

UNIVERSIDAD DE CONCEPCION  
DIRECCION DE POSTGRADO  
CONCEPCION-CHILE



**Modelamiento y Esquemas Numéricos para Problemas de Flujo Cinemático  
Multi-Especies  
(Modelling and Numerical Schemes for Multi-Species Kinematic Flow Problems)**

*Tesis para optar al grado de Doctor  
en Ciencias Aplicadas con mención en Ingeniería Matemática*

**Luis Miguel Villada Osorio**

**FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA**

2013

# Resumen

En este trabajo de tesis se desarrollan esquemas numéricos para aproximar la solución de problemas de flujo cinemático multi-especies con (posiblemente) término difusivo fuertemente degenerado y se deduce y analiza un nuevo modelo de tráfico vehicular multi-especies con corrección difusiva. Específicamente se plantean esquemas numéricos para modelos multi-especies de tráfico vehicular y para problemas de sedimentación polidispersa. La tesis tiene los siguientes objetivos.

El primer objetivo de esta tesis es demostrar que un algoritmo de refinamiento de malla adaptativo (AMR) es eficiente respecto al tiempo de ejecución y memoria en la simulación de un modelo de sedimentación polidispersa. Se aplica esta técnica adaptativa a dos esquemas shock-capturing de alto orden.

El segundo objetivo es demostrar que esquemas Implícitos-Explícitos Runge-Kutta permiten obtener una eficiente solución numérica para los problemas de flujo cinemático multi-especies con término difusivo fuertemente degenerado. Estos esquemas consisten en una combinación de esquemas explícitos Runge-Kutta para el término convectivo con un tratamiento implícito para el término difusivo. El sistema no lineal que resulta de la discretización implícita se resuelve mediante una novedosa técnica que consiste en regularizar los coeficientes de difusión y el uso del método de Newton-Raphson con algunas técnicas adecuadas. Finalmente se obtiene un esquema con una condición CFL menos restrictiva que para un esquema con un tratamiento explícito para el término difusivo.

El tercer objetivo de esta tesis es proponer un modelo multi-clase Lighthill-Whitham-Richards de tráfico vehicular con corrección difusiva que considera tiempos reacción y distancias de anticipación. El modelo puede ser parabólico bajo una cierta relación entre las velocidades máximas y los tiempos de reacción para cada especie. Se analiza la estabilidad del modelo, basado en la información característica de la matriz de difusión. Se muestra que la solución del problema con corrección difusiva puede desarrollar inestabilidades debido a altos tiempos de reacción o pequeñas distancias de anticipación, tales inestabilidades pueden estar controladas debido a la naturaleza no lineal del problema.

Finalmente, se proponen una nueva clase de esquemas numéricos de dos pasos para la solución de problemas de tráfico vehicular multi-clase que combina en un primer paso la solución de ecuaciones

en coordenadas Lagrangianas, y el segundo paso consistente en resolver una ecuación de transporte. Se busca obtener un esquema numérico anti-difusivo convergente. Para el segundo paso se consideran dos diferentes estrategias, una basada en recientes y novedosos esquemas anti-difusivos los cuales son sencillos de implementar y con la propiedad T.V.D., tales esquemas se denominaran “L-AR”. La segunda estrategia se basa en el clásico método aleatorio de Glimm, tales esquemas se denominaron “L-RS”. Para el caso  $N = 1$  se demuestra que los esquemas L-AR son conservativos, tienen la propiedad T.V.D. y satisfacen el principio del máximo, con lo cual se muestra que convergen a una solución débil de la ley de conservación. Ambos esquemas L-AR y L-RS se generalizaron para el caso  $N > 1$ . Se muestra mediante resultados numéricos que estos esquemas resultan competitivos con respecto a una variedad de otros esquemas, aparte de que no requieren del uso de la información característica del flujo.

