

**UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN - CHILE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL**

**Un enfoque de optimización multiobjetivo para la  
distribución de suministros básicos de emergencias en  
gestión de desastres**

por  
**Héctor Alonso Hormazábal Vildósola**

Profesor Guía:

**Lorena Pradenas Rojas**

Concepción, Abril de 2020

Tesis presentada a la

**DIRECCIÓN DE POSTGRADO  
UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN**



Para optar al grado de

**MAGISTER EN INGENIERÍA INDUSTRIAL**



*Dedicado a mis padres por su apoyo incondicional,  
a mi hermana por su constante guía y a mi sobrina y cuñado  
por haber alegrado nuestras vidas*

*A la Universidad de Concepción y sus docentes, por formarme  
como profesional*

*Gracias a todos*

# RESUMEN

## Un enfoque de optimización multiobjetivo para la distribución de suministros básicos de emergencias en gestión de desastres

Héctor Alonso Hormazábal Vildósola  
Abril 2020

**Profesor Guía:** Lorena Pradenas Rojas  
**Programa:** Magíster en Ingeniería Industrial

En el presente estudio se propone el diseño de una cadena de abastecimiento de *kits* de ayuda humanitaria mediante la formulación de un modelo de programación matemática entera bi-objetivo y la aplicación de técnicas de optimización evolutiva. Los objetivos son minimizar el costo total de implementación del sistema de distribución y el costo total por demanda insatisfecha de los afectados. Se busca determinar un conjunto de rutas para camiones y helicópteros en una red de abastecimiento que asigna estos a un conjunto de posibles depósitos a abrir. Además, la circulación de los vehículos está restringida por un tiempo máximo de recorrido. Se implementan tres algoritmos evolutivos: NSGA, NSGA-II y SPEA2 y se evalúan en base a métricas de desempeño estandarizadas por la literatura. Adicionalmente, se presenta una heurística constructiva para la versión monoobjetivo del problema, encontrándose en ambos casos soluciones eficientes en base a las medidas de desempeño de interés, sobre un conjunto de instancias de tamaño creciente.

**Palabras Claves:** Cadena de abastecimiento, Ruteo de vehículos, Heurística Constructiva, Optimización evolutiva, Kits Humanitarios, Logística Humanitaria.

# ABSTRACT

## A multi-objective optimization approach for basic emergency supplies in disaster management

Héctor Alonso Hormazábal Vildósola  
April 2020

**Thesis Supervisor:** Lorena Pradenas Rojas  
**Program:** Master in Industrial Engineering

In this study, the design of a supply chain for the distribution of humanitarian aid kits is proposed through the formulation of a bi-objective integer programming model and the application of evolutionary optimization algorithms. The objectives are minimize the total implementation cost of the distribution system and the total cost of unmet demand by those affected. The aim is to determine a set of routes for trucks and helicopters within a supply network that assigns these vehicles to a set of potentially new warehouses. Furthermore, vehicle circulation is restricted by maximum travel times. Three evolutionary algorithms are implemented: NSGA, NSGA-II and SPEA2, and they are evaluated based on literature-standardized performance metrics. In addition, a constructive heuristic is presented for the mono-objective version of this problem. In either case, the algorithms are capable to find efficient solutions based on the performance metrics of interest over a set of instances of increasing size.

**Keywords:** Supply chain, Vehicle routing, Construction Heuristics, Evolutionary optimization, Humanitarian Kits, Humanitarian Logistics.

# Tabla de Contenidos

<b>CAPÍTULO 1. Introducción .....</b>	<b>1</b>
1.1 Hipótesis de investigación.....	3
1.2 Objetivo general .....	3
1.3 Objetivos específicos .....	4
1.4 Estructura.....	4
<b>CAPÍTULO 2. Contexto.....</b>	<b>5</b>
2.1 Contexto internacional .....	5
2.2 Contexto nacional .....	10
<b>CAPÍTULO 3. Revisión de la literatura.....</b>	<b>14</b>
3.1 Clasificación de problemas en Logística Humanitaria.....	14
3.1.1 Logística de Socorro - LS . . . . .	18
3.1.2 Logística de Desarrollo - LD . . . . .	23
<b>CAPÍTULO 4. Marco Teórico .....</b>	<b>26</b>
4.1 Optimización Multiobjetivo .....	26
4.1.1 Definiciones . . . . .	27
4.2 Optimización Evolutiva.....	30
4.2.1 Definiciones . . . . .	31
4.2.2 Componentes principales de los algoritmos evolutivos . . . . .	34
4.3 Optimización Evolutiva Multiobjetivo.....	36
4.3.1 Método de agregación . . . . .	36
4.3.2 Método de las restricciones - Método de la $\epsilon$ -constraint . . . . .	38
4.3.3 <i>Nondominated Sorting Genetic Algorithm</i> (NSGA) . . . . .	39
4.3.4 <i>Strength Pareto Evolutionary Algorithm</i> (SPEA) . . . . .	40
<b>CAPÍTULO 5. Descripción del problema .....</b>	<b>41</b>
5.1 Generalidades del sistema logístico de reparto de ayuda humanitaria.....	41
5.2 Especificaciones del sistema.....	42

5.3	Elementos del sistema y sus relaciones.....	43
5.4	Costos de implementación .....	46
<b>CAPÍTULO 6. Materiales y Métodos .....</b>		<b>47</b>
6.1	Formulación del modelo de programación entera .....	47
6.1.1	Conjuntos e índices . . . . .	47
6.1.2	Variables de decisión . . . . .	48
6.1.3	Parámetros . . . . .	49
6.1.4	Función objetivo . . . . .	51
6.1.5	Restricciones . . . . .	52
6.1.6	Sumario del modelo . . . . .	53
6.2	Metodologías de solución .....	55
6.2.1	Heurística constructiva . . . . .	55
6.2.2	<i>Nondominated Sorting Genetic Algorithm</i> (NSGA) . . . . .	61
6.2.3	<i>Nondominated Sorting Genetic Algorithm-II</i> (NSGA II) . . . . .	63
6.2.4	<i>Strength Pareto Evolutionary Algorithm-2</i> (SPEA2) . . . . .	66
6.3	Componentes adicionales respecto al diseño de MOEA's .....	69
6.4	Medidas de desempeño .....	70
6.4.1	Medidas de convergencia . . . . .	71
6.4.2	Medidas de diversidad . . . . .	72
6.4.3	Medidas de desempeño general . . . . .	73
6.5	Parametrización - Calibración de parámetros .....	73
6.6	Comparación de algoritmos .....	78
6.7	Instancias de prueba .....	82
<b>CAPÍTULO 7. Resultados .....</b>		<b>85</b>
7.1	Resultados para el modelo de programación matemática monobjetivo .....	85
7.2	Resultados para el modelo de programación matemática bi-objetivo .....	93
7.2.1	Calibración de parámetros . . . . .	93
7.2.2	Aproximaciones de la Frontera de Pareto . . . . .	96

7.2.3 Comparación: NSGA - NSGA II y SPEA2 . . . . .	100
<b>CAPÍTULO 8. Análisis de resultados y discusión.....</b>	<b>105</b>
8.1 Análisis de resultados para el modelo de programación monobjetivo.....	105
8.2 Análisis de resultados para el modelo de programación bi-objetivo.....	108
<b>CAPÍTULO 9. Conclusiones .....</b>	<b>114</b>
<b>CAPÍTULO 11. Referencias .....</b>	<b>123</b>
<b>CAPÍTULO 12. ANEXOS .....</b>	<b>124</b>



# Índice de Figuras

1	Número de desastres naturales registrados entre los años 1900-2018. EMDAT (2019): OFDA/CRED International Disaster Database, Université Catholique de Louvain – Brussels – Belgium. ....	6
2	Ocurrencia de catastrofes naturales por tipo de catástrofe entre los años 1970 y 2018. EMDAT (2019): OFDA/CRED International Disaster Database, Université Catholique de Louvain – Brussels – Belgium .....	7
3	Países de origen de la población desplazada por catástrofes naturales entre 1999 y 2016. Informe anual de ACNUR (2016). ....	8
4	Principales causas de desplazamiento de población por catástrofes naturales entre 1999 y 2016. Informe anual de ACNUR (2016). ....	8
5	Daños económicos provocados por catástrofes naturales entre los años 1980 y 2018. EMDAT (2019): OFDA/CRED International Disaster Database, Université Catholique de Louvain – Brussels – Belgium .....	10
6	Número de eventos de origen antrópico ocurridos en Chile en el año 2017. Centros Regionales de Alerta Temprana de ONEMI. Informe Estadístico Anual ONEMI (2017).....	13
7	Clasificación de problemáticas referentes a la Logística Humanitaria. INFORMS Tutorials in Operations Research (2017). ....	17
8	Distribución de problemáticas de IO en el contexto de la Logística Humanitaria. Grass y Fisher (2016). ....	19
9	Evolución del deficit alimentario existente en el mundo entre los años 2005 y 2017. Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y Agricultura (2017).....	23
10	Espacio de decisión y Espacio objetivo para un MOP. Talbi, El-Ghazali (2009) .....	28
11	Ejemplos de Fronteras de Pareto respecto a su convergencia y diversidad de una aproximación. (Elaboración propia).....	30
12	Esquema general de un EA. ....	32



13	Esquema representativo del Método de las restricciones para un problema de optimización de dos objetivos. ....	38
14	Esquema del sistema de abastecimiento de ayuda humanitaria propuesto. ....	44
15	Existencia de demanda insatisfecha para el sistema de abastecimiento de ayuda humanitaria. ....	45
16	Esquema general de asignación, carga y despacho de vehículos desde los depósitos de acopio de material de apoyo humanitario. ....	46
17	Proceso de selección del primer cliente a abastecer. ....	58
18	Despacho, recorrido, condición de término y finalización de la ruta del primer vehículo seleccionado por la heurística propuesta. ....	59
19	Esquema general de funcionamiento del algoritmo NSGA. Srinivas & Deb (1994). ....	62
20	Representación gráfica del proceso MANOVA para el caso de un único factor con tres niveles y dos variables respuesta. (Elaboración propia) ....	79
21	Evolución del número de variables de decisión y restricciones (en millones) a través de las instancias de prueba. (Elaboración propia) ....	86
22	Comparación entre los tiempos de cómputo asociados a CPLEX y a la heurística propuesta. (Elaboración propia) ....	87
23	Senda de crecimiento del GAP porcentual comparativo del valor de la función objetivo entregado por la heurística respecto al valor entregado por CPLEX. (Elaboración propia)....	88
24	Demanda total, unidades entregadas (UE) y unidades insatisfechas (UI), para las instancias $I_1$ y $I_2$ . (Elaboración propia) ....	90
25	Demanda total, unidades entregadas (UE) y unidades insatisfechas (UI), para las instancias $I_3$ y $I_4$ . (Elaboración propia) ....	90
26	Demanda total, unidades entregadas (UE) y unidades insatisfechas (UI), para las instancias $I_5$ y $I_6$ . (Elaboración propia) ....	91
27	Demanda total, unidades entregadas (UE) y unidades insatisfechas (UI), para las instancias $I_7$ y $I_8$ . (Elaboración propia) ....	91

28	Aproximaciones de la Frontera de Pareto para la $I_1$ obtenidos por NSGA, NSGA-II y SPEA2. (Elaboración propia).....	97
29	Aproximaciones de la Frontera de Pareto para la $I_4$ obtenidos por NSGA, NSGA-II y SPEA2. (Elaboración propia).....	97
30	Aproximaciones de la Frontera de Pareto para la $I_8$ obtenidos por NSGA, NSGA-II y SPEA2. (Elaboración propia).....	98
31	Gráficos de dispersión pareados para las variables respuestas seleccionadas para la implementación de MANOVA. (Elaboración propia).....	100
32	Comparación del <i>CPU time</i> asociado a las metaheurísticas seleccionadas. (Elaboración propia).....	102
33	Comparación del indicador <i>Spread</i> asociado a las metaheurísticas seleccionadas. (Elaboración propia).....	103
34	Comparación del indicador <i>Generational distance</i> asociado a las metaheurísticas seleccionadas. (Elaboración propia).....	103



## Índice de Tablas

1	Sumario de la revisión de la literatura de publicaciones relacionadas con Logística Humanitaria y la aplicación de metodologías de IO. (Elaboración propia) .....	25
2	Proceso evolutivo versus resolución de un problema de optimización. ....	33
3	Resumen de conjuntos, índices y cardinalidad para el modelo propuesto. ....	48
4	Unidades de medición de los parámetros del modelo propuesto. ....	50
5	Notación adicional referida a los elementos requeridos para la descripción del algoritmo heurístico.....	56
6	Valores máximos y mínimos para los parámetros para EA's recomendados por la literatura especializada. El valor * implica que el parámetro en cuestión no es especificado por el autor. Respecto al tamaño del archivo externo, se presenta en base a una fracción del tamaño de la población principal. ....	74
7	Niveles bajos y altos para los factores definidos para el diseño experimental $2^k$ . Respecto al tamaño del archivo externo, se presenta en base a una fracción del tamaño de la población principal. (Elaboración propia) .....	76
8	Descripción de términos asociados al modelo lineal de tres factores para el diseño experimental $2^k$ . (Elaboración propia).....	77
9	Pruebas de hipótesis requeridas para el contraste de dócima principal de MANOVA y la validación del modelo. Se asume una probabilidad de error tipo I para los contrastes de $\alpha = 0.05(5\%)$ .....	82
10	Instancias de prueba. Se indican las cardinalidades de los conjuntos asociados al modelo para cada una de los ocho instancias de prueba. (Elaboración propia).....	83
11	Instancias de prueba. Se indican las cardinalidades de los conjuntos junto con el número de variables de decisión y restricciones generadas por el modelo. (Elaboración propia) .....	85

12	Solución CPLEX v/s Solución heurística. Las soluciones marcadas con un * son aquellas que no lograron alcanzar la optimalidad dentro del límite establecido para el tiempo ejecución. (Elaboración propia) .....	87
13	Estadísticas principales de las soluciones entregadas por CPLEX-solver y la heurística propuesta para las instancias de prueba.(Elaboración propia) .....	89
14	Estadísticas particulares asociadas a la variación porcentual de la utilización promedio de recursos y el desempeño de las soluciones otorgadas por la heurística respecto de las soluciones entregadas por CPLEX. (Elaboración propia) .....	89
15	Centros de acopio local abiertos y asignación de camiones y helicópteros a los CAL's para la $I_1$ otorgada por CPLEX. (Elaboración propia).....	92
16	Cantidad de <i>kits</i> humanitarios recibidos por cada cliente para la $I_1$ respecto a la solución otorgada por CPLEX. Además, se señala la ruta de cada vehículo. (Elaboración propia) .....	92
17	Validación estadística del diseño factorial utilizado en la calibración de parámetros para NSGA. (Elaboración propia).....	94
18	Valores seleccionados para la implementación de NSGA. (Elaboración propia) .....	94
19	Validación estadística del diseño factorial utilizado en la calibración de parámetros para NSGA-II. (Elaboración propia) .....	95
20	Valores seleccionados para la implementación de NSGA-II. (Elaboración propia) .....	95
21	Validación estadística del diseño factorial utilizado en la calibración de parámetros para SPEA2. (Elaboración propia).....	96
22	Valores seleccionados para la implementación de SPEA2. (Elaboración propia) .....	96
23	Información asociada a los individuos de las poblaciones generadas por NSGA, NSGA-II y SPEA2 para la instancia $I_1$ . (Elaboración propia) .....	98
24	Información asociada a los individuos de las poblaciones generadas por NSGA, NSGA-II y SPEA2 para la instancia $I_4$ . (Elaboración propia) .....	99
25	Información asociada a los individuos de las poblaciones generadas por NSGA, NSGA-II y SPEA2 para la instancia $I_8$ .(Elaboración propia).....	99

26	Matriz de correlaciones entre los indicadores seleccionados como variables respuesta para la implementación de MANOVA. (Elaboración propia).....	100
27	Estadístico Hotelling - Lawley para el contraste de la hipótesis principal en MANOVA. (Elaboración propia).....	101
28	Estadístico de Roy para el contraste de la hipótesis principal en MANOVA. (Elaboración propia).....	101
29	Estadístico Pillai para el contraste de la hipótesis principal en MANOVA. (Elaboración propia).....	101
30	Estadístico Wilks para el contraste de la hipótesis principal en MANOVA. (Elaboración propia).....	101
31	Resultados de los test de validación estadística para MANOVA. (Elaboración propia)..	102
32	Resultados de los contrastes pareados para cada pareja posible de metaheurísticas respecto a cada uno de los indicadores seleccionados como variables respuesta. (Elaboración propia).....	104
33	Signos de las diferencias promedio entre los valores correspondientes de los indicadores para cada par posible de metaheurísticas. Se presentan solo los signos de las parejas que presentaron diferencias en media estadísticamente significativas al 95 % ( $\alpha = 0.05$ ). (Elaboración propia).....	104

## Glosario

- **ACNUR:** Alto Comisionado de las Naciones Unidas para los Refugiados
- **ACO:** *Ant Colony Optimization*
- **AG:** Algoritmos Genéticos
- **ANOVA:** Analysis of Variance - Análisis de Varianza
- **C:** Camiones
- $\bar{C}$ : Número promedio de los camiones utilizados en las instancias de prueba
- **CAL:** Centro de Acopio Local
- $\overline{CAL}$ : Número promedio de CAL's abiertos en las instancias de prueba
- **CAT:** Costo de Asignación Total
- **CDIT:** Costo por Demanda Insatisfecha Total
- **CICR:** Comité Internacional de la Cruz Roja
- **CIT:** Costo de Instalación Total
- **CLT:** Costo Logístico Total
- **CONAF:** Corporación Nacional Forestal
- **CONASET:** Comisión Nacional de Seguridad de Tránsito
- **CRED:** Centro de Investigación sobre la Epidemiología de los Desastres
- **CTT:** Costo de Transporte Total
- **DD.HH:** Derechos Humanos
- **EA:** Evolutionary Algorithms
- **ECHO:** *European Civil Protection and Humanitarian Aid Operations*
- **FIDA:** Fondo Internacional de Desarrollo Agrícola
- **H:** Helicópteros

- $\bar{H}$ : Número promedio de helicópteros ruteados en las instancias de prueba
- **IO**: Investigación de Operaciones
- **LD**: Logística de Desarrollo
- **LH**: Logística Humanitaria
- **LS**: Logística de Socorro
- **MANOVA**: Multivariate Analysis of Variance - Análisis de Varianza Multivariante
- **m-d**: Múltiples depósitos
- **MINSAL**: Ministerio de Salud
- **MO**: Múltiples Objetivos
- **MOOP**: *Multiple Objective Optimization Problem* - Problema de Optimización Multiobjetivo
- **m-p**: Múltiples productos
- **MPE**: Métodos de Programación Entera
- **MTZ-SEC's**: Miller-Tucker-Zemlin Subtour Elimination Constraints
- **m-v**: Múltiples vehículos
- **NSGA**: *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm*
- **OFDA**: Oficina de Asistencia para Desastres del Gobierno de los Estados Unidos, América Latina y el Caribe.
- **OMS**: Organización Mundial de la Salud
- **ONEMI**: Oficina Nacional de Emergencias del Ministerio del Interior
- **ONG**: Organización no Gubernamental
- **ONU**: Organización de las Naciones Unidas
- **PDSTSP**: *Parallel Drone Scheduling Traveling Salesman Problem*
- **PIB**: Producto Interno Bruto



- **s-d:** *Split Delivery*
- **SIDA:** Síndrome de Inmunodeficiencia Adquirida
- **SIDCO:** Sistema de Información Digital para Control de Desastres
- **SNPC:** Servicio Nacional del Patrimonio Cultural
- **SPEA:** *Strength Pareto Evolutionary Algorithm*
- **SRT:** *Standar Relief Time*
- $\overline{T_{max}}$ : Tiempo máximo promedio de circulación de vehículos en las instancias de prueba
- **t-l:** Tiempo de circulación limitado
- **TPDRO:** *Transportation Problem in Disaster Response Operations*
- **TSP:** *Traveling Salesman Problem*
- $\overline{UE}$ : Número promedio de unidades entregadas en las instancias de prueba
- $\overline{UI}$ : Número promedio de unidades insatisfechas en las instancias de prueba
- **UNISDR:** *United Nations Office for Disaster Risk Reduction*
- **VIH:** Virus de Inmunodeficiencia Humana
- **VNS:** *Variable Neighborhood Search*
- **VRP:** *Vehicle routing problem*
- **WFP:** *World Food Programme*
  
- $\Delta \% C$ : Variación porcentual del número promedio de camiones utilizados
- $\Delta \% CAL$ : Variación porcentual del número promedio de CAL's utilizados
- $\Delta \% H$ : Variación porcentual del número promedio de helicópteros utilizados
- $\Delta \% UE$ : Variación porcentual del número promedio de unidades enviadas
- $\Delta \% UI$ : Variación porcentual del número promedio de unidades insatisfechas
- $\Delta \% T_{max}$ : Variación porcentual del tiempo máximo de circulación



# 1. Introducción

Los gobiernos de cada país tienen el deber de proteger, preservar y promover la vida de los habitantes en sus respectivas naciones proporcionando un nivel de bienestar y calidad de vida que se condiga con el desarrollo actual de la humanidad, la tecnología y la promoción de los DD.HH. Sin embargo, fenómenos naturales y diversas problemáticas internacionales, pueden ser el origen de crisis humanitarias que afecten a uno o más países, o solo a algunas de sus localidades. Estas situaciones repentinas o no, obligan a los administradores públicos de cada país a generar un plan o programa de socorro para sus respectivos habitantes, de modo de preservar su supervivencia y calidad de vida dentro de los rangos de recursos disponibles, ya sean: económicos, tecnológicos, tácticos o materiales. Así los administradores públicos y tomadores de decisión enfrentan grandes desafíos para soslayar los efectos de una crisis humanitaria, entre estos: recolectar, ordenar y comprender la información relacionada con la catástrofe natural o suceso que da origen a la crisis humanitaria; administrar adecuadamente los recursos escasos y minimizar los perjuicios percibidos por los afectados; responder con planes de acción en un horizonte temporal breve, de modo de disminuir las pérdidas humanas y materiales; monitorear constantemente la evolución de la situación actual, y así actuar en concordancia con los sucesos que ocurren, a medida que el estado de catástrofe se extiende en el tiempo; realizar evaluaciones posteriores para verificar la efectividad del plan de acción implementado de modo de retroalimentarse de información y ayudar a la generación de mejores planes de socorro para situaciones futuras, entre otros.

La Logística Humanitaria (**LH**), se define como el proceso de planificación, implementación y control efectivo y eficiente de los flujos de productos, materiales e información desde las entidades donadoras o benefactoras, hasta la población afectada con el fin de atender sus necesidades de supervivencia. Esta disciplina, principalmente aplica distintas metodologías cuantitativas que apoyan el proceso de decisión y colaboran con la gestión de los sistemas de ayuda humanitaria, de modo de realizar un adecuado uso de los recursos disponibles mientras se vela por el bienestar y supervivencia de los afectados.

En la actualidad, existe una amplia comunidad internacional encargada de temáticas relacionadas con la ayuda humanitaria y por lo tanto, vinculadas directa o indirectamente con temas relativos a LH. Algunas entidades organizacionales destacadas son: la Organización de las Naciones Unidas (**ONU**); Organización Mundial de la Salud (**OMS**); el Alto Comisionado de las Naciones Unidas para los Refugiados (**ACNUR**); el Programa Mundial de Alimentos (**WFP**); el Fondo Internacional de Desarrollo Agrícola (**FIDA**); Dirección General de Protección Civil Europea y Operaciones de Ayuda Humanitaria (**ECHO**); el Comité Internacional de la Cruz Roja (**CICR**); entre muchas otras. Estas entidades, se ocupan de la recolección de recursos materiales, financieros, administrativos, tecnológicos y humanos con el fin de aplicar sistemas de ayuda humanitaria en distintos países del mundo, y así ayudar a comunidades víctimas de crisis humanitarias de cualquier tipo y preservar su bienestar y calidad de vida. Algunos ejemplos de estos sistemas son: campañas de vacunas y sanitización, entrega de *kits* de emergencias, entrega de material médico y alimentos, reconstrucción de viviendas, provicionamiento de agua potable, programas de alfabetización, entre otros.

Considerando que Chile en particular es un país que frecuentemente enfrenta los embates de la naturaleza, las temáticas de socorro están bajo la administración de organismos estatales como la Oficina Nacional de Emergencias del Ministerio del Interior (**ONEMI**), que tiene por finalidad planificar, coordinar y ejecutar las acciones destinadas a prevenir o solucionar los problemas derivados de catástrofes (emergencias) como: sismos, temporales, aluviones, explosiones volcánicas, incendios y sequías. También es la encargada de coordinar las medidas educativas preventivas.

Lo anterior deja en evidencia el gran número de organizaciones implicadas e interesadas en el desarrollo de sistemas de ayuda humanitaria eficientes, especialmente en términos logísticos con el fin de utilizar de manera inteligente los recursos escasos a disposición mientras se preserva el bienestar de los afectados.

En el presente estudio se aborda la optimización bi-objetivo de un sistema logístico de reparto de *kits* humanitarios para surtir las necesidades básicas de supervivencia de un conjunto de afectados aglomerados en distintas localizaciones geográficas, con la finalidad de encontrar la con-

figuración eficiente en términos de determinadas medidas de desempeño que son de relevancia general para este tipo de sistemas. En primer lugar, es de interés una cadena de abastecimiento con un bajo **costo logístico total de implementación**, que es un criterio natural y común en el diseño de sistemas de abastecimiento y reparto, dado que todos los recursos son siempre considerados escasos y todos pueden ser valorizados en unidades monetarias. De igual modo, la satisfacción de los afectados es claramente una medida de desempeño importante para diseñar un buen sistema logístico de reparto, sobre todo en el contexto humanitario, donde los items a repartir están destinados a temáticas de supervivencia. Sin embargo, un sistema de distribución no siempre tiene la capacidad de abastecer completamente a todos los afectados, por la gran cantidad de estos o por la baja capacidad de suplementación que el sistema inherentemente tiene. Es por esto, que es deseable una estructura para el sistema que deje la mínima cantidad de demanda insatisfecha posible, lo cual viene asociado a un **costo por demanda insatisfecha** que se busca que sea lo menor posible. Además, dada la naturaleza de la situación, se requiere determinar la configuración eficiente para acudir oportunamente a las necesidades de los afectados.

## 1.1 Hipótesis de investigación

Es posible formular un modelo de programación matemática entera bi-objetivo y aplicar métodos de solución basados en optimización evolutiva de modo de determinar un sistema logístico de reparto de ayuda humanitaria post-desastre eficiente, en tiempos computacionales competentes.

## 1.2 Objetivo general

Proponer y resolver un modelo de programación matemática bi-objetivo para apoyar el proceso de optimización de un sistema de reparto en el contexto de crisis humanitarias usando herramientas metaheurísticas evolutivas, específicamente los métodos NSGA, NSGA-II y SPEA2.

### 1.3 Objetivos específicos

1. Revisar la literatura existente en busca de modelos de programación matemática y métodos de solución adecuados relacionados al ruteo de vehículos y la Logística Humanitaria.
2. Generar un conjunto de instancias para probar el modelo y los métodos de solución propuestos.
3. Establecer software *framework* y hardware para la implementación del modelo propuesto.
4. Analizar distintos algoritmos de solución de modo de determinar el más adecuado para la estructura y naturaleza del modelo.
5. Analizar la información de salida, concluir y recomendar.

### 1.4 Estructura

El documento está organizado de la siguiente manera: En la sección 2, se presentan antecedentes de la ocurrencia de crisis humanitarias a nivel internacional y nacional en la última década. Luego en la sección 3, se realiza una revisión de la literatura referida a LH y a la aplicación de metodologías de IO en gestión de desastres. En la sección 4, se presenta una breve revisión de conceptos generales asociados a optimización multiobjetivo y algoritmos evolutivos. Luego en la sección 5, se describen los elementos y características del sistema a modelar. En la sección 6, se presenta la formulación del modelo de programación matemática mono y bi-objetivo, junto con la descripción de las metodologías de optimización, calibración de parámetros y comparación de algoritmos. En la sección 7, se presentan los resultados alcanzados junto con estadísticas de las métricas de desempeño definidas para el sistema y las soluciones encontradas. En la sección 8, se realiza el análisis y discusión de los resultados. Finalmente, en la sección 9 se presentan las conclusiones obtenidas y las principales recomendaciones.

## 2. Contexto

En el presente capítulo se presenta un breve contexto internacional y nacional sobre la ocurrencia de catástrofes naturales, crisis humanitarias y sus efectos, haciendo énfasis en los sucesos e información asociada a la última década.

### 2.1 Contexto internacional

Los desastres naturales y crisis humanitarias son hechos que en la actualidad se vuelven cada vez más comunes a nivel global. Estos sucesos, no solo implican pérdidas en infraestructura pública y privada, pérdidas de cosechas, destrucción de recursos agrícolas y productivos para los gobiernos de cada país, sino que también, en vidas humanas y en la calidad de vida de los sobrevivientes. Existen diversas investigaciones que buscan encontrar los factores determinantes del incremento en la frecuencia de ocurrencia de desastres naturales, sin embargo, la razón más aceptada por la comunidad internacional es el cambio climático y como este está correlacionado con la ocurrencia de estos sucesos y el incremento en su intensidad. Según los datos recogidos por el Grupo Intergubernamental de Expertos sobre el Cambio Climático (IPCC, por sus siglas en inglés), cada uno de los tres últimos decenios ha sido sucesivamente más cálido en la superficie del planeta que cualquier decenio anterior desde 1850. En el caso del hemisferio norte, se estima que el periodo entre los años 1983 y 2012 ha sido el más cálido en el planeta en los últimos 1400 años [1]. Además, el IPCC presenta un análisis de la correlación entre la frecuencia e intensidad de desastres naturales, concluyendo en que existe una tendencia al alza respecto al tiempo y que sus efectos en el futuro serán devastadores, poniendo en riesgo a la población mundial. En la Figura 1, se presenta una serie de tiempo del número de desastres naturales registrados entre los años 1900 al 2018 junto a la respectiva curva de tendencia, donde es claro apreciar como la ocurrencia de catástrofes naturales es un hecho cada vez más frecuente en los últimos años, en particular, en la última década se registran en promedio más de 300 sucesos de distinta magnitud por año.

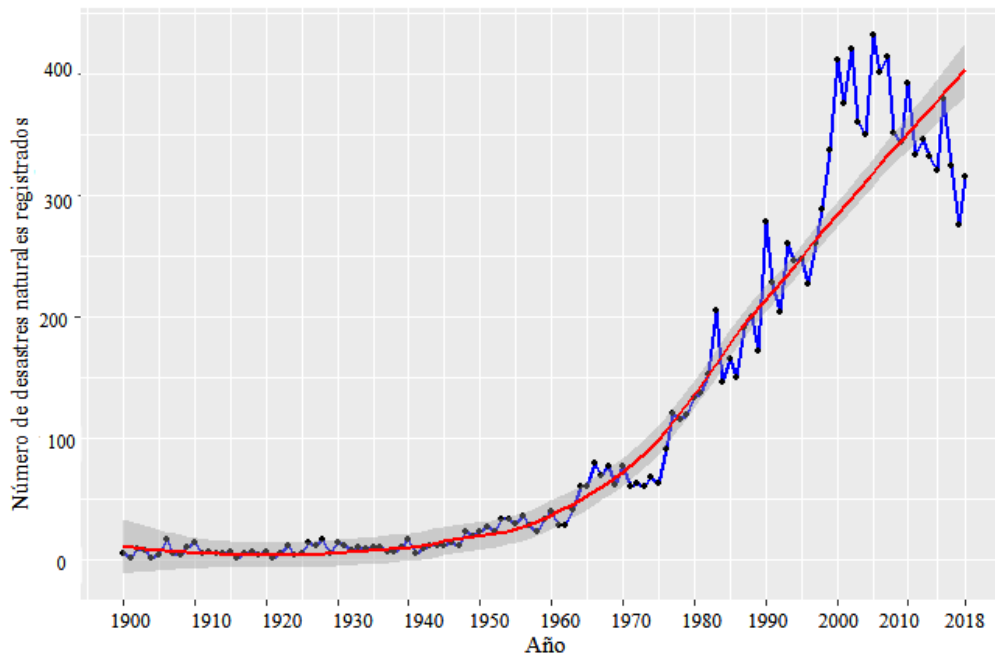


Figura 1: Número de desastres naturales registrados entre los años 1900-2018. EMDAT (2019): OFDA/CRED International Disaster Database, Université Catholique de Louvain – Brussels – Belgium.

