para la etapa de flotación que, la recuperación como la ley de una especie de mineral  $i$ , dependen tanto del P80 como del % de sólidos de alimentación, por lo tanto, existen 2 funciones tales que:

$$R_i = f_R(P80, \%sol) \quad ; \quad L_i = f_L(P80, \%sol) \quad (70)$$

Considerando la relación dada por la ecuación (64), se tiene finalmente:

$$R_i = f_R(f_{80}, (PH, Gst), \%sol) \quad ; \quad L_i = f_L(f_{80}, (PH, Gst), \%sol) \quad (71)$$

Teniendo en cuenta lo anterior, se procede a desarrollar métodos para implementar una forma de operación que integre las etapas de molienda y flotación siguiendo dos estrategias posibles, la idea es poder determinar condiciones de operación con el objetivo de maximizar el tonelaje procesado en molienda y al mismo tiempo en flotación, maximizar ya sea la recuperación sujeta a un mínimo de ley en el concentrado o maximizar la masa total de mineral valioso producido en el concentrado sujeta a restricciones tanto en recuperación como en ley. Para lograr este cometido se analizó las etapas de forma integrada y también de forma separada, los procedimientos y los resultados se detallan a continuación.

#### 4.3.1 Estrategia integrada

Para analizar múltiples condiciones de operación se construyó una matriz  $M$  de tamaño  $m \times n$ , tal como muestra la figura 31.

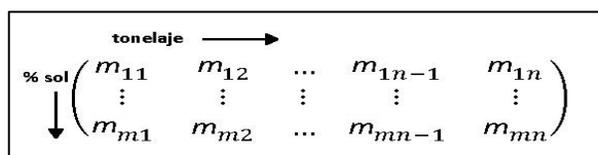


figura 31. Matriz de condiciones de operación

Donde cada elemento  $m_{i,j}$  de la matriz es un par ordenado que denota una condición de operación en particular, es decir, el subíndice  $i$  denota un valor de la cantidad total de agua agregada al sumidero y molino de bolas, que se mantiene constante a lo largo de la fila de la matriz y que varía desde 70 a 180 [m<sup>3</sup>] con un paso de 1 [m<sup>3</sup>] ( $m=111$ ) y el subíndice  $j$  denota un tonelaje procesado en la etapa de molienda que varía desde 70 a 140 [tph] con un paso de 1 [tph] ( $n=71$ ).

Matemáticamente,  $m_{i,j}$  se representa según la siguiente ecuación:

$$m_{i,j} = (Gst(i), ton(j)) \quad (72)$$

Posteriormente se ingresó la matriz de condiciones de operación creada al simulador de molienda para obtener matrices (del mismo tamaño que la matriz ingresada) con valores de P80, presión de entrada a los HC, porcentaje de sólidos en volumen de la descarga de los HC, entre otros.

Luego mediante una sentencia if se evaluaron las restricciones impuestas en molienda para cada parámetro obtenido dado una condición de operación en particular, en donde se otorgó un valor de 0 a todos los valores cada vez que uno de los parámetros no cumpliera con una de las restricciones impuestas en esta etapa. Así, se obtuvo el conjunto de condiciones de operación que cumplieron con todas las restricciones.

La siguiente tabla muestra las restricciones operacionales definidas para las etapas de molienda y flotación.

Tabla 5. Parámetros operacionales y restricciones para las etapas de molienda y flotación.

parámetros operacionales	Valor caso base	Restricción
Agua total agregada al sumidero y molino de bolas [m <sup>3</sup> ]	123.68	$\leq 180$
Presión de alimentación a hidrociclones [psi]	9	$\leq 14$
% de sólidos en volumen de la descarga del HC	40.94	$< 60$
% de sólidos en el overflow del HC	36	$\leq 45$
Recuperación de pyrargita (Ag <sub>3</sub> SbS <sub>3</sub> ), %	80.6	$\geq 78$
Ley de pyrargita en concentrado, %	4.05	$\geq 3.85$

La figura 32 muestra la superficie de valores de P80 que se generó con cada una de las condiciones de operación ingresadas, es decir, se muestra la superficie de valores de P80 en función del tonelaje procesado y la cantidad de agua agregada al sumidero y molino de bolas. Se observa que estos son altos cuando la cantidad de agua agregada al sumidero y molino de bolas es baja y cuando los valores de tonelaje son altos. Las figuras 33, 34 y 35 muestran las superficies de valores de P80, presión de entrada a los HC y demás parámetros operacionales que se obtuvieron una vez aplicadas las restricciones en molienda, se observa también la superficie de condiciones de operación que no cumplieron con tales restricciones, en donde a cada parámetro se le asigno un valor de 0.

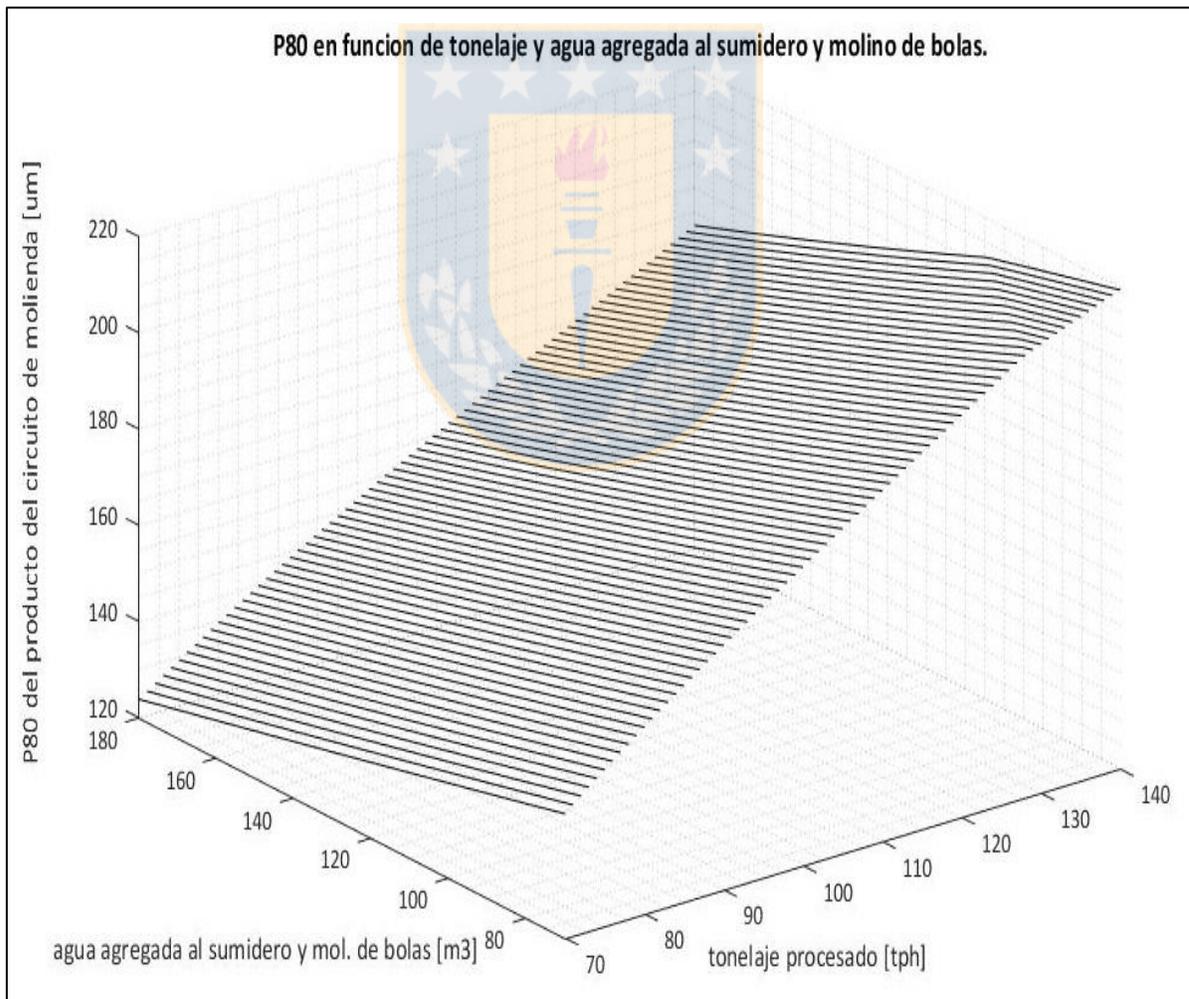


Figura 32. valores de P80 que se obtuvieron para cada una de las condiciones de operación.

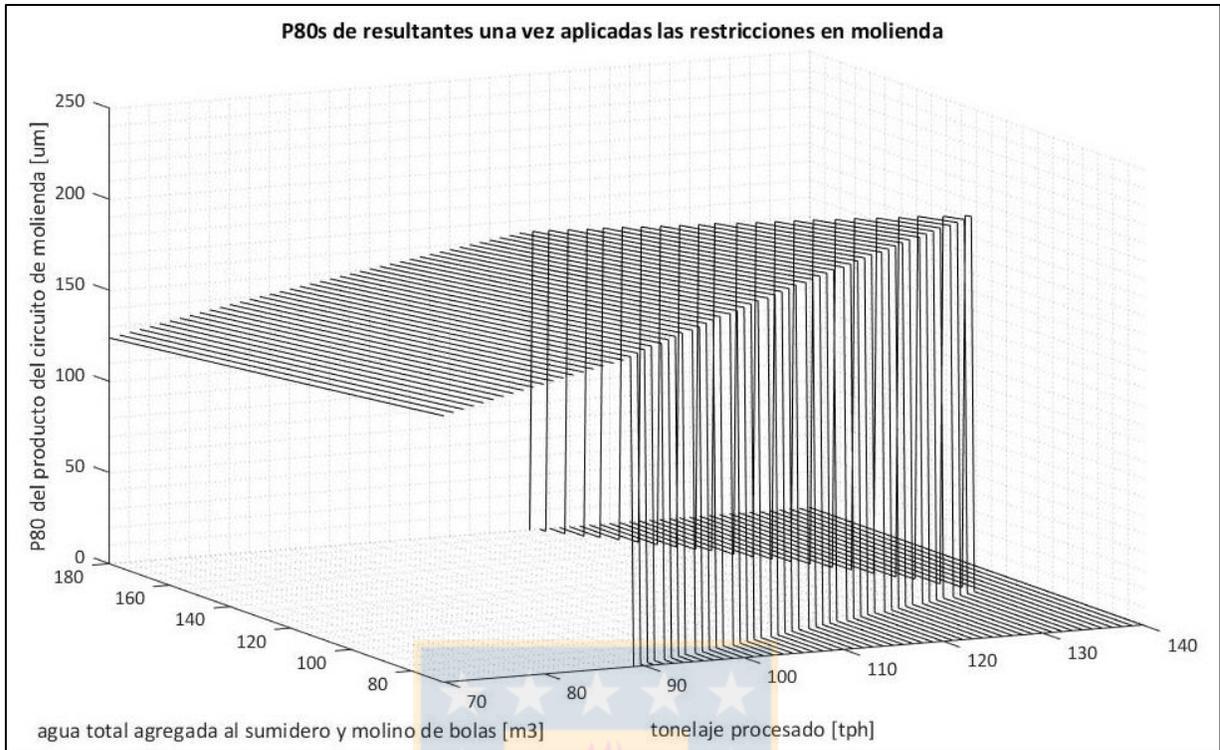


Figura 33. Valores de P80 una vez aplicadas las restricciones en el circuito de molienda.