El actual Secretario General de la ONU, António O. Guterres en su publicación [2], presenta estadísticas actualizadas sobre la ocurrencia y efectos de las catástrofes naturales al rededor del mundo. En dicha publicación, se menciona que más de 600.000 mil personas han fallecido durante incidentes asociados a catástrofes naturales en la última década, los cuales han tenido un incremento sostenido de un 14 % en los últimos 10 años. Por otro lado, no todas las crisis humanitarias tienen origen en fenómenos naturales, existe una creciente ocurrencia de crisis que tienen origen antrópico [3]. Los desastres provocados por el hombre causaron aproximadamente 3000 muertes en el año 2017 en comparación con alrededor de 4000 en 2016. Entre los sucesos más destacados, se encuentran los ataques terroristas, donde el número total de afectados fue de 731 víctimas fatales al año 2017. En este año, una explosión de bomba en una mezquita en la localidad de Bir al-Abed, Egipto cobró 311 vidas, lo que lo deja como el ataque terrorista más mortífero del año. Por otro lado, el número de muertes reportadas en desastres marítimos fue de 1,163 víctimas, aunque se cree serían en incidentes no reportados de barcos que trans-

portan migrantes y que se hundieron en diversas circunstancias. Otros desastres provocados por el hombre, incluyeron el colapso de una represa de basura en Addis Abeba, Etiopía, en la que murieron 113 personas. Los desastres de la aviación cobraron 165 víctimas, con la mayoría de las muertes (122) en un accidente aéreo en Myanmar en junio de 2017 [4].

En 2018, se registraron 315 eventos de desastres naturales en el mundo, con 11.804 muertes, más de 68 millones de personas afectadas y US \$ 131.7 mil millones en pérdidas económicas en todo el mundo. La distribución de estas pérdidas no fue uniforme, Asia sufrió el mayor impacto con el 45% de los desastres, 80% de las muertes y 76% de personas afectadas. A nivel mundial, Indonesia registró casi la mitad del total de muertes (47%), mientras que India registró el mayor número de personas afectadas (35%). En la Figura 2, se muestra la distribución de frecuencia de ocurrencia de catástrofes naturales por tipo de desastre. Se observa que los incendios forestales, aludes, terremotos y temperaturas extremas son las situaciones más recurrentes en los últimos años, además se aprecia un alza en la ocurrencia de cada tipo de desastre en el tiempo.

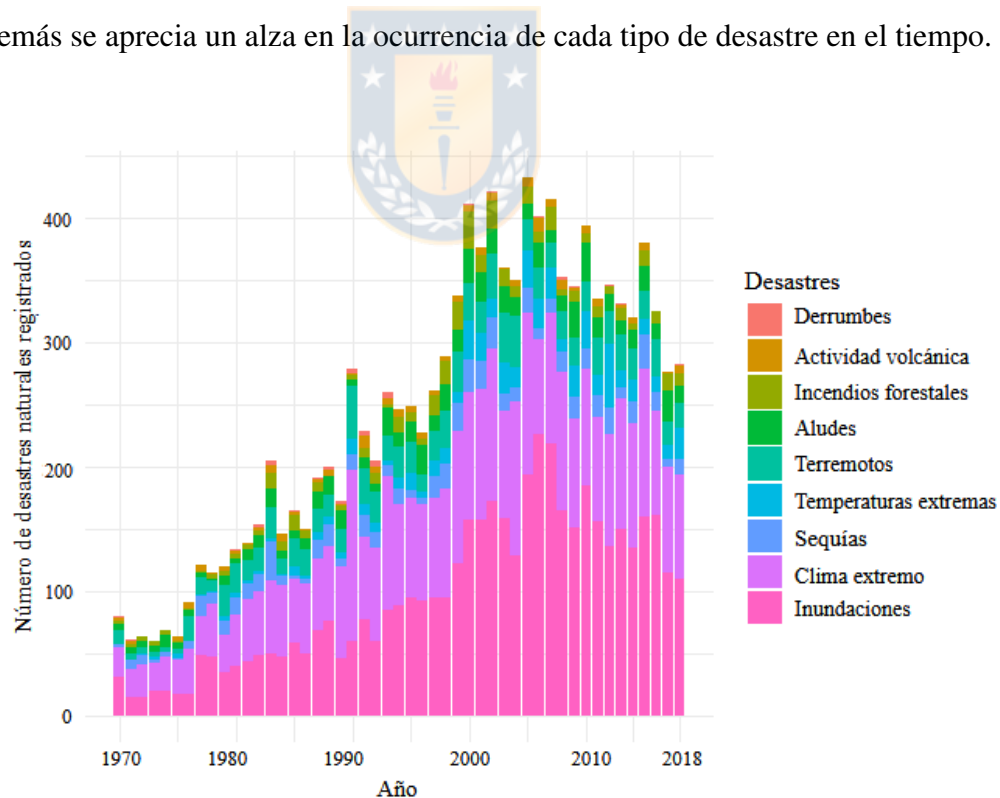


Figura 2: Ocurrencia de catastrofes naturales por tipo de catástrofe entre los años 1970 y 2018. EMDAT (2019): OFDA/CRED International Disaster Database, Université Catholique de Louvain – Brussels – Belgium

Los perjuicios provocados por catástrofes naturales dejan secuelas que son inmediatamente perceptibles para cualquier observador, sin embargo, existen consecuencias colaterales que desencadenan problemas incluso más complejos y duraderos, que la reconstrucción de edificios, viviendas o la restitución de los servicios básicos indispensables. El Alto Comisionado de las Naciones Unidas para los Refugiados (ACNUR) es el organismo de las Naciones Unidas encargado de proteger a los refugiados y desplazados por persecuciones, castastrofes naturales y promover soluciones duraderas mediante el reasentamiento voluntario en el país de origen o en el de acogida. Los investigadores del ACNUR presentan, en sus estudios [5] y [6] estimaciones que indican que actualmente, en promedio una persona es desplazada por un desastre natural cada segundo, con un promedio de 22 millones de personas desplazadas por el clima o por eventos relacionados con el clima desde el año 2010. Además, se proyecta un incremento en el número de desplazados en este siglo. Según estadísticas recopiladas por estas agrupaciones se observa, que la mayor cantidad de afectados se concentran en las zonas más vulnerables del mundo y el cambio climático llevará a las personas a una mayor pobreza y desplazamiento, lo que exacerbará los factores que conducen al conflicto haciendo que, las necesidades y respuestas humanitarias en tales situaciones sean aún más complejas. En las Figuras 3 y 4 se presentan estadísticas, que capturan el origen geográfico de los desplazados por catástrofes naturales y el fenómeno que generó este desplazamiento entre los años 1999 y 2016 proporcionadas por el informe anual del ACNUR del año 2016 [7].

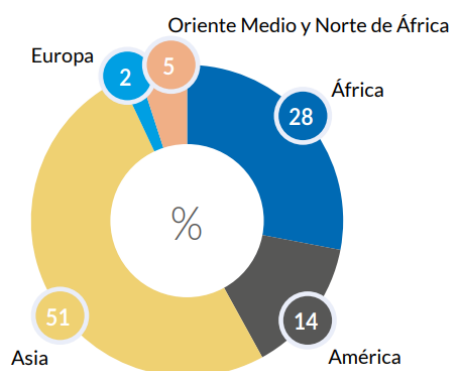


Figura 3: Países de origen de la población desplazada por catástrofes naturales entre 1999 y 2016. Informe anual de ACNUR (2016).

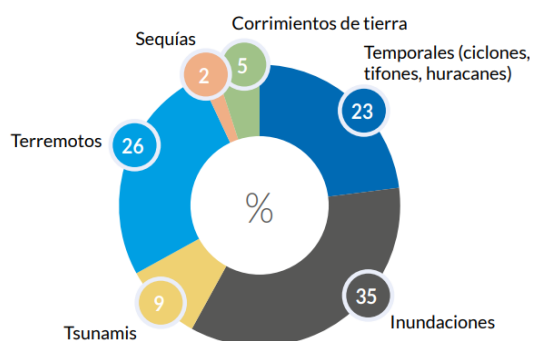


Figura 4: Principales causas de desplazamiento de población por catástrofes naturales entre 1999 y 2016. Informe anual de ACNUR (2016).



Desde el punto de vista humanitario, el daño económico es tratado como, una consecuencia secundaria de una crisis humanitaria, ya que el enfoque principal de la literatura es la preservación del individuo, su calidad de vida y seguridad [8]. Sin embargo, el daño a la economía de un país es un aspecto relevante a considerar a nivel de los gobiernos en los países afectados.

Los daños económicos por desastres climatológicos se incrementaron en un 151% en dos décadas, los fenómenos meteorológicos extremos registrados en todo el mundo entre los años 1998 y 2017 provocaron pérdidas económicas directas por un valor de 2.24 billones de dólares aproximadamente (1.94 billones de euros), según un informe de Naciones Unidas que alerta de las consecuencias del cambio climático [9]. En el mismo informe, se menciona que las regiones más pobres y con economías menos desarrolladas del mundo son las más afectadas.

Estados Unidos ha sido el país con mayores pérdidas económicas derivadas de desastres en los últimos 20 años, con daños acumulados de 944.800 millones de euros, seguido de China (492.200 millones de euros), Japón (376.300 millones de euros) e India (79.500 millones de euros). Sin embargo, el informe evidencia que son los países de economías medias y bajas quienes sufren de manera más desproporcionada las consecuencias de los desastres. El informe [9] compara los daños en relación al PIB de cada país y establece que Puerto Rico, con pérdidas anuales cercanas al 12.2%, es el único territorio con altos ingresos entre los más afectados. Por otro lado, entre los cinco primeros países con ingresos medios o bajos corresponden a América Latina y el Caribe: Haití (17.5%), Honduras (7.0%), Cuba (4.6%), El Salvador (4.2%) y Nicaragua (3.6%). En la Figura 5, se presenta el daño económico medido en dólares proporcionado entre los años 1980 y 2018 por los desastres naturales más recurrentes. Se aprecia como los terremotos, sequías, temperaturas extremas, inundaciones y los incendios forestales son las catástrofes más devastadoras en términos económicos, alcanzando cientos de miles de millones en pérdidas en la última década.

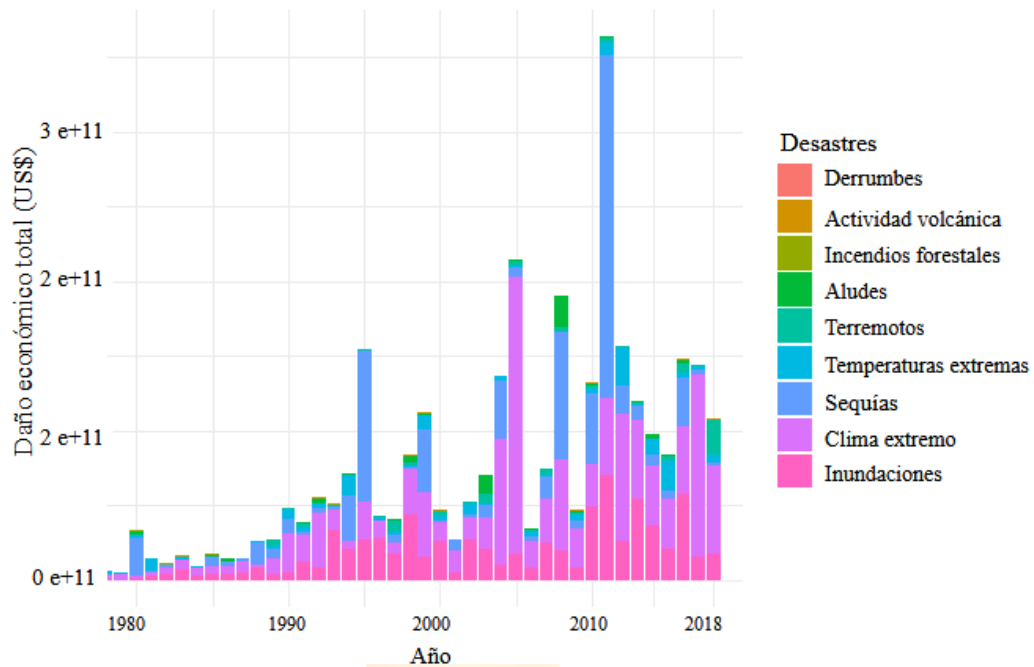


Figura 5: Daños económicos provocados por catástrofes naturales entre los años 1980 y 2018. EMDAT (2019): OFDA/CRED International Disaster Database, Université Catholique de Louvain – Brussels – Belgium

## 2.2 Contexto nacional

En el contexto nacional, Chile es un país destacado por ser lugar de grandes catástrofes naturales, en los terremotos, se clasifican como los más intensos y duraderos dentro del registro histórico. El terremoto ocurrido el 27 de Febrero del año 2010, con magnitud de 8.8MW, y una duración máxima de 4.0 [min] en las zonas cercanas al epicentro y más de 2 [min] en Santiago de Chile (capital). Este sismo fue también percibido con diversas intensidades, en gran parte del Cono Sur, ejemplo Buenos Aires y São Paulo. Este fenómeno, provocó daños de gran magnitud en las regiones de Valparaíso, Metropolitana, O'Higgins, Maule, Bio-Bío, Ñuble y La Araucanía, con más de 13 millones de habitantes, 80% de la población del país en la fecha de ocurrencia del sismo.

Académicos de la Universidad de Chile del Departamento de Geografía, pertenecientes a la Facultad de Arquitectura y Urbanismo presentan información descriptiva en [10], que explicita

que el número de víctimas fatales registradas, ascendió a un total de 525 fallecidos, 500 mil viviendas con graves daños y se estimó, un total de 2 millones de damnificados. El posterior tsunami, que ocurrió 35 [min] después del sismo destruyó, principalmente las costas de las regiones del Bío-Bío y Ñuble. Esta información fue recopilada por los Ministerios del Interior, Planificación y Obras Públicas del Gobierno de Chile.

En otras catástrofes naturales de gran envergadura generadas en Chile en los últimos años, destacan los incendios forestales ocurridos durante el mes de enero del año 2017 en diversas regiones del país. La información provista por el Sistema de Información Digital para el Control de Operaciones (SIDCO) de la Corporación Nacional Forestal (CONAF) determinó, que se generó una pérdida de aproximadamente 467.000 [ha] de terreno sin considerar las pérdidas en infraestructura, humanas y de animales. Las regiones más afectadas fueron principalmente: Maule (278.000 [ha]), Bío Bío (99.000 [ha]) y O'Higgins (88.000 [ha]) [11]. El mayor daño fue a plantaciones forestales (80% pino radiata); bosques nativos, praderas y matorrales. En las plantaciones forestales, 52% de la superficie corresponde a grandes empresas del rubro maderero, 29% a pequeños propietarios, 16% a medianos propietarios y 3% a empresas medianas. Como una medida de magnitud, en plantaciones lo quemado correspondería al 8% de la superficie nacional. El efecto asociado al sector pecuario, repercutió a 4.696 agricultores, con pérdidas efectivas por efecto del fuego o se vieron bajo serio riesgo de muerte de sus animales por falta de forraje y alimentación. En términos concretos, esta emergencia involucró a casi 45.000 cabezas de ganado ovino y caprino, 46.000 colmenas de abejas, 8.500 cabezas bovinas y 5.600 equinos.

Junto con los incendios forestales, el mismo año ocurrió, el gran temporal del norte de Chile, que afectó en marzo de 2015 a varias ciudades y localidades del Norte Grande y del Chico producto de los desbordamientos de diferentes ríos por las inusuales lluvias en el área, que provocaron inundaciones en diversas localidades de las regiones de: Antofagasta, Atacama y Coquimbo siendo las localidades de Taltal y Vicuña, las que concentraron la mayor cantidad de precipitación con 67.0 y 68.0 milímetros respectivamente, de acuerdo a datos de la ONEMI [12]. Los daños provocados implicaron, 32 víctimas fatales y desaparición de otras 41 personas.

El plan de evacuación implementado por el gobierno significó, el movimiento de más de 50.000 personas a albergues, 3.000 resultaron con pérdidas totales en sus viviendas, sin considerar el gran número de personas que requirieron rescate y atención médica inmediata. Las principales repercusiones de este fenómeno fue la gran crisis sanitaria declarada por el estado producto del desborde de los sistemas de agua potable y agua servida los cuales fueron esparcidos por las ciudades afectadas junto con el movimiento de masa sólida proveniente de las laderas y cerros. Los efectos de la crisis sanitaria, implicaron el despliegue de un sistema de vacunas, sanitización y distribución de agua potable para los afectados por parte del MINSAL, que resultó complejo en términos tácticos por la destrucción de las vías de circulación de vehículos en la zona de los aludes y movimiento de material y también, por la escasez del agua potable inherente en las regiones afectadas [13]. El estado destinó, una suma de \$ 1,100 millones de pesos chilenos para la reconstrucción de viviendas sin embargo, aun con todos los recursos invertidos, ciertos aspectos como al reposición completa de los servicios del agua y la reconstrucción de colegios y hospitales es solo parcial para algunas de las localidades afectadas y más alejadas de los núcleos urbanos principales.

Como se mencionó anteriormente, no todas las crisis humanitarias tiene origen en la naturaleza. En Chile durante el año 2017, a nivel nacional se registraron 2.009 eventos los cuales generaron impacto en la población y sus bienes. Del total 1.946 registros corresponden a eventos de origen antrópico en tanto, 63 fueron de origen natural. En el año 2016 se contabilizaron 2.376 eventos en total observándose, una proporción similar en cuanto a origen; 2.243 y 133 eventos antrópico y naturales, respectivamente [14]. Del total de eventos de origen antrópico , los más recurrentes son la alteración de suministro básico (487), seguido de incendio estructural (450) e incendio forestal (445), sumando estos tres tipos de eventos el 71% del total de situaciones registradas. En la Figura 6, se presentan estadísticas del Informe Estadístico Anual de ONEMI-2017, sobre la frecuencia de ocurrencia de distintos fenómenos de origen antrópico en Chile durante el correspondiente año.

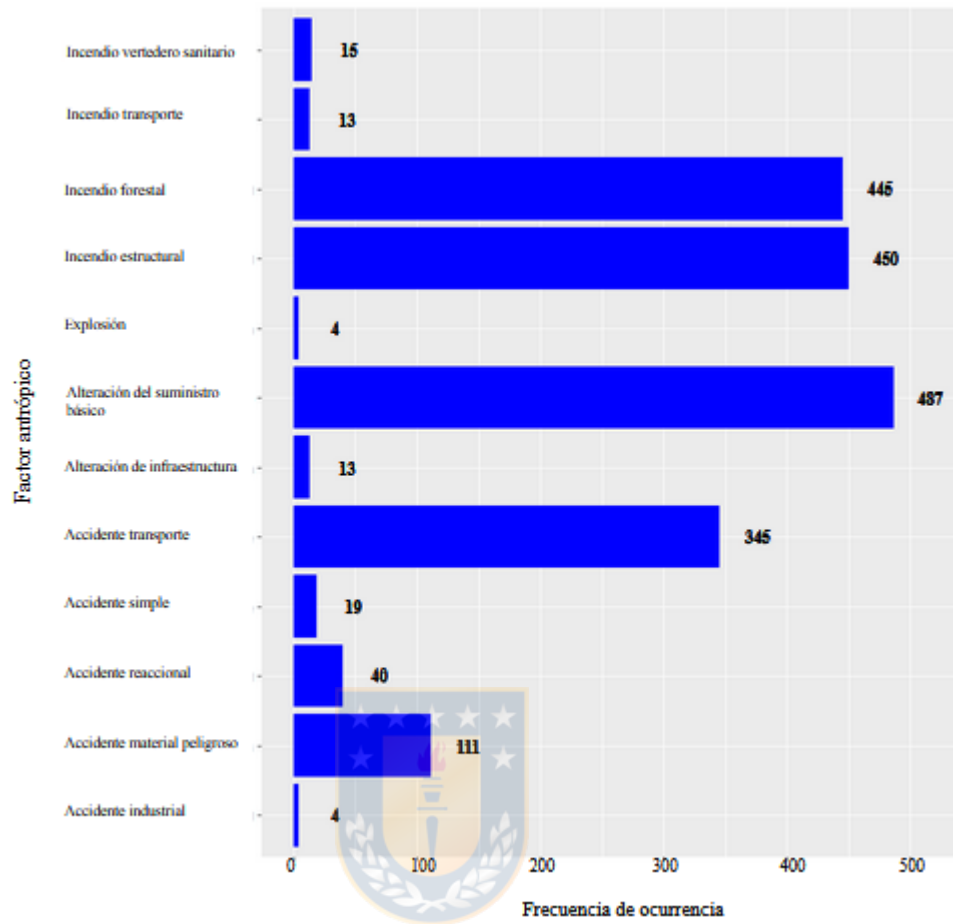


Figura 6: Número de eventos de origen antrópico ocurridos en Chile en el año 2017. Centros Regionales de Alerta Temprana de ONEMI. Informe Estadístico Anual ONEMI (2017).

Las estadísticas oficiales de la gran mayoría de los eventos de origen natural y antrópico en Chile corresponden, a mediciones de varias instituciones y/u organismos del Sistema Nacional de Protección Civil (SNPC) tales como: la Corporación Nacional Forestal (CONAF), Comisión Nacional de Seguridad de Tránsito (CONASET), Carabineros de Chile, Bomberos de Chile, entre otros, por lo que los datos reportados son referenciales y reflejan solo aquellos eventos reportados y monitoreados a través de los Centros Regionales de Alerta Temprana de ONEMI y que cumplen con los criterios de inclusión establecidos por el Sistema Estadístico Institucional para ser incluidos en las estadísticas de emergencia de ONEMI, como impacto a las personas, sus bienes y el medio ambiente o alteración a la infraestructura o servicios básicos [12].

### 3. Revisión de la literatura

En el presente capítulo, se expone una discusión sobre la literatura especializada en Logística Humanitaria y la aplicación de formulaciones de modelos de programación matemática y algoritmos de solución eficientes para estos. La revisión se enfoca en la discusión de modelos de ruteo de vehículos, localización y asignación aplicados a LH y los principales métodos de solución presentes en la literatura para problemas de gran tamaño, altamente restringidos y que requieren gran tiempo de cálculo para instancias reales haciendo énfasis en las investigaciones relevantes de la última década.

#### 3.1 Clasificación de problemas en Logística Humanitaria

Las problemáticas en el contexto de la **Logística Humanitaria** pueden clasificarse de varias maneras, sin embargo, en la literatura destacan dos categorías relevantes: **Logística de socorro** (*Relief logistics*) y **Logística de desarrollo** (*Development Logistics*).

En lo relativo a la Logística de socorro (**LS**), se afirma que se basa en una línea de tiempo que se divide en tres etapas principales: (1) pre-desastre, (2) desastre y (3) post-desastre. Sin embargo, para los tomadores de decisiones y administradores públicos es de mayor interés estudiar la segunda etapa, que a menudo se maneja mediante un *ciclo de gestión de desastres* que considera cuatro etapas: Mitigación, Preparación, Respuesta y Recuperación [15].

La **Mitigación**, bajo la definición otorgada por la Oficina de las Naciones Unidas para la Reducción del Riesgo de Desastres (UNISDR) corresponde, al conjunto de actividades que buscan disminuir los efectos adversos de un evento peligroso. Este organismo de la ONU afirma, que aunque esos impactos no pueden evitarse por completo, la gravedad de los eventos peligrosos se puede reducir. La evaluación de riesgos, el fortalecimiento de las infraestructuras y el aumento de la confiabilidad de la red de transporte son algunas de las acciones a tomar en la etapa de mitigación del ciclo de gestión de desastres [16].

La **Preparación**, es el conocimiento desarrollado para anticipar con eficacia, responder y recuperarse de los impactos de desastres probables, venideros o actuales [16]. Algunas de las

medidas tomadas en esta etapa son: la determinación de métodos para ubicar instalaciones; predisponer de inventarios de artículos de socorro; asignación adecuada de vehículos a las instalaciones de acopio de material de ayuda humanitaria y planificar las estrategias de evacuación.

La etapa de **Respuesta** incluye las acciones tomadas directamente antes, durante e inmediatamente después de un desastre con el fin de: salvar vidas; reducir los impactos en la salud; garantizar la seguridad pública y satisfacer las necesidades básicas de subsistencia de las personas afectadas [16]. La gestión de operaciones en actividades de búsqueda y rescate; distribución de alimentos y productos básicos; distribución de refugios; y la evacuación de los hospitales, las escuelas, etc, son algunas de las principales medidas de respuesta que deben planificar los tomadores de decisión.

En términos del ciclo de gestión de desastres para el caso de la **LS**, consiste en la etapa de **Recuperación**, que se define como la restauración o mejora de los medios de subsistencia y de salud, así como los activos económicos, físicos, sociales, culturales y ambientales de una comunidad afectada por desastres [16]. Coordinar este tipo de actividades, constituye un tarea compleja, sin embargo, su correcta realización implica apegarse directamente a los principios del desarrollo sostenible, o sea, se consideran cuidadosamente los aspectos necesarios para evitar o reducir, el riesgo en futuros desastres. Las principales acciones tomadas durante esta etapa son la limpieza y remoción de escombros y la reparación y restauración de infraestructura (carretera, puentes, instalaciones, etc) y el reparto de ayuda humanitaria.

Las crisis humanitarias cuyos efectos colaterales adversos tienen una mayor duración en el tiempo, son materia de la Logística de Desarrollo (**LD**) donde, los problemas abordados son aquellos que provocan sufrimiento humano y/o daño económico, pero a diferencia de los desastres definidos anteriormente, se extienden durante largos períodos de tiempo hasta el punto en que sus causas no pueden vincularse a un evento específico. Una de las características más importantes de las crisis a largo plazo es que, requieren acciones continuas para ser manejadas. Para los países desarrollados, los problemas de logística de desarrollo incluyen proporcionar atención preventiva generalizada, por ejemplo, localizar y movilizar centros de mamografía, localizar desfibriladores, abordar problemas de obesidad y proporcionar energía sostenible. En

los países del tercer mundo, la logística de desarrollo se ocupa de los problemas que surgen del acceso limitado a recursos básicos indispensables, como: alimentos, agua potable, vivienda, educación, higiene, entre otros, y como tal, se centra en problemas como el hambre, la malaria y VIH/SIDA.

Adicionalmente, de las clasificaciones anteriormente mencionadas, la LH puede ser clasificada bajo otros criterios. Primero, los desastres pueden dividirse en dos tipos dependiendo de su origen: naturales y artificiales (provocados por actividades humanas). Además, en ambos casos pueden ser de comienzo repentino o lento. Por ejemplo, los ataques terroristas son desastres de origen súbito provocados por el hombre. El hambre y las sequías son ejemplos de desastres naturales de aparición lenta. En algunos casos se puede predecir, la ubicación de un desastre natural repentino así como, el momento de algunos desastres también puede predecirse, por ejemplo, con huracanes tanto, el momento como la ubicación pueden predecirse con precisión suficiente para implementar planes de emergencia y entregar avisos a la comunidad futuramente afectada.

Como cada desastre tiene sus propias características, es difícil predecir los resultados en el largo plazo de las medidas adoptadas. Desafortunadamente, existen recursos limitados, en términos de donaciones, mano de obra e infraestructura. Esto resulta en dificultades para responder a las necesidades de la población afectada de manera rápida y efectiva. Tanto, el contenido de las donaciones como las necesidades de las víctimas son inciertas. Además, el tiempo y la cantidad de donaciones a menudo son ambiguos entregando, como resultado problemas de perecebilidad y el bloqueo del flujo de material esencial mediante donaciones innecesarias.

A continuación, en la Figura 7, se resume lo expuesto en esta sección, proporcionando así una representación visual de la clasificación para los desastres dada por la LH [17].



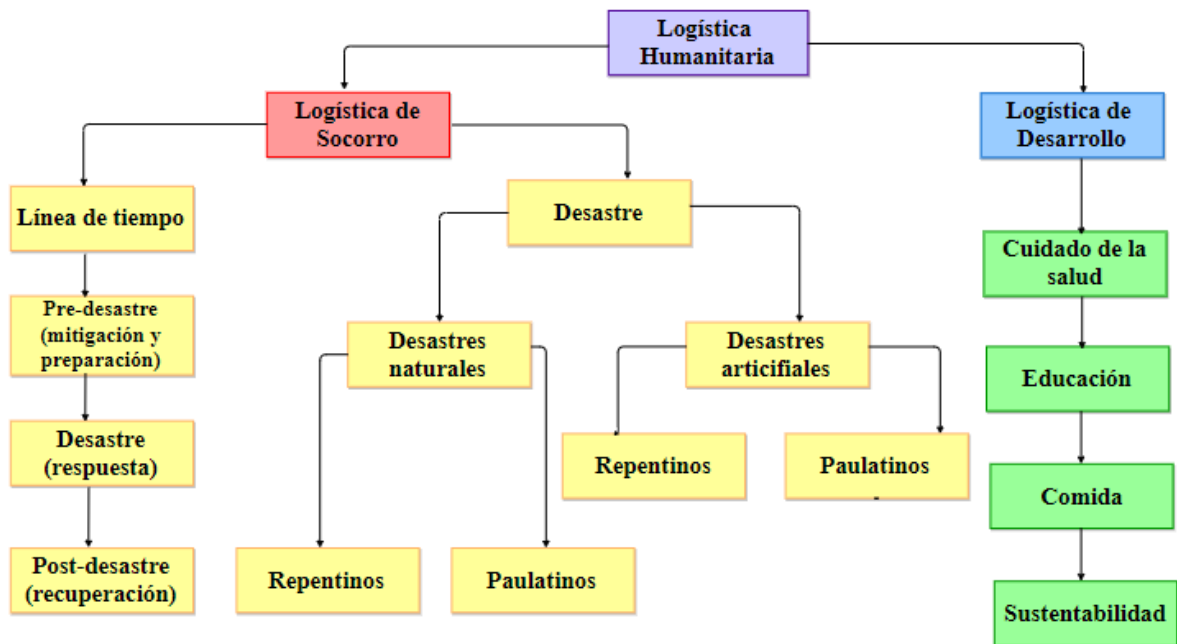


Figura 7: Clasificación de problemáticas referentes a la Logística Humanitaria. INFORMS Tutorials in Operations Research (2017).

Es importante comparar las cadenas de suministro humanitarias y las comerciales. Se observa que los agentes de cada sistema y sus características muestran diferencias significativas. Si bien existen: proveedores, fabricantes, distribuidores, minoristas y clientes en una cadena de suministro comercial, las organizaciones no gubernamentales (ONG) y las organizaciones donantes y receptoras forman los actores de una cadena de suministro humanitario. En una cadena de suministro comercial, los planes se hacen de acuerdo con las necesidades del negocio para ser impulsado por la demanda y los objetivos generalmente minimizan el costo o maximizan la calidad / beneficio. Por otro lado, una cadena de suministro humanitario es impulsada por la oferta, lo que significa que la planificación se realiza de acuerdo con las existencias (donaciones). Además, los objetivos pueden diferir entre maximizar la tasa de supervivencia, la equidad del reparto, minimizar los daños generales, etc. Además, aspectos como cuantificar la tasa de supervivencia o la equidad del reparto también son desafíos de la LH.

La literatura especializada en LH ha sido más requerida desde los inicio del 2000, cuando la información relacionada a los desastres naturales y crisis humanitarias empezaron a denotar la necesidad del desarrollo de este tipo de estudios y en la generación de nuevo conocimiento sobre la gestión de desastres. Se resalta una revisión monográfica de la literatura realizada, por Altay y Green [18] respecto a la administración de desastres desde la perspectiva de variados estudios presentados en revistas y artículos donde, se mencionan distintos enfoques, clasificaciones para las fases de la administración de desastres y las posibles áreas de aplicación existentes. Posteriormente, un año más tarde, Kovacs y Spen [19] realizan una revisión de las publicaciones sobre Logística de Socorro, haciendo énfasis en el ciclo de gestión de desastres, los agentes participantes de este y en las principales características de las cadenas de suministro humanitarias. En el año 2012, en la revisión realizada por Caunhye [20] se presentan los principales modelos de programación matemática existentes, exponiendo sus principales objetivos, limitaciones y principales resultados relevantes para los tomadores de decisiones. En el estudio realizado por Leiras [21], se proporcionan estadísticas sobre varios tipos de crisis humanitarias, así como un análisis sobre los estudios teóricos y basados en aplicaciones, que incluyen tanto enfoques deterministas como estocásticos. En una revisión bibliográfica previa realizada por C, Elik [22], se revisan los estudios entre los años 2007 y 2012 clasificándolos, de acuerdo con su fase en el ciclo de gestión de desastres, así como proporcionando casos de estudio que reflejan las características de diferentes cuestiones humanitarias. Una de las revisiones de la literatura más recientes realizadas, es la presentada por Grass y Fischer [23] mencionan los estudios de la última década sobre programación estocástica en dos etapas, con énfasis en los enfoques de modelado y solución.

### **3.1.1 Logística de Socorro - LS**

En términos generales, en la literatura relacionada con logística existen muchas problemáticas abordadas como alguno de los modelos matemáticos clásicos existentes en la literatura de IO o combinaciones de estos. Algunos ejemplos de estos modelos son, **VRP** (Vehicle Routing Problem), modelos de asignación y flujo en redes en general, localización, entre otros. La logística humanitaria requiere un patrón similar a los enfoques de IO clásicos. Dado que el problema

fundamental de la logística es el problema de localización de instalaciones, es el enfoque más común utilizado en la literatura de LS. Según la frecuencia de uso y aparición de estos tópicos en la literatura, los problemas de localización son los más frecuentes, seguidos por problemas de ruteo, problemas mixtos de ruteo y localización, problemas de modelado de inventario de reserva, problemas de asignación y problemas de evaluación de riesgos, en el orden indicado [23] (actualizado al año 2016). Según Grass y Fischer [23] la distribución de estos problemas en la literatura de LS se puede ver en la Figura 8. En términos de los 108 estudios revisados por estos autores en los últimos 10 años, 34 de estos se centran en problemas de localización y 28 en problemas asociados al VRP. Hay 17 que se centran en problemas mixtos de ruteo y localización y 11, 7, 7 y 4 estudios en modelado de inventario de reserva, diseños de redes, asignación y problemas de evaluación de riesgos, respectivamente.

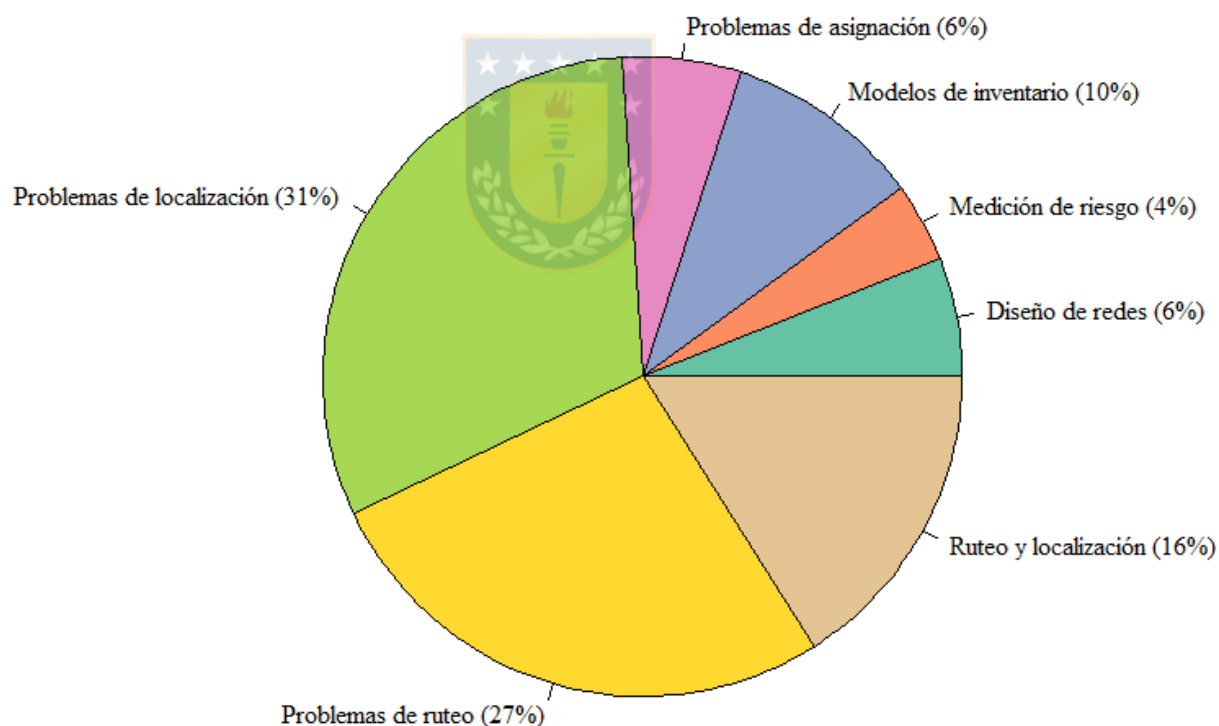


Figura 8: Distribución de problemáticas de IO en el contexto de la Logística Humanitaria. Grass y Fisher (2016).

Sobre el uso de modelos de localización para el caso de la LS, se busca determinar localizaciones para instalaciones de ayuda humanitaria entre un conjunto discreto o continuo de posibles alternativas de manera de conciliar generalmente, la minimización del uso de recursos con el cumplimiento de restricciones que la situación imponga. Tanto en la logística comercial como en la humanitaria, los modelos de localización son herramientas de frecuente uso.

Uno de los primeros estudios en la literatura de gestión de desastres es el de Murray [24], cuyo objetivo es localizar sirenas de alerta de emergencia que puedan monitorear las cambiantes condiciones climáticas y advertir a la población antes de un desastre, considerando lecturas anómalas o fuera de rango en los detectores. Scaparra, Iglesia y Liberatore [25] localizaron recursos defensivos para disminuir la vulnerabilidad de interrupciones repentinas de los servicios básicos indispensables debido a posibles ataques terroristas mediante un enfoque de programación matemática estocástica. Kılıcı et al. [26] realizaron estudios sobre localización de sitios de refugio según ciertos criterios como la cercanía, a los centros de salud y las limitaciones de asignación a las zonas más vulnerables. Como última mención sobre modelos de localización se destaca el estudio de Duhamel et al. [27], un estudio determinista cuyo objetivo, fue formular un modelo para maximizar la cantidad de afectados asistidos por un conjunto de centros a instalar en localizaciones estratégicas.

Los modelos de ruteo de vehículos o de flotas de vehículos son el segundo tópico de la IO más frecuentemente utilizado para los modelos de LH. Los problemas de ruteo encuentran el conjunto óptimo de rutas para una flota de vehículos que entregan bienes o servicios en varios lugares. En la logística humanitaria, este problema generalmente se utiliza para abordar problemas en las fases posteriores al desastre, ya que las decisiones de transporte y ruta adquieren más importancia después de que ocurre una crisis.

Berkoune et al. [28] definen y formulan un modelo para el transporte en operaciones de respuesta a emergencias basado en el ruteo de vehículos destinados a la ayuda humanitaria. Existen estudios de modelos monobjetivo, pero que utilizan programación estocástica en dos etapas como el estudio llevado a cabo por Shen et al. [29] donde, se considera el problema de ruteo de vehículos para emergencias bio-terroristas; el problema se presenta en dos etapas. Un

conjunto de rutas se determina previamente y se ajusta, una vez que se revela la información del desastre. Respecto a los modelos de múltiples objetivos se destaca el trabajo de Alem [30], que resuelve el problema de distribución de artículos de socorro, teniendo en cuenta la asignación de presupuesto y las decisiones de tamaño de la flota así como, los plazos de entrega variables como objetivos principales aplicando el método de  $\epsilon$  - *constraint*. El estudio de Tzeng et al. [31], utiliza programación multiobjetivo sobre el problema de distribución de artículos de socorro donde, los objetivos están relacionados con la eficiencia y la equidad en el reparto de artículos entre las víctimas del desastres. Yuan y Wang [32] utilizan un problema de selección de ruta considerando los tiempos totales de viaje y la complejidad de la ruta, representada por el caos, el pánico y la congestión en tiempos de desastre. Lin et al. [33] consideró, objetivos múltiples que minimizan la demanda no satisfecha, el tiempo de viaje y las diferencias en las tasas de satisfacción entre los puntos de demanda. Además de las restricciones clásicas para el modelo de VRP, consideran las ventanas de tiempo (VRP-Time Windows) y la estrategia de entrega dividida (Split delivery).

En los últimos años, un nuevo método de transporte innovador ha irrumpido dentro de la sociedad y este ha llamado la atención de los investigadores asociados al área del ruteo de vehículos, no solo por la capacidad de estos para controlarse a distancia, sino que por ser vehículos aéreos, lo cual es revolucionario desde el punto de vista de la literatura, ya que como se ha expuesto, los vehículos implícitamente son subentendidos como vehículos terrestres. Lo anterior, abre una nueva perspectiva para los investigadores asociados a la LS, permitiendo generar nuevos modelos, flexibilizar y diversificar los medios de transportes disponibles para la gestión de desastres.

En términos sencillos, un dron es un vehículo aéreo que vuela sin tripulación. Existen drones de diversos tamaños, capacidades y con diferentes finalidades. Sin embargo, es importante indicar que este tipo de máquinas existen desde hace mucho tiempo, pese a que su fabricación resulta un tanto costosa y que tampoco, se contaban con las características que poseen hoy en día. Actualmente, con los nuevos desarrollos en ciencia de materiales y el avance de la tecnología inalámbrica a permitido que los drones sean de uso común y comercial el día de hoy,

permitiendo que cualquier persona adquirir esta tecnología.

En el artículo recientemente publicado en Junio de 2018 por Boualem, Wankmüller y Reiner [34], se considera las aplicaciones de drones en la distribución de última milla en logística humanitaria y presentan, un modelo de optimización para la entrega de múltiples paquetes de artículos de alivio ligero (vacunas y tabletas de purificación de agua) a través de drones a un determinado número de ubicaciones remotas dentro de un área propensa a desastres. El objetivo del modelo es minimizar la distancia de viaje total (o el tiempo/costo) del dron bajo carga útil y las restricciones de energía mientras, se instalan las estaciones de recarga para permitir la extensión de la distancia de operación del dron. Se discute la implementación de diferentes políticas de prioridad. El modelo se resuelve, como un modelo lineal entero-mixto e instanciado numéricamente con diferentes escenarios. En el trabajo de Khalili-Damghani y Tavana [35] se propone un enfoque de programación bi-objetivo que pondera objetivos en conflicto (costo y tiempo de programación) en el contexto de un modelo entero-mixto. Además, el modelo propuesto considera varios conjuntos de restricciones (asignación, eliminación de sub-tours y capacidades). El modelo es resuelto mediante el método de la  $\epsilon$ -constraint y se realizan análisis de sensibilidad para ver los efectos de la variación en los costos de transporte en las fronteras de pareto y en las soluciones pareto-eficientes encontradas. Finalmente, se resalta el estudio recientemente elaborado por M.Ham [36] que aborda la posibilidad de usar un dron no tripulado junto con un camión de reparto tradicional para distribuir paquetes de ayuda humanitaria. Esto se discute en la literatura y se denomina el problema del vendedor ambulante de programación en drones paralelos (PDSTSP). Este estudio amplía la formulación original del TSP al considerar dos tipos diferentes de tareas de drones: soltar y recoger. Se propone y prueba un enfoque de programación restrictiva con instancias problemáticas de *m-truck*, *m-drone*, *m-depot* y cientos de clientes distribuidos en una región cuadrada de 8 millas.

### 3.1.2 Logística de Desarrollo - LD

La literatura de la Logística de Desarrollo (LD) muestra similitudes respecto de la literatura para la Logística de Socorro (LS) en términos del uso de técnicas pertenecientes a la IO. La diferencia radica en el tipo de problemáticas en que estas herramientas son utilizadas, ya que como se mencionó en las secciones anteriores, la LD apunta a resolver problemas, derivados de crisis humanitarias que se extienden prolongadamente en el tiempo. Los problemas más comunmente abordados en la literatura sobre este tema tienen relación con el cuidado de la salud, planes sanitarios y alimentarios a gran escala. Algunos problemas como la localización de instalaciones y equipo médico o ruteo de transporte para el personal médico en zonas conflictivas son frecuentemente tratados. También, planes logísticos para generar asistencia general en una comunidad para el tratamiento del VIH, influenza y otras epidemias son también discutidos. Además, se hace incapié en las crisis alimentarias las cuales son importantes crisis humanitarias de interés para la LD a tratar y estudiar.

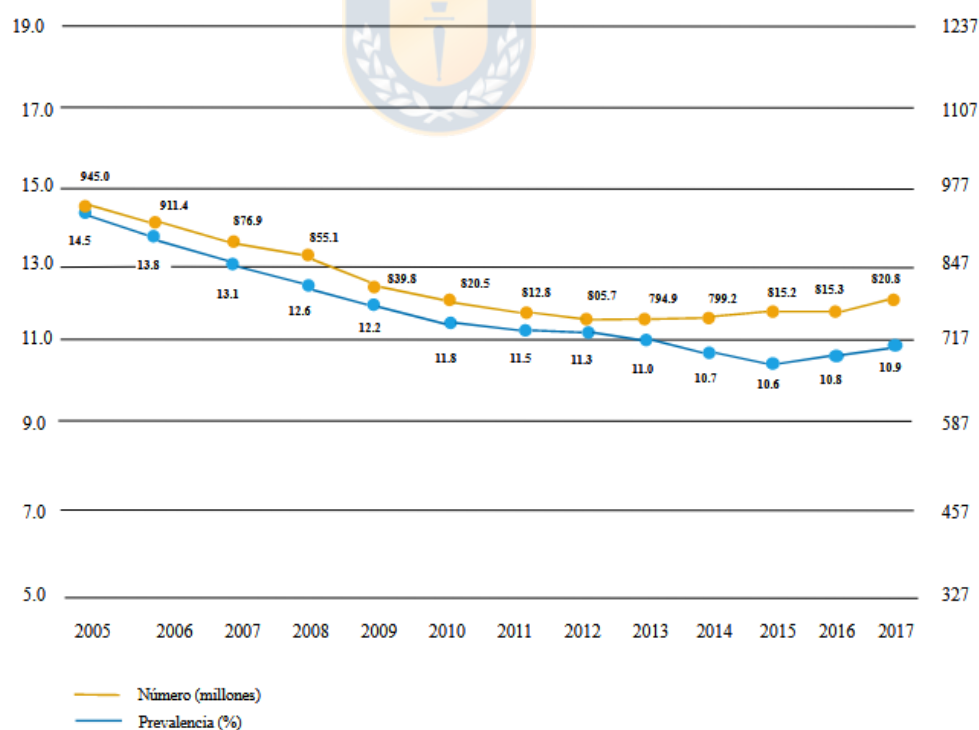


Figura 9: Evolución del deficit alimentario existente en el mundo entre los años 2005 y 2017. Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y Agricultura (2017).

En la Figura 9, se presenta una gráfica elaborada por la Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y Agricultura entre los años 2014 y 2017, se produjo un incremento en el porcentaje de personas sub-alimentadas en el mundo, llegando a más de 800 millones de personas categorizadas en esta forma. Además, los pronósticos vaticinan un incremento en estos indicadores en el tiempo, dado el aumento en la frecuencia en la ocurrencia de desastres naturales y crisis internacionales.

El estudio realizado por Jia et al. [37], utilizaron un modelo de localización para ubicar suministros médicos y tratar enfermedades como el antrax con un enfoque determinista de programación entera. Por otro lado, Murali et al. [38], abordan el problema con un modelo de programación pseudo-estocástica para resolver la misma problemática. Otros estudios que utilizan modelos de localización en problemas de LD son los de Doerner et al. [39] y Araya et al. [40] y sus objetivos son determinar la ubicación de las escuelas primarias en áreas propensas a tsunamis y en áreas rurales, respectivamente.

Los modelos de ruteo son utilizados de igual modo para el estudio de la LD. En este ámbito destaca el estudio realizado por Pacheco et al. [41] que considera un problema de ruteo de autobuses escolares, en el cual los estudiantes de escuelas primarias que viven en aldeas lejanas y de bajos recursos, son transportados a las escuelas más cercanas. Pacheco et al. [41] considera un modelo de bi-objetivo que busca minimizar la longitud de la ruta más larga y la distancia total. De Angelis et al. [42] planifican las entregas semanales de alimentos en el país de Angola a través del transporte aéreo y trabajan con el Programa Mundial de Alimentos, una agencia fundamental de ayuda alimentaria relacionada con las Naciones Unidas.

La discusión realizada tanto para la LS y LD coloca en contexto, los avances en la literatura sobre el uso de las metodologías de IO en el contexto de la LH y como los distintos enfoques, formulaciones, aplicaciones y métodos de solución constituyen, un gran aporte al proceso de toma de decisiones y como, su correcta implementación puede traer beneficios importantes a los afectados bajo las condiciones adversas mencionadas. En la Tabla 1, se presenta un resumen de varios artículos revisados en esta sección, señalando: Autores, Área de aplicación, Objetivos, Métodos de solución y otras características de interés (ver Glosario).



Autores/ Cita	Área de aplicación	Objetivo(s)	Método(s) de solución	C	H	m-p	m-v	m-d	s-d	t-l	MO	OBSERVACIONES:
Berkoun et al.(2012)	TPDRD	Minimizar tiempo total de transporte.	Heurísticas y A.G	✓	×	✓	✓	✓	✓	✓	×	- No se especifican medios de transporte. - Las instancias y parámetros fueron generados.
Shen et al.(2009)	Plan de respuesta para emergencias bio-terroristas.	Minimizar demanda insatisfecha.	Programación estocástica.	✓	×	×	✓	✓	✓	×	×	Modelo resultado en dos etapas: - Generación de rutas óptimas pre-desastre. - Reajuste de las rutas dada la información obtenida post-desastre
Tzeng et al.(2007)	Diseño de sistema de entrega de material de socorro.	(1) Minimizar el costo logístico total. (2) Minimizar el tiempo total de entrega. (3) Maximizar la mínima satisfacción percibida por un afectado.	$\epsilon$ - constraint	✓	×	✓	✓	✓	×	✓	✓	- Modelo que considera varios periodos de planificación. - Instancias utilizadas corresponden a datos del terremoto de 1999 ocurrido en Taiwan.
Yuan and Wang (2009)	Selección de rutas.	(1) Minimizar el tiempo total de la ruta. (2) Minimizar tiempo y complejidad de la ruta.	- Modificación de algoritmo de Dijkstra. - ACO	✓	×	×	✓	×	✓	×	✓	- La complejidad de la ruta está definida en función del número de arcos incluidos. - Los enfoques basados en simulación muestran ser más efectivos para instancias grandes.
Lin et al.(2011)	- Plan logístico para el diseño de una red de entrega de ayuda humanitaria priorizada.	(1) Minimizar la demanda insatisfecha ponderada por la prioridad del ítem. (2) Minimizar el tiempo total utilizado.	- Enfoque heurístico basado en AG. - Enfoque heurístico basado en algoritmos de descomposición.	✓	×	✓	✓	✓	✓	×	✓	- Modelo considera múltiples periodos de planificación y ventanas de tiempo.
Rabba et al.(2018)	- Ruteo de drones para la entrega de material de socorro.	Minimizar distancia total de viaje de la flota.	MPE	×	✓	✓	✓	✓	×	×	×	- Se consideran restricciones de la energía de los drones necesaria para su funcionamiento bajo los estándares requeridos.
Tavana et al.(2017)	- Planificación de tiempo y costo para una red logística de socorro.	(1) Minimizar costo de planificación. (2) Minimizar tiempo total.	Adaptación del método de la $\epsilon$ -constraint.	✓	✓	✓	✓	✓	×	✓	✓	- Las instancias y parámetros fueron generados.
Ham (2018)	PDSTSP	Minimizar tiempo logístico total	Programación restringida	✓	✓	✓	✓	✓	×	×	×	- Modelo basado en modelos de scheduling de máquinas paralelas con tiempo de set-up dependiente de la secuencia y reintercalación.
Rath and Gutjahr (2014)	Generar plan logístico con almacenes intermedios.	(1) Minimizar costo de apertura. (2) Minimizar costo logístico. (3) Maximizar demanda cubierta.	- $\epsilon$ -constraint - VNS	✓	×	×	✓	✓	✓	×	✓	- Objetivos separados y combinados. - Autores afirman necesidad de parametrísticas para instancias más grandes, pero no las implementan
Alfshar and Haghani (2012)	Logística integrada en tiempo real.	Minimizar demanda insatisfecha ponderada.	MPE	✓	×	✓	✓	×	×	×	×	- Instancias de estudio tomada a partir de terremoto de San Francisco el año 2000.
Almadi et al.(2015)	Logística de socorro.	Minimizar costo logístico total penalizado por la demanda insatisfecha.	Variante de LS	✓	×	✓	✓	✓	✓	×	×	- Lo múltiples costos son agregados para formar un modelo bi-objetivo.
Bozorgi-Amiri et al.(2013)	Logística bajo incertidumbre.	(1) Minimizar costo set-up. (2) Minimizar costo localización. (3) Minimizar costo asignación. (4) Minimizar tiempo logístico total incurrido por una flota de vehículos especializados.	Programación estocástica	✓	×	×	✓	✓	×	✓	✓	- Enfoque jerárquico basado en clúster. Descomposición del modelo en dos fases de decisión: - Construir caminos estocásticos vehículos bajo la guía de senderos de feromonas - Modelo de flujo en redes para la asignación entre diferentes tipos de flujos de vehículos y productos básicos.
Ozdamar and Demir (2012)	Ruteo jerárquico .		HOGCR	✓	✓	✓	✓	✓	✓	×	×	
Yi and Kumar (2007)	Logística de socorro	Minimizar demanda insatisfecha ponderada.	ACO	✓	×	✓	✓	✓	✓	×	×	- Las instancias y parámetros fueron generados.
Neja et al.(2013)	Logística de socorro para terremotos.	(1) Minimizar el número de heridos no atendidos. (2) Minimizar la demanda insatisfecha ponderada. (3) Minimizar el número de vehículos utilizados.	Optimización jerárquica.	✓	×	✓	✓	✓	✓	×	✓	- Se considera el estado general de las rutas mediante ponderadores asociados a un <i>risklog</i> .
Este estudio	Logística de socorro para crisis humanitarias.	(1) Minimizar costo total de implementación del sistema de distribución. (2) Minimizar el costo total por insatisfecha.	Algoritmos evolutivos multiobjetivo.	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	

Tabla 1: Sumario de la revisión de la literatura de publicaciones relacionadas con Logística Humanitaria y la aplicación de metodologías de IO. (Elaboración propia)

## 4. Marco Teórico

En la presente sección, se presenta una revisión de la literatura referida a la aplicación de técnicas de optimización evolutiva a problemas de gestión de desastres. La revisión hace énfasis en optimización evolutiva multiobjetivo y sus aportes a las técnicas de IO para abordar modelos altamente restringidos y de gran tamaño. Previamente, se introducen los conceptos fundamentales de optimización multiobjetivo y los principales enfoques clásicos de solución.

### 4.1 Optimización Multiobjetivo

La mayor parte de los problemas de optimización del mundo real son naturalmente multiobjetivo [43]. Esto es, suelen tener dos o más funciones objetivo que deben satisfacer simultáneamente un conjunto de restricciones y que frecuentemente están en conflicto entre sí. Sin embargo, a fin de simplificar su solución, muchos de estos problemas tienden a modelarse como mono-objetivo usando solo una de las funciones originales y manejando las adicionales como restricciones, sin embargo, lo usual es que no se conozca la manera adecuada de combinar los diferentes objetivos. En este caso, se dice que el problema es un Problema de Optimización Multiobjetivo (*Multiobjective Optimization Problem* - MOP) [44].

En problemas de optimización multiobjetivo con objetivos contradictorios, no siempre existe una solución única que pueda ser considerada como la mejor, sino un conjunto de soluciones que representan los mejores compromisos (*trade-offs*), entre los distintos criterios considerados. Dicho conjunto es llamado **conjunto pareto-óptimo** o **conjunto pareto-eficiente** y su imagen en el espacio objetivo es denominado **Frente Pareto** [45]. Los Algoritmos Evolutivos (*Evolutionary Algorithms* - EA's) han demostrado ser especialmente adecuados para abordar problemas de optimización multiobjetivo. La literatura actual reporta un gran número de Algoritmos Evolutivos para Optimización Multiobjetivo (*Multiobjective Evolutionary Algorithms* - MOEA). Con la aplicación cada vez más extendida de MOEA's en problemas reales de optimización, se hace necesario mejorar el desempeño de los mismos a fin de asegurar la aplicabilidad de estas técnicas en problemas de complejidad creciente [46].

### 4.1.1 Definiciones

Mientras que en optimización monoobjetivo se busca un vector de decisión  $n$ -dimensional que optimice una función escalar, bajo cierto número de restricciones, en optimización multiobjetivo se intenta encontrar uno que optimice una función vectorial cuyas componentes representan distintas funciones objetivo [47].

**Definición 1. Problema de Optimización Multiobjetivo:** Determinar el vector  $n$ -dimensional  $\vec{x} = [x_1, \dots, x_n]$  sobre  $\Omega_1 \subseteq \mathbb{R}^n$ , tal que se optimice la función objetivo vectorial  $k$ -dimensional  $F(\vec{x}) = \vec{y} = [y_1, \dots, y_k] = [f_1(\vec{x}), \dots, f_k(\vec{x})] \subseteq \mathbb{R}^k$ .

$$\min F(\vec{x}) \quad (1)$$

sujeto a:

$$g(\vec{x}) = [g_1(\vec{x}), \dots, g_m(\vec{x})] \leq \vec{0} \quad (2)$$

$$h(\vec{x}) = [h_1(\vec{x}), \dots, h_p(\vec{x})] = \vec{0} \quad (3)$$

donde:

$$\vec{x} = [x_1, \dots, x_n] \in \Omega_1 \subseteq \mathbb{R}^n, \quad \vec{y} = [y_1, \dots, y_k] \in \Omega_2 \subseteq \mathbb{R}^k \quad (4)$$

El problema dado por: (1), (2), (3) y (4); puede ser reescrito, si consideramos que un MOP puede ser caracterizado por un par  $(F, \Omega_1)$ , como se muestra en (5) :

$$\min_{\vec{x} \in \Omega_1} F(\vec{x}) \quad (5)$$

Donde  $\Omega_1$ , es el espacio factible para el vector decisión  $\vec{x}$ , también denominado, espacio de decisión, el cual es definido por el dominio de las variables de decisión y las restricciones del problema. Por otro lado, las imágenes de los vectores de decisión  $\vec{x} \in \Omega_1$ , respecto al vector de funciones objetivo del problema  $[f_1(\vec{x}), \dots, f_k(\vec{x})]$ , se denomina espacio objetivo  $\Omega_2$ .

En la Figura 10, se presenta un ejemplo de la relación entre el espacio de decisión y objetivo. Se aprecia que ambos espacios están vinculados por la transformación que constituye el vector de funciones objetivo.

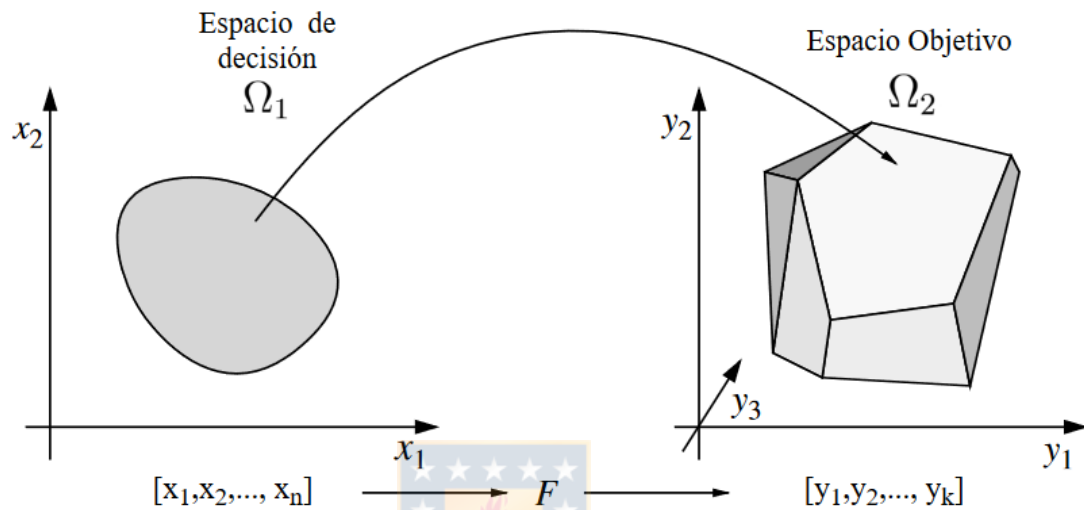


Figura 10: Espacio de decisión y Espacio objetivo para un MOP. Talbi, El-Ghazali (2009)

Como se mencionó anteriormente, un problema de optimización multiobjetivo generalmente tiene objetivos en conflicto, por lo que es inusual encontrar un vector en el espacio de decisión que optimice simultáneamente, todas las funciones objetivos involucradas. Lo anterior hace necesaria la definición de nuevos conceptos de orden y optimalidad para las soluciones [48].

**Definición 2. Dominancia de Pareto:** Sean  $\vec{u} = [u_1, u_2, \dots, u_k]$  y  $\vec{v} = [v_1, v_2, \dots, v_k]$ , dos vectores en el espacio objetivo  $\Omega_2$ . Se dice que  $\vec{u}$  domina a  $\vec{v}$  (denotado por  $\vec{u} \prec \vec{v}$ ) si y solo si, ninguna componente de  $\vec{v}$  es menor respecto a la correspondiente componente de  $\vec{u}$  y al menos una componente de  $\vec{u}$  es estrictamente menor [48], esto es:

$$\forall i \in \{1, 2, \dots, k\} : u_i \leq v_i \wedge \exists i \in \{1, 2, \dots, k\} : u_i < v_i \quad (6)$$

El concepto de optimalidad en optimización multiobjetivo, viene dado en términos de la definición de dominancia. Una solución es Pareto-Óptima, si no existe ninguna otra solución en el espacio de decisión, que sea mejor en un objetivo sin ser peor en al menos otro.