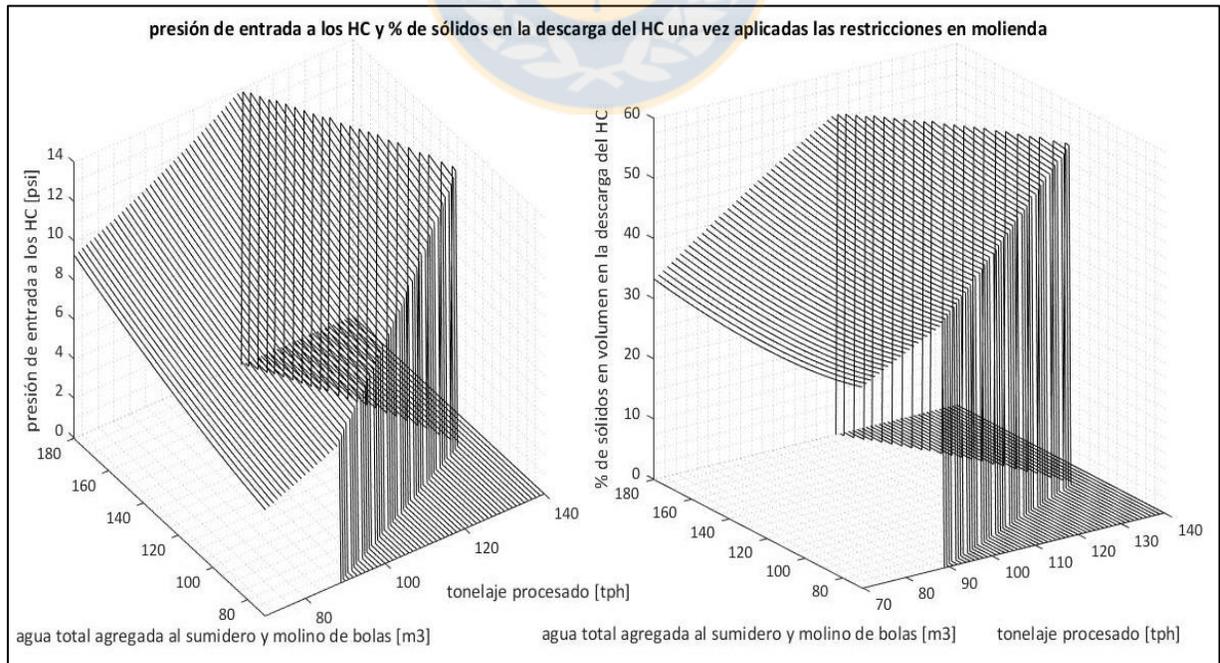


Figura 34. Presión de entrada a los HC y % de sólidos en el overflow del HC una vez aplicadas las restricciones.

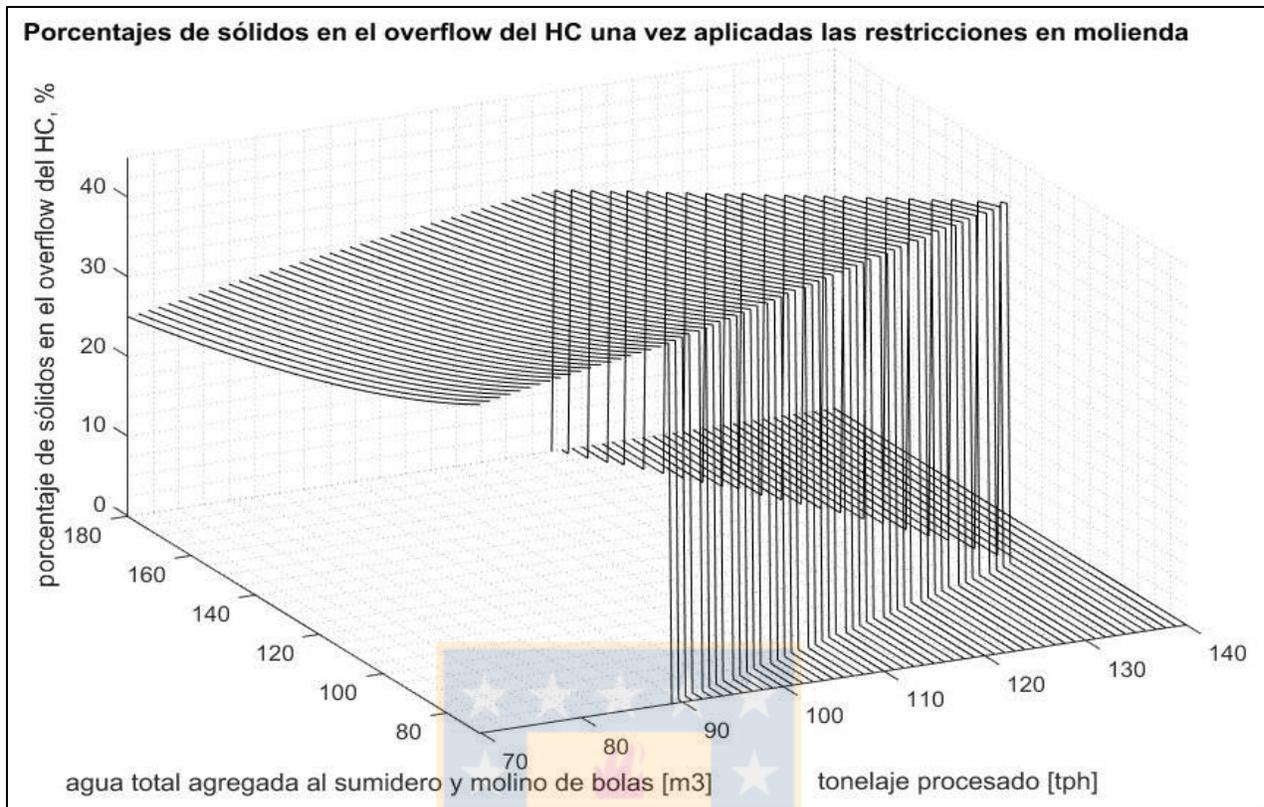


Figura 35. Porcentaje de sólidos en volumen del HC una vez aplicadas las restricciones.

En la etapa de flotación se estudiaron además los efectos de un cambio en los tiempos de residencia en las celdas que componen la línea Rougher-Scavenger, para ello se varió la fracción de volumen ocupada por la pulpa en las celdas (que originalmente tiene un valor de 0.78) desde un nivel mínimo de 0.6 a un nivel máximo de 0.9 (con un paso de 0.06), con el propósito de determinar cuál es la fracción de volumen que maximiza la recuperación, ley y masa de pyrargita producida en el concentrado en esta etapa.

Por lo tanto, una vez que se obtuvieron los valores de P80 y condiciones de operación que cumplen con las restricciones en la etapa de molienda, se procedió a calcular la recuperación, ley y masa de pyrargita contenida en el concentrado que se produjeron en flotación para cada valor de fracción de volumen ocupada por la pulpa en las celdas y luego mediante una sentencia if se evaluaron las restricciones impuestas en esta etapa. Así finalmente se obtuvieron los valores de los indicadores metalúrgicos y las condiciones de operación finales que cumplieron con las restricciones tanto en la unidad de molienda como en la unidad de flotación. Las siguientes figuras muestran los valores de los indicadores metalúrgicos que se obtuvieron luego de las simulaciones en la etapa de flotación.

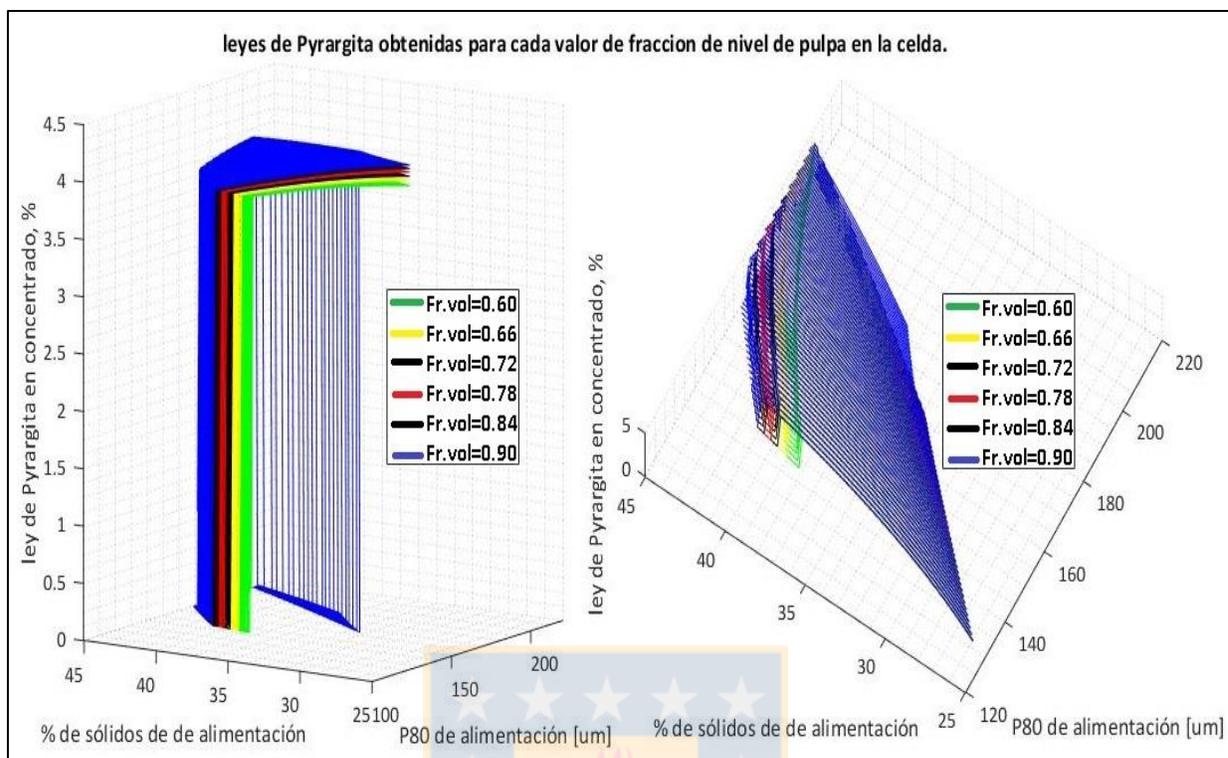


Figura 36. Leyes de pyrrargita que se obtuvieron en flotación para cada valor de la fracción de volumen ocupada por la pulpa en las celdas.

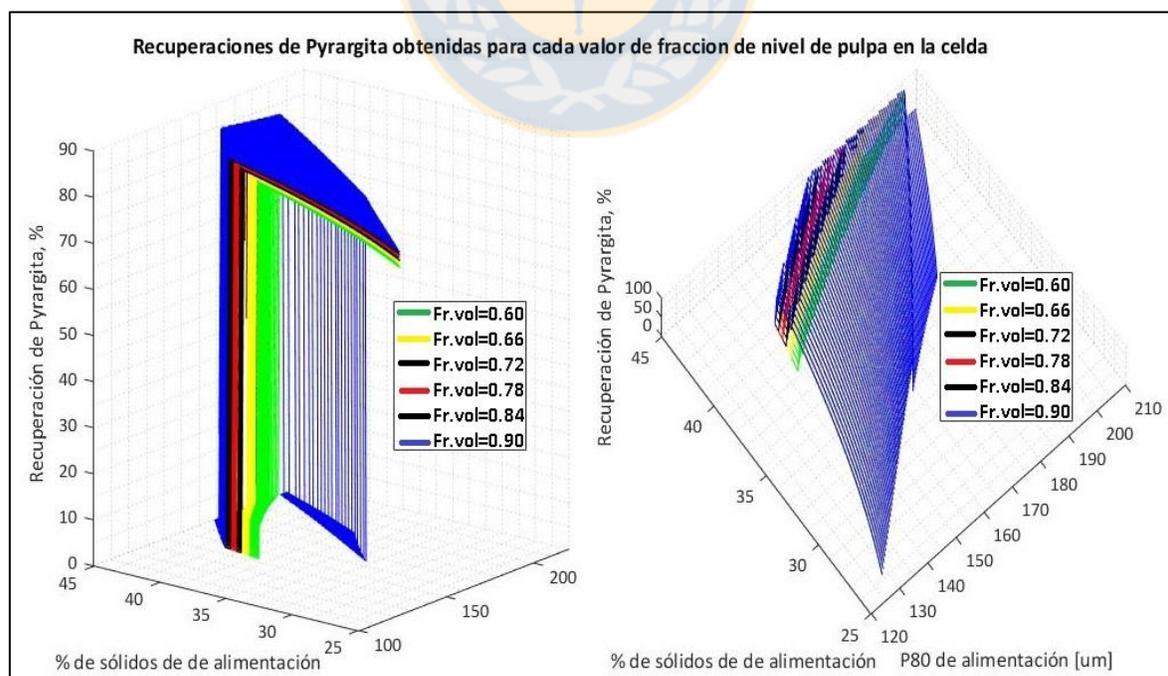


Figura 37. Recuperaciones de pyrrargita que se obtuvieron en flotación para cada valor de la fracción de volumen ocupada por la pulpa en las celdas.