**Definición 3. *Optimalidad de Pareto:*** Una solución  $\vec{x}^* \in \Omega_1$ , se define como eficiente o pareto-óptima, si para cada  $\vec{x} \in \Omega_1$ , el vector objetivo  $F(\vec{x})$  no domina a  $F(\vec{x}^*)$ , lo cual se denota como  $F(\vec{x}) \not\prec F(\vec{x}^*)$  [48].

Un problema de optimización multiobjetivo, tiene asociada varias soluciones pareto-óptimas a diferencia de los problemas mono-objetivo, que generalmente tienen una única solución óptima (sentido convencional de optimalidad). El número de soluciones pareto-óptimas, aumenta con el tamaño del problema y el número de objetivos considerados. En general, el número de soluciones eficientes crecer exponencialmente con el tamaño del problema, y mayoritariamente estos son considerados problemas de la familia NP-hard [49].

**Definición 4. *Conjunto Pareto Óptimo:*** Dado un MOP  $(F, \Omega_1)$ , el Conjunto Pareto Óptimo es definido como  $P^* = \{\vec{x} \in \Omega_1 : \nexists \vec{x}' \in \Omega_1, F(\vec{x}') \prec F(\vec{x})\}$  [48].

La Frontera de Pareto (*Pareto front*), corresponde a la imagen del Conjunto Pareto Óptimo en el espacio objetivo  $\Omega_2$ . Obtener la Frontera de Pareto o una aproximación de esta, es el objetivo principal de las técnicas de optimización multiobjetivo [50].

**Definición 5. *Frontera de Pareto:*** Dado un MOP  $(F, \Omega_1)$  con Conjunto Pareto Óptimo  $P^*$ , se define la Frontera de Pareto como  $PF^* = \{F(\vec{x}), x \in P^*\}$  [48].

Considerando que, la Frontera de Pareto puede contener un gran número de puntos, una aproximación contiene solo una cantidad limitada de estos, los cuales se desea que estén lo más próximos posible de la real Frontera de Pareto (covergencia). De igual modo, se desea que los

puntos aproximados, se encuentren uniformemente distribuidos sobre la Frontera de Pareto (diversidad). En la Figura 11, se presentan tres ejemplos de aproximaciones de la real Frontera de Pareto para un MOP genérico. Como se aprecia, en la figura de la izquierda la aproximación (línea roja) presenta una alta diversidad, pero una baja convergencia a la Frontera de Pareto real (línea azul); la figura central, es una aproximación de alta convergencia y diversidad; mientras que la figura de la derecha presenta una buena convergencia, pero una baja diversidad respecto de la frontera real. Las situaciones mencionadas, tienen directo impacto en la toma de decisiones respecto a la(s) solución(es) seleccionada(s), dado que el tomador de decisión debe tener información completa (alta diversidad) y bien aproximada (alta convergencia) [48].

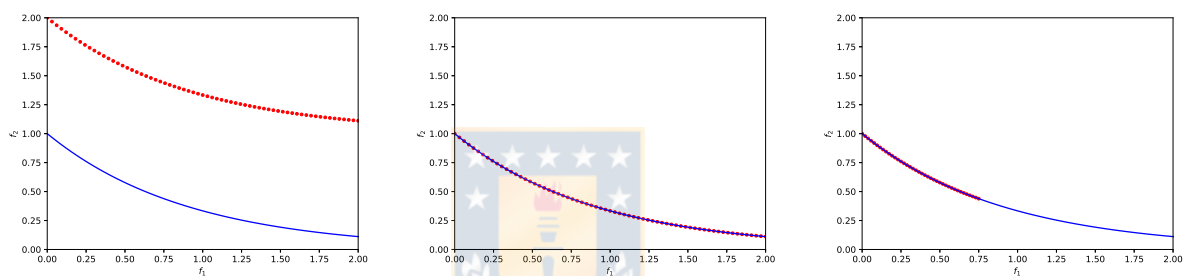


Figura 11: Ejemplos de Fronteras de Pareto respecto a su convergencia y diversidad de una aproximación. (Elaboración propia)

## 4.2 Optimización Evolutiva

El término algoritmo evolutivo (*Evolutionary Algorithm* - EA), representa una clase de métodos de optimización estocásticos que simulan el proceso de evolución natural [51]. Los orígenes de los EA se remontan a fines de la década de 1950, y desde la década de 1970 se han propuesto varias metodologías de optimización evolutiva, principalmente: algoritmos genéticos (*Genetic Algorithms* - GA); programación evolutiva (*Evolutionary Programming* - EP) y estrategias evolutivas (*Evolutionary Strategies* - ES). Estos enfoques operan sobre un conjunto de soluciones candidatas. Realizando fuertes simplificaciones, este conjunto es modificado posteriormente por dos principios básicos: selección y variación. Por un lado, la selección imita la competencia por la reproducción y los recursos entre los seres vivos, mientras el otro principio,

la variación, imita la capacidad natural de crear nuevos individuos mediante cruzamiento entre individuos y mutación. A pesar que los mecanismos subyacentes a esta familia de algoritmos son simples, estos han demostrado ser mecanismos de búsqueda general, robustos y muy potentes [52].

La actual capacidad de cómputo actual disponible y el diseño de nuevas metodologías de optimización matemática pueden desalentar el uso de EA's, dado que estos se clasifican como esquemas heurísticos generalizados que no garantizan optimalidad [53]. Sin embargo, está ampliamente demostrado en la literatura especializada que, el uso de estos esquemas de optimización dan buenos resultados en el contexto de problemas de programación matemática de gran envergadura. Las principales ventajas del uso de EA son: fácil implementación computacional; bajo requerimientos de conocimientos de IO para su utilización; contienen procedimientos estocásticos que permiten escapar de óptimos locales; rápidos en aproximar soluciones para problemas complejos, entre otras [53]. De igual modo, existen claras desventajas/ problemáticas subyacentes a la aplicación de EA's, por ejemplo: requieren una adecuada calibración de parámetros, los cuales son muy influyentes en el desempeño de estas metodologías; existen criterios propios del esquema general de los EA's para los cuales no existe un proceso sistemático de selección por lo que esta tarea queda en manos del investigador, que dependiendo de su experiencia y conocimiento del problema puede realizar decisiones no tan acertadas sobre estos; como se mencionó anteriormente, estas metodologías no garantizan en ningún caso optimalidad de la(s) solución(s) encontradas.

#### **4.2.1 Definiciones**

Estrictamente hablando, los EA son una familia de metaheurísticas estocásticas basadas en poblaciones (*P-metaheuristics*); son procesos iterativos que, como se mencionó anteriormente, simulan el proceso de evolución de las especies. Primeramente, una población inicial se genera aleatoriamente o mediante enfoques heurísticos. Cada individuo en la población es la versión codificada de una solución factible al problema. Una función objetivo asocia un valor de aptitud (*fitness*), a cada individuo que indica su idoneidad o grado de adaptabilidad para el problema. En

cada iteración, ciertos individuos se seleccionan para formar los padres, siguiendo el paradigma de selección que indica que individuos con mejores *fitness* son seleccionados con mayor probabilidad. Luego del proceso de selección, los padres se reproducen utilizando operadores de variación (cruce y mutación) para generar nuevos descendientes (*offsprings*). Finalmente, se aplica un esquema de reemplazo para determinar cuales individuos de la población sobrevivirán de los descendientes y los padres. Este proceso representa la creación de una generación. El esquema, se repite hasta que se cumplan los criterios de detención establecidos [48]. En la Figura 12, se presenta un resumen del esquema general mencionado para un EA.

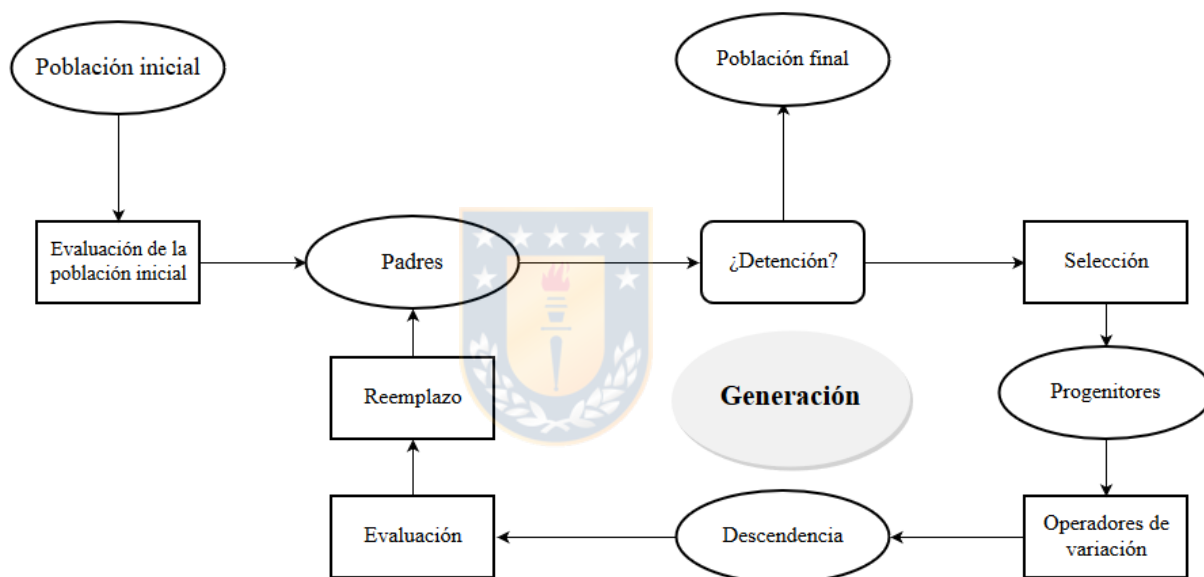


Figura 12: Esquema general de un EA.

Dado que se realiza un frecuente uso de la terminología evolutiva y biológica en el contexto de estos algoritmos, es necesario clarificar las analogías de conceptos entre el área de la teoría evolutiva y el proceso de optimización. En la Tabla 2, se presenta una paralelización de los principales conceptos tratados en EA.



<b>Métopora</b>	<b>Optimización</b>
Evolución	Resolución del problema
Individuo	Solución
<i>Fitness</i>	Función Objetivo/ Función de aptitud
Medio Ambiente	Problema de Optimización
Generación	Iteración
Población	Conjunto de soluciones factibles

Tabla 2: Proceso evolutivo versus resolución de un problema de optimización.

A continuación, se presenta un pseudocódigo que representa el esquema general de los EA. Sin embargo, solo es una representación general de estos procedimientos, dado que en la práctica existen muchas variantes de EA que pueden contener procedimientos intermedios.

**Algoritmo 1:** Estructura general de un EA. Talbi, E. G. (2009) [48]

**Entrada:** [Problema de optimización, parámetros]

Generar( $P(0)$ ); /Población Inicial/

$t = 0$ ;

**mientras** *No se cumple el criterio de detención* **hacer**

    Evaluar( $P(t)$ );

$P'(t) = \text{Seleccionar}(P(t))$ ;

$P'(t) = \text{Variación}(P'(t))$ ;

    Evaluar( $P'(t)$ );

$P(t + 1) = \text{Reemplazar}(P(t), P'(t))$ ;

$t = t + 1$

**fin**

**Salida:** [Mejor individuo o mejor población encontrada].

#### 4.2.2 Componentes principales de los algoritmos evolutivos

Adicionalmente a los conceptos señalados en la Tabla 2, en la presente sección se definen los principales componentes requeridos en el diseño de EA's (ver Figura 12).

- **Representación (*encoding*):** Corresponde a la estructura de datos utilizada para representar a cada individuo. El individuo, generalmente requiere un proceso de codificación a partir de su presentación inicial (generalmente asociado a un modelo matemático abstracto), de modo de poder traducir a los individuos de la población como estructuras (objetos), que sean susceptibles a las manipulaciones posteriores que los EA requieren. Esta nueva representación de las soluciones genera el espacio de las soluciones codificadas. La literatura ofrece varias representaciones posibles, sin embargo la elección depende de la estructura del problema de interés. Por otro lado, la elección de un determinado tipo de representación tiene directo impacto en la implementación y desempeño de estas metodologías.
- **Inicialización de la población:** Implica el proceso de generar la población inicial requerida para iniciar el esquema general de un EA (ver Algoritmo 1). Existen varias estrategias recomendadas para generar esta población, por ejemplo: generación aleatoria; heurísticas; metaheurísticas basadas en una única solución (*S-metaheuristics*), muestreo de hipercubos latinos (*Latin Hypercube Sampling*), entre otras. La recomendación, es elegir una metodología que preserve la diversificación de las soluciones incluidas en la población, esto es, que las soluciones generadas no se aglomeren en una región acotada del espacio de búsqueda, de modo de incluir representativamente individuos evitando así convergencias prematuras hacia determinado grupo de soluciones en las generaciones futuras [54].
- **Función Objetivo:** Hace referencia a la medida de desempeño de interés que requiere ser optimizada. Su correcta definición es vital para la efectiva ejecución de un EA, dado que generalmente esta medida asigna el *fitness* a cada individuo de la población en una generación dada y permite ordenar las soluciones dentro del espacio de búsqueda. Para esto, una solución en el espacio de codificación requiere una transformación inversa que decodifique a cada individuo de modo que sea susceptible a ser evaluado en la función de aptitud [55].

- **Estrategia de selección:** El mecanismo de selección es uno de los principales componentes de búsqueda en un EA. Este proceso constituye un proceso sistemático para determinar cuales individuos serán seleccionados como progenitores de la siguiente generación. Como se mencionó anteriormente, este mecanismo se basa en el *fitness* asociado a cada individuo, otorgándole una mayor probabilidad de ser elegido como progenitor a los individuos con mayor *fitness*, pero dejando la posibilidad de elegir individuos con menor aptitud como padres [56]. Existen variados mecanismos de selección en la literatura, por ejemplo: *Roulette Wheel Selection*, *Stochastic Universal Sampling*, *Tournament Selection*, *Rank-Based Selection*, entre otros.
- **Estrategias de variación:** Las estrategias de variación hacen referencia a operadores definidos sobre los individuos codificados, específicamente hablando se refiere a los procesos de cruzamiento y mutación. El cruzamiento es un operador binario, es decir, aplica una operación a un par de individuos (padres), de modo de generar nueva descendencia intentando recoger características de los progenitores. Por otro lado, el operador de mutación es un operador unitario, es decir, se aplica sobre una única solución codificada a la vez y realiza, bajo determinado procedimiento, variaciones a la solución de modo de generar cambios aleatorios en ella.
- **Estrategia de reemplazo:** Consiste en el mecanismo que define la composición de la nueva generación entre integrantes de la población anterior y los nuevos individuos generados mediante las fases de selección y variación. Considerando que el tamaño de la población es fijo, este procedimiento permite retirar y agregar individuos de acuerdo a la estrategia de selección elegida. Las dos estrategias principales son: *Generational replacement*, que consiste en que los *offsprings*, reemplazan sistemáticamente la población anterior y *Steady-state replacement*, en el cual solo un *offspring* es generado por iteración y este reemplaza a la peor solución (en base a la función de aptitud) de la generación anterior. Estas dos metodologías son extremas, por lo que en la práctica se aplican esquemas intermedios tanto estocásticos como deterministas.

- **Criterio de detención:** Esquema que define las condiciones requeridas para finalizar el proceso de evolución de las soluciones. Este concepto es común tanto para; metaheurísticas basadas en poblaciones como basadas en una única solución y su definición se realiza por parte del usuario de estas metodologías en base a sus intereses. Los criterios generalmente utilizados se pueden clasificar como: **procedimiento estáticos** y **procedimientos adaptativos** [48]. Los procedimientos estáticos definen *a priori* un criterio de detención, por ejemplo: máximo número de iteraciones (generaciones); número máximo de evaluaciones de la función de aptitud; límite al tiempo de ejecución; límite al uso de memoria; límite al uso de recursos de procesamiento (CPU); entre otros. Por otro lado, en los procedimientos adaptativos la finalización del proceso evolutivo no puede ser conocida *a priori*. Algunos criterios utilizados se basan en estadísticas asociadas a las poblaciones generadas, por ejemplo, indicadores de diversidad de las soluciones, indicadores de mejoras en los individuos obtenidos u otras medidas que indiquen que continuar creando nuevas generaciones no provocará mejoras significativas en las soluciones futuras.

### 4.3 Optimización Evolutiva Multiobjetivo

En la presente sección, se exponen brevemente los principales enfoques de solución existentes para llevar a cabo el proceso de optimización de problemas multiobjetivo. Se hace énfasis en EA's, sin embargo, se mencionan en primer lugar los enfoques clásicos basados en agregación y el método de la  $\epsilon$ -constraint. Para referencias más detalladas de las metodologías expuestas se recomiendan los artículos [57] y [58].

#### 4.3.1 Método de agregación

Esta metodología posiblemente es la más natural e intuitiva para resolver modelos de optimización multiobjetivo. Este es también el método de programación matemática más antiguo para la optimización multiobjetivo, ya que puede derivarse de las condiciones de Kuhn Tucker para soluciones no dominadas [59]. El método consiste en transformar el problema de optimización multiobjetivo en uno monoobjetivo realizando una combinación lineal convexa de las

funciones objetivos implicadas en el problema original. Los coeficientes ponderadores adimensionales  $w_i \geq 0, i = \overline{1, k}$ , corresponden a los "pesos" de cada función objetivo respecto a la nueva función objetivo agregada. Estos valores corresponden a la importancia relativa de cada objetivo respecto a los demás. Dicho lo anterior, el problema multiobjetivo puede ser escrito como:

$$\text{Min} \sum_{i=1}^k w_i f_i(\vec{x}) \quad (7)$$

s.a

$$\vec{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n] \in \Omega \subset \mathbb{R}^{n+} \cup \{\vec{0}\} \quad (8)$$

Dado que se requiere que la combinación lineal de la funciones objetivos sea convexa, es necesario que se satisfaga la condición dada por (9) sobre los ponderadores.

$$\sum_{i=1}^k w_i = 1 \quad (9)$$

Las principales fortalezas de este método son su simplicidad y eficiencia (computacionalmente hablando). Puede funcionar correctamente en MOP simples (convexos) con pocas funciones objetivo. Este enfoque se utiliza normalmente para generar una única o varias soluciones no dominadas que se puedan utilizar como solución inicial para otras metodologías. Una de sus principales debilidades es la dificultad para determinar el conjunto de pesos que pueden escalar adecuadamente los objetivos cuando no tenemos suficiente información sobre el problema. Su inconveniente más grave es que no puede generar miembros adecuados del conjunto óptimo de Pareto cuando el Frente de Pareto es cóncavo, independientemente de los pesos utilizados [60]. Además, este esquema requiere una previa normalización de las funciones objetivo cuando estas no representan cantidades en una misma unidad de medida, de modo de que la suma de las funciones respete el principio de homogeneidad.

### 4.3.2 Método de las restricciones - Método de la $\epsilon$ -constraint

Similarmente al caso anterior, este método transforma un problema de optimización multi-objetivo en un problema de un solo objetivo. Dada una función objetivo vectorial  $k$ -dimensional  $F(\vec{x}) = [f_1, \dots, f_k]$ , el problema puede ser reformulado seleccionando una de las  $k$  funciones objetivo como única función a optimizar, mientras que las restantes  $k - 1$  funciones, se convierten en restricciones adicionales al problema, las cuales están acotadas superiormente por un valor  $\epsilon_j, j = 1, \dots, k, j \neq n$  [48]. Dado lo anterior, el problema puede ser reescrito como:

$$MOP_k(\epsilon) = \begin{cases} \text{Min } f_n(\vec{x}) \\ f_j \leq \epsilon_j, \quad j = 1, \dots, k, \quad j \neq n \\ \vec{x} \in \Omega \end{cases} \quad (10)$$

Una solución óptima  $\vec{x}^*$  para el problema (10) es Pareto óptima si esta es única o resuelve el problema dejando todas las restricciones asociadas a las funciones objetivos activas, esto es:  $f_j(\vec{x}^*) = \epsilon_j, j = 1, \dots, k, j \neq n$ , de lo contrario las soluciones encontradas son consideradas debilmente Pareto óptimas [48].

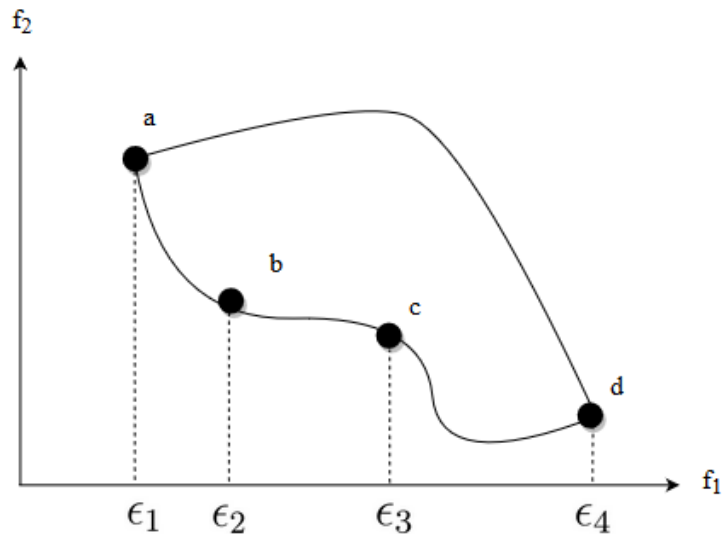


Figura 13: Esquema representativo del Método de las restricciones para un problema de optimización de dos objetivos.

Las principales ventajas de este esquema de solución es su fácil implementación y su ventaja sobre los métodos basados en agregación en encontrar soluciones eficientes sobre Fronteras de Pareto no convexas. Por otro lado, las principales desventajas es que se requieren sucesivas resoluciones del problema (10) bajo diferentes valores de  $\epsilon_j$ , de modo de construir la Frontera de Pareto. Esta situación plantea dos situaciones conflictivas: el alto costo computacional y la elección de los  $\epsilon_j$  en el rango de los valores máximos y mínimos para cada función objetivo convertida en restricción. En la Figura 13, se presenta una gráfica de la Frontera de Pareto para un problema de optimización bi-objetivo (ambos objetivos buscan ser minimizados). En este, se eligió la función objetivo  $f_2$  como objetivo a optimizar, mientras la función  $f_1$  fue añadida como restricción. Se aprecia, como la elección de distintos valores de  $\epsilon$  para acotar superiormente la función objetivo ( $f_1 \leq \epsilon_i$ ), generan progresivamente la Frontera de Pareto.

#### 4.3.3 *Nondominated Sorting Genetic Algorithm (NSGA)*

El algoritmo fue propuesto por Srinivas y Deb [61] y dentro de los algoritmos evolutivos de primera generación, es de los más populares y utilizados para abordar problemas de optimización multiobjetivo. El algoritmo NSGA, se basa en varias capas de clasificación de los individuos según lo sugerido por Goldberg [62]. Previo al proceso de selección, la población es clasificada en función de la no dominancia de los individuos: todos los individuos que son no dominados, se clasifican en una categoría (con un valor de *fitness* ficticio, que es proporcional al tamaño de la población, para otorgar un potencial reproductivo igual para estos individuos). Para mantener la diversidad de la población, estos individuos clasificados se comparten (*sharing*) con sus valores de *fitness* ficticios [58]. Luego, este grupo de individuos clasificados se ignora y se considera una nueva capa de individuos no dominados. El proceso continúa hasta que todos los individuos de la población sean clasificados bajo este esquema. Considerando que los individuos en el primer Frente de Pareto generado tienen el máximo valor de *fitness*, siempre se obtienen más copias de estos individuos que del resto de la población. Estrictamente hablado, NSGA no es un algoritmo muy eficiente, dado que el proceso de clasificación de Pareto debe repetirse continuamente, lo que representa un gran requerimiento de capacidad de cómputo y

memoria. Actualmente, existen algoritmos derivados de este esquema que poseen procedimientos específicamente diseñados para soslayar este hecho.

#### **4.3.4 *Strength Pareto Evolutionary Algorithm (SPEA)***

Este esquema de solución, perteneciente a la segunda generación de algoritmos evolutivos diseñados para optimización multiobjetivo, se introdujo primeramente en el artículo de Zitzler y Thiele [63]. Este enfoque fue concebido como una forma de integrar diferentes MOEA's en una sola familia de esquemas de optimización. El método SPEA, utiliza un archivo externo que contiene soluciones no dominadas encontradas previamente (llamado conjunto externo no dominado). En cada generación, los individuos no dominados se copian y almacenan en este conjunto. Para cada individuo en este conjunto externo, se calcula un valor de fuerza (*strength*). Este valor de *strength*, es similar al valor de clasificación de MOGA (*Multiobjective Genetic Algorithm*) [29], ya que es proporcional al número de soluciones a las que domina un determinado individuo. En SPEA, la aptitud de cada miembro de la población actual se calcula de acuerdo al valor de *strength* de todas las soluciones externas no dominadas que lo dominan. El proceso de asignación de aptitud de SPEA considera la cercanía al verdadero Frente de Pareto e incluso, la distribución de soluciones al mismo tiempo. Por lo tanto, en lugar de usar grupos basados en distancia (bajo cierta métrica acorde a la codificación de los individuos), la dominancia de Pareto es usada para asegurar que las soluciones estén distribuidas correctamente a lo largo del Frente de Pareto. Aunque este enfoque no requiere un radio de nicho, su efectividad depende del tamaño del conjunto externo no dominado. De hecho, dado que el conjunto externo no dominado participa en el proceso de selección de SPEA, si su tamaño crece demasiado, podría reducir la presión de selección, lo que volvería más lento el proceso de búsqueda. Debido a esto, los autores de esta metodología, decidieron adoptar una técnica que elimina el contenido del conjunto externo no dominado para que su tamaño permanezca por debajo de cierto umbral aceptable.



## 5. Descripción del problema

En el presente capítulo, se describe el sistema de distribución de ayuda humanitaria a modelar. Específicamente, se presentan: el contexto, elementos, especificaciones, medidas de desempeño de interés y diagramas, que explicitan la configuración deseada para el sistema de reparto.

### 5.1 Generalidades del sistema logístico de reparto de ayuda humanitaria

Se desea determinar la configuración de una sistema de distribución de costos eficientes, que tiene por objetivo aprovisionar a un conjunto de afectados por una catástrofe natural ubicados en ciertas áreas poblacionales. Las unidades a enviar corresponden a diversos *kits* de ayuda humanitaria, con la finalidad de minimizar los perjuicios inmediatos percibidos por los afectados luego de ocurrida la catástrofe natural o fenómeno atómico que genera la crisis humanitaria. Estas unidades son almacenadas en depósitos de capacidad limitada, que deben ser abiertos y ubicados en un conjunto discreto de potenciales localizaciones incurriendo, en un costo fijo de apertura asociado a cada potencial localización. Los *kits* de ayuda humanitaria, son entregados por una flota de vehículos de capacidad finita y heterogénea que deben ser asignados a un determinado depósito abierto incurriendo en un costo fijo de asignación dependiente de cada vehículo y cada depósito. Los vehículos disponibles en este estudio, son camiones y helicópteros. El recorrido de los vehículos a través de las rutas existentes dentro del sistema de distribución, implica un costo de transporte directamente proporcional a la longitud de las rutas. La distancia a recorrer por los camiones y helicópteros entre dos ciudades difiere, principalmente porque un camión solo puede desplazarse a través de la estructura de carreteras disponibles, que no necesariamente considera tramos directos y simétricos entre ciudades. El helicóptero al desplazarse por aire puede tomar una ruta que se asume directa y rectilínea entre un par de ciudades. Dada las altas demandas por ayuda humanitaria, se permite dejar demanda insatisfecha asociada a los afectados, con un costo directamente proporcional al número total de unidades insatisfechas.

Los objetivos principales del sistema son: determinar las rutas de cada vehículo utilizado; los depósitos a abrir; la asignación de cada vehículo de cada tipo a cada depósito y las unidades de cada tipo de *kit* humanitario a enviar a cada afectado. Las medidas de desempeño a optimizar son: el **costo total de implementación**, el cual está compuesto por la suma de los costos totales de transporte para cada tipo de medio de transporte, instalación de depósitos y asignación vehículo-depósito; y el **costo por demanda insatisfecha**.

## 5.2 Especificaciones del sistema

Las principales consideraciones del sistema de reparto propuesto son:

- La red permite abastecer a los afectados mediante entregas realizadas por más de un vehículo con el objetivo de satisfacer la demanda de los afectados por los diferentes *kits* de ayuda humanitaria (**split delivery**).
- Los vehículos efectivamente utilizados, son los necesarios para satisfacer la demanda de los afectados. En el caso que la demanda total supere la capacidad de abastecimiento total disponible, se utilizará toda la flota a disposición dejando la demanda de algunos afectados por un determinado tipo de *kit* de ayuda humanitaria insatisfecha.
- Los depósitos abiertos, son solo los estrictamente necesarios para abastecer la red logística. En el caso que la demanda total, supere al disponibilidad de *kits* de apoyo humanitario a surtir, existirá demanda insatisfecha de un afectado por un determinado tipo de *kit* de ayuda humanitaria.
- Se dispone de una determinada cantidad de camiones y helicópteros que permiten distribuir el material de apoyo a través de la red. Estos medios de transporte difieren en: su capacidad para transportar carga; rapidez promedio de traslado y distancia efectiva que requieren para trasladarse entre un par de nodos de la red.
- Se considera que cada tipo de vehículo se traslada a una rapidez promedio, constante a lo largo de su ruta.

- Existe un tiempo máximo para la ejecución del plan logístico, por lo tanto, la flota de vehículos disponibles tiene un tiempo de circulación máximo permitido (**Standar Relief Time**).
- Los *kits* de ayuda humanitaria, como se mencionó, acuden a suplir una necesidad básica del afectado, que no puede ser satisfecha apropiadamente por los efectos posteriores de la catástrofe o fenómeno natural. Los *kits* disponibles son de: alimentación, primeros auxilios y medicinas, material de construcción, abrigo, etc.
- Se considera, el estado general de una ruta al momento de decidir si un determinado camión la selecciona por sobre otra para ser incluida en su recorrido. Una ruta puede estar parcial o totalmente destruida o bloqueada, como consecuencia de ciertos fenómenos, como terremotos, aludes e incendios forestales. Para considerar lo anterior, cada ruta en la red es calificada en una escala positiva y discreta entre 1 a 5, donde 1 establece que la ruta se encuentra en condiciones regulares y normales para la circulación de vehículos y 5 establece que, dicha ruta se encuentra considerablemente deteriorada o bloqueada, tanto que el hecho de que sea utilizada por un camión sea prohibitivo.

### 5.3 Elementos del sistema y sus relaciones

La descripción general y las especificaciones dadas, implican que el sistema esta conformado por cinco elementos/ entidades principales: los afectados, los depósitos, los vehículos (terrestres y aéreos), las rutas y los *kits* humanitarios a repartir. Considerando lo anterior, y las características ya expuestas para el sistema, es posible exponer y analizar las principales interacciones entre los distintos elementos del sistema.

En la Figura 14, se presenta un esquema del sistema de distribución a obtener. Se consideran 13 nodos totales en la red, los primeros tres son potenciales localizaciones para los centros de acopio de material humanitario y el resto corresponden a localizaciones de los afectados. Se considera en este ejemplo, la disponibilidad de tres vehículos para realizar el reparto de los *kits*. El vehículo 1 y 3 son camiones, mientras que el vehículo 2 es un helicóptero.

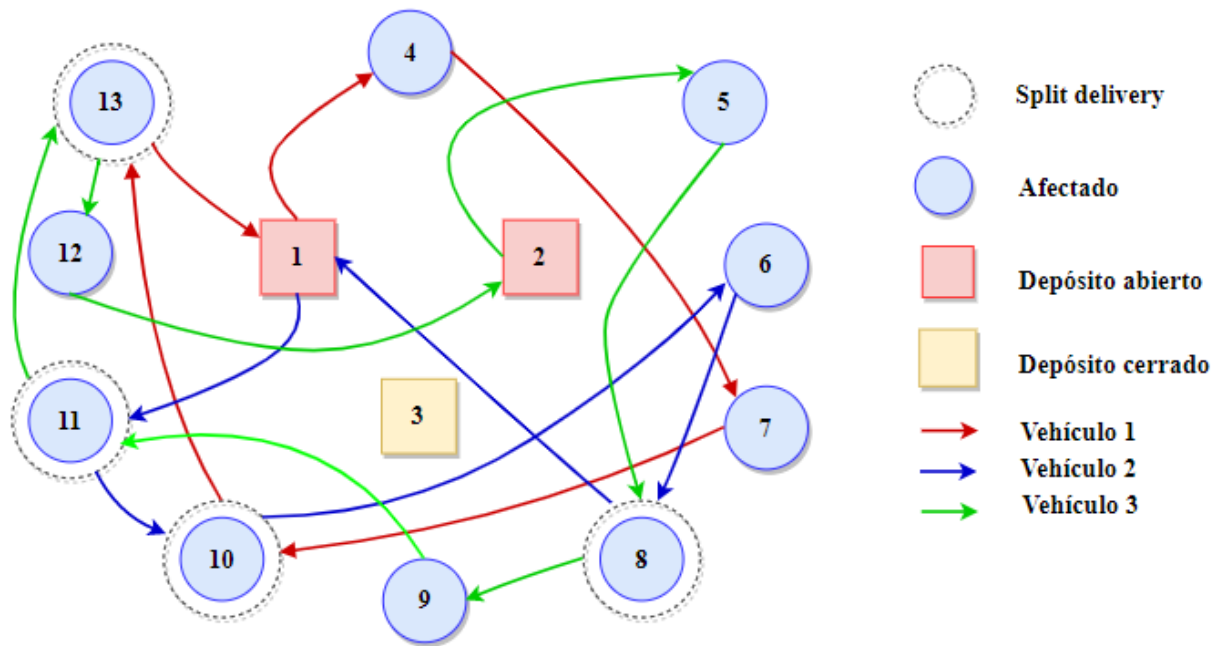


Figura 14: Esquema del sistema de abastecimiento de ayuda humanitaria propuesto.

Se observa en la Figura 14, que solo fue necesario abrir los depósitos 1 y 2, mientras que el depósito 3 permaneció cerrado. Además, cada vehículo es asignado a un depósito abierto, y su ruta se inicia y termina en su respectivo depósito asignado. Notar que todos los nodos de afectados han sido visitados por uno o más vehículos, sin embargo, esto no implica necesariamente, que toda la demanda de los nodos ha sido satisfecha.

Por otro lado, en la Figura 15, se aprecia como las unidades totales recibidas de cada *kit* en un determinado nodo de afectados, no necesariamente coinciden con la demanda por cada tipo de *kit*, lo que genera la situación de insatisfacción de un determinado número de unidades de uno o más *kits*. Lo anterior puede ser por diversas situaciones, por ejemplo, la baja capacidad de abastecimiento del sistema, es decir, baja disponibilidad de unidades para distribuir o la escasa capacidad de transporte de los vehículos. Otro motivo, puede ser que el tiempo máximo de circulación de los vehículos esté agotado, por lo que no existe tiempo adicional de circulación para que otro medio de transporte visite al afectado y así, suplir las unidades que hasta ese momento están insatisfechas. Una situación adicional que se puede presentar, es el caso de insatisfacción de una parte de la demanda en el contexto en que para los vehículos terrestres, existan rutas

en mal estado que impiden o hacen prohibitivo el acceso a determinados nodos de afectados, impidiendo la entrega de unidades adicionales. Estas situaciones son independientes y pueden darse todas simultáneamente dependiendo de: las capacidades del sistema, la estructura de las carreteras, el tipo de crisis humanitaria, el número de afectados y otras variables exógenas al planteamiento general del sistema.

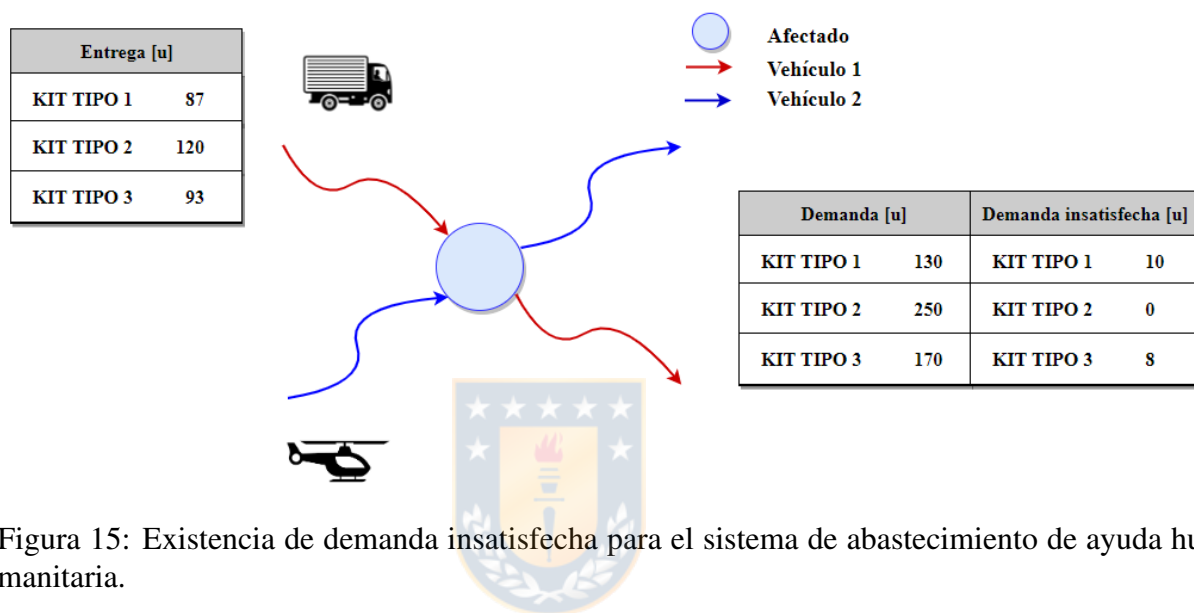


Figura 15: Existencia de demanda insatisfecha para el sistema de abastecimiento de ayuda humanitaria.

Los depósitos, en el ámbito de la LH, son: Centros de Acopio Local (CAL) o *Local Collection Center* (LCC), por sus siglas en inglés, y corresponden a espacios auxiliares confinados de rápida instalación y que tienen la finalidad de almacenar un determinado volumen de ayuda humanitaria limitado a la capacidad de la instalación. En la Figura 16, se presenta un esquema del sistema de: asignación, carga y despacho de los vehículos. Se aprecia, que dado un depósito abierto, se tiene una determinada capacidad para almacenar los distintos *kits* humanitarios a repartir. Luego, un conjunto de vehículos, es asignado al depósito donde son cargados y posteriormente despachados a sus respectivas rutas a través del sistema de distribución. Finalmente, los vehículos total o parcialmente descargados luego de las entregas, retornan únicamente a su CAL asignado. Esto es preferible de modo de poder hacer un seguimiento de las: unidades enviadas, recibidas y retornadas por cada vehículo de manera más sencilla.

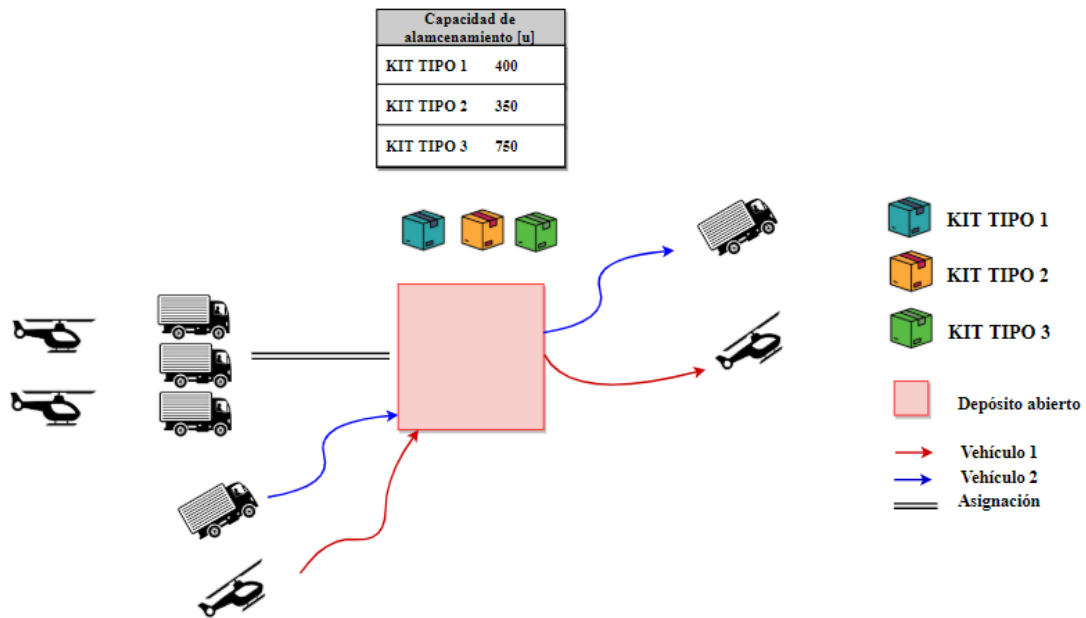


Figura 16: Esquema general de asignación, carga y despacho de vehículos desde los depósitos de acopio de material de apoyo humanitario.

## 5.4 Costos de implementación

El sistema anteriormente descrito, considera una serie de costos para los administradores, con el objetivo de financiar los recursos requeridos e implementar la cadena de distribución y velar por el bienestar de los afectados. Estos costos pueden ser divididos en dos grupos: costos asociados directamente a la puesta en marcha del sistema mediante la adquisición de recursos, es decir, costos de transporte para camiones y helicópteros; costos de instalación y apertura de los CAL y los costos de asignación de los vehículos a los CAL. Por otro lado existen, el costos asociados a los afectados, denominado costo por demanda insatisfecha, que corresponde a una pérdida de valor asociada a la falta de suplementación de ayuda humanitaria a los afectados por parte del sistema. Los costos anteriores son medidas de desempeño opuestas mutuamente, ya que mientras existe un alto costo de implementación, existirán más recursos para satisfacer a los clientes disminuyendo así el costo por demanda insatisfecha. Por otro lado, una baja inversión en financiar los costos del primer grupo, dejarían al sistema incapaz de satisfacer apropiadamente a los afectados aumentando así, el costo por demanda insatisfecha.

## 6. Materiales y Métodos

En este capítulo, se presenta el detalle de la formulación del modelo de programación matemática para abordar el problema de configuración del sistema logístico de distribución de ayuda humanitaria tanto, en su versión mono-objetivo como bi-objetivo. Se detallan: las instancias de prueba utilizadas para probar los modelos; los supuestos asumidos; los algoritmos de solución y la correspondiente metodología de calibración de parámetros.

En el caso del modelo mono-objetivo, es tratado en base a un enfoque heurístico constructivo propuesto para posteriormente, realizar la comparación de los *gap's* y tiempos de cómputo respecto a los metodologías de solución clásicas basadas en *branching* disponibles en los *solvers* de optimización libres. En el caso del modelo bi-objetivo, se aplican tres enfoques de solución basados en algoritmos metaheurísticos evolutivos de optimización: *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm* (NSGA), *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II* (NSGA-II) y *Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2* (SPEA2). Se presentan las métricas de desempeño para estos métodos de solución y otros criterios de calidad de las soluciones encontradas frecuentemente referenciados en la literatura especializada.

### 6.1 Formulación del modelo de programación entera

En esta sección se presenta la formulación del modelo de programación matemática entera mono y bi-objetivo para determinar el sistema logístico de distribución de ayuda humanitaria eficiente. Se presentan: conjuntos e índices; parámetros; variables de decisión; funciones objetivo; restricciones y un resumen del modelo.

#### 6.1.1 Conjuntos e índices

Sea  $G(V, E)$  un grafo definido por un conjunto de vértices  $V$  con  $|V| = N$  y arcos  $E = \{(i, j) : i, j \in V, i \neq j\}$ , que representa una red logística de distribución. El conjunto de nodos se divide en  $V_1$  y  $V_2$  (disjuntos), donde  $V = V_1 \cup V_2$  y  $|V_1| = N_1$  y  $|V_2| = N_2$ . El conjunto  $V_1 \subset V$ , es el conjunto de potenciales localizaciones para depósitos donde se acumula el material

a distribuir y  $V_2 \subset V$ , corresponde a los afectados por una catástrofe a abastecer. El material a distribuir son *kits* de ayuda humanitaria de distinto tipo, que buscan satisfacer la necesidad de los afectados por material de apoyo para soslayar los efectos inmediatamente posteriores a una crisis humanitaria. Sea  $G$  el conjunto de tipos de *kits* disponibles a distribuir con  $|G| = D$  y  $K$  el conjunto de vehículos disponibles para abastecer a los afectados con  $|K| = I$ . Este conjunto se divide en  $K_1$  y  $K_2$  (disjuntos), donde  $K = K_1 \cup K_2$  y  $|K_1| = I_1$  y  $|K_2| = I_2$ . El conjunto  $K_1 \subset K$  es el conjunto de camiones disponibles para realizar las entregas y  $K_2 \subset K$  el conjunto de helicópteros a disposición (ver Tabla 3).

Conjunto	Elemento genérico	Cardinalidad
$V$	$s, p$	$N$
$V_1$	$i$	$N_1$
$V_2$	$j, l$	$N_2$
$G$	$g$	$D$
$K$	$k$	$I$
$K_1$	$k$	$I_1$
$K_2$	$k$	$I_2$

Tabla 3: Resumen de conjuntos, índices y cardinalidad para el modelo propuesto.

### 6.1.2 Variables de decisión

- $X_{spk} = 1$ , si el arco  $(s, p) \in E$  es incluido en la ruta del vehículo  $k \in K$ ; 0, e.o.c.
- $Y_{jk} = 1$ , si el vehículo  $k \in K$  visita al afectado en el nodo  $j \in V_2$ ; 0, e.o.c.
- $V_{ijk} =$  Unidades del producto  $g \in G$  enviadas desde el depósito abierto en el nodo  $i \in V_1$  hasta el afectado  $j \in V_2$  por el vehículo  $k \in K$ .
- $F_{ik} = 1$ , si el vehículo  $k \in K$  es asignado al depósito  $i \in V_1$ ; 0, e.o.c.
- $Z_i = 1$ , si se instala un depósito en el nodo  $i \in V_1$ ; 0, e.o.c.
- $U_{jkg} =$  Variable auxiliar utilizada para la formulación de las restricciones de eliminación de sub-rutas Miller-Tucker-Zemlin (**MTZ-SEC's**). Denota la descarga acumulada de unidades del *kit* tipo  $g \in G$  realizadas por el vehículo  $k \in K$  luego de visitar al afectado en el nodo  $j \in V_2$ .



### 6.1.3 Parámetros

- $c_{spk}^c$  : Costo incurrido para que el camión  $k \in K_1$  recorra el arco  $(s, p) \in E$ , y determinado por:

$$c_{spk}^c = p_k^c \gamma_{sp}^c, \quad \forall (s, p) \in E, \forall k \in K_1 \quad (11)$$

donde  $\gamma_{sp}^c$  es la longitud del arco  $(s, p)$  asociada al desplazamiento de camiones y  $p_k^c$  es el costo por kilómetro recorrido en que incurre el vehículo  $k \in K_1$ .

- $c_{spk}^h$  : Costo incurrido para que el helicóptero  $k \in K_2$  recorra el arco  $(s, p) \in E$  (distancia rectilínea), que es determinado como:

$$c_{spk}^h = p_k^h \gamma_{sp}^h, \quad \forall (s, p) \in E, \forall k \in K_2 \quad (12)$$

donde  $\gamma_{sp}^h$  es la longitud del arco  $(s, p)$  asociada al desplazamiento de helicópteros y  $p_k^h$  es el costo por kilómetro recorrido en que incurre el vehículo  $k \in K_2$ .

- $d_{jg}$ : Demanda del afectado  $j \in V_2$  por *kits* de ayuda humanitaria tipo  $g \in G$ .
- $Q_k$  : Capacidad del vehículo  $k \in K$ . Las capacidades de camiones y helicópteros varían dependiendo, del modelo y especificaciones del fabricante.
- $W_{ig}$  : Capacidad de almacenamiento de *kits* de ayuda humanitaria tipo  $g \in G$  del depósito abierto, en la localización potencial  $i \in V_1$ . Las capacidades de los depósitos dependiendo, del modelo y especificaciones del fabricante.
- $O_i$  : Costo de apertura o inicio de actividad de un depósito en la localización potencial  $i \in V_1$ .
- $A_{ik}$  : Costo de asignar el vehículo  $k \in K$  al depósito  $i \in V_1$ .
- $\delta_{sp}$  : Penalización a la longitud del arco  $(s, p) \in E$  por el estado de la ruta.
- $\rho_g$  : Costo unitario por demanda insatisfecha del *kit* de ayuda humanitaria tipo  $g \in G$ .
- SRT: Tiempo límite de uso de la cadena de suministro (**Standar Relief Time**).
- $T_{sp}^c$  Tiempo de viaje requerido para recorrer el tramo entre los nodos  $s, p \in V$ , para un camión

$k \in K_1$  y es estimado, como:

$$T_{sp}^c = \frac{\delta_{sp} \gamma_{sp}^c}{V_{prom}^c} \quad \forall (s, p) \in E \quad (13)$$

donde  $\gamma_{sp}^c$  es la longitud del arco  $(s, p)$  asociada al desplazamiento de camiones y  $V_{prom}^c$  corresponde a la rapidez promedio de un camión de la flota disponible.

- $T_{sp}^h$  Tiempo de viaje requerido para recorrer el tramo entre los nodos  $s, p \in V$ , para un helicóptero  $k \in K_2$  y estimado, como:

$$T_{sp}^h = \frac{\gamma_{sp}^h}{V_{prom}^h} \quad \forall (s, p) \in E \quad (14)$$

donde  $\gamma_{sp}^h$  es la longitud del arco  $(s, p)$  asociada al desplazamiento de helicópteros y  $V_{prom}^h$  es la rapidez promedio de un helicóptero de la flota disponible.

Notar que en los últimos dos parámetros se utilizó la definición clásica de la rapidez promedio de desplazamiento. Sin embargo, vemos que en el caso del tiempo de viaje entre nodos de la red para los camiones, se considera la distancia penalizada, a diferencia del cálculo del tiempo de desplazamiento en el caso de los helicópteros. Esto porque, la penalización implica (en términos prácticos) aumentar, la longitud real de la ruta para prolongar el tiempo de viaje por tierra por el mal estado de la vías e incluir los efectos de los retrasos. Lo anterior, no tiene sentido en el caso de un vehículo aéreo, porque no existen vías físicas que estropear.

- $M$  : Valor adimensional muy grande sobre el valor de los parámetros para una determinada instancia.

Las unidades de medida de los parámetros son resumidas en la Tabla 4.

Parámetro	$c^c, c^h$	$\gamma^c, \gamma^h$	$p$	$d$	$Q$	$A$	$T^c, T^h$	$V_{prom}^c, V_{prom}^h$	$\delta$	$\rho$	SRT
Unidades	\$	km	$\frac{\$}{km}$	u	u	$\frac{\$}{vehículo}$	hr	$\frac{km}{hr}$	-	$\frac{\$}{u}$	hr

Tabla 4: Unidades de medición de los parámetros del modelo propuesto.

### 6.1.4 Función objetivo

El costo logístico total (**CLT**) corresponde, a la suma del costo de transporte total (**CTT**) de los camiones ponderado por el estado de las rutas y el costo total de transporte de los helicópteros, (**CIT**) corresponde, al costo de instalación total de los depósitos, (**CAT**) es el costo de asignación total de vehículos a depósitos y (**CDIT**), el costo por demanda insatisfecha total. Osea:

$$CLT = CTT + CIT + CAT + CDIT \quad (15)$$

donde:

$$CTT = \sum_{s \in V} \sum_{p \in V} \sum_{k \in K_1} \delta_{sp} c_{spk}^c X_{spk} + \sum_{s \in V} \sum_{p \in V} \sum_{k \in K_2} c_{spk}^h X_{spk} \quad (16)$$

$$CIT = \sum_{i \in V_1} O_i Z_i \quad (17)$$

$$CAT = \sum_{i \in V_1} \sum_{k \in K} A_{ik} F_{ik} \quad (18)$$

$$CDIT = \sum_{g \in G} \rho_g \sum_{j \in V_2} d_{jg} - \sum_{i \in V_1} \sum_{j \in V_2} \sum_{g \in G} \rho_g \sum_{k \in K} V_{ijk} \quad (19)$$

Finalmente, la función objetivo a minimizar es:

$$\begin{aligned} Min \sum_{s \in V} \sum_{p \in V} \sum_{k \in K_1} \delta_{sp} c_{spk}^c X_{spk} + \sum_{s \in V} \sum_{p \in V} \sum_{k \in K_2} c_{spk}^h X_{spk} + \sum_{i \in V_1} O_i Z_i + \sum_{i \in V_1} \sum_{k \in K} A_{ik} F_{ik} + \\ \sum_{g \in G} \rho_g \left( \sum_{j \in V_2} \left( d_{jg} - \sum_{i \in V_1} \sum_{k \in K} V_{ijk} \right) \right) \end{aligned} \quad (20)$$

### 6.1.5 Restricciones

$$\sum_{k \in K} \sum_{i \in V_1} V_{ijk} \leq d_{jg} Y_{jk} \quad \forall j \in V_2, \forall g \in G \quad (21)$$

$$\sum_{i \in V_1} \sum_{j \in V_2} \sum_{g \in G} V_{ijk} \leq Q_k Z_i \quad \forall k \in K \quad (22)$$

$$\sum_{j \in V_2} \sum_{k \in K} V_{ijk} \leq W_{ig}, \quad \forall i \in V_1, \forall g \in G \quad (23)$$

$$d_{jg} Y_{jk} \geq V_{ijk}, \quad \forall i \in V_1, \forall j \in V_2, \forall k \in K, \forall g \in G \quad (24)$$

$$V_{ijk} \leq Q_k * Z_i, \quad \forall i \in V_1, \forall j \in V_2, \forall k \in K, \forall g \in G \quad (25)$$

$$V_{ijk} \leq Q_k * F_{ik}, \quad \forall i \in V_1, \forall j \in V_2, \forall k \in K, \forall g \in G \quad (26)$$

$$\sum_{g \in G} V_{ijk} \leq M * \sum_{s \in V} X_{sjk}, \quad \forall i \in V_1, \forall j \in V_2, k \in K \quad (27)$$

$$\sum_{s \in V, s \neq h} X_{shk} - \sum_{s \in V, s \neq h} X_{hsk} = 0, \quad \forall h \in V, \forall k \in K \quad (28)$$

$$U_{jkg} - U_{lkg} + Q_k x_{jlk} \leq Q_k - \sum_{i \in V_1} v_{ijk}, \quad \forall j, l \in V_2, j \neq l, \forall g \in G, \forall k \in K \quad (29)$$

$$\sum_{j \in V_2} X_{ijk} + \sum_{j \in V_2} X_{jik} \leq 2, \quad \forall i \in V_1, \forall k \in K \quad (30)$$

$$\sum_{i \in V_1} \sum_{j \in V_2} X_{ijk} \leq 1, \quad \forall k \in K \quad (31)$$

$$\sum_{s \in V, s \neq j} X_{sjk} = Y_{jk}, \quad \forall j \in V_2, \forall k \in K \quad (32)$$

$$\sum_{k \in K} F_{ik} \leq I * Z_i, \quad \forall i \in V_1 \quad (33)$$

$$\sum_{j \in V_2} X_{ijk} = F_{ik}, \quad \forall i \in V_1 \forall k \in K \quad (34)$$

$$\sum_{s \in V} \sum_{p \in V} T_{sp}^c X_{spk} \leq SRT, \quad \forall k \in K_1 \quad (35)$$

$$\sum_{s \in V} \sum_{p \in V} T_{sp}^h X_{spk} \leq SRT, \quad \forall k \in K_2 \quad (36)$$

$$\begin{aligned}
X_{spk} &\in \{0, 1\} \forall s, p \in V, s \neq p, \forall k \in K \\
Y_{ik} &\in \{0, 1\}, i \in V_1 \forall k \in K \\
V_{ijk g} &\in \mathbb{Z}^{+0}, \forall i \in V_1, \forall j \in V_2, \forall k \in K, \forall g \in G \\
Z_i &\in \{0, 1\}, \forall i \in V_1 \\
F_{ik} &\in \{0, 1\}, i \in V_1 \forall k \in K \\
U_{jk g} &\in \mathbb{Z}^+, j \in V_2 \forall k \in K, \forall g \in G
\end{aligned} \tag{37}$$

### 6.1.6 Sumario del modelo

La función objetivo en (20) corresponde al costo logístico total (CLT) a minimizar.

Las restricciones (21) a (27) limitan los envíos a través de la red de transporte. El conjunto de restricciones (21) restringen la cantidad total enviada de un determinado tipo *kit* de ayuda humanitaria a un determinado afectado que sea menor o igual que su demanda por ese *kit* permitiendo así, dejar demanda insatisfecha. El conjunto de restricciones (22) restringen la cantidad total enviada por un determinado vehículo que sea menor o igual a su capacidad. El conjunto de restricciones (23) limitan que la cantidad total enviada de un determinado tipo de *kit* de ayuda humanitaria desde un determinado depósito, no supere la capacidad de almacenamiento de un determinado tipo de *kit* del depósito. El conjunto de restricciones (24) imponen que no se realicen envíos a un afectado a menos que algún vehículo lo visite. El conjunto de restricciones (25) aseguran no realizan envíos desde depósitos no operando. El conjunto de restricciones (26) aseguran que solo los vehículos asignados a algún depósito realizan envíos de algún tipo de *kit* de ayuda humanitaria. El conjunto de restricciones (27) imponen que un vehículo puede realizar envíos a un determinado cliente, desde algún depósito solo si existe un arco que conecte al depósito con el afectado.

Las restricciones (28) a (32) modelan las características de las rutas en el sistema de distribución.

El conjunto de restricciones (28) corresponden al balance de flujo entre los nodos de la red. El conjunto de restricciones (29) corresponden a las MTZ-SEC's. El conjunto de restric-

ciones (30) aseguran que cada vehículo ingresa y sale una vez de su depósito. El conjunto de restricciones (31) aseguran que cada vehículo regresa a su depósito asignado. El conjunto de restricciones (32) aseguran que si un afectado es visitado por un vehículo, debe existir exactamente un arco en la ruta del vehículo que conecte con el afectado.

El conjunto de restricciones (33) y (34) asegura la lógica entre asignaciones de vehículos a depósitos.

El conjunto de restricciones (33) restringen que un vehículo no puede ser asignado a un depósito no abierto y además, que no se pueden asignar más de los vehículos disponibles en la flota. El conjunto de restricciones (34) aseguran que un vehículo puede salir únicamente desde el depósito al que fue asignado.

El conjunto de restricciones (35) y (36) restringen el tiempo máximo de circulación de un vehículo a través de la red de transporte tanto, para camiones como para helicópteros. Finalmente el conjunto de restricciones (37) acotan los valores permitidos para las variables de decisión.

La función objetivo en (20) puede ser reescrita, para generar las dos medidas de desempeño de interés. Lo anterior, da lugar el problema de optimización bi-objetivo considerando las funciones objetivo (38) y (39), que representan los costos totales de implementación del sistema de distribución y costo total por demanda insatisfecha respectivamente. El **CLT**, fue descompuesto de esta manera para generar una medida de desempeño asociada al administrador del sistema (38), el cual claramente aspira a generar un sistema que cumpla las especificaciones representadas por las restricciones del modelo ((21) - (36)) incurriendo en el menor costo de implementación posible. De igual modo, la medida de desempeño representada en (39), está asociada a los usuarios del sistema, donde el nivel de insatisfacción, medido como una pérdida de valor para el usuario en base a las unidades no suplementadas respecto a su demanda, es un objetivo que se pretende minimizar, mientras se satisfacen las especificaciones del sistemas impuestas por las restricciones del modelo.

Las medidas de desempeño mencionadas están en conflicto. Mientras el sistema de distribución incurra en un alto costo de implementación, la capacidad de suplementación del sis-

tema será mayor (más vehículos disponibles, más CAL serán instalados y más vehículos serán asignados a estos), bajo este escenario existirá un bajo número de unidades insatisfechas, lo que hará que el costo total por demanda insatisfecha sea menor. Por otro lado, un sistema de distribución con bajo costo de implementación, posee una menor capacidad de abastecimiento, dado que se incurre en un bajo desembolso de recursos para financiar costos de transporte, costos de instalación y costos de asignación, por lo que habrá un mayor número de unidades insatisfechas generando así, un mayor costo total por demanda insatisfecha.

$$FO_1 : \text{Min} \sum_{s \in V} \sum_{p \in V} \sum_{k \in K_1} \delta_{sp} c_{spk}^c x_{spk} + \sum_{s \in V} \sum_{p \in V} \sum_{k \in K_2} c_{spk}^h x_{spk} + \sum_{i \in V_1} O_i z_i + \sum_{i \in V_1} \sum_{k \in K} A_{ik} F_{ik} \quad (38)$$

$$FO_2 : \text{Min} \sum_{g \in G} \rho_g \sum_{j \in V_2} d_{jg} - \sum_{i \in V_1} \sum_{j \in V_2} \sum_{g \in G} \rho_g \sum_{k \in K} v_{ijk} \quad (39)$$

## 6.2 Metodologías de solución

En la presente sección se describen las metodologías de solución propuestas para los modelos de programación matemática descritos en la sección anterior. Se presenta en primer lugar, el enfoque de solución propuesto para el modelo en su versión monobjetivo, que corresponde a una heurística constructiva. Luego, se describen tres enfoques de solución para el modelo biobjetivo, que corresponden a algoritmos evolutivos: *Nondominated Sorting Genetic Algorithm* (NSGA), *Nondominated Sorting Genetic Algorithm 2* (NSGA2) y *SPEA2, Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2* (SPEA2).

### 6.2.1 Heurística constructiva

El principal objetivo de este esquema, es constituir un procedimiento que permita generar soluciones factibles para el modelo definido por (20) y (21)-(37). Se espera que la heurística se base en procedimientos sencillos, de modo de no incurrir en alto uso de poder de cómputo y consumo de memoria para su implementación, de igual modo, se pretende generar un algoritmo que entregue buenas soluciones factibles en términos del CLT asociado a la solución generada.

Se hace uso de la notación definida en la Tabla 3, junto a la simbología adicional señalada en la Tabla 5.

Elemento	Valor de inicialización	Descripción
$\Theta_D$	$\emptyset$	Conjunto de depósitos agotados
$\Theta_A$	$\emptyset$	Conjunto de afectados satisfechos
$\Theta_{AP}$	$\emptyset$	Conjunto de afectados parcialmente satisfechos
$\Theta_V$	$\emptyset$	Vehículos agotados
$W_i^U$	$0.0 [u], \forall i \in V_1$	Unidades totales extraídas del depósito
$\Psi_i$	$0.0 [$/u] \forall i \in V_1$	Razón de selección para las potenciales localizaciones.
$\Psi_j$	$0.0 [u/$] \forall j \in V_2$	Razón de selección para los nodos de afectados.
$\Psi_k$	$0.0 [$/u] \forall k \in K$	Razón de selección para los vehículos.

Tabla 5: Notación adicional referida a los elementos requeridos para la descripción del algoritmo heurístico.