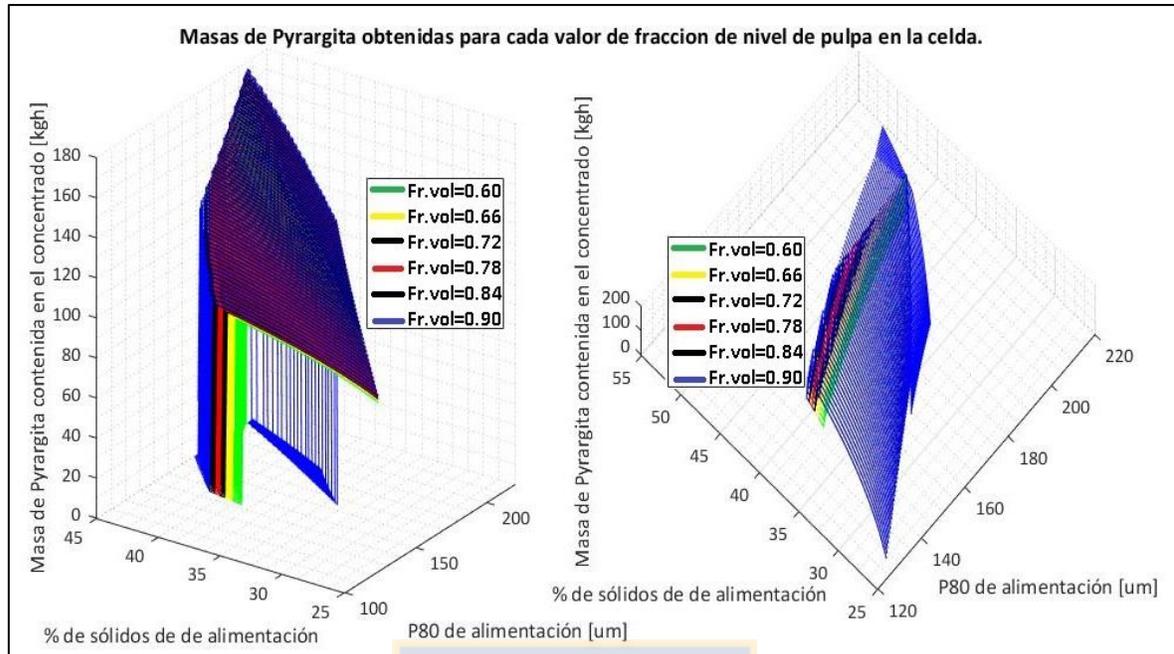


Figura 38. Masas de pyrrargita que se obtuvieron en flotación para cada valor de la fracción de volumen ocupada por la pulpa en las celdas.

Todas las figuras muestran las vistas tanto lateral como superior de las superficies de ley, recuperación y masa de pyrrargita que se obtuvieron en la etapa de flotación. Las vistas laterales de las 3 figuras muestran que, para el mayor valor de fracción de volumen ocupada por la pulpa en las celdas ( $NP=0.9$ ), se obtuvieron los mayores valores de ley, recuperación y masa de pyrrargita en el concentrado, por lo tanto, este es el valor que maximiza los indicadores metalúrgicos en flotación. Las vistas superiores muestran que las superficies de valores que se generaron son cada vez más grandes, es decir, abarcan un mayor rango de P80 y porcentaje de sólidos de alimentación cuando aumenta el valor de la fracción de volumen ocupada por la pulpa en las celdas.

La figura 36 muestra las leyes que se obtuvieron para cada valor de fracción de volumen ocupada por la pulpa en las celdas y se observa que, los mayores valores de ley se obtienen en la zona de bajos valores de P80 y porcentaje de sólidos en la alimentación.

La figura 37 muestra las recuperaciones de pyrrargita que se obtuvieron en cada caso, se observa que en todo el rango de valores de P80, los mayores valores de recuperaciones se obtuvieron en la zona de alto porcentaje de sólidos, se observa levemente también que, para un porcentaje de sólidos constante, la recuperación aumenta cuando el P80 de entrada es menor. Con estas observaciones se tiene que el punto en el que se obtuvo la máxima recuperación es el punto con el menor P80 de alimentación y el máximo porcentaje de sólidos de entrada que sea posible, sin violar las restricciones de operación.

La figura 38 muestra los valores de masa de pyrargita contenida en el concentrado que se obtuvieron para cada valor de fracción de volumen ocupada por la pulpa en las celdas, se observa que los mayores valores se obtuvieron cuando el % de sólidos y P80 de alimentación fueron altos, por lo tanto, el punto que maximiza este indicador es aquel con el mayor P80 de entrada y el mayor porcentaje de sólidos de alimentación posible (sin violar las restricciones de operación impuestas), esto es debido a que un P80 de alimentación más grueso permite procesar un mayor tonelaje (tal como se observa en la figura 32) y por lo tanto obtener una mayor producción de pyrargita (ya que esta es proporcional al tonelaje procesado) y además un porcentaje de sólidos alto, produce altos tiempos de residencia en las celdas de flotación y por lo tanto, valores de recuperación dentro de lo deseado.

#### 4.3.2 estrategia por etapas

En este caso se analizó las etapas de la planta concentradora por separado. Primero se realizaron simulaciones en flotación manteniendo el tonelaje y el % de sólidos de alimentación a un valor constante y arbitrario, mientras se variaba la fracción de nivel ocupada por la pulpa en las celdas desde 0.6 a 0.9. Luego se procedió a calcular la recuperación, ley y masas de pyrargita en el concentrado para distintos valores de P80 de alimentación, con el objetivo de determinar cuál es la fracción de volumen que maximiza los indicadores metalúrgicos en la etapa de flotación. Los resultados de este paso se muestran en la figura 39.

De los resultados del paso anterior se procedió a graficar la cantidad de masa de pyrargita máxima obtenida en función del P80, esto lo muestra la figura 40. En esta figura se aprecia que la masa de pyrargita máxima es mayor cuando el P80 de alimentación es menor, esto es debido a que, si se mantienen tanto el tonelaje procesado como el % de sólidos a valores constantes y se logra disminuir el P80 de alimentación, se lograría una mayor recuperación y en consecuencia se obtendría una mayor masa de pyrargita en el concentrado.

De las figuras anteriores, se tiene que el valor de fracción de volumen ocupada por la pulpa en las celdas que maximiza la masa de pyrargita y los otros indicadores metalúrgicos para cada valor de P80 es 0.9, entonces se escoge este valor para realizar las simulaciones en flotación. Luego, para escoger el % de sólidos y tonelaje que maximicen la masa de pyrargita obtenida a un P80 dado, se construyó nuevamente una matriz (i,j) de condiciones de operación, al igual que en el caso anterior, en donde ahora el subíndice i denota un % de sólidos que varía desde 25 a 45% con un paso de 0.5%.

$$m_{i,j} = (\text{cpohc}(i), \text{ton}(j)) \quad (73)$$

Se ingresó esta matriz en el simulador de molienda para obtener matrices con valores de P80, presión de entrada a los HC, etc, para cada condición de operación, así se obtuvo la figura 41.

Al igual que en el paso anterior, se evaluaron las restricciones de operación mediante una sentencia if para todos los parámetros obtenidos en el simulador de molienda. Los resultados se muestran en las figuras posteriores.

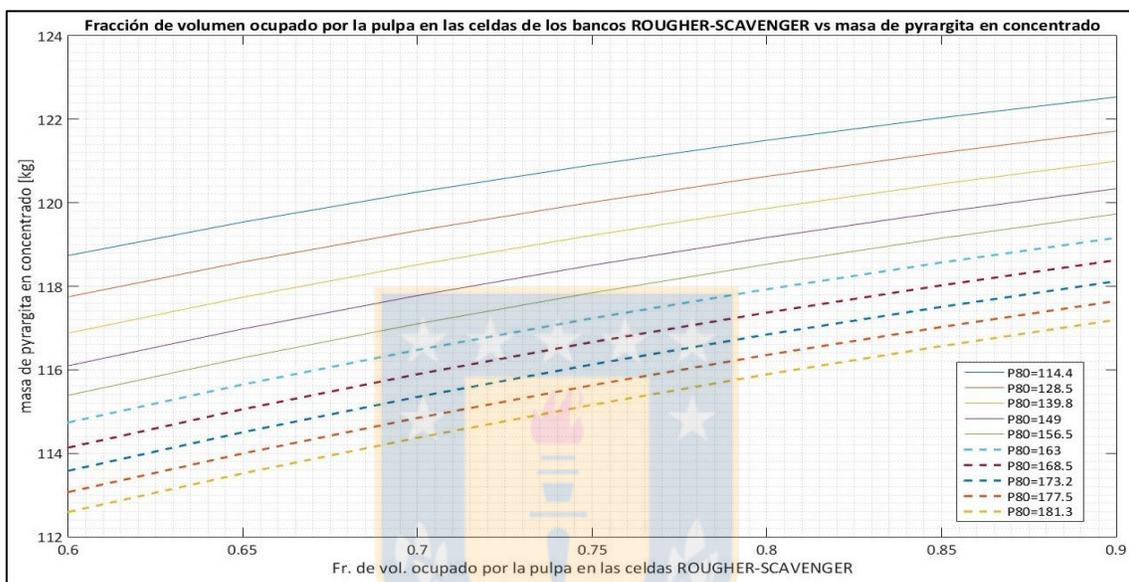


Figura 39. Fracción de volumen ocupada por la pulpa en las celdas vs masa de pyrgita en el concentrado.

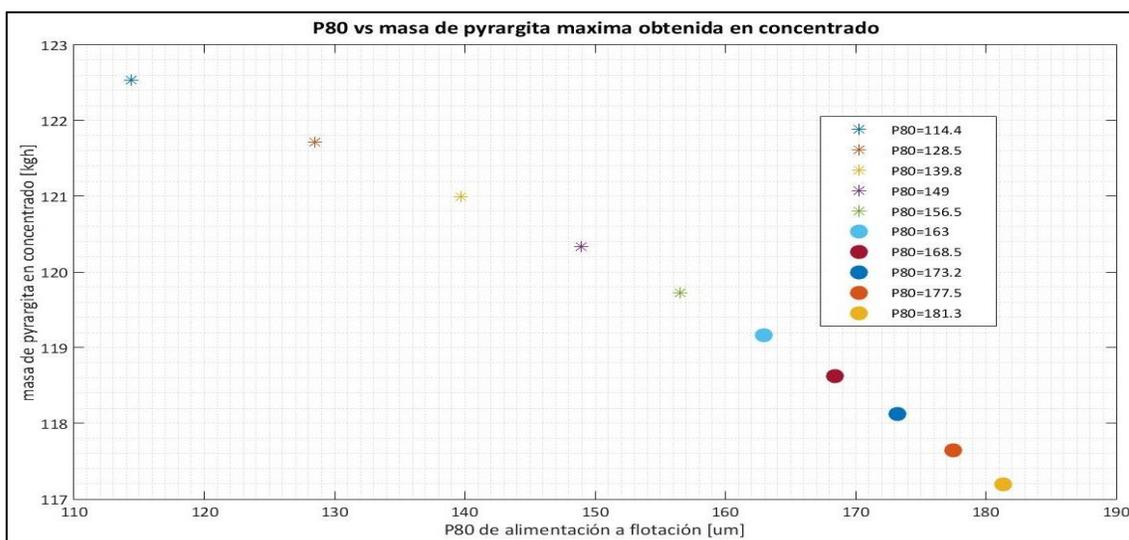


Figura 40. P80 vs masa de pyrgita máxima obtenida en flotación.

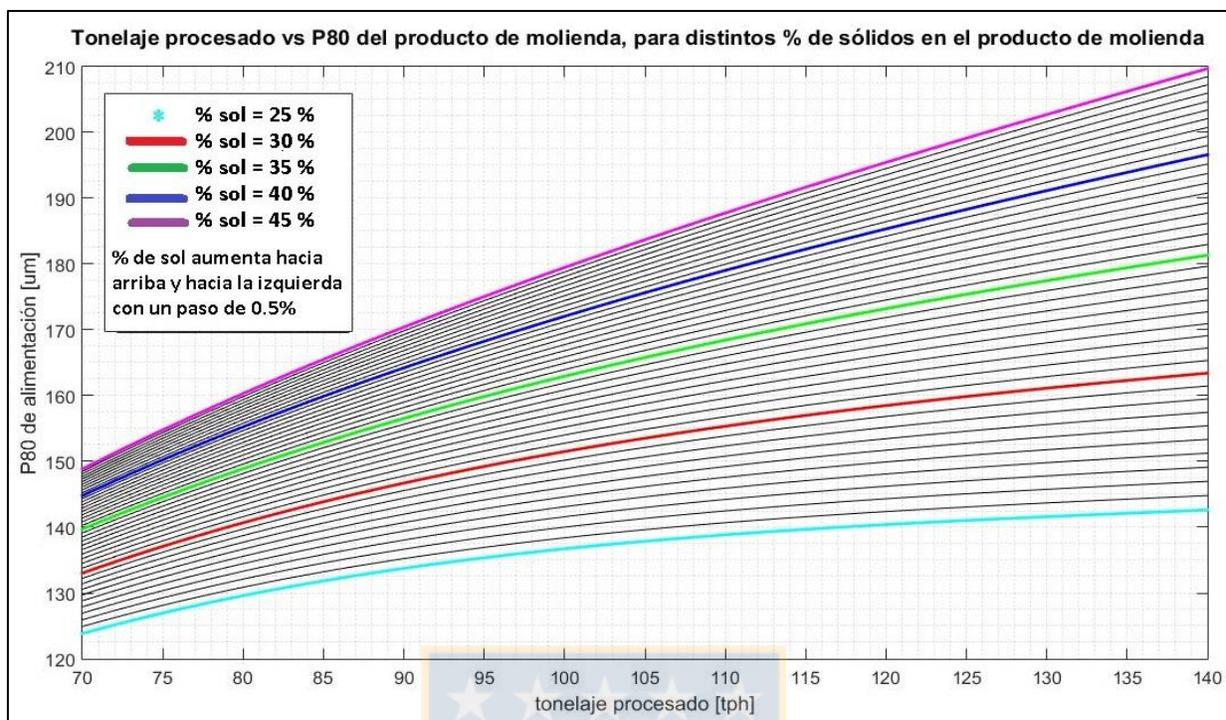


Figura 41. Tonelaje procesado vs P80 del overflow del HC, para distintos porcentajes de sólidos en la salida.

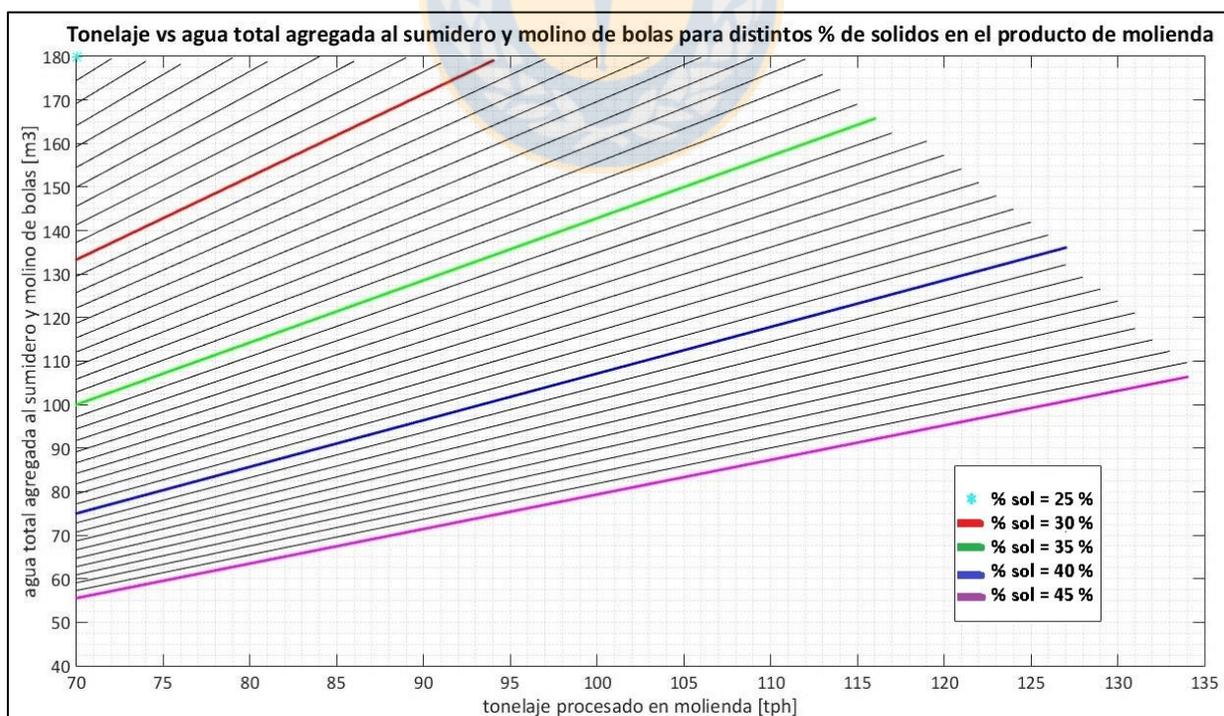


Figura 42. Tonelaje vs agua total agregada al sumidero y molino de bolas luego de aplicar las restricciones en molienda.

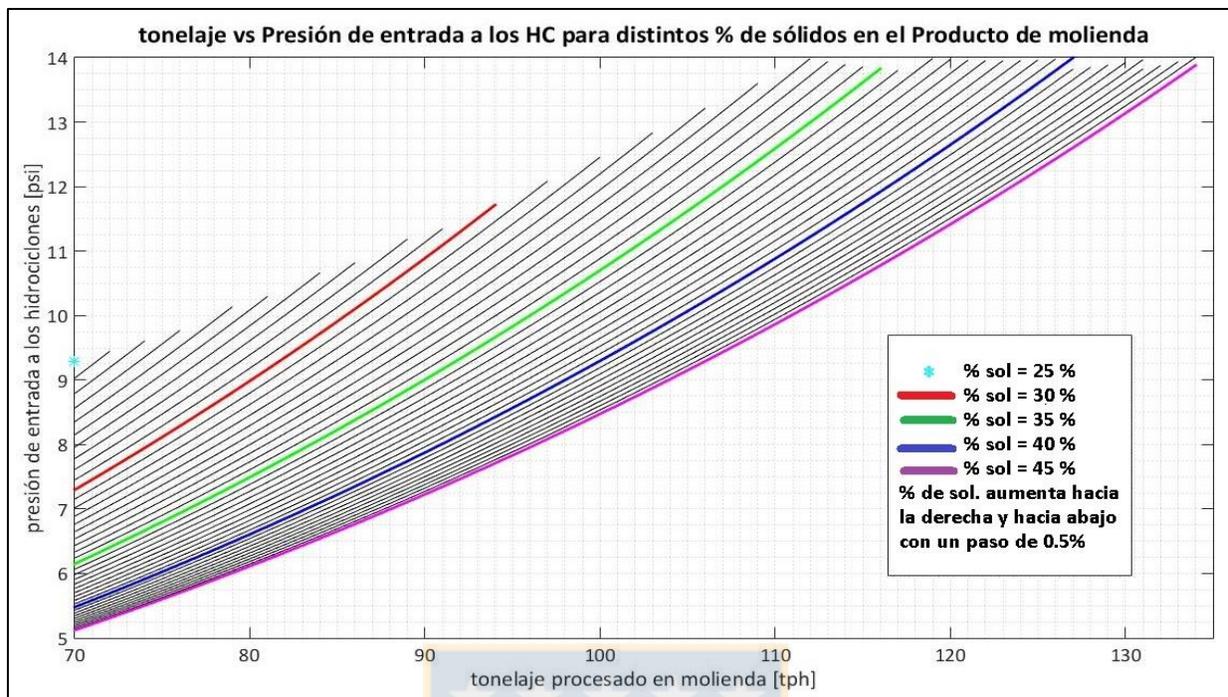


Figura 43. Tonelaje vs presión de entrada a los HC luego de aplicar las restricciones en molienda.

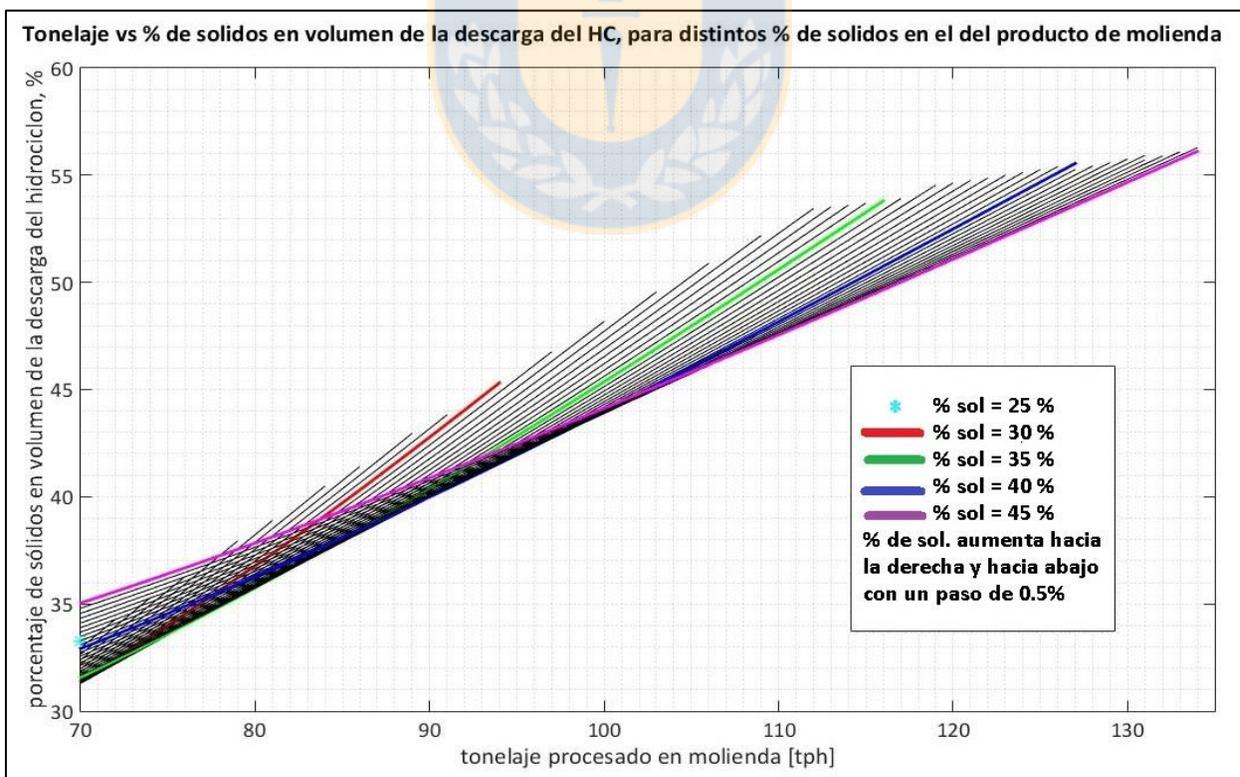


Figura 44. Tonelaje vs porcentaje de sólidos en volumen de la descarga del HC luego de aplicar las restricciones en molienda.