Dado que el enfoque es constructivo, se parte con una estructura vacía y se construye una solución factible como la representada en la Figura 14. Lo anterior, implica que se inicia el proceso considerando que no hay CAL's instalados, ningún vehículos ha sido asignado ni despachado y por lo tanto, ningún cliente ha sido abastecido, ni total ni parcialmente.

Considerando una instancia genérica, y siguiendo la notación anteriormente mencionada en la Tabla 3, se tiene un conjunto  $V_1$ , de potenciales localizaciones para instalar los CAL's. Se selecciona una potencial localización entre los depósitos no agotados en base a la mínima razón entre el costo de apertura y la capacidad de almacenamiento total disponible, dándole así, preferencias a aquellos depósitos de alta capacidad y bajo costo de instalación. Dado lo anterior, un depósito  $i^*$  es seleccionado en base al criterio dado por (40).

$$i^* \leftarrow \operatorname{argmin} \left\{ i \in V_1 - \Theta_D : \Psi_i = \frac{O_i}{\sum_{g \in G} W_{ig} - W_i^U} \right\} \implies z_{i^*} = 1 \quad (40)$$

Seleccionada una localización para instalar un CAL, se requiere asignar algún vehículo a esta. El criterio de selección se realiza en base al vehículo  $k^*$ , que tenga el mínimo costo de asignación respecto al CAL instalado y la capacidad total del vehículo disponible. El criterio de selección es formalizado en (41).



La asignación del vehículo al CAL instalado en  $i^*$ , implica necesariamente actualizar la capacidad disponible en el depósito al cual este fue asignado en base a las unidades extraídas ( $W_{i^*}^U$ ).

$$k^* \leftarrow \operatorname{argmin} \left\{ k \in K - \Theta_V : \Psi_k = \frac{A_{i^*k}}{Q_k - \sum_{j \in V_2} \sum_{g \in G} v_{i^*jk}g} \right\} \implies F_{i^*k^*} = 1 \quad (41)$$

A continuación, se establece un proceso de selección de los clientes que visitará el vehículo seleccionado  $k^*$ . Un cliente  $j^*$ , es integrado a la ruta del vehículo seleccionado, en base a la máxima razón entre la demanda total residual y el costo de transporte incurrido al visitar un determinado cliente. Con respecto al costo de transporte, este depende del tipo de vehículo seleccionado, ya sea camión (penalizando por el estado de las rutas según corresponda) o helicóptero. El criterio anteriormente descrito y la respectiva activación de las variables de decisión involucradas en esta proceso, es presentado en (42). En la Figura 17, se presenta de manera genérica el proceso de selección realizado en una iteración inicial.

$$j^* \leftarrow \operatorname{argmax} \left\{ j \in V_2 - \Theta_A : \Psi_j = \frac{\sum_{g \in G} d_{jg} - \sum_{g \in G} v_{i^*jk^*g}}{\delta_{i^*j} c_{i^*jk^*}^{K_1} \mathbb{1}_{K_1} + c_{i^*jk^*}^{K_2} \mathbb{1}_{K_2}} \right\} \implies x_{i^*j^*k^*} = 1 \wedge y_{j^*k^*} = 1 \quad (42)$$

Las funciones  $\mathbb{1}_{K_1}$  y  $\mathbb{1}_{K_2}$ , son funciones indicadoras que se definen como:

$$\mathbb{1}_{K_2} = \begin{cases} 1, & \text{si } k^* \in K_1 \\ 0, & \text{e.o.c} \end{cases} \quad \mathbb{1}_{K_1} = \begin{cases} 1, & \text{si } k^* \in K_2 \\ 0, & \text{e.o.c} \end{cases} \quad (43)$$

Progresivamente, se añaden nodos de afectados en la ruta del vehículo. Se establece que, mientras la capacidad del vehículo seleccionado lo permita, se abastecerá toda la demanda por todos los tipos de *kits* humanitarios en un nodo de afectado, es decir:  $v_{i^*j^*k^*g} = d_{j^*g}, \forall g \in G$ . En caso contrario, en que la capacidad residual del vehículo no permita satisfacer totalmente la demanda en un determinado nodo de afectado, se abastecerá utilizando la capacidad residual disponible, priorizando en lo posible aquellos *kits* que tengan el mayor costo unitario por demanda insatisfecha ( $\rho_g$ ).

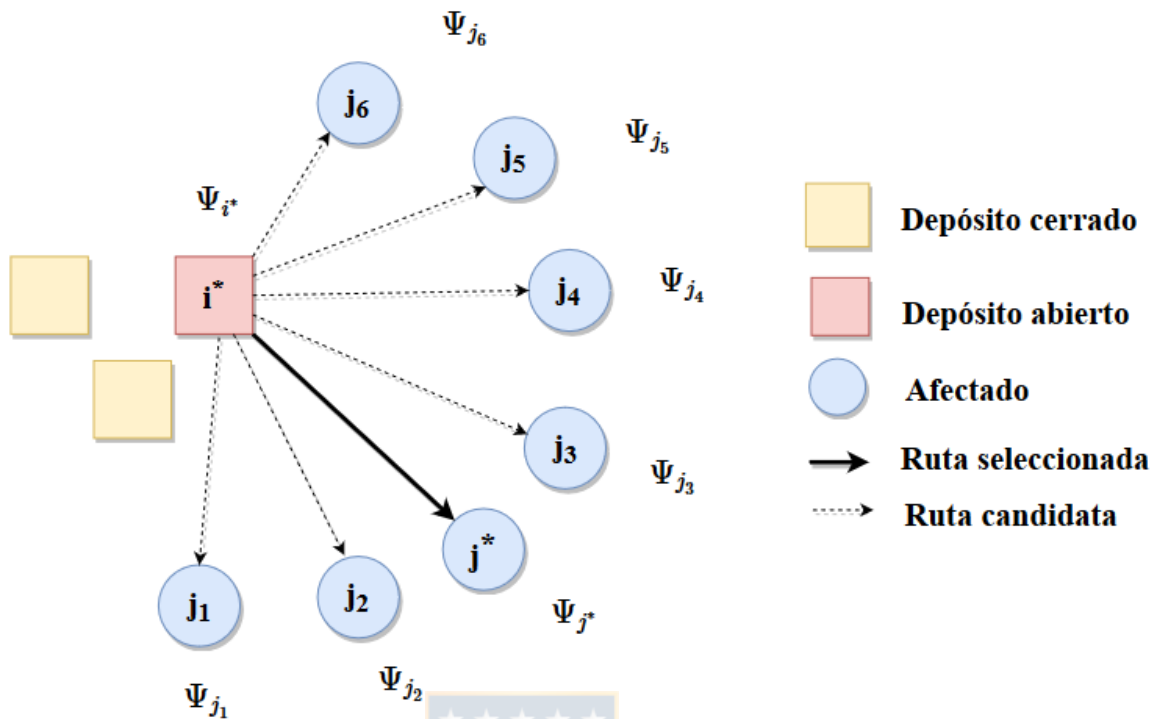


Figura 17: Proceso de selección del primer cliente a abastecer.

Como se mencionó, el proceso de selección en (42), se repite considerando como nodo inicial el último nodo de afectado visitado por el vehículo seleccionado. El proceso de inclusión de afectados para el vehículo termina cuando se cumple algunos de los siguientes **criterios parciales de detención**.

- El recorrido del vehículo alcanza el tiempo máximo disponible permitido para su circulación (SRT).
- La capacidad total remanente del vehículo es inferior al 10% de la demanda total del próximo nodo de afectados que eventualmente se incluiría en la ruta del vehículo bajo el criterio de selección (42) (mínima capacidad de envío aceptable).

Según sea el caso, los nodos de afectados total o parcialmente satisfechos son añadidos a los conjuntos  $\Theta_A$  y  $\Theta_{AP}$ , respectivamente. Si el vehículo cumple alguno de los criterios de detención mencionados, este debe volver al depósito al cual fue inicialmente asignado.

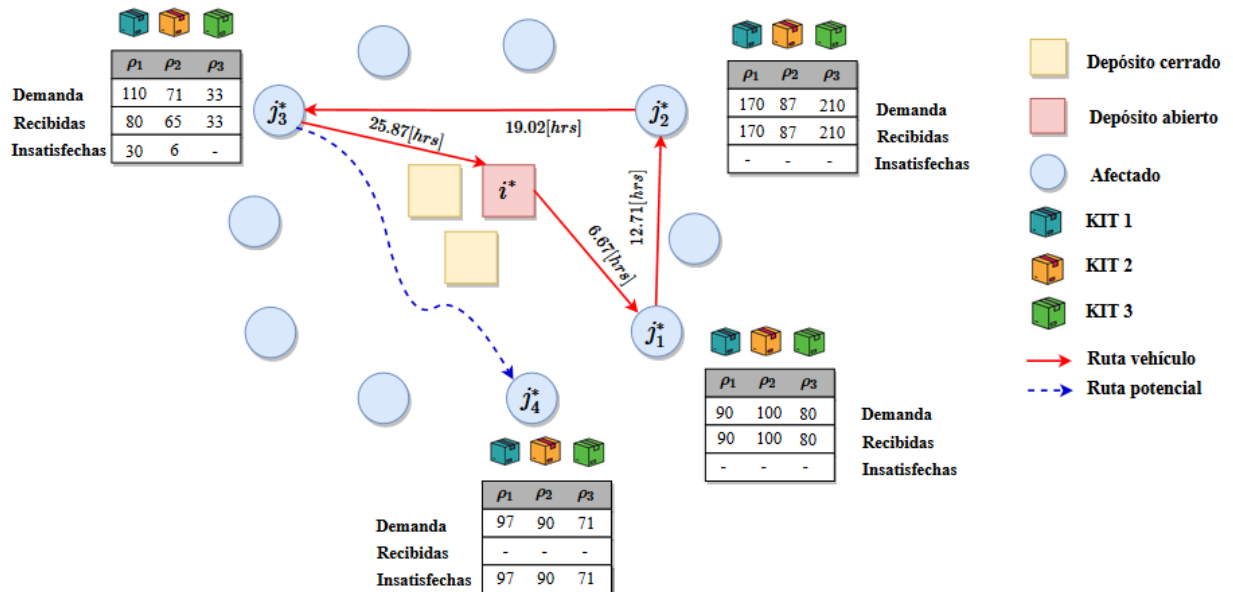


Figura 18: Despacho, recorrido, condición de término y finalización de la ruta del primer vehículo seleccionado por la heurística propuesta.

En la Figura 18, se presenta un esquema que muestra el recorrido de un primer vehículo bajo los criterios mencionados anteriormente. En la figura, se considera que el vehículo seleccionado almacena en su carga: 340 unidades del *kit* 1, 252 unidades del *kit* 2 y 343 unidades del *kit* 3. Además se asume, con fines explicativos, que los costos unitarios por demanda insatisfecha asociados a los *kits* 1, 2 y 3 son respectivamente,  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  y  $\rho_3$  con  $\rho_1 < \rho_2 < \rho_3$ . Se aprecia, dado que la capacidad del vehículo lo permite, que en los primeros dos nodos de afectados seleccionados ( $j_1^*$ ,  $j_2^*$ ), se entrega una cantidad igual a la demanda de cada *kit* humanitario. En el caso del nodo de afectado  $j_3^*$ , la capacidad residual del camión permitió abastecer solo parcialmente a este nodo, el abastecimiento se realizó dada la capacidad existente en el vehículo y procurando priorizar el *kit* humanitario con mayor costo unitario por demanda insatisfecha ( $\rho_3$ ). En este punto, el tiempo total utilizado por el vehículo es de 19.02 [hrs], por lo que no se satisface el criterio de tiempo máximo de circulación, sin embargo, la demanda total del potencial nodo de afectados a incluir en la ruta del vehículo ( $j_4^*$ ), es de 258 unidades, mientras la capacidad residual del vehículo es de solo 20 unidades, que corresponden al 7.7519% de la demanda total (inferior al 10% establecido como criterio parcial de detención). Dado lo anterior,

el vehículo retorna a su depósito asignado y su recorrido termina. Luego, los nodos  $j_1^*$ ,  $j_2^*$  son añadidos al conjunto  $\Theta_A$  y el nodo  $j_3^*$ , es añadido al conjunto  $\Theta_{AP}$ . De igual modo, se verifica la capacidad residual del vehículo y del depósito instalado, añadiéndolos a los conjuntos  $\Theta_V$  y  $\Theta_D$ , según corresponda.

El proceso anteriormente descrito se repite hasta que se cumple alguno de los siguientes **criterios globales de detención**

- La demanda, en todos los nodos de afectados por todos los tipos de *kits* humanitarios, ha sido totalmente satisfecha.
- Se han asignado y despachado todos los vehículos disponibles, donde cada uno de estos ha utilizado individualmente todo su tiempo de circulación disponible.
- Se han instalado CAL's en todas las potenciales localizaciones disponibles y se ha usado totalmente la capacidad de abastecimiento en cada uno de estos.
- Existe demanda insatisfecha en el sistema, pero no hay más vehículos para asignar ni potenciales localizaciones donde abrir nuevos CAL's de modo de abastecer a los afectados insatisfechos (total o parcialmente).
- Si al comienzo de una determinada iteración, el número de unidades remanentes totales en el sistema es inferior al 10% de las unidades insatisfechas totales en dicho momento.

$$\sum_{i \in V_1} \sum_{g \in G} W_{ig} - W_i^U \leq 0.1 \left( \sum_{g \in G} \sum_{j \in V_2} d_{jg} - \sum_{i \in V_1} \sum_{j \in V_2} \sum_{g \in G} \sum_{k \in K} v_{ijk} \right) \quad (44)$$

El último criterio de detención se estableció con el objetivo de evitar continuar el proceso de selección de potenciales localizaciones, despacho y ruteo de más vehículos incurriendo en costos que no generarán disminuciones sustanciales en el costo total por demanda insatisfecha, es decir, si el número total de *kits* humanitarios remanentes en el sistema es bajo, se elige no incurrir en costos de transporte, asignación e instalación del CAL's, que generarán una baja suplementación de *kits* a los afectados a costa de un incremento sustancial en el CLT.

### 6.2.2 *Nondominated Sorting Genetic Algorithm (NSGA)*

Como se mencionó anteriormente, NSGA es un algoritmo evolutivo de primera generación diseñado para abordar problemas de optimización multiobjetivo (MOOP). El algoritmo se basa en el proceso de *Nondominated Sorting* propuesto por Goldberg [64] y difiere del esquema general de un algoritmo evolutivo en la forma en que el operador de selección funciona, mientras los operadores de cruzamiento y mutación funcionan de manera convencional.

En primer lugar, previo al proceso de selección, la población inicial es clasificada, identificando los individuos no dominados en el sentido de Pareto. Los individuos seleccionados constituyen el primer conjunto de soluciones no dominadas encontradas, y por lo tanto, generan la frontera de Pareto inicial. A cada una de estas soluciones se les asigna un valor de aptitud ficticio (*dummy fitness value*), grande e igual para todas las soluciones clasificadas, de modo de otorgarles el mismo potencial reproductivo. Con el objetivo de mantener la diversidad en la población, a los individuos clasificados se les aplica un proceso de *sharing* respecto a sus *dummy fitness values* asignados.

El proceso de *sharing*, se logra realizando un proceso de selección utilizando valores de aptitud degradados que se obtienen dividiendo el valor de aptitud original de un individuo por una cantidad proporcional al número de individuos que lo rodean. El proceso se consigue calculando la función de *sharing* entre dos individuos del frente actual como se presenta en la ecuación (45). En la expresión mencionada, el parámetro  $d_{ij}$  corresponden a la distancia fenotípica entre dos individuos  $i$  y  $j$  del frente actual y  $\sigma_{share}$  corresponde a la máxima distancia fenotípica permitida entre dos individuos del frente para ser considerados dentro del mismo nicho. Luego, se determina un parámetro denominado *niche count* (recuento de nicho) sumando los valores de la función de *sharing* para todos los individuos en el frente actual. Finalmente, el valor de *fitness* compartido (*shared fitness*) de cada individuo se calcula dividiendo su valor de *dummy fitness* por su recuento de nicho.

$$Sh(d_{ij}) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{d_{ij}}{\sigma_{share}}\right)^2, & \text{si } d_{ij} \leq \sigma_{share} \\ 0, & e.o.c \end{cases} \quad (45)$$

Después del proceso de *sharing*, estos individuos no dominados son ignorados temporalmente para procesar al resto de la población, con el objetivo de identificar individuos para el segundo frente no dominado. A estos puntos no dominados se les asigna un nuevo valor de aptitud ficticia que se fija más pequeño que la aptitud ficticia mínima compartida del frente anterior. Este proceso se continúa hasta que toda la población se clasifica en un número determinado de frentes o hasta que se satisfaga algún criterio de detención. En la Figura 19, se presenta una propuesta de diagrama de flujo para el algoritmo descrito.

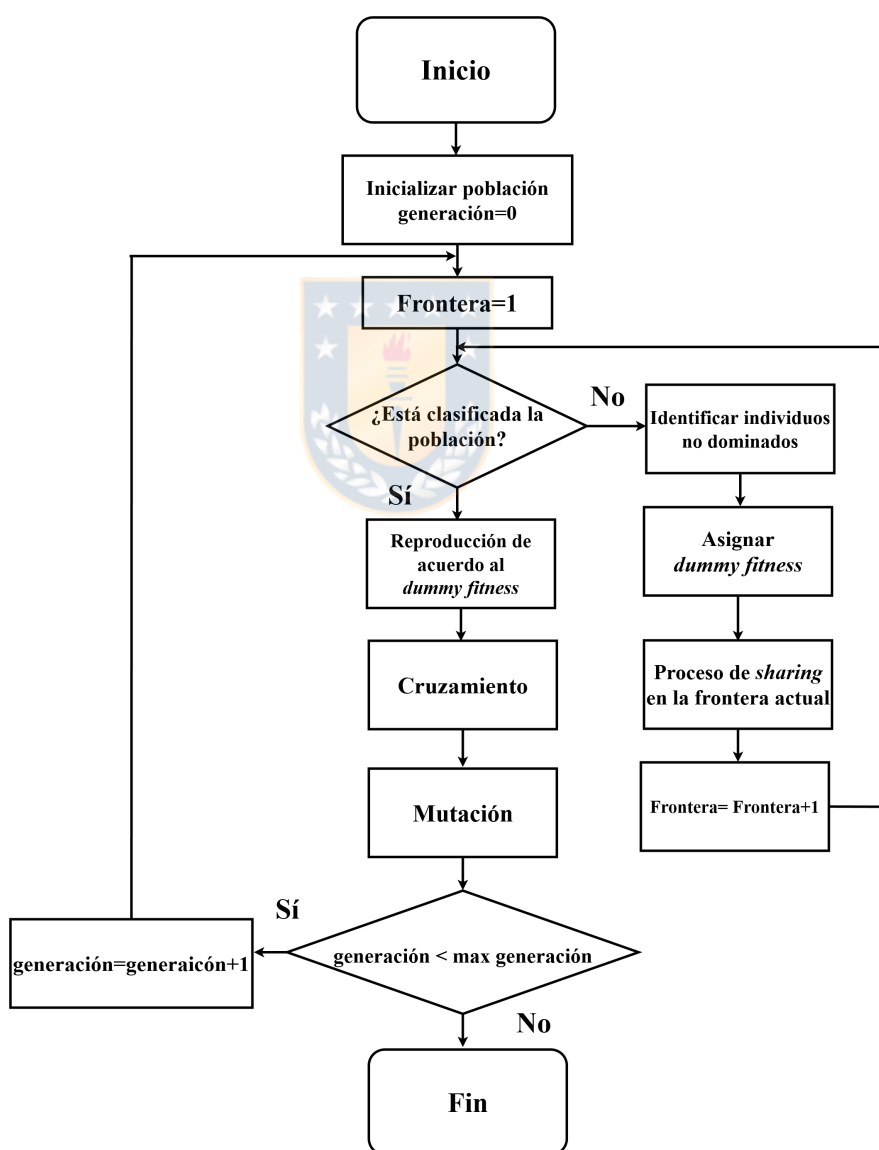


Figura 19: Esquema general de funcionamiento del algoritmo NSGA. Srinivas & Deb (1994).

### 6.2.3 *Nondominated Sorting Genetic Algorithm-II* (NSGA II)

NSGA-II es un MOEA propuesto por Deb [65] como una versión mejorada del método NSGA propuesto en su anterior trabajo [61]. Al ser una versión mejorada de su predecesor, su estructura es básicamente igual a NSGA, salvo ciertas características y procedimientos adicionales:

- Un enfoque mejorado y más rápido para la clasificación de individuos no dominados (*fast non dominated sort*).
- Incorporación de **elitismo**. Según Talbi [48], el elitismo, en el contexto de EA, corresponde al aprovechamiento de las mejores soluciones encontradas y su conservación. La inclusión de este elemento permite mejorar el desempeño del algoritmo haciéndolo más robusto, rápido y monótonamente mejorador respecto a las soluciones encontradas.
- Eliminación del parámetro  $\sigma_{share}$ , el cual tiene un directo impacto en la diversidad de las soluciones que conforman las aproximaciones encontradas de la Frontera de Pareto.
- Introducción del concepto de *crowding distance* o distancia de hacinamiento.

A continuación, se presentan y describen las características que definen a NSGA-II en su proceso evolutivo.

- **Asignación de *fitness***: Se utiliza el enfoque de "profundidad de dominancia" (*dominance depht*), el cual propone el siguiente proceso de generación de Fronteras de Pareto: Se identifican los individuos no dominados en el sentido de Pareto dentro de la población, asignando un *ranking* a los individuos utilizando el procedimiento *fast non dominated sort*, generando así, la primera frontera (la de mayor *fitness* y menor *ranking*). Estos individuos son removidos de la población inicialmente evaluada. El proceso anterior se repite sucesivamente sobre la población restante generando fronteras de cada vez mayor *ranking* (peor calidad) hasta que todos los individuos sean clasificados o hasta que se cumpla un criterio previamente establecido, como por ejemplo, la creación de un número de fronteras que contengan suficientes individuos para producir la próxima generación.

- **Estimador de densidad:** En el trabajo de Deb [65], se denomina a este concepto como "distancia de hacinamiento" o *crowding distance*, que corresponde a una estimación del perímetro del cuboide formado por los vecinos más cercanos a un determinado individuo en el espacio objetivo. De este modo, una solución con menor distancia de hacinamiento se encontraría más cercana de sus vecinos, es decir, en un área más hacinada en el espacio objetivo. Para la asignación de esta cantidad, los autores propone y definen el algoritmo *crowding distance assignment*.
- **Operador de comparación de hacinamiento:** El proceso de asignación de *ranking* [65], genera que todos los individuos de la misma frontera tengan el mismo *ranking* asignado. Los autores, definen el operador de comparación de hacinamiento, simbolizado por  $\prec_n$ , para guiar los procesos de selección en distintas etapas del algoritmo. Este operador funciona de la siguiente forma: Se define que un individuo  $i$  es preferido por sobre el individuo  $j$  ( $i \prec_n j$ ), si y solo si, el individuo  $i$  presenta menor *ranking* (mejor frontera) que el individuo  $j$  o si ambos poseen igual *ranking* (pertenece a la misma frontera), pero la distancia de hacinamiento de  $i$  es mayor a la de  $j$ . El funcionamiento del operador se formaliza en la proposición (46).

$$i \prec_n j \Leftrightarrow i_{frontera} < j_{frontera} \vee (i_{frontera} = j_{frontera} \wedge i_{distancia} > j_{distancia}) \quad (46)$$

- **Selección de parejas:** El proceso de selección de los padres para generar la siguiente población de soluciones se lleva a cabo mediante la aplicación de selección por torneo binario. Para cada padre, se seleccionan dos individuos de manera aleatoria dentro de la población actual para luego comparar sus aptitudes a través del operador de comparación de hacinamiento.
- **Selección ambiental:** Los individuos que son conservados para la siguiente generación se definen en base a una selección elitista en donde las fronteras de mejor calidad son agregadas completamente a la población de individuos de la nueva generación, hasta que una frontera no pueda ser agregada completamente o que se cumpla con el tamaño de la población establecido previamente. Si la nueva generación es de tamaño menor que el requerido, se debe calcular la distancia de hacinamiento de los individuos en las última frontera candidata a ingresar y



agregar aquellos con mayor distancia, hasta completar el tamaño de la población requerido.

Adicionalmente, se presenta el pseudocódigo para NSGA-II donde se detalla de manera más simplificada el proceso evolutivo.

**Algoritmo 2:** Pseudocódigo para NSGA-II

**Entrada:** [Problema de optimización, parámetros]

Inicializar población de padres ( $P_t$ ) de tamaño  $N$ , con  $t = 0$  Generar( $P(0)$ ); /Población Inicial/

Evaluar funciones objetivo de individuos en  $P_t$ ;

Asignar *ranking* a individuos en  $P_t$  utilizando el algoritmo *fast non dominated sort*;

Generar población de hijos ( $H_t$ ) de tamaño  $N$  a partir de  $P_t$ ;

    Selección de parejas;

    Aplicación de operadores genéticos;

Para cada generación  $t$  de 0 a  $G$  (número max de generaciones) u otro criterio, hacer:

    Evaluar funciones objetivo de los individuos en  $H_t$ ;

    Asignar *ranking* a individuos en  $P_t$  y  $H_t$  utilizando *fast non dominated sort*;

    Selección ambiental para la creación de  $P_{t+1}$ ;

    Generar población de hijos ( $H_{t+1}$ ) de tamaño  $N$ ;

        Selección de parejas;

        Aplicación de operadores genéticos;

    Avanzar a la siguiente generación,  $t = t + 1$ ;

**Salida:** [Aproximación del Frente de Pareto]

Los puntos anteriormente expuestos, fueron diseñados por lo autores con el fin de mejorar las principales críticas recibidas hacia su trabajo previo (NSGA). En primer lugar, se cuestiona el proceso de *Nondominate sorting* el cual tiene complejidad asintótica  $O(MN^3)$ , mientras que el proceso propuesto para NSGA-II (*fast non dominated sort*) posee complejidad  $O(MN^2)$ , donde  $M$  es el número de funciones objetivo y  $N$  el tamaño de la población, haciendo así a este último un proceso más rápido. También se hace mención a la falta de elitismo en NSGA, que es incluido en NSGA-II. Finalmente, se critica el proceso de *sharing* y el requerimiento de fijar el parámetro  $\sigma_{share}$ , el cual es reemplazado por el estimador de densidad (*crowding distance*).

#### 6.2.4 *Strength Pareto Evolutionary Algorithm-2 (SPEA2)*

SPEA2 es un MOEA de segunda generación propuesto por Zitzler [66], como una actualización de su anterior trabajo donde se introdujo el método en su versión de primera generación, SPEA [63]. Las características principales, que constituyen las modificaciones de SEPA2 respecto a su predecesor, son:

- Modificación del proceso de asignación del *fitness* de cada individuo en la población. Se considera simultáneamente en la asignación del *fitness* de un determinado individuo, la cantidad de individuos que este domina y cuantos lo dominan.
- Proceso de estimación de densidad respecto a los vecinos más cercanos a un individuo.
- Se define un nuevo proceso de truncamiento del tamaño del archivo externo, lo que permite conservar soluciones límites.

A continuación, se presentan de manera explícita las características que definen a SEPA2 en su proceso evolutivo.

- **Proceso de asignación de *fitness*:** El enfoque de asignación utiliza dos *rankings* basados en el concepto de dominancia de Pareto. Primero, se define el "grado de dominancia" (*dominance rank*), que representa la cantidad de individuos que dominan a cada individuo en la población y el "conteo de dominancia" (*dominance count*), que representa la cantidad de individuos que son dominados por cada individuo. La asignación del *fitness* de un individuo  $i$  en la población, denotado por  $F(i)$ , se basa en estos conceptos, sin embargo, este se lleva a cabo en varias etapas:

1) **Valor de fuerza:** El valor de fuerza o "*strength*" de una solución  $i$  en la población, corresponde al número de soluciones que esta domina en la actual población  $P_t$  y en el archivo externo actual  $A_t$ . A continuación en (47), se define de manera más formal el concepto de Valor de fuerza.

$$S(i) = |\{j : j \in P_t \cup A_t \wedge i \succ j\}| \quad (47)$$

Donde  $S(i)$  denota el Valor de fuerza de un individuo  $i$  en la población,  $|\bullet|$  corresponde al operador cardinalidad, y  $\prec$  corresponde a la dominancia de  $i$  respecto a un individuo genérico  $j$  en el sentidos de Pareto.

2) **Valor de *fitness* bruto:** Corresponde a la sumatoria del Valor de fuerza de los individuos que dominan al individuo  $i$  en la población actual y en el archivo externo actual. En la expresión (48) se formaliza lo anteriormente expuesto:

$$R(i) = \sum_{j \in P_t \cup A_t, j \succ i} S(j) \quad (48)$$

3) **Estimado de densidad:** Corresponde al inverso multiplicativo de la distancia entre un individuo y su  $k$ -ésimo vecino más cercano. En la ecuación (49), se presenta la expresión para el estimador de densidad, donde  $\sigma_i^k$  representa la distancia del individuo  $i$  respecto a su  $k$ -ésimo vecino más cercano en el espacio objetivo bajo cierta métrica, por ejemplo, si se considera la norma usual del espacio euclidiano  $n$ -dimensional, se puede utilizar la norma euclidiana para definir un sentido de distancia en el espacio objetivo. La elección del  $k$ -ésimo vecino más cercano se realiza en base a la expresión  $k = \sqrt{N' + N}$ , siendo  $N$  el tamaño de la población y  $N'$  el tamaño del archivo externo.

$$D(i) = \frac{1}{(\sigma_i^k + 2)} \quad (49)$$

4) **Valor de *fitness*:** El valor de aptitud o *fitness* de un individuo  $i$  en la población se define como la suma del *fitness* crudo y el valor del estimador de densidad para el individuo. La expresión del *fitness* se formaliza en (50)

$$F(i) = R(i) + D(i) \quad (50)$$

- **Operador de truncamiento:** Dentro de las mejoras del algoritmo SPEA2 respecto a su predecesor es la incorporación de este operador, cuya función es prevenir la eliminación de soluciones límite dentro del archivo externo. El operador  $\leq_d$ , corresponde a un comparador de distancias en el espacio objetivo y requiere del cálculo en orden descendente de la distancia entre cada individuo de la población. Su definición se presenta de manera formalizada en

(51). El operador define que la distancia entre un individuo  $i$  es menor que la de un individuo  $j$  ( $i \leq_d j$ ) si la distancia a sus vecinos es igual o si existe un  $k$ -ésimo más cercano, tal que su distancia a los primeros  $k - 1$  vecinos sea igual, pero la distancia del individuo  $i$  a su  $k$ -ésimo vecino más cercano es menor que la del individuo  $j$  a su  $k$ -ésimo vecino más cercano.

$$i \leq_d j \Leftrightarrow \forall 0 < k < |A_{t+1}| : \sigma_i^k = \sigma_j^k \vee \exists 0 < k < |A_{t+1}| : (\forall 0 < l < k : \sigma_i^l = \sigma_j^l) \wedge \sigma_i^k < \sigma_j^k \quad (51)$$

- **Selección de parejas:** El proceso de selección de parejas se realiza mediante la implementación de torneo binario, donde para cada padre se seleccionan dos individuos de manera aleatoria dentro de la población perteneciente al archivo externo de la siguiente generación, para luego seleccionar aquel que posea menor valor de *fitness*.
- **Selección ambiental:** Como es conocido, los métodos SPEA y SPEA2 trabajan con dos poblaciones en paralelo, las cuales son: la población principal y el archivo externo (conjunto externo no dominado). Dado esto, se requiere definir un proceso de selección ambiental adecuado para cada uno de estos conjuntos.