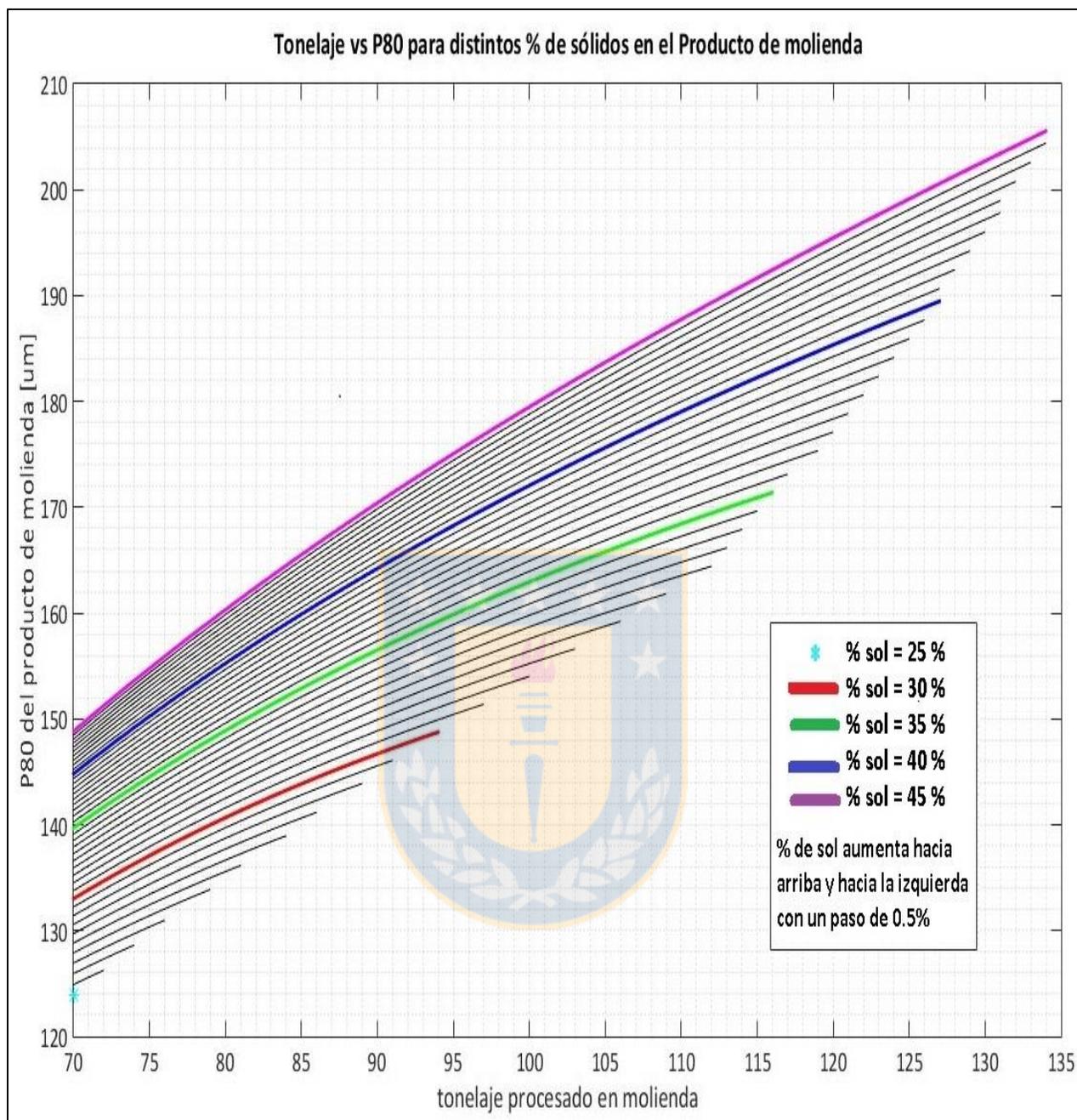


Figura 45. Tonelaje procesado vs P80 una vez aplicadas las restricciones en el circuito de molienda.

Una vez obtenidos todos los valores de los parámetros en molienda, se procedió a calcular la recuperación, ley y masa de pyrargita en el simulador de flotación para todas las posibles condiciones de operación y mediante una sentencia if se evaluaron las restricciones de operación en esta etapa, obteniendo los valores finales de recuperación, ley y masa de pyrargita y las condiciones de operación que lograron cumplir con las restricciones en ambas etapas. Los resultados se muestran a continuación.

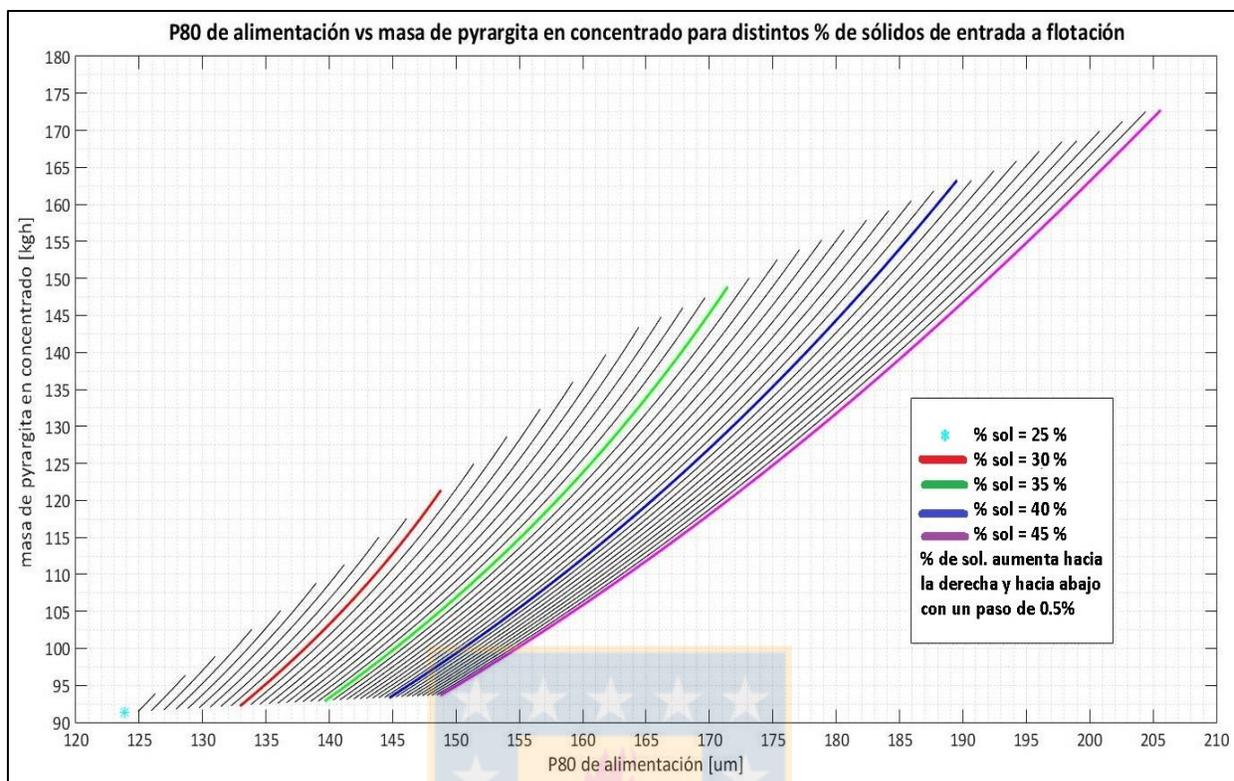


Figura 46. Masas de pyrargita en el concentrado que se obtuvieron en la unidad de flotación en función del P80 de alimentación.

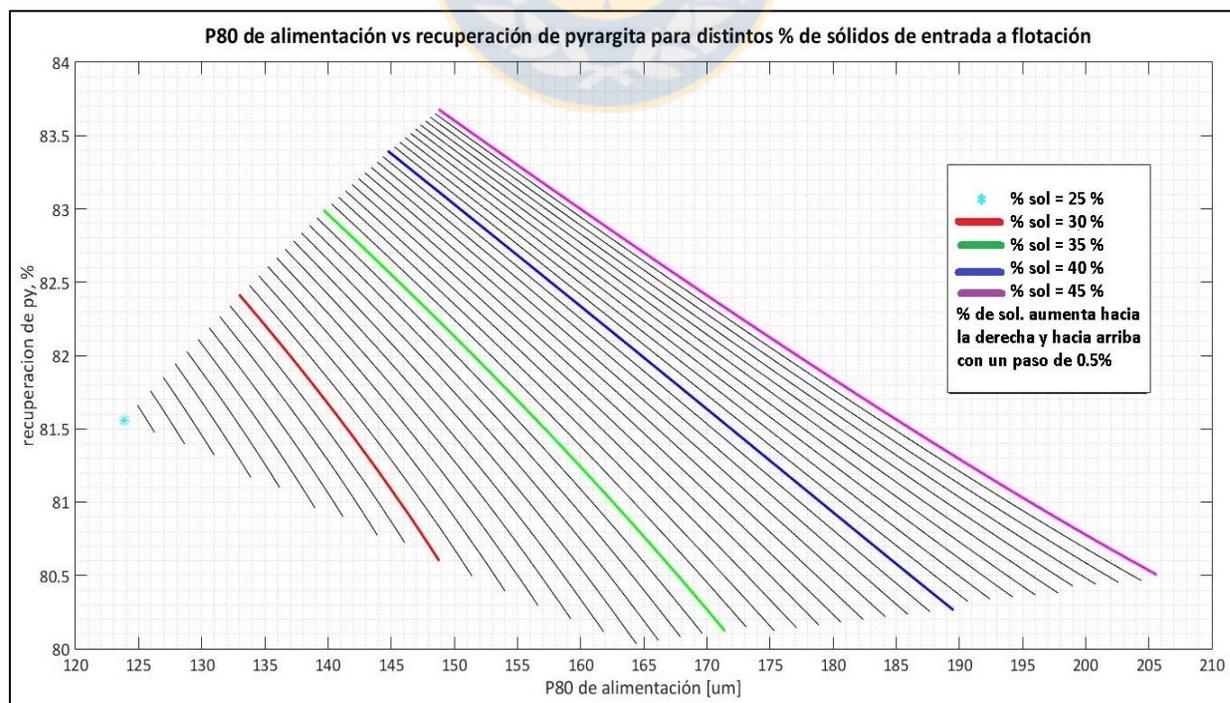


Figura 47. Recuperaciones de pyrargita que se obtuvieron en función del P80 de alimentación.

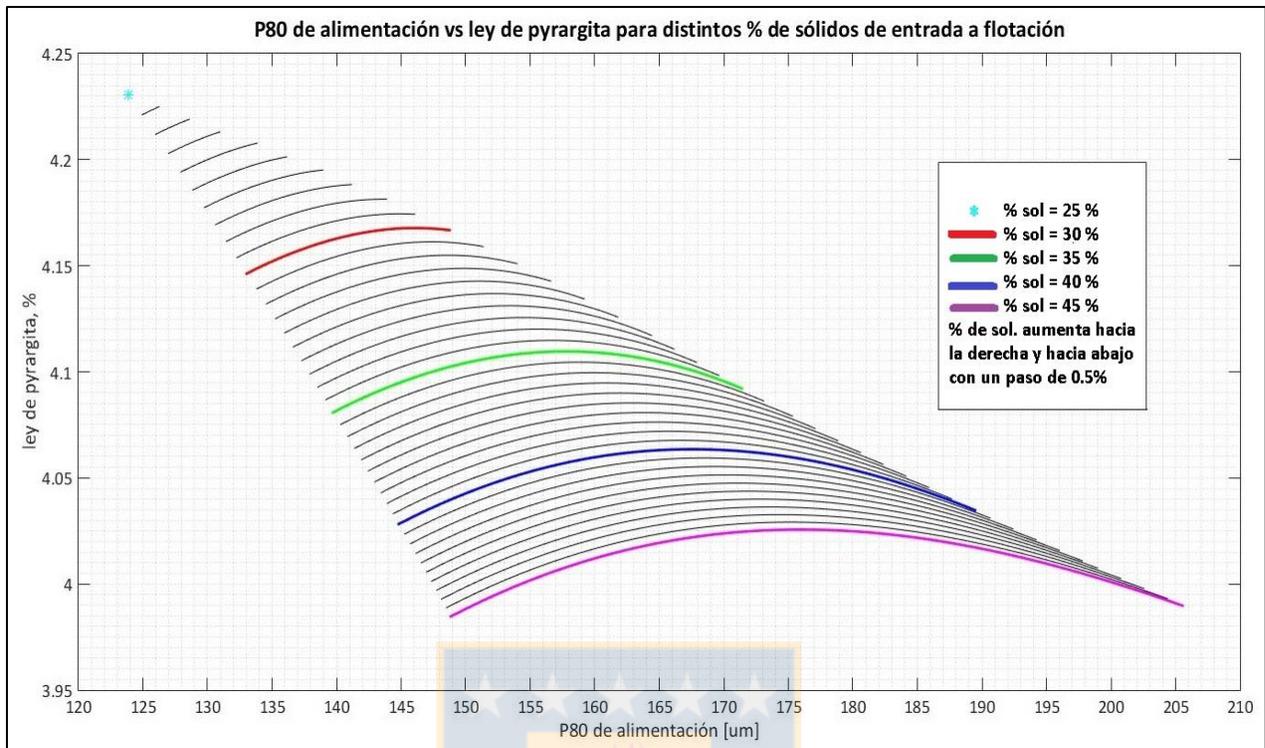


Figura 48. Leyes de pyrrargita que se obtuvieron en función del P80 de alimentación.

En la figura 46 se observa que, para un P80 dado, es posible aumentar la masa de pyrrargita en el concentrado disminuyendo el % de sólidos de entrada a flotación, debido a que es posible tratar un mayor tonelaje y al mismo tiempo mantener un P80 en el overflow del HC constante, aumentando la cantidad de agua agregada al sumidero. Por ejemplo para un P80 de 140 [μm], con un % de sólidos inicial de 35 %, sería posible tratar un tonelaje de 70 [tph], tal como se observa en la figura 45, obteniéndose una producción de masa de pyrrargita de 92.5 [kg] (ver figura 46), sin embargo, si el porcentaje de sólidos del overflow del HC disminuye a un 28.5 %, el tratamiento de mineral aumentaría a 84 [tph], obteniéndose una masa de pyrrargita en el concentrado de 108 [kg].

Para un P80 en particular se observa que al disminuir el % de sólidos de entrada a flotación con la intención de lograr maximizar la masa de pyrrargita en el concentrado, se produce una disminución en la recuperación de Pyrrargita (ver figura 47), puesto que un descenso del porcentaje de sólidos de entrada disminuye el tiempo de residencia en las celdas de flotación. Por ejemplo, en el caso anterior para el P80 de 140 [μm] a un 35 % de sólidos, se obtiene una recuperación inicial de Pyrrargita de 83 %, luego si el porcentaje de sólidos desciende a un 28.5 %, la recuperación de

pyrargita disminuiría a un 81 %, tal como se aprecia en la figura 47, por lo tanto, al querer maximizar la masa de pyrargita contenida en el concentrado se debe asumir una pérdida de pyrargita en los relaves producto del descenso en la recuperación de esta especie.

La figura 48 muestra que la ley aumenta para un P80 fijo a medida que el porcentaje de sólidos de entrada a flotación se hace menor. Por ejemplo, para el caso de una alimentación con un P80 de 140 [um] a un 35 % de sólidos se logra una ley de 4.08 %, luego si se disminuye este a un 28.5 %, la ley aumenta a 4.19 %, por lo tanto, disminuir el porcentaje de sólidos de entrada a flotación para lograr maximizar la masa de pyrargita producida en el concentrado tiene como beneficio un aumento en la ley de esta especie en el concentrado.

Por último, observando la figura 46 se encuentra que el punto que maximiza la producción de masa de pyrargita contenida en el concentrado es aquel que permita procesar el mayor tonelaje con el mayor porcentaje de sólidos en el overflow del HC posible, sin violar las restricciones de operación tanto en molienda como en flotación.

#### 4.3.3 optimización del caso base

Al comparar los resultados de las etapas analizadas ya sea por separado o en conjunto se llegó a la misma solución, así, existen dos vías posibles de operación según el objetivo que se quiera alcanzar. Se analizó la aplicación de estas dos vías de operación en el caso en que existiera una restricción en el P80 del overflow del HC en el circuito de molienda y el caso en que no existiera tal restricción. El análisis es el siguiente:

Si el objetivo es maximizar el tonelaje procesado en la etapa de molienda sujeto a una restricción en el P80 de salida del overflow del HC, además de las impuestas anteriormente, y al mismo tiempo maximizar la recuperación respecto al caso base dado una restricción en la ley del concentrado, se debería empujar el tonelaje procesado y al mismo tiempo aumentar el porcentaje de sólidos en el overflow del HC, es decir, disminuir el agua agregada al sumidero y molino de bolas, hasta llegar al P80 límite y operar flotación con la máxima fracción de volumen ocupada por la pulpa en las celdas de los bancos Rougher-Scavenger posible.

Para dar un ejemplo de lo anterior, se tiene lo siguiente:

En el caso base se procesan 91.67 [tph] y se agregan 123.68 [m<sup>3</sup>] de agua al sumidero, con ello se obtiene un P80 de 159.4 [um] y un porcentaje de sólidos de 36 % en el overflow del HC, mientras que en flotación operando con un valor de fracción de volumen en las celdas de 0.78, se logra una recuperación de 80.6%, una ley de 4.05% y una masa de pyrargita en el concentrado de 118.16 [kgh], si suponemos un P80 límite de 180[um], entonces se podría aumentar el tonelaje hasta 100.5 [tph] y alcanzar un porcentaje de sólidos en el overflow del HC de 45% (ver figura 45), disminuyendo el agua agregada al sumidero a 80 [m<sup>3</sup>] (como se aprecia en la figura 42) y operando la etapa de flotación con una fracción de volumen de 0.9, se obtendría una recuperación de 81.85 %, una ley de 4.025 % y una masa de pyrargita en el concentrado de 132 [kgh], tal como muestran las figuras 46, 47 y 48.

Si se quisiera encontrar valores de tonelaje, agua agregada al sumidero y molino de bolas y porcentaje de sólidos en el overflow del HC en el circuito de molienda, sujeto a una restricción en el P80 de salida, con el objetivo de maximizar la masa de pyrargita contenida en el concentrado en la etapa de flotación, sujeto a restricciones en recuperación y ley, se podría operar de las siguientes 2 maneras:

Primero, se podría operar el circuito de molienda con un P80 de salida constante, disminuyendo el % de sólidos en el overflow del HC, es decir, aumentar la cantidad de agua agregada al sumidero y molino de bolas, lo que permitiría aumentar el tratamiento en molienda y con ello lograr aumentar la masa de pyrargita contenida en el concentrado, ya que esta es proporcional al tonelaje procesado. Un ejemplo de esta idea es la siguiente:

Considerando nuevamente el caso base, se podría mantener constante el P80 de 159.4 [um] del overflow del hidrociclón (cuyo % de sólidos inicial es de 36%), aumentar el tonelaje procesado hasta 105 [tph] y aumentar el agua agregada al sumidero a 172.5 [m<sup>3</sup>] para alcanzar un 32.5 % de sólidos en el producto del circuito de molienda, tal como se observan en las figuras 42 y 45, y operando flotación con una fracción de volumen en las celdas de 0.9, se obtendría una recuperación de 80.3 %, una ley de 4.13 % y una masa de pyrargita en el concentrado de 135 [kgh], tal como muestran las figuras 46, 47 y 48.

Una segunda forma de operar, considerando ahora la restricción de P80 en el overflow del HC, sería aumentar el tonelaje y al mismo tiempo aumentar el agua agregada al sumidero y molino de bolas, hasta alcanzar el P80 límite, y operar flotación con la máxima fracción de volumen ocupada por la pulpa en las celdas. Por ejemplo, considerando nuevamente el caso base y el P80 límite de 180 [um], se podría aumentar el tonelaje a 121 [tph], y aumentar el agua agregada al sumidero hasta 150 [m<sup>3</sup>] para alcanzar un 37.5 % de sólidos en el overflow del HC, tal como se observan en las figuras 42 y 45, y operando flotación con una fracción de volumen en las celdas de 0.9, se obtendría una recuperación de 80.2 %, una ley de 4.065 % y una masa de pyrargita de 155[kgh], tal como muestran las figuras 46, 47 y 48.

Comparando las 3 formas de operación anteriores, la más conveniente sería la tercera, puesto que en esta se logra procesar un mayor tonelaje en la etapa de molienda, se obtiene una recuperación muy cercana al caso base, una mayor ley y una alta masa de pyrargita en el concentrado.

Ahora, si no existiera una restricción en el P80 del producto del circuito de molienda, y se quisiera maximizar el tonelaje tratado en esta etapa y al mismo tiempo maximizar la masa de pyrargita contenida en el concentrado en flotación, sujeto a restricciones en la recuperación y ley, se debería aumentar tanto el tonelaje como el porcentaje de sólidos en el overflow del HC hasta alcanzar las restricciones impuestas en ambas etapas y operar flotación con el mayor valor de fracción de volumen ocupada por la pulpa en las celdas de los bancos Rougher-Scavenger. Un ejemplo para este caso sería el siguiente:

Considerando el caso base, se podría aumentar el tonelaje hasta 134 [tph] y alcanzar un % de sólidos de 45%, disminuyendo el agua agregada al sumidero hasta 106 [m<sup>3</sup>], tal como se aprecia en las figuras 42 y 45, y operando flotación con una fracción de volumen en las celdas de 0.9, se obtendría una recuperación de 80.5 %, una ley de 3.99 % y una masa de pyrargita en el concentrado de 172.5 [kgh], ver figuras 46, 47 y 48. Cabe notar que si el objetivo en flotación fuera maximizar la recuperación en lugar de la masa de pyrargita producida, se podría aumentar el tonelaje hasta un valor máximo, según cuanto se desea maximizar el valor de recuperación de pyrargita.