1) **Respecto al archivo externo:** Luego de que el *fitness* de los individuos ha sido asignado tanto para la población como para el archivo externo, todos los individuos no dominados son copiados en el archivo externo asociado a la siguiente generación. Si el número de individuos en el nuevo archivo externo es inferior al tamaño definido previamente como parámetro del algoritmo, este archivo es completado con las mejores soluciones dominadas ( $F(i) \geq 1$ ). En caso que la población en el nuevo archivo externo supere el tamaño permitido, se aplica el operador de truncamiento de forma iterativa, eliminando al individuo genérico  $i$  que cumpla que  $i \leq_d j$  para todo individuo  $j$  dentro del nuevo archivo externo, hasta reducir la población del archivo externo al tamaño requerido.

2) **Respecto a la próxima generación:** Estando ya las parejas seleccionadas, se aplican los operadores genéticos para generar la descendencia, pasando así a constituir la población de individuos de la siguiente generación.

A continuación, se presenta un pseudocódigo para SPEA2 que detalla de manera más secuencial el proceso de evolución de las soluciones.

**Algoritmo 3:** Pseudocódigo para SPEA2. Fuente: Elaboración propia

**Entrada:** [Problema de optimización, parámetros]

Inicializar población de padres ( $P_0$ ) de tamaño  $N$ , con  $t = 0$

Inicializar archivo externo  $A_0$  de tamaño  $N'$  como población vacía.

Para generación  $t$  de 0 a  $G$  (número max. de generaciones) u otro criterio, hacer:

    Evaluar funciones objetivo de individuos en  $P_t$  y  $A_t$ ;

    Asignación de *fitness* a los individuos en  $P_t$  y  $A_t$ ;

    Selección ambiental para la creación de  $A_{t+1}$

    Selección de parejas a partir de  $A_{t+1}$

    Aplicación de operadores genéticos a parejas seleccionadas

    Selección ambiental para la creación de  $P_{t+1}$

    Avanzar a la siguiente generación ( $t = t + 1$ )

**Salida:** [Aproximación del Frente de Pareto]

### 6.3 Componentes adicionales respecto al diseño de MOEA's

Adicional a los mecanismos generales asociados al funcionamiento de un EA descritos para las metaheurísticas seleccionadas en las secciones anteriores, es necesario especificar dos componentes que no han sido mencionados: la representación de la solución y la generación de la población inicial.

Las metaheurísticas seleccionadas son implementadas utilizando *MOEA-Framework*, el cual es una biblioteca Java gratuita y de código abierto para desarrollar y experimentar con algoritmos evolutivos y otros algoritmos de optimización. Esta herramienta presenta características que ayudan al diseño y la optimización de este proceso, facilitando la implementación y guiando el proceso de selección de operadores, representaciones y otras características que influyen directamente en el desempeño de las implementaciones a realizar.

Respecto a la representación, el *framework* permite generar una estructura de datos automática y optimizada que permite el manejo sencillo en términos del costo de almacenamiento de los individuos en la poblaciones generadas a lo largo de las iteraciones, además, facilita de decodificación y la aplicación de los operadores involucrados en el proceso evolutivo.

Respecto a la inicialización de la población inicial, en cada caso, se realiza una generación de forma aleatoria en conjunción con rutinas que permiten el *constraint handling*, con el objetivo de evitar la generación de soluciones infactibles, lo cual es una situación habitual, sobre todo en el contexto de modelos de optimización altamente restringidos.

## 6.4 Medidas de desempeño

La resolución de problemas de optimización multiobjetivo plantea complicaciones adicionales respecto a la resolución de problemas monoobjetivo. En el caso de un problema monoobjetivo, la calidad de una solución puede ser medida directamente en base a la solución encontrada, la cual frecuentemente es única y puede ser evaluada respecto a la única medida de desempeño a optimizar (función objetivo). Sin embargo, un problema de optimización multiobjetivo tiene como salida una población de soluciones que constituyen una aproximación de la frontera de Pareto, lo que hace no tan directa la evaluación del desempeño de un determinado algoritmo de solución. Lo anterior, implica la necesidad de definir indicadores o métricas para conocer determinadas características de la aproximación encontrada. En la literatura especializada, se mencionan las cualidades principales asociadas a una aproximación de la frontera de Pareto: convergencia y diversidad [48]. Como se mencionó anteriormente, se busca una aproximación que se encuentre cercana a la real frontera de Pareto (de ser conocida) o a una frontera referencial, es decir, la convergencia de la aproximación. De igual modo, se espera que la frontera generada disponga de sus individuos apropiadamente distribuidos a lo largo de la extensión de la frontera, de modo de no tener soluciones aglomeradas o sesgadas en determinadas regiones del espacio objetivo, vale decir, la diversidad de los individuos generados. Lo anterior, implica que un tomador de decisión espera una aproximación que entregue información integral, es decir, bien aproximada (convergencia) y completa (diversidad) (ver Figura 11).

### 6.4.1 Medidas de convergencia

Los indicadores o métricas de convergencia evalúan la efectividad de las soluciones encontradas en términos de la cercanía de estas respecto a la frontera de Pareto óptima o una frontera referencial [48].

1) **Contribution**: Es una medida de convergencia binaria, denotada por  $Cont(PO_1, PO_2)$ . La contribución de una aproximación  $PO_1$ , relativa a otra aproximación  $PO_2$ , corresponde a la tasa de soluciones no dominadas asociadas a  $PO_1$  en  $PO^* = PO_1 \cup PO_2$ . Para definir formalmente el indicador, se requiere establecer los siguientes conjuntos:

- $PO = PO_1 \cap PO_2$ .
- $W_1$  (resp.  $W_2$ ). Corresponde al conjunto de soluciones en  $PO_1$  (resp.  $PO_2$ ) que dominan alguna solución de  $PO_2$  (resp.  $PO_1$ ).
- $L_1$  (resp.  $L_2$ ). Corresponde al conjunto de soluciones en  $PO_1$  (resp.  $PO_2$ ) que son dominadas por alguna solución de  $PO_2$  (resp.  $PO_1$ ).
- $N_1$  (resp.  $N_2$ ). Corresponde a las soluciones no comparables en  $PO_1$  (resp.  $PO_2$ ) que dominan a alguna solución de  $PO_2$  (resp.  $PO_1$ ). Dicho de otro modo, es el conjunto.

$$N_i = \frac{PO_i}{PO \cup W_i \cup L_i}$$

Luego, la contribución de una frontera  $PO_1$ , respecto a otra frontera  $PO_2$ , se define como:

$$Cont(PO_1, PO_2) = \frac{\frac{|PO|}{2} + |W_1| + |N_1|}{|PO^*|} \quad (52)$$

Los conjuntos anteriormente mencionados satisfacen relaciones de utilidad para el cálculo del indicador. En primer lugar, se tiene que:  $|PO^*| = |PO| + |W_1| + |N_1| + |W_2| + |N_2|$  y  $Cont(PO_1, PO_2) + Cont(PO_2, PO_1) = 1$ . Dado que el indicador es computado en base a suma y cociente de cardinalidades de conjuntos, su valor es siempre positivo y dado su carácter

de comparación relativa de tamaños de grupos, toma valores entre 0 y 1.

2) **Generational distance**: Corresponde a la distancia promedio entre una aproximación de la frontera de Pareto ( $A$ ) y un conjunto de referencia  $R$  [48]. Dada una interacción  $t$ , la distancia entre los dos conjuntos se promedia sobre la distancia mínima por pares.

$$I_{GD}^t(A, R) = \frac{(\sum_{u \in A} (\min_{v \in R} \|F(u) - F(v)\|)^2)^{1/2}}{|R|} \quad (53)$$

Donde el operador  $\|\bullet\|$ , corresponde a la distancia euclidiana y  $F$  representa el vector de funciones objetivo.

#### 6.4.2 Medidas de diversidad

Los indicadores de diversidad miden la uniformidad de la distribución de las soluciones obtenidas en la aproximación de la frontera de Pareto en términos de conceptos de dispersión y extensión en el espacio objetivo respecto a la frontera de Pareto óptima o a una frontera referencial [48].

1) **Spread**: Este indicador, también denominado propagación ( $I_s$ ), combina conceptos de distribución y cardinalidad para medir la dispersión del conjunto de soluciones que conforman la aproximación de la frontera de Pareto ( $A$ ). Formalmente, se define como:

$$I_s = \frac{\sum_{u \in A} |\{u' \in A : \|F(u) - F(u')\| > \sigma\}|}{|A| - 1} \quad (54)$$

Donde  $\sigma > 0$  es un parámetro de vecindad. Mientras el indicador este más cercano a 1, mejor es la propagación (*spread*) de las soluciones en la aproximación  $A$ .

2) **Extent**: Representa una estimación de la extensión de la aproximación de la frontera de Pareto



(A), y se define como:

$$I_{ex}(A) = \left( \sum_{i=1}^k (\max_{u, u' \in A} \|f_i(u) - f_i(u')\|) \right)^{1/2} \quad (55)$$

Donde  $f_i$  corresponde a la  $i$ -ésima función objetivo,  $u$  y  $u'$  son dos individuos de la frontera aproximada  $A$  y  $\|\bullet\|$  representa la norma euclidiana en el espacio objetivo.

### 6.4.3 Medidas de desempeño general

Complementariamente, se desea determinar características de la aproximación además de su convergencia y diversidad. Principalmente, es de interés determinar medidas de desempeño en términos de la ejecución de la metaheurística.

- 1) **Tiempo de ejecución - CPU time:** Corresponde al tiempo implicado en la ejecución de la metaheurística hasta que esta entrega la aproximación de la Frontera de Pareto.
- 2) **Tamaño de la población:** Número de soluciones-individuos que componen la Frontera de Pareto al momento de cumplirse la condición de término.

## 6.5 Parametrización - Calibración de parámetros

La implementación de un enfoque metaheurístico requiere, posterior a su diseño, de la fijación de un conjunto de cantidades numéricas que son inherentes a la lógica de cada metaheurística seleccionada. Estas cantidades se denominan, parámetros del algoritmo, y tienen dominio en un conjunto generalmente amplio, y a veces infinito de valores posibles, por lo tanto, su elección no es directa sin un criterio específico para fijarlos. Además, la literatura señala que los valores seleccionados para los parámetros tiene directo impacto en el desempeño de la metaheurística, por lo que determinar una metodología sistemática para determinar dichas cantidades es crucial para el buen diseño y desempeño de este tipo de enfoques [48].

Cada metaheurística implica una cantidad y tipo diferente de parámetros a fijar, por lo que

se requiere un análisis independiente para cada uno de los enfoques que se desea implementar. La literatura especializada entrega un conjunto de posibles valores para los parámetros de los algoritmos a utilizar (NSGA, NSGA-II y SEPA2), los cuales han sido probados y testeados empíricamente, por lo que se consideran valores recomendados. Sin embargo, dichos valores son probados en determinados problemas de optimización, los cuales suelen ser específicos y particulares, por lo que se apunta a implementar metodologías cuantitativas para guiar el proceso de fijación de parámetros en el caso del modelo de optimización bi-objetivo propuesto en esta sección.

El enfoque más frecuente, es el basado en el diseño experimental o diseño de experimentos, más específicamente los diseño factoriales completos  $2^k$ . Estos diseños, son un caso particular del análisis de varianza (ANOVA) convencional, donde se consideran  $k$  factores, cada uno con dos niveles. A partir de la comparación de los grupos y la determinación de los efectos, se puede determinar una combinación de parámetros que sea mejor en términos de algunas medidas de desempeño que se consideren relevantes (variables respuesta). Lo anterior, implica la ejecución de varios experimentos numéricos para cada uno de los algoritmos a calibrar, por lo que se incurre en un alto costo computacional. Además, al ser una técnica de tipo paramétrica, requiere de la verificación de supuestos estadísticos (normalidad, homocedasticidad e independencia), para que las conclusiones extraídas tengan validez estadística.

A continuación, en la Tabla 6 se presentan los rangos de valores para los parámetros recomendados por la literatura en el contexto de MOEA's.

Parámetro	Talbi (2009)	Zitzler et al. (2000)	Korouisi (2009)	Nojima et al. (2005)
Tamaño máximo para la población	20/100	100	100	150 / 300
Número de generaciones	*	250	250	500
Probabilidad de cruzamiento	0.45 / 0.95	0.8	0.7 / 0.90	0.8
Probabilidad de mutación	0.001 / 0.01	0.01 / 0.05	*	0.005/ 0.01
Tamaño del archivo externo	*	0.2 / 0.5	*	*
$\sigma_{share}$	*	0.05 / 0.1	*	*

Tabla 6: Valores máximos y mínimos para los parámetros para EA's recomendados por la literatura especializada. El valor \* implica que el parámetro en cuestión no es especificado por el autor. Respecto al tamaño del archivo externo, se presenta en base a una fracción del tamaño de la población principal.

El diseño factorial completo  $2^k$ , requiere de la definición de los factores y los dos niveles para cada factor, generalmente referidos como un nivel alto o bajo. Los factores corresponden a los parámetros que se requieren calibrar, los cuales son diferentes para cada metaheurística dado que cada una requiere distintos tipos de parámetros. Los niveles altos y bajos son definidos en base a los rangos de valores para los parámetros dados en la Tabla 6. Respecto a la definición de la variable respuesta, se realiza para cada algoritmo un estudio por separado considerando medidas de desempeño tanto de convergencia (*Generational distance*), diversidad (*Extent*) y el tiempo de ejecución para comparar las distintas combinaciones de niveles para los factores. El objetivo es determinar una configuración de parámetros para cada metaheurística de modo que las medidas de desempeño definidas como variables respuestas tengan el mejor valor posible dentro de los niveles seleccionados.

Los niveles altos y bajos seleccionados para los factores se presentan en la Tabla 7. Además, se señala la nomenclatura para designar a los factores a modo de simplificar la interpretación posterior de los resultados. Como se mencionó, no todos los parámetros descritos en la Tabla 6 están asociados a todas las metaheurísticas, por ejemplo, mientras el factor **E** está relacionado solo a SPEA2, el factor **F** está vinculado solo a NSGA. Sin embargo, otros factores como **A** y **B** están involucrados en las tres metaheurísticas.

En el análisis, no solo se estudian los efectos principales, es decir, los efectos individuales de cada factor sobre las variables respuestas, sino que se consideran las interacciones entre dichos factores.

Parámetro	Nivle bajo	Nivel alto
Tamaño máximo para la población (A)	100	300
Número de generaciones (B)	250	500
Probabilidad de cruzamiento (C)	0.45	0.95
Probabilidad de mutación (D)	0.005	0.01
Tamaño del archivo externo (E)	0.2	0.5
$\sigma_{share}$ (F)	0.07	0.1

Tabla 7: Niveles bajos y altos para los factores definidos para el diseño experimental  $2^k$ . Respecto al tamaño del archivo externo, se presenta en base a una fracción del tamaño de la población principal. (Elaboración propia)

Como se mencionó anteriormente, la metodología mencionada corresponde a un proceso estadístico paramétrico, es decir, requiere de una validación estadística de modo de apoyar la extrapolación de las conclusiones obtenidas del análisis. El diseño factorial completo  $2^k$ , al igual que las variantes de ANOVA, tienen asociado un modelo lineal general que incluye los efectos principales e interacciones de cada factor involucrado sobre la variable respuesta, como se presenta en la ecuación (56).

$$y_{ijkl} = \mu + \tau_i + \beta_j + \gamma_k + (\tau\beta)_{ij} + (\tau\gamma)_{ik} + (\beta\gamma)_{jk} + (\tau\beta\gamma)_{ijk} + \varepsilon_{ijkl} \quad (56)$$

Donde  $i, j, k \in \{1 \text{ (Nivel bajo)}, 2 \text{ (Nivel alto)}\}$  y  $l \in \{1, \dots, n\}$ . En la expresión anterior, se presenta un diseño factorial con tres factores, denotados por simplicidad como A, B y C, sin embargo, esto puede ser extendido a un diseño general con tantos factores como el diseñador considere pertinente.

En la Tabla 8, se presente un resumen de la nomenclatura asociada al modelo presentado en la ecuación (56).

<b>Término genérico</b>	<b>Descripción</b>
$y_{ijkl}$	Variable respuesta en el i-ésimo, j-ésimo nivel y k-ésimo nivel de los factores A, B y C (resp.) en la observación $l$
$\mu$	Efecto promedio global
$\tau_i$	Efecto del i-ésimo nivel del factor A sobre la variable respuesta
$\beta_j$	Efecto del j-ésimo nivel del factor B sobre la variable respuesta
$\gamma_k$	Efecto del k-ésimo nivel del factor C sobre la variable respuesta
$(\mu\beta)_{ij}$	Efecto- interacción del i-ésimo nivel del factor A y el j-ésimo nivel del factor B sobre la variable respuesta.
$(\mu\gamma)_{ik}$	Efecto- interacción del i-ésimo nivel del factor A y el k-ésimo nivel del factor C sobre la variable respuesta.
$(\beta\gamma)_{jk}$	Efecto- interacción del j-ésimo nivel del factor B y el k-ésimo nivel del factor C sobre la variable respuesta.
$(\mu\beta\gamma)_{ijk}$	Efecto combinado de todos los factores. Interacción del i-ésimo nivel del factor A, j-ésimo nivel del factor B y k-ésimo nivel del factor C sobre la variable respuesta.
$\varepsilon_{ijkl}$	Perturbación aleatoria sobre la variable respuesta asociado al i-ésimo factor A, j-ésimo valor del factor B y el k-ésimo nivel del factor C en la l-ésimo observación.

Tabla 8: Descripción de términos asociados al modelo lineal de tres factores para el diseño experimental  $2^k$ . (Elaboración propia)

Retirando el término de perturbación aleatoria y estimando los efectos principales y las interaccionales se genera la ecuación de estimación, que permite generar los residuos del modelo. Se solicita que el error aleatorio sea una variable aleatoria normal, independiente e idénticamente distribuida con varianza constante y media cero, es decir,  $\varepsilon_{ijkl} \sim N(0, \sigma^2)$ . Lo anterior puede ser verificado mediante test estadísticos de normalidad, homogeneidad de varianza e independencia, basados en contrastes estadísticos de hipótesis.

Para fijar los parámetros de cada metaheurística, se realiza un diseño factorial como el que se ha descrito considerando individualmente cada variable respuesta mencionada anteriormente tomando tres réplicas en cada caso, las cuales son obtenidas mediante la ejecución del modelo y las metaheurísticas en las instancias  $I_1$ ,  $I_4$  e  $I_8$  (progresivamente de mayor tamaño). Posterior a la validación de supuestos y el análisis de resultados, se realiza la selección de los parámetros para cada metaheurística para posteriormente evaluar las distintas instancias del modelo.

## 6.6 Comparación de algoritmos

Definidas las medidas de desempeño, es crucial definir una metodología de comparación de algoritmos con el objetivo de definir aquellos que son mejores en términos globales y específicos. Considerando la variedad de indicadores de desempeño definidos, la evaluación se lleva a cabo en base a un diseño experimental multivariante (MANOVA). Este tipo de diseños hace la comparación de grupos en base a múltiples variables respuesta de manera simultánea, evitando así realizar múltiples contrastes univariantes. Esta metodología es estadísticamente potente (capacidad de detectar efectos que si existen), cuando las medidas de desempeño (variables respuesta), están significativamente correlacionadas.

El análisis multivariante de varianza (MANOVA), dirige a la misma idea que el análisis univariante, sin embargo, ahora existen múltiples variables respuesta sobre las cuales se debe ver si el o los factores, codificados como variables cualitativas, tienen efecto estadísticamente significativo sobre el vector respuesta. En términos geométricos, se podría pensar en un espacio generado por las variables respuestas y las observaciones como puntos en dicho espacio. Considerando el caso de un único factor, podríamos ver si los centroides asociados a la nube de puntos para cada nivel de este difieren o no en promedio.

Sean  $t$  observaciones  $\vec{p}_1, \vec{p}_2, \dots, \vec{p}_t$ , representadas en el espacio euclidiano  $n$ -dimensional. El centroide ( $\vec{c}$ ) de dichas observaciones, en el espacio mencionado, corresponde al vector de promedios para cada componente de los vectores como denota la expresión (57).

$$\vec{c} = \frac{\sum_{i=1}^t \vec{p}_i}{t} \quad (57)$$

Como se aprecia en la Figura 20, a fines de ejemplificar, se definió un factor que corresponde a un grupo de tres metaheurísticas, donde para cada una se mide un par de medidas de desempeño, por lo que cada una tiene asociado un conjunto de pares ordenados correspondientes a distintas mediciones de las variables respuesta, las cuales generan el espacio bi-dimensional como se aprecia en la Figura. Es claro ver que, las nubes de puntos asociadas a las metaheurísticas 1 y 2 parecen, al menos gráficamente, no presentar diferencias significativas entre

sus centroides, mientras el centroide de la metaheurística 3, dista considerablemente de los otros dos grupos. Sin embargo, la conclusión final del análisis se lleva a cabo mediante a pruebas numéricas basadas en contrastes de hipótesis. A continuación, se describen brevemente: el contraste de hipótesis principal; el modelo lineal asociado y la correspondiente metodología de validación del modelo.

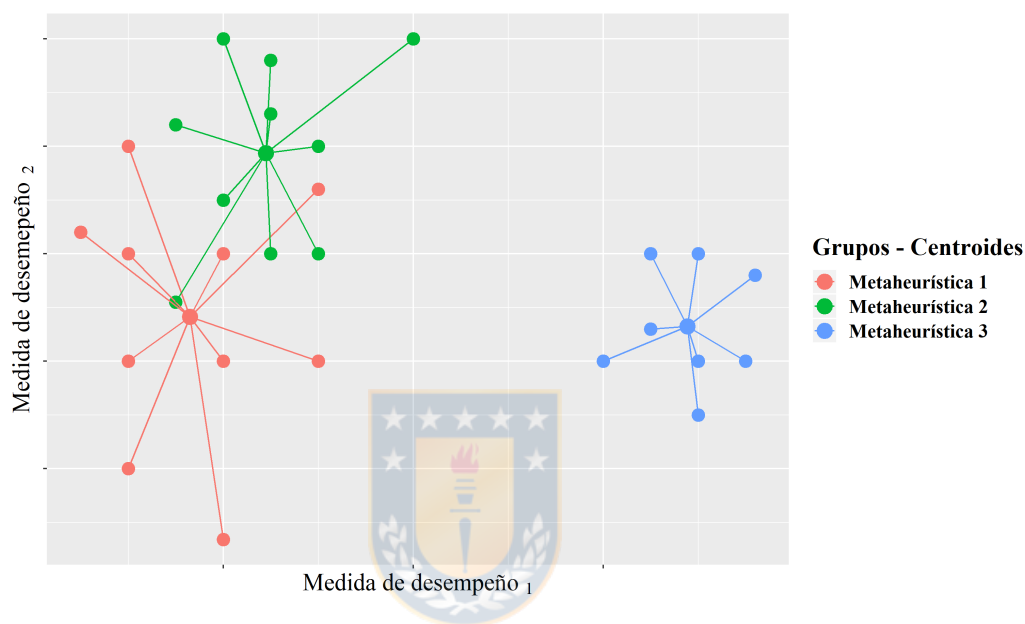


Figura 20: Representación gráfica del proceso MANOVA para el caso de un único factor con tres niveles y dos variables respuesta. (Elaboración propia)

El vector de medias poblacionales para un factor o grupo en particular  $i = \overline{1, t}$ , considerando un espacio de  $l$  variables respuesta, puede ser escrito como:

$$\vec{\mu}_i = \begin{bmatrix} \mu_{i1} \\ \mu_{i2} \\ \vdots \\ \mu_{il} \end{bmatrix} \quad (58)$$

Luego, el test de hipótesis a contrastar para MANOVA, puede ser presentado de forma análoga con respecto al test para ANOVA considerando la notación definida como se presenta

en (59).

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_0 &= \vec{\mu}_1 = \vec{\mu}_2 = \dots = \vec{\mu}_t \\ \mathbf{H}_1 &= \vec{\mu}_i \neq \vec{\mu}_j, \text{ para algún } i \neq j \end{aligned} \quad (59)$$

O más explícitamente, utilizando la definición dada en (58), el contraste de hipótesis puede ser reescrito extendidamente como en (60):

$$\mathbf{H}_0 = \begin{bmatrix} \mu_{11} \\ \mu_{i2} \\ \vdots \\ \mu_{1l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{21} \\ \mu_{22} \\ \vdots \\ \mu_{2l} \end{bmatrix} = \dots = \begin{bmatrix} \mu_{t1} \\ \mu_{t2} \\ \vdots \\ \mu_{tl} \end{bmatrix} \quad (60)$$

$$\mathbf{H}_1 = \begin{bmatrix} \mu_{i1} \\ \mu_{i2} \\ \vdots \\ \mu_{il} \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} \mu_{j1} \\ \mu_{j2} \\ \vdots \\ \mu_{jl} \end{bmatrix}, \text{ para algún } i \neq j$$

Dado lo anterior, se presenta el modelo lineal general asociado a MANOVA, el cual es expresado en la ecuación (61).

$$\vec{y}_{ij} = \vec{\mu} + \vec{\tau}_i + \vec{\varepsilon}_{ij} \quad (61)$$

Donde:

- $\vec{y}_{ij}$  : Vector de variables respuesta para el i-ésimo nivel del factor en la j-ésima observación.
- $\vec{\mu}$  : Vector de media poblacional común a los factores.
- $\vec{\tau}_i$  : Efecto del factor  $i$  sobre el vector de variables respuesta.
- $\vec{\varepsilon}_{ij}$  : Error aleatorio sobre el vector de variables respuesta.

Con el objetivo de implementar esta metodología en el contexto de la evaluación del desempeño de los MOEA's seleccionados, se definen un modelo MANOVA con un único factor,



el cual corresponde a los métodos de solución en general. Se definen tres niveles para este factor, que se codifican referenciando a las diferentes metaheurísticas utilizadas, las cuales serán denotadas por simplicidad como: NSGA ( $M_1$ ), NSGA-II ( $M_2$ ) y SPEA2 ( $M_3$ ). Por otro lado, se consideran tres variables respuesta cuantitativas, las cuales corresponden a los indicadores de convergencia, diversidad y desempeño general definidos anteriormente, los que son simbolizados como: *Generational distance* ( $\theta_{C1}$ ), *Spread* ( $\theta_{D1}$ ), *CPU time* ( $G_1$ ). Luego, el contraste de hipótesis a realizar es:

$$\mathbf{H}_0 = \begin{bmatrix} \mu_{M_1\theta_{C1}} \\ \mu_{M_1\theta_{D1}} \\ \mu_{M_1\theta_{G1}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{M_2\theta_{C1}} \\ \mu_{M_2\theta_{D1}} \\ \mu_{M_2\theta_{G1}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{M_3\theta_{C1}} \\ \mu_{M_3\theta_{D1}} \\ \mu_{M_3\theta_{G1}} \end{bmatrix} \quad (62)$$

$$\mathbf{H}_1 = \begin{bmatrix} \mu_{M_i\theta_{C1}} \\ \mu_{M_i\theta_{D1}} \\ \mu_{M_i\theta_{G1}} \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} \mu_{M_j\theta_{C1}} \\ \mu_{M_j\theta_{D1}} \\ \mu_{M_j\theta_{G1}} \end{bmatrix}, \text{ para algún } i, j \in \{1, 2, 3\}, i \neq j$$

El cumplimiento de los supuestos estadísticos tanto para el caso de ANOVA y MANOVA le dan solidez y respaldo a las conclusiones extraídas del análisis. De no cumplirse los supuestos o alguno de ellos, es posible realizar transformaciones a la o las variables respuesta de modo de corregir el incumplimiento de alguna condición. De ser el caso, cualquier estimación realizada por el modelo debe ser reconvertida para que las conclusiones hagan referencia a valores medidos en términos de la o las variables originales.

Los supuestos para validar el modelo son análogos al caso univariante, donde dichas condiciones son testeadas sobre los residuos del modelo (61), definidos como:  $\vec{e}_{ij} = \vec{y}_{ij} - \widehat{\vec{y}}_{ij}$ . Los supuestos estadísticos son:

- **Normalidad multivariante** en el vector de residuos del modelo lineal.
- **Homocedasticidad multivariante** de la matriz de covarianza entre los factores definidos.

- **Independencia** del vector residual del modelo lineal.

En la Tabla 9, se presentan los test estadísticos usualmente utilizados para contrastar las hipótesis estadísticas para MANOVA. Se muestran los test para el contraste principal y validación del modelo.

<b>Test estadísticos - MANOVA</b>	
<b>Contraste de hipótesis</b>	<b>Test estadístico</b>
<b>Hipótesis principal</b>	- Hotelling Lawley - Roy - Pillai - Wilks
<b>Normalidad multivariante</b>	- <i>Skewness criterion</i> - <i>Kurtosis criterion</i> - <i>Skewness and kurtosis criterion</i>
<b>Homogeneidad de matrices de covarianzas</b>	<i>Box- M test</i>
<b>Independencia</b>	Durbin Watson

Tabla 9: Pruebas de hipótesis requeridas para el contraste de d'cima principal de MANOVA y la validación del modelo. Se asume una probabilidad de error tipo I para los contrastes de  $\alpha = 0.05(5\%)$ .

## 6.7 Instancias de prueba

La ejecución de los modelos de programación monobjetivo y bi-objetivo es posible mediante la fijación de los parámetros del modelo. En la Tabla 4, se presentan estos parámetros junto con su respectiva unidad de medida. A continuación, en la Tabla 10, se detalla el tamaño de los conjuntos para cada una de las ocho instancias en las que el modelo, en sus dos versiones, es testeado.

Respecto a los valores puntuales que cada parámetro toma en cada instancia, se puede establecer que, la gran variedad de catástrofes naturales y eventos antrópicos que tienen la potencialidad de generar crisis humanitarias, junto con la deficiencia de los sistemas informáticos que gestionan la información de desastres, vuelve complejo determinar los valores para los parámetros definidos respecto a instancias reales, es por esto que en la medida posible, las instancias se construyen en base a la colección de parámetros reales y la fijación de otros de

manera aleatoria dentro de un rango admisible de valores de modo de garantizar la factibilidad de las soluciones.

<b>Instancia</b>	$ V $	$ V_1 $	$ V_2 $	$ K $	$ K_1 $	$ K_2 $	$ G $
$I_1$	10	3	7	5	2	3	4
$I_2$	20	4	16	5	2	3	5
$I_3$	30	6	24	10	4	6	5
$I_4$	40	7	33	11	4	7	6
$I_5$	50	12	38	12	6	6	6
$I_6$	60	15	45	15	8	7	7
$I_7$	80	20	60	21	15	6	8
$I_8$	100	22	78	30	18	12	8

Tabla 10: Instancias de prueba. Se indican las cardinalidades de los conjuntos asociados al modelo para cada una de los ocho instancias de prueba. (Elaboración propia)

En lo que respecta a los costos unitarios de transporte, tanto para el caso de camiones y helicópteros, su determinación se realiza en base a las ecuaciones (11) y (12). Los modelos de camiones y helicópteros elegidos son, respectivamente: KAMAZ-65117 y Boeing CH-47 Chinook, cuyas especificaciones generales se encuentran en [67], de donde se deducen los parámetros  $p_{sp}^c$  y  $p_{sp}^h$ , los que se asumen constantes. También, se obtiene información sobre la capacidad de transporte asociada a cada tipo de vehículo ( $Q_k$ ). Respecto a las matrices de distancias  $\gamma_{sp}^c$  y  $\gamma_{sp}^h$ , se determinan sus entradas mediante la generación de números aleatorios uniformes enteros, según las relaciones (63).

$$\gamma_{sp}^c \sim U(50, 450) \quad \gamma_{sp}^h \sim U(20, 190) \quad (63)$$

Respecto al costo de asignar un determinado vehículo a un determinado CAL ( $A_{ik}$ ), se determina aleatoriamente en base a rangos entregados por la literatura [68], bajo el siguiente esquema.

$$A_{ik} \sim U(134, 000.000, 345, 000.00), \quad \forall i \in V_1, \forall k \in K = K_1 \cup K_2 \quad (64)$$

En lo que respecta al tiempo de circulación requerido en cada tramo de la red de transporte

para cada tipo de vehículo ( $T_{sp}^c$  y  $T_{sp}^h$ ), se utilizan las ecuaciones (13) y (14). Respecto a las velocidades promedio de desplazamiento de los camiones ( $V_{prom}^c$ ) y helicópteros ( $V_{prom}^h$ ), son fijadas en base a las especificaciones de los modelos, las cuales afirman que sin sobre-exigir los vehículos, estos llegarían a velocidades promedio de desplazamiento respectivas de: 80 [km/hr] y 186 [km/hr]. En el caso del tiempo requerido por los camiones para recorrer cada tramo de la red, se requiere de las penalizaciones asociadas a las rutas ( $\delta_{sp}$ ), las cuales son fijadas bajo la relación presentada en (65).

$$\delta_{sp} \sim N(3.5, 2.5) \quad \forall (s, p) \in E \quad (65)$$

Respecto a los CAL's, se selecciona un modelo de uso comercial de dimensiones: 370 x 480 x 250 cm, con un costo de compra e instalación de \$769.900 ( $O_i$ ). De las especificaciones de la estructura se obtiene su capacidad de almacenamiento ( $W_{ig}$ ).