La siguiente tabla resume los resultados de las optimizaciones realizadas según el objetivo de operación.

Objetivo 1: maximización de tonelaje y recuperación de pyrargita.

objetivo 2: maximización de tonelaje y masa de pyrargita en concentrado.

Tabla 6. Resultado de las optimizaciones, según los objetivos de operación.

Parámetros operacionales	Caso base	Optimización con restricción en el P80			Optimización sin restricción en el P80
		Obj. 1	Obj. 2 (P80 cte)	Obj. 2	Obj. 2
Tonelaje [tph]	91.7	100.5	105	121	134
Agua total en sumidero y mol. de bolas [m3]	123.68	80	172.5	150	106
% de sólidos en overflow del HC	36	45	32.5	37.5	45
P80 en el overflow del HC [um]	159.4	180	159.4	180	206
Presión de entrada a los HC [psi]	9	8.5	12.75	13.75	13.8
% de sólidos en volumen de la descarga del HC	40.94	44.2	49.8	54.5	56
Fr. de volumen de pulpa en celdas	0.78	0.9	0.9	0.9	0.9
Recuperación de pyrargita, %	80.6	81.85	80.3	80.2	80.5
Ley de pyrargita, %	4.05	4.025	4.13	4.065	3.99
Masa de pyrargita en concentrado [kgh]	118.16	132	135	155	172.5

## 5. CONCLUSIONES

De todas las simulaciones realizadas se puede concluir que:

Una variabilidad en el P80 del producto de molienda no produjo variabilidades significativas en la recuperación ni en la ley de pyrrargita, lo que indica que el modelo usado y las respectivas consideraciones hechas no permiten observar efecto alguno, además se puede intuir que las curvas de recuperación y ley son planas en la región de operación.

Un aumento en el porcentaje de sólidos de entrada al proceso de flotación, manteniendo constante el P80 y tonelaje de alimentación, produce un aumento en la recuperación de pyrrargita, una disminución en la ley de esta especie en el concentrado y un aumento en los tiempos de residencia de los bancos Rougher-scavenger.

Un aumento en el P80 de alimentación a la etapa de flotación, manteniendo constante el porcentaje de sólidos y el tonelaje de entrada, produce una disminución en la recuperación, ley y tiempos de residencia en los bancos Rougher-Scavenger.

El efecto global de variar el tonelaje procesado manteniendo constante el porcentaje de sólidos del overflow del HC en la etapa de molienda fue el aumento del P80 del overflow del HC y un aumento en el consumo de agua agregada al sumidero y molino de bolas, y en la etapa de flotación fue una disminución en la recuperación de pyrrargita, un aumento de la ley hasta un máximo y luego una disminución y, por último, una disminución en los tiempos de residencia de los bancos Rougher-Scavenger.

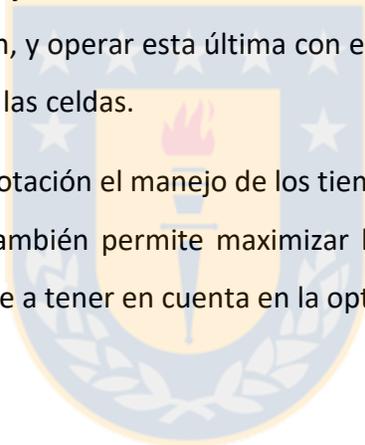
El efecto global de un aumento en el agua total agregada al sumidero y molino de bolas, manteniendo constante el tonelaje procesado fue, una disminución en el P80 y porcentaje de sólidos en el producto del circuito de molienda y en la etapa de flotación, una disminución en la recuperación, tiempos de residencia en los bancos Rougher-Scavenger y un aumento en la ley del concentrado.

Con respecto a la estrategia, los resultados demuestran que es posible operar y optimizar de forma integrada las etapas de molienda y flotación, siempre y cuando se tengan en cuenta las respectivas restricciones operacionales, es decir, es posible aumentar el tonelaje procesado en

molienda teniendo en cuenta restricciones como, presión de entrada a los HC, porcentaje de sólidos en volumen de la descarga de los HC, entre otras y al mismo tiempo maximizar recuperación en flotación teniendo en cuenta restricciones de ley o maximizar la masa de mineral valioso contenido en el concentrado teniendo en cuenta restricciones tanto en recuperación como en ley.

Respecto a lo anterior, la forma más beneficiosa de operar ambas etapas, es con el propósito de maximizar la masa de pirargita contenida en el concentrado. En caso de existir una restricción en el P80 del producto del circuito de molienda, el objetivo se lograría aumentando el tonelaje procesado y agua total agregada al sumidero y molino de bolas en la etapa de molienda, hasta alcanzar un P80 limite, y operar la etapa de flotación al máximo valor posible de fracción de volumen ocupada por la pulpa en las celdas. En caso de no existir tal restricción, el objetivo se lograría aumentando el tonelaje y porcentaje de sólidos en el overflow del HC hasta alcanzar las restricciones impuestas en molienda y flotación, y operar esta última con el máximo valor posible de fracción de volumen ocupada por la pulpa en las celdas.

Por último, en la etapa de flotación el manejo de los tiempos de residencia en las celdas juega un papel fundamental, ya que también permite maximizar los indicadores metalúrgicos en esta etapa, por lo tanto, es una variable a tener en cuenta en la optimización de este proceso.



## 6. BIBLIOGRAFÍA

- [1] C. Sosa-Blanco, D. Hodouin, C. Bazin. Integrated simulation of grinding and flotation, application to a lead-silver ore. *Minerals Engineering*, 1999, vol. 12, No. 8, p. 949-967.
- [2] C. Sosa-Blanco, D. Hodouin, C. Bazin. Economic optimisation of flotation plant through grinding circuit tuning. *Minerals Engineering*, 2000, vol. 13, No. 14, p. 999-1018.
- [3] K.C. Runge, E. Tabosa, P. Holtman, R. Valle. Grinding and flotation circuits integration and optimization. Research Gate, agosto 2014.
- [4] P. Karelavic, E. Putz, A. Cipriano. Dynamic hybrid modeling and simulation of grinding-flotation circuits for the development of control strategies. *Minerals Engineering*, 93 (2016) 65-79.
- [5] J.B. Yianatos, L.G. Bergh and J. Aguilera. The effect of grinding on mill performances at División Salvador, Codelco-Chile. *Minerals Engineering*, 2000, vol 13, No. 5, p. 485-495
- [6] Roberto P. Orellana. Modelo, control y simulador de planta de molienda semiautógena y molienda secundaria. Memoria para optar al título de ingeniero civil electricista. Universidad de Chile, departamento de ingeniería eléctrica. 2010
- [7] A. Lynch, T. Rao. Modelling and scale-up of hydrocyclone classifiers, Proceedings of the 11<sup>th</sup> International Mineral Processing Congress, 1975, p. 245-269.
- [8] L. Plitt. A mathematical model of the hydrocyclone classifier. *CIM Bulletin*, 1976, p. 114–123.
- [9] C. Bazin, R. Grant, M. Cooper, and R. Tessier. The prediction of metallurgical performances as a function of fineness of grind, 26th Conf. of Canadian Mineral Processors, CIM division, Ottawa. (1994).
- [10] K. Runge, J. McMaster, M. Ijsselstijn and A. Vien. Establishing the relationship between grind size and flotation recovery using modelling techniques. Research Gate, noviembre 2007.
- [11] Leonard G. Austin, y Fernando Concha. Diseño y Simulación de Circuitos de Molienda y Clasificación. Programa Iberoamericano de Ciencia y Tecnología para el Desarrollo, CYTED, Chile. (1994)
- [12] Leopoldo Gutiérrez. Materia curso de flotación. Universidad de Concepción, Departamento Ingeniería Metalúrgica, 2016.

## 7. ANEXOS

Tabla 7. funciones y sus variables de entrada y salida creadas en Matlab.

función	Variables de entrada	Variables de salida
Simulador de molienda 1	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Agua total agregada al sumidero y molino de bolas (Gs).</li> <li>-Tonelaje procesado (PH).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Flujo másico de mineral por intervalos de tamaños de producto del HC (<math>p_{hc}</math>).</li> <li>-% de tamaño pasante de mineral en el producto del HC (Fphc).</li> <li>-P80 del producto del HC.</li> <li>-% de sólidos en el flujo de producto del HC (cpohc).</li> <li>-Cantidad de agua en el flujo de producto del HC (qouthc).</li> </ul>
Simulador de molienda 2	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Porcentaje de sólidos en el overflow del hidrociclón (cpohc).</li> <li>-Tonelaje procesado (PH).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Flujo másico de mineral por intervalos de tamaños de producto del HC (<math>p_{hc}</math>).</li> <li>-% de tamaño pasante de mineral en el producto del HC (Fphc).</li> <li>-P80 del producto del HC</li> <li>-% de sólidos en el flujo de producto del HC (<math>cp_{o,hc}</math>).</li> <li>-Cantidad de agua en el flujo de producto del HC (qouthc).</li> </ul>
Simulador de flotación (caso1)	<ul style="list-style-type: none"> <li>-% de tamaño pasante de mineral en el producto del HC (Fphc).</li> <li>-Tonelaje de alimentación (PH).</li> <li>-flujo másico de mineral por intervalos de tamaños de producto del HC (<math>p_{hc}</math>).</li> <li>-Cantidad de agua en el flujo de alimentación a flotación (qouthc).</li> <li>-Fracción de volumen ocupada por la pulpa en las celdas de los bancos Rougher-Scavenger.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Recuperación de pyrargita</li> <li>-Ley de pyrargita en el concentrado</li> <li>-Masa de pyrargita producida o contenida en el concentrado</li> <li>-Tiempo de residencia total en el banco Rougher-Scavenger.</li> </ul>
Simulador de flotación (caso2)	<ul style="list-style-type: none"> <li>-% de tamaño pasante de mineral en el producto del HC (Fphc).</li> <li>-Tonelaje de alimentación (PH).</li> <li>-flujo másico de mineral por intervalos de tamaños de producto del HC (<math>p_{hc}</math>).</li> <li>-Cantidad de agua en el flujo de alimentación a flotación (qouthc).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Recuperación de pyrargita</li> <li>-Ley de pyrargita en el concentrado</li> <li>-Masa de pyrargita producida o contenida en el concentrado.</li> <li>-Tiempo de residencia total en la etapa Rougher.</li> </ul>

Tabla 8. Valores de los parámetros usados en el modelo del molino de bolas.

Modelo	Parámetro	Valor
Función selección	s1	0.3864
	s2	0.8909
	s3	-0.2299
	s4	0
Matriz de ruptura acumulada	b1	0.4117
	b2	0.4818
	b3	4.5277

Tabla 9. Valor de los parámetros usados para el modelo del hidrociclón.

Modelo	Correlación	parámetro	unidad	valor
Flujo de agua en rebose		KH1		11
		nH	-----	6
Matriz de clasificación		$\alpha$ H	-----	1.65
		x50	mm	0.135
x50		dvf	cm	10.80
		dap	cm	5.720
		$\Delta$ P	bar	0.6205
		KH2		4.4291
Presión		KH3	$m^3/hkg^{0.5}$	15.43

Tabla 10. Valor de los parámetros usados para el modelo bazin.

Modelo	parámetro	ganga	pyrargita
Bazin	a0	1.5292	-57.2814
	a1	0.9019	3.8895
	a2	$0.8622 \times 10^{-3}$	$-34.3067 \times 10^{-3}$
	a3	$-0.0338 \times 10^{-5}$	$11.1402 \times 10^{-5}$

Tabla 11. Valor de los parámetros usados para el modelo de flotación.

modelo	Parámetro	valor
Factores de arrastre	c1	4.8
	c2	0.09
	c3	0.12
Celdas Rougher	$\alpha_1$	0.150
	$\alpha_2$	0.151
	$\alpha_3$	0.149
Celdas Scavenger	$\alpha_4$	0.149
	$\alpha_5$	0.151
Celdas 1° limpieza	$\alpha_6$	0.045
	$\alpha_7$	0.048
	$\alpha_8$	0.046
	$\alpha_9$	0.044
Celdas 2° limpieza	$\alpha_{10}$	0.046
	$\alpha_{11}$	0.048
Hidrociclón de remolienda	KH1rm	45
	nHrm	3
	$X_{50}$	0.025
	$\alpha H$	1.8
Celdas banco Rouher-Scavenger [ft <sup>3</sup> ]/[m <sup>3</sup> ]	$V_c$	1000/28.32
Celdas 1° y 2° limpieza [ft <sup>3</sup> ]/[m <sup>3</sup> ]	$V_c$	100/2.83

Tabla 12. Constantes de velocidad de flotación para el banco Rougher\_scavenger en cada intervalo de tamaño considerado.

Intervalo de tamaño [mm]	Tamaño promedio $x_i$ [mm]	Constante de velocidad de flotación $K_{py}$ [h <sup>-1</sup> ]
[19.05 – 25.4[	21.997	0.0
[12.7 – 19.05[	15.554	0.0
[9.5 – 12.7[	10.984	0.0
[6.70 – 9.50[	7.978	0.0
[4.75 – 6.70[	5.641	0.0
[3.35 – 4.75[	3.989	0.0
[2.36 – 3.35[	2.812	0.0
[1.70 – 2.36[	2.003	0.0
[1.18 – 1.70[	1.416	0.0

[0.85 – 1.18[	1.001	0.0
[0.60 – 0.85[	0.714	0.0
[0.425 – 0.600[	0.505	0.9
[0.300 – 0.425[	0.357	1.5
[0.212 – 0.300[	0.252	2.4
[0.106 – 0.212[	0.150	3.3
[0.075 – 0.106[	0.089	4.5
[0.053 – 0.075[	0.063	6.6
[0.038 – 0.053[	0.045	7.5
[0.025 – 0.038[	0.0308	9.3
[0.0125 – 0.025[	0.0177	11.4
[0.000 – 0.0125[	0.0063	5.4

Tabla 13. Intervalos de tamaño considerados para cada flujo másico en las etapas de molienda y flotación.

i	Intervalo [mm]	tamaño promedio $x_i$ [mm]
1	[19.05 – 25.4[	21.997
2	[12.7 – 19.05[	15.554
3	[9.5 – 12.7[	10.984
4	[6.70 – 9.50[	7.978
5	[4.75 – 6.70[	5.641
6	[3.35 – 4.75[	3.989
7	[2.36 – 3.35[	2.812
8	[1.70 – 2.36[	2.003
9	[1.18 – 1.70[	1.416
10	[0.85 – 1.18[	1.001
11	[0.60 – 0.85[	0.714
12	[0.425 – 0.600[	0.505
13	[0.300 – 0.425[	0.357
14	[0.212 – 0.300[	0.252
15	[0.106 – 0.212[	0.150
16	[0.075 – 0.106[	0.089
17	[0.053 – 0.075[	0.063
18	[0.038 – 0.053[	0.045
19	[0.025 – 0.038[	0.0308
20	[0.0125 – 0.025[	0.0177
21	[0.000 – 0.0125[	0.0063

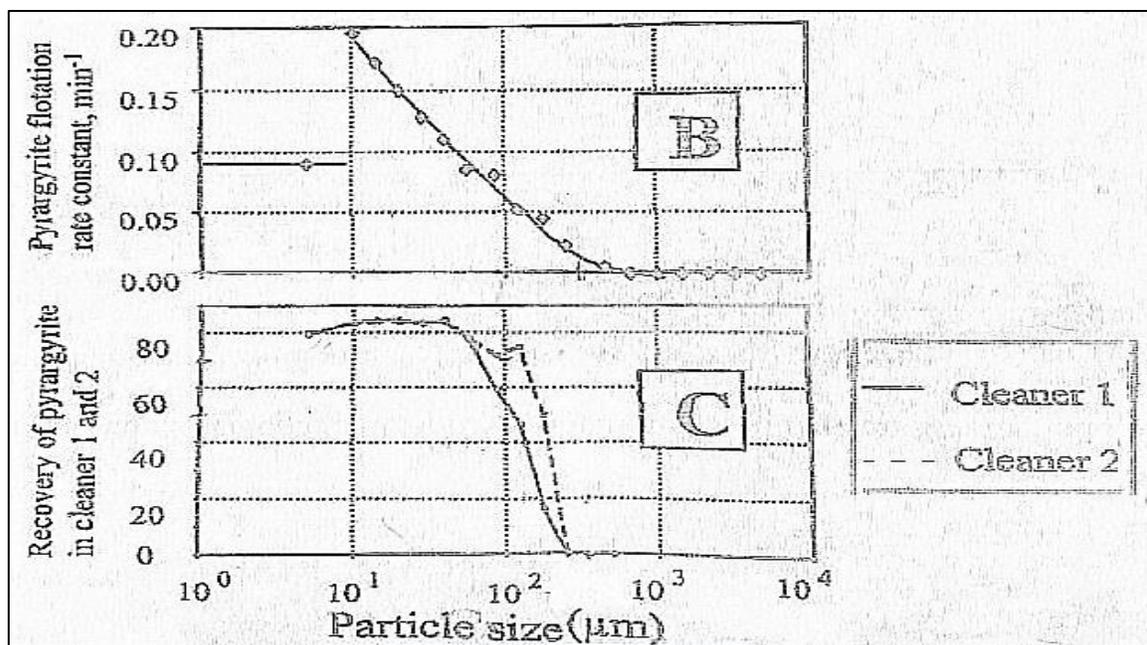


Figura 49. Constantes de velocidad de flotación en los bancos Rougher-Scavenger y recuperaciones de pyrrargita en las etapas de limpieza 1 y 2.

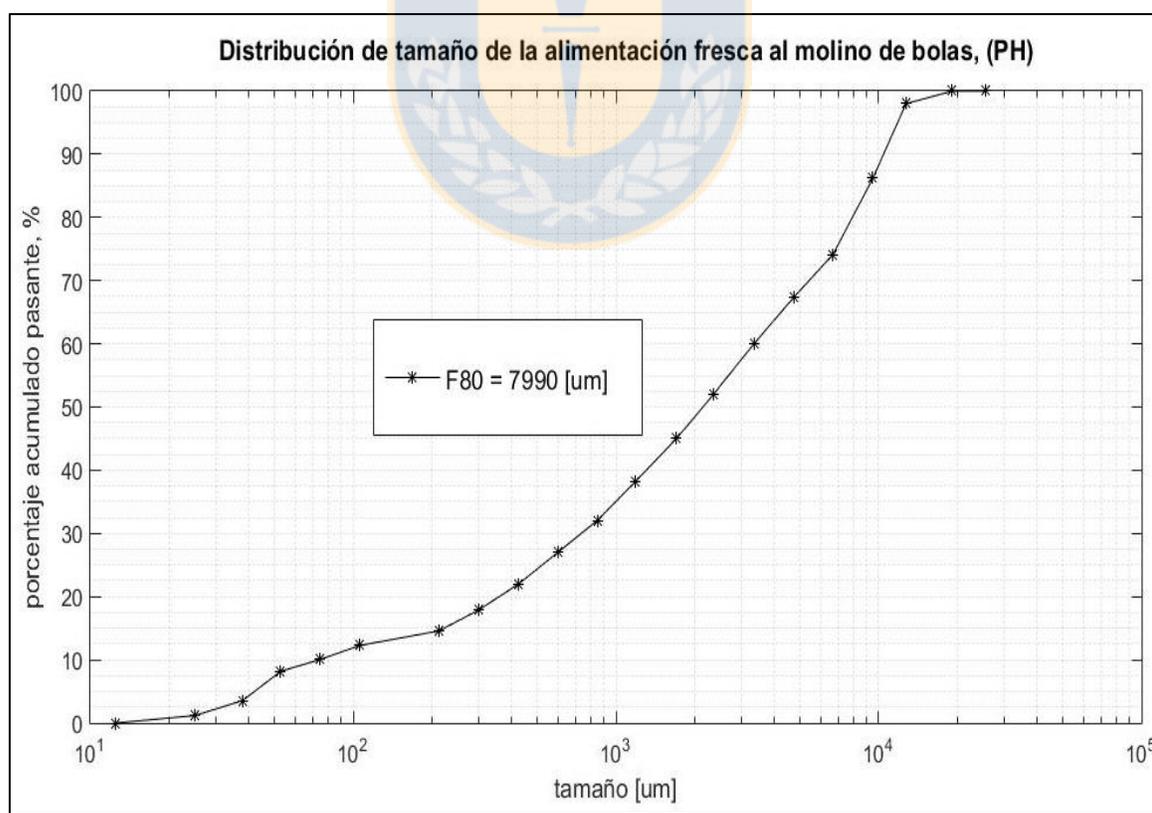


Figura 50. Distribución de tamaño de la alimentación fresca al molino de bolas.

**UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN – FACULTAD DE INGENIERÍA**

**Departamento de Ingeniería Metalúrgica**

Hoja Resumen Memoria de Título

<b>Título: Estrategias de coordinación óptimas de las etapas de molienda y flotación.</b>	
<b>Nombre Memorista:</b> Samuel Nicolás Darío Antimilla Nahuelpán	
<b>Modalidad</b>	<b>Profesor(es) Patrocinante(s)</b>
<b>Concepto</b>	
<b>Calificación</b>	
<b>Fecha</b>	<b>Prof. Daniel Sbarbaro-Hofer</b>
<b>Prof. Eugenia Araneda</b>	<b>Ingeniero Supervisor:</b>
	<b>Institución: Universidad de Concepción</b>
<b>Comisión (Nombre y Firma)</b>	
Prof. Fernando Betancourt	Prof. Leopoldo Gutiérrez
<b>Resumen</b>	
<p>El presente trabajo consistió en desarrollar una estrategia para lograr la integración y optimización de las etapas de molienda y flotación. Se tomó como caso base la planta concentradora Fresnillo ubicada en el norte de México, la cual procesa un mineral de Pb-Ag.</p> <p>Se propusieron modelos matemáticos para representar ambas etapas y se programaron estos en lenguaje Matlab. Se realizaron simulaciones cambiando las variables tonelaje, agua total agregada al sumidero y molino de bolas, etc., y se observaron los efectos que se produjeron en las etapas de molienda y flotación.</p> <p>Luego se desarrolló un procedimiento siguiendo dos estrategias, para encontrar la forma de operar las etapas de molienda y flotación de manera integrada y que permitiera optimizar estas según un objetivo en particular, para ello se definieron restricciones operacionales en ambas etapas. Por último, se realizó la optimización de las unidades de molienda y flotación según 2 objetivos a lograr, considerando un caso en donde existiera una restricción en el P80 del overflow del HC y otro donde no existiera tal restricción. El primer objetivo consistió en maximizar tonelaje en la etapa de molienda y recuperación en la etapa de flotación y el segundo consistió en maximizar tonelaje en molienda y maximizar la masa de pyrrargita (<math>Ag_3SbS_3</math>) contenida en el concentrado de flotación.</p>	