Respecto a la demanda de los clientes, se utiliza un proceso de generación de números aleatorios uniformes enteros, el cual corresponde al esquema presentado en (66).

$$d_{jg} \sim U(40, 500), \quad \forall j \in V_2, \quad \forall g \in G \quad (66)$$

El costo unitario por demanda insatisfecha  $\rho_g$ , constituye un parámetro complejo de fijar, dado que como se ha mencionado, corresponde a una pérdida de bienestar, cuantificada en unidades monetarias por unidad, en base a la falta de suplementación de un determinado tipo de *kit* humanitario  $g \in G$ . Estos conceptos son complejos de cuatificar y más aún otorgarles un sentido económico-monetario, dado que el requerimiento o urgencia de un determinado tipo de *kit*, varía no solo entre distintas localidades de afectados, sino que de persona a persona. Es por esto, que su orden de magnitud es fijado en base a la literatura (estudios econométricos [69] - [70]), donde en último término, este valor genera un *ranking*, que permite al proceso de optimización dejar, en caso de ser necesario, unidades insatisfecha de aquellos *kits* con mayor valor para  $\rho_g$ , preservando así la minimización de la función objetivo (20) y el objetivo (39).

## 7. Resultados

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos mediante los experimentos numéricos llevados a cabo con el fin de evaluar las soluciones y desempeño del modelo de programación matemática mono y bi-objetivo, el enfoque heurístico propuesto y los algoritmos evolutivos seleccionados. Los cálculos y gráficos presentados se realizaron en un servidor personal con las siguientes características: Intel® Core(TM) i7-7500U CPU - 2.70 GHz y 4.0 GB de memoria RAM instalada.

### 7.1 Resultados para el modelo de programación matemática monobjetivo

El modelo de programación matemática monobjetivo y la heurística constructiva fueron implementados usando lenguaje de programación Python versión 3.5.6. El modelo fue resuelto usando solver CPLEX versión 12.7.0.0, definiéndose como criterio de detención un tiempo máximo de ejecución correspondiente al 15% del *Standar Relief Time*, como recomienda la literatura especializada en gestión de desastres [71], lo cual corresponde a 10.8 horas.

En la Tabla 11, se presenta el crecimiento del número de variables de decisión y restricciones para las distintas instancias de prueba. El crecimiento de variables y restricciones generadas por el modelo se aprecian gráficamente en la Figura 21.

<b>Instancia</b>	<b> V </b>	<b> V<sub>1</sub> </b>	<b> V<sub>2</sub> </b>	<b> K </b>	<b> K<sub>1</sub> </b>	<b> K<sub>2</sub> </b>	<b> G </b>	<b>Variables</b>	<b>Restricciones</b>
<i>I</i> <sub>1</sub>	10	3	7	5	2	3	4	1,563	3,538
<i>I</i> <sub>2</sub>	20	4	16	5	2	3	5	6,004	15,459
<i>I</i> <sub>3</sub>	30	6	24	10	4	6	5	26,406	68,886
<i>I</i> <sub>4</sub>	40	7	33	11	4	7	6	52,631	155,116
<i>I</i> <sub>5</sub>	50	12	38	12	6	6	6	95,580	285,660
<i>I</i> <sub>6</sub>	60	15	45	15	8	7	7	183,615	603,255
<i>I</i> <sub>7</sub>	80	20	60	21	15	6	8	480,500	1,709,703
<i>I</i> <sub>8</sub>	100	22	78	30	18	12	8	1,030,582	3,694,572

Tabla 11: Instancias de prueba. Se indican las cardinalidades de los conjuntos junto con el número de variables de decisión y restricciones generadas por el modelo. (Elaboración propia)

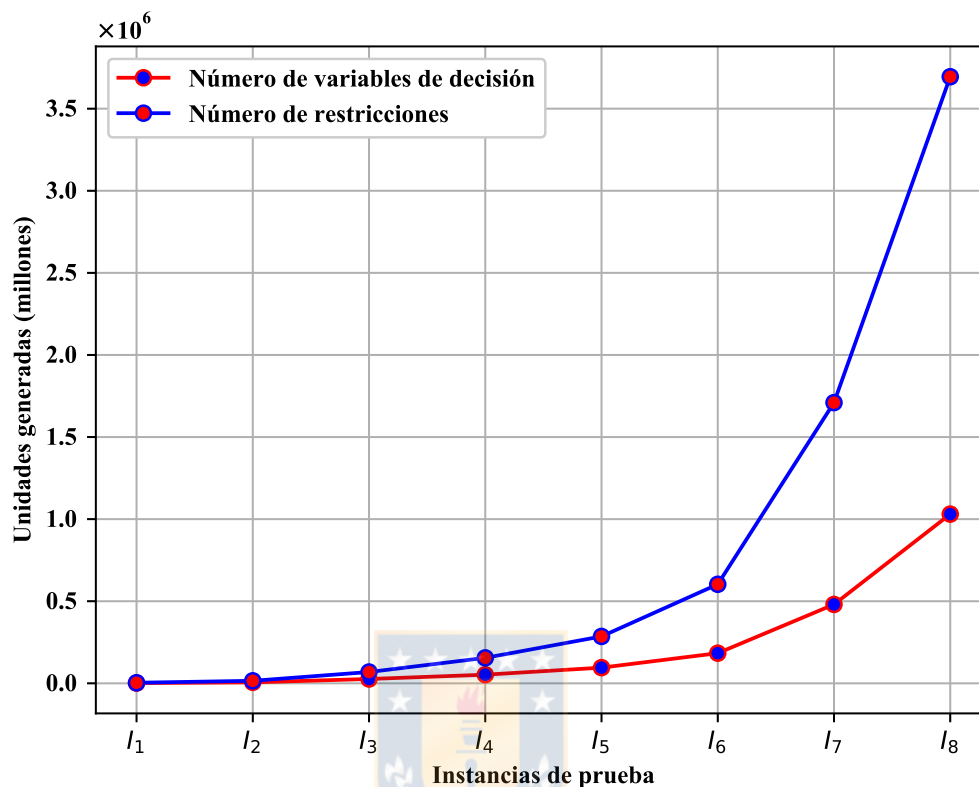


Figura 21: Evolución del número de variables de decisión y restricciones (en millones) a través de las instancias de prueba. (Elaboración propia)

En la Tabla 12, se presentan datos comparativos entre la solución para el modelo monobjetivo entregada por CPLEX y la otorgada por la heurística propupuesta para las instancias de prueba. De izquierda a derecha se presenta el CLT otorgado por CPLEX, junto al tiempo de ejecución y el GAP porcentual obtenido. En el caso de las instancias  $I_5$ ,  $I_6$ ,  $I_7$  y  $I_8$ , el GAP porcentual fue calculado respecto a la mejor solución entera encontrada al momento de cumplirse el criterio de detención. Luego, se presenta el valor de la función objetivo obtenido con la heurística, junto con el tiempo de cómputo incurrido. Finalmente, se presenta la variación porcentual del CLT entregado por el *solver* y la heurística constructiva.

Instancia	CLT-CPLEX (\$)	Tiempo	GAP (%)	CLT-Heurística (\$)	Tiempo	GAP (%) (Heurística v/s CPLEX)
$I_1$	2,048,900	3.39 [min]	0.00	2,401,342	1.61 [min]	17.20
$I_2$	3,318,000	1.98 [hrs]	0.00	3,837,449	5.93 [min]	15.65
$I_3$	74,787,900	4.25 [hrs]	0.00	87,997,131	9.17 [min]	17.66
$I_4$	156,467,300	6.97 [hrs]	0.00	198,742,171	17.24 [min]	27.02
$I_5$	173,220,900*	10.80 [hrs]	0.56	213,745,321	26.91 [min]	23.29
$I_6$	227,272,232*	10.80 [hrs]	8.97	270,237,448	40.19 [min]	18.90
$I_7$	300,114,999*	10.80 [hrs]	13.24	374,584,709	1.03 [hrs]	24.81
$I_8$	541,879,800*	10.80 [hrs]	19.21	698,011,954	1.37 [hrs]	28.81

Tabla 12: Solución CPLEX v/s Solución heurística. Las soluciones marcadas con un \* son aquellas que no lograron alcanzar la optimalidad dentro del límite establecido para el tiempo ejecución. (Elaboración propia)

En la Figura 22, se presenta la comparación del tiempo de cómputo incurrido por CPLEX y la heurística propuesta al momento de resolver las instancias de prueba. Notar que en el caso del tiempo asociado a CPLEX, a partir de la instancia 5 ( $I_5$ ), el tiempo de cómputo es constante, dado que en estos casos, se ha alcanzado el tiempo máximo de cómputo permitido.

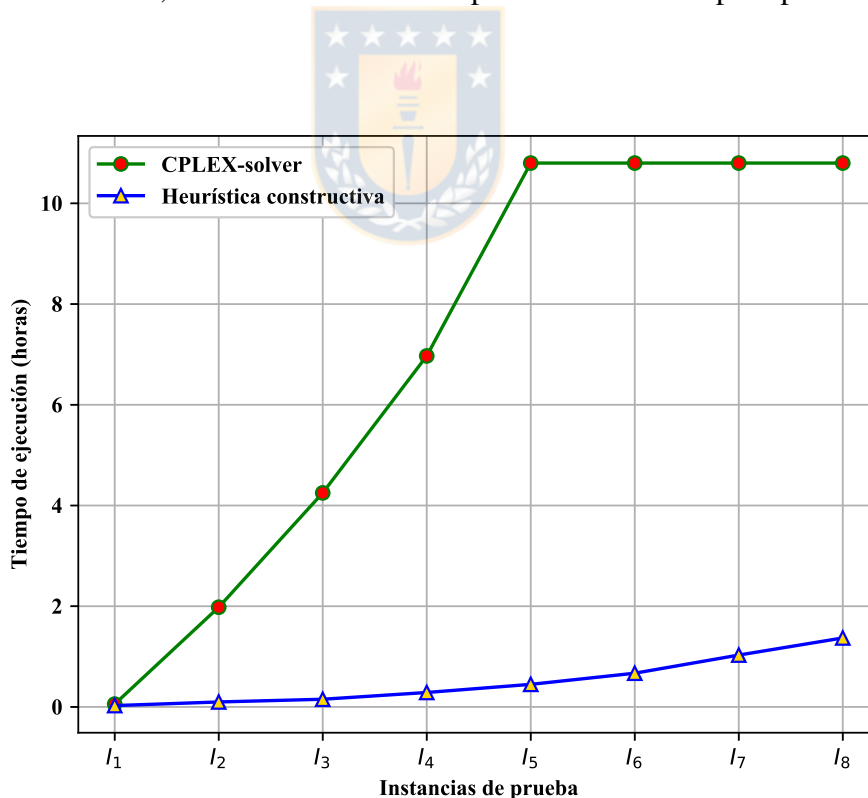


Figura 22: Comparación entre los tiempos de cómputo asociados a CPLEX y a la heurística propuesta. (Elaboración propia)

En la Figura 23, se presenta la senda de crecimiento del gap porcentual (relativo) al momento de comparar el valor de la función objetivo obtenida por la heurística, respecto al valor otorgado por CPLEX a través de las ocho instancias de prueba.

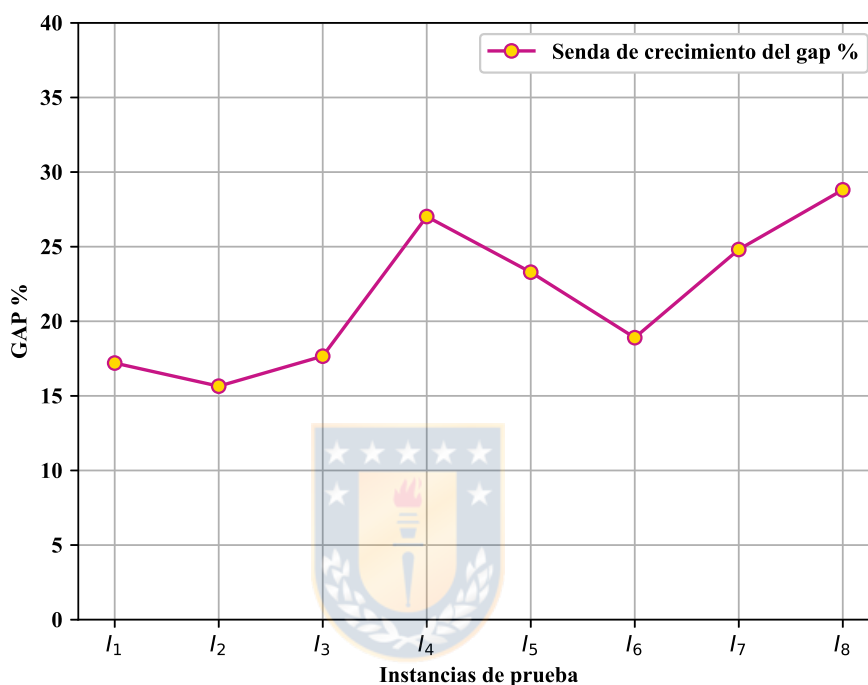


Figura 23: Senda de crecimiento del GAP porcentual comparativo del valor de la función objetivo entregado por la heurística respecto al valor entregado por CPLEX. (Elaboración propia)

En las Tablas 13 y 14, se presentan las estadísticas principales y particulares asociadas a las soluciones encontradas por CPLEX y la heurística para las instancias de prueba. En la Tabla 13, se presentan los CAL's abiertos, camiones y helicópteros ruteados, el tiempo máximo de circulación incurrido por un vehículo (de cualquier tipo), la demanda total, las unidades entregadas totales y las unidades insatisfechas totales. Por otro lado, en la Tabla 14, se presenta la utilización promedio de los recursos (CAL's, camiones y helicópteros), junto con las unidades enviadas (UE) e insatisfechas (UI) promedio respecto a todas las instancias de prueba. Adicionalmente, se incluye la variación porcentual de estos valores promedio, con el objetivo de comparar los resultados de CPLEX y la heurística (er Glosario).



SOLUCIÓN CPLEX										
Instancia	CAL's	Camiones	Helicópteros	Tiempo máximo de circulación [hr]	Demanda total [u]	Unidades entregadas [u]	Unidades insatisfechas [u]			
$I_1$	1	2	-	9.730	6,440	6,440	-			
$I_2$	2	2	1	12.334	17,600	17,600	-			
$I_3$	6	3	1	15.021	32,400	31,017	1,383			
$I_4$	7	4	3	26.921	79,200	77,341	1,859			
$I_5$	11	5	4	30.991	95,076	94,014	1,062			
$I_6$	14	8	4	37.669	119,700	118,103	1,597			
$I_7$	20	15	6	48.304	139,200	136,129	3,071			
$I_8$	22	18	10	57.694	293,280	287,981	5,299			
SOLUCIÓN HEURÍSTICA										
$I_1$	3	2	1	7.173	6,440	6,291	149			
$I_2$	3	2	1	10.672	17,600	17,017	583			
$I_3$	6	4	1	11.479	32,400	30,907	1,493			
$I_4$	7	3	4	25.420	79,200	76,505	2,695			
$I_5$	10	6	4	28.691	95,076	91,243	3,833			
$I_6$	15	8	7	34.574	119,700	114,657	5,043			
$I_7$	20	15	6	47.113	139,200	132,019	7,181			
$I_8$	22	18	11	55.207	293,280	283,481	9,799			

Tabla 13: Estadísticas principales de las soluciones entregadas por CPLEX-solver y la heurística propuesta para las instancias de prueba. (Elaboración propia)

	$\overline{CAL}$	$\overline{C}$	$\overline{H}$	$\overline{UE}$	$\overline{UI}$	$\overline{T_{max}}$	$\Delta \% CAL$	$\Delta \% C$	$\Delta \% H$	$\Delta \% UE$	$\Delta \% UI$	$\Delta \% T_{max}$
<b>CPLEX</b>	10.375	7.125	3.625	96,078.125	1,783.875	29.833	3.614	1.754	20.680	-2.147	115.65	-7.683
<b>Heurística</b>	10.750	7.250	4.375	94.015	3,847	27.541						

Tabla 14: Estadísticas particulares asociadas a la variación porcentual de la utilización promedio de recursos y el desempeño de las soluciones otorgadas por la heurística respecto de las soluciones entregadas por CPLEX. (Elaboración propia)

En las Figuras 24, 25, 26 y 27, se presentan las demandas totales, unidades enviadas y unidades insatisfechas para cada una de las instancias de prueba, comparando en términos del método de solución utilizado.

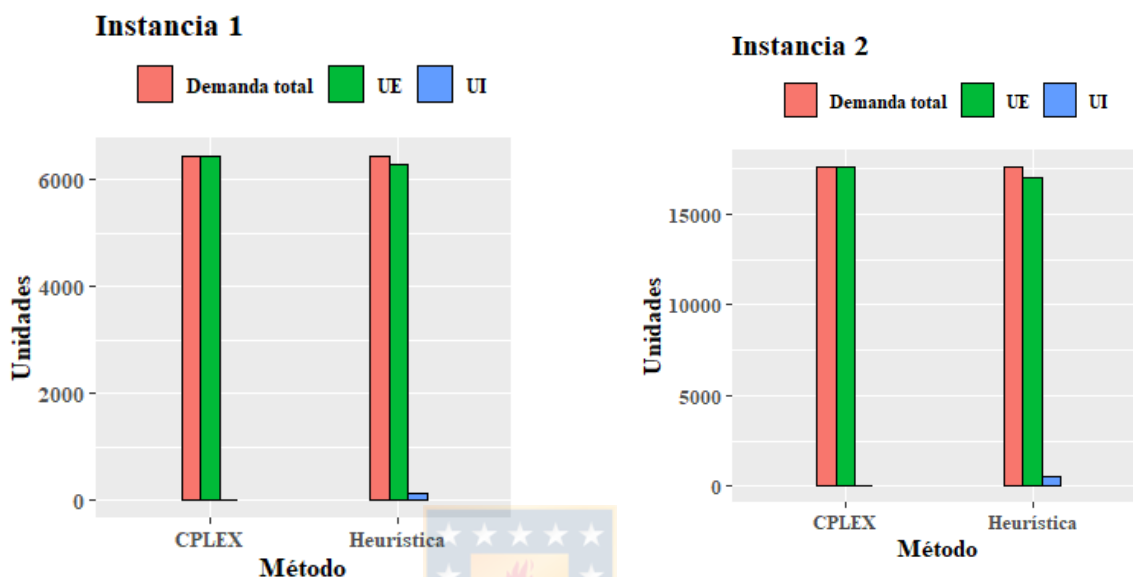


Figura 24: Demanda total, unidades entregadas (UE) y unidades insatisfechas (UI), para las instancias  $I_1$  y  $I_2$ . (Elaboración propia)

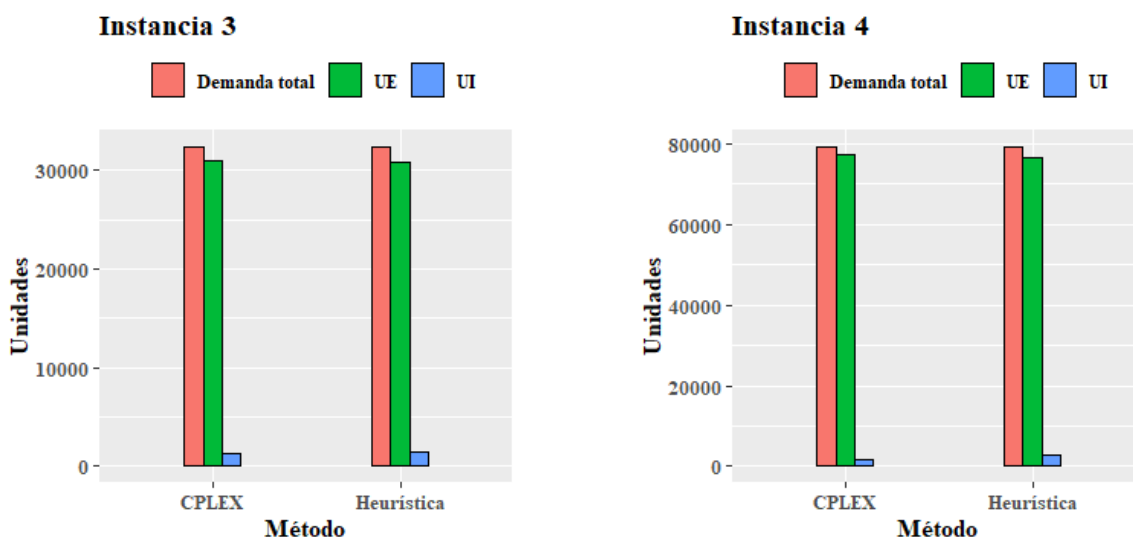


Figura 25: Demanda total, unidades entregadas (UE) y unidades insatisfechas (UI), para las instancias  $I_3$  y  $I_4$ . (Elaboración propia)

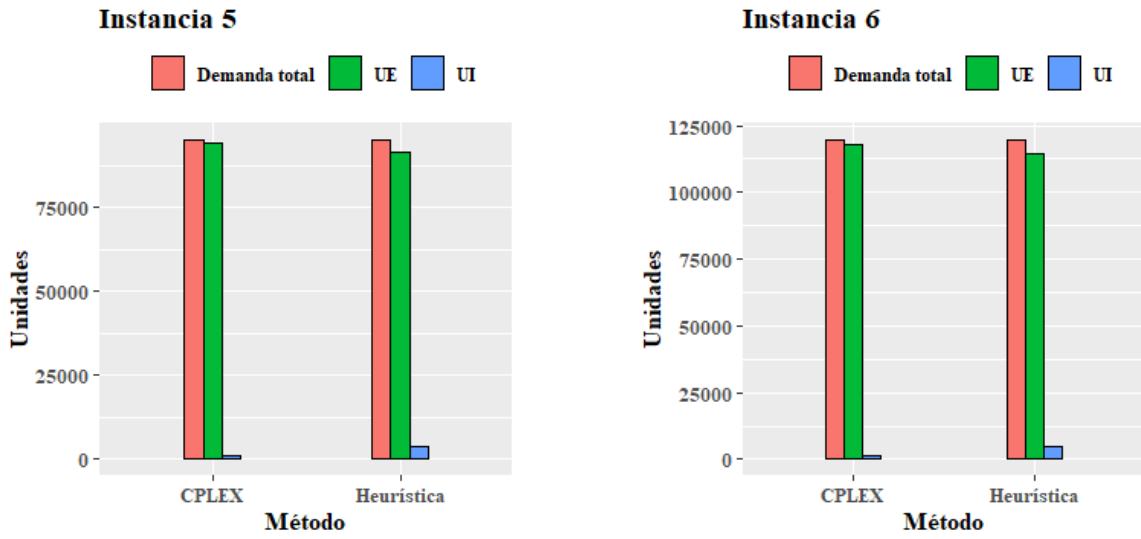


Figura 26: Demanda total, unidades entregadas (UE) y unidades insatisfechas (UI), para las instancias  $I_5$  y  $I_6$ . (Elaboración propia)

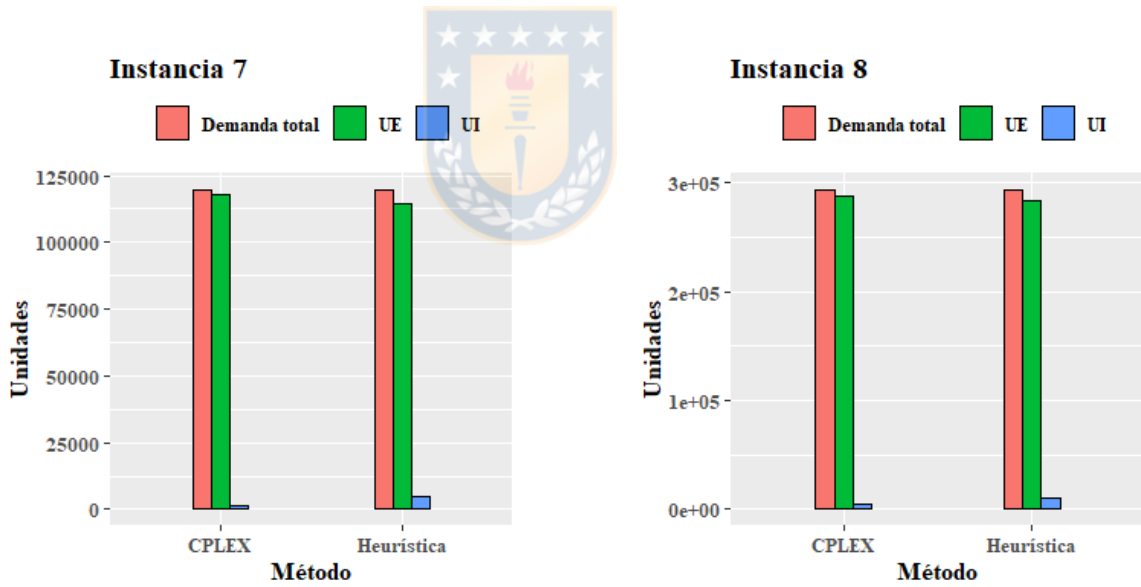


Figura 27: Demanda total, unidades entregadas (UE) y unidades insatisfechas (UI), para las instancias  $I_7$  y  $I_8$ . (Elaboración propia)

En la Tabla 15, se presentan los resultados entregados por CPLEX para la instancia  $I_1$ . En la tabla, se muestra que CAL's han sido instalados, junto con la asignación de los vehículos ruteados a los CAL que funcionan como base.

NODOS EN LA RED										
Elemento	CAL1	CAL2	CAL3	Cliente 1	Cliente 2	Cliente 3	Cliente 4	Cliente 5	Cliente 6	Cliente 7
Número	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Apertura	0	1	0	-	-	-	-	-	-	-
$v_1$ (C)	0	1	0	-	-	-	-	-	-	-
$v_2$ (C)	0	1	0	-	-	-	-	-	-	-
$v_3$ (H)	0	0	0	-	-	-	-	-	-	-
$v_4$ (H)	0	0	0	-	-	-	-	-	-	-
$v_5$ (H)	0	0	0	-	-	-	-	-	-	-

Tabla 15: Centros de acopio local abiertos y asignación de camiones y helicópteros a los CAL's para la  $I_1$  otorgada por CPLEX. (Elaboración propia)

A continuación, en la Tabla 16, se detallan las cantidades y tipos de *kits* humanitarios recibidos por cada cliente en el contexto de la  $I_1$ . Notar que ciertos clientes son abastecidos por más de un vehículo a la vez. Adicionalmente, se detalla la ruta de cada vehículo, con la salvedad que cada vehículo vuelve a su CAL asignado.

RECEPCIÓN DE MATERIAL DE APOYO [u]								
	Cliente 1	Cliente 2	Cliente 3	Cliente 4	Cliente 5	Cliente 6	Cliente 7	
<b>KIT 1</b>	99 ( $v_1$ ) 49 ( $v_2$ )	166	283	119 ( $v_1$ ) 88 ( $v_2$ )	102	224 ( $v_1$ ) 153 ( $v_2$ )	242	
<b>KIT 2</b>	83 ( $v_1$ ) 114 ( $v_2$ )	397	143	354	186	165	169	
<b>KIT 3</b>	297	249	307	108 ( $v_1$ ) 197 ( $v_2$ )	221	231	191	
<b>KIT 4</b>	109 ( $v_1$ ) 169 ( $v_2$ )	26	142	117	321	120 ( $v_1$ ) 177 ( $v_2$ )	322	
<b>RUTA <math>v_1</math></b>	Cliente 6 - Cliente 1 - Cliente 7 - Cliente 4 - Cliente 3							
<b>RUTA <math>v_2</math></b>	Cliente 2 - Cliente 1 - Cliente 6 - Cliente 5 - Cliente 4							

Tabla 16: Cantidad de *kits* humanitarios recibidos por cada cliente para la  $I_1$  respecto a la solución otorgada por CPLEX. Además, se señala la ruta de cada vehículo. (Elaboración propia)

En lo que respecta al CLT asociado a esta solución, podemos referirnos a la Tabla 12, donde se asocia un valor para la función objetivo obtenida por CPLEX de \$2,040,900. Por otro lado, el valor para el CLT para esta misma instancia entregado por la heurística asciende a un valor de \$2,401,342. Tanto en la solución dada por CPLEX y la heurística implican un envío de 6,440 y 6,291 unidades, dejando insatisfechas 0.00 y 149 unidades respectivamente.

## 7.2 Resultados para el modelo de programación matemática bi-objetivo

El modelo de programación matemática bi-objetivo y los algoritmos evolutivos seleccionados fueron implementados y resueltos en MOEA-Framework usando lenguaje de programación Java en el IDE Eclipse versión 4.15. La calibración de parámetros y los análisis estadísticos fueron implementados utilizando lenguaje de programación R en el IDE Rstudio versión 1.3.937. Los procedimientos anteriores fueron implementados en un servidor personal con las siguientes características: Intel® Core(TM) i7-7500U CPU - 2.70 GHz y 4.0 GB de memoria RAM instalada.

El criterio de finalización para cada metaheurística sigue siendo, al igual que el caso mono-objetivo, el tiempo de ejecución obtenido como una fracción del SRT (10.8 [hrs]), sin embargo, se define un número máximo de generaciones en cada caso como criterio de detención adicional, por lo tanto, la condición que primero fue alcanzada para cada metaheurística se fijó como el criterio de detención a utilizar.

### 7.2.1 Calibración de parámetros

Respecto a **NSGA**: Esta metaheurística requiere la fijación de cinco parámetros: Tamaño de la población, Número de generaciones, Probabilidad de cruzamiento, Probabilidad de mutación y  $\sigma_{share}$ . Los resultados del diseño experimental factorial realizado, el cual considera estos cinco factores y sus efectos combinados, para cada una de las tres variables respuestas seleccionadas: *Generational distance*, *Extent* y *CPU time*, se presentan en Anexos 1, 2 y 3. En estas tablas se presentan solo los efectos principales e interacciones que tienen un efecto estadísticamente significativo sobre la variable respuesta correspondiente a un nivel de significación  $\alpha = 0.05$  (Probabilidad de error tipo I). Para las tablas mencionadas, se indica el efecto promedio sobre la variable respuesta, junto con el respectivo *p-value* asociado al contraste de hipótesis particular.

Respecto a los supuestos estadísticos asociados al diseño factorial: normalidad, homocedasticidad e independencia de los residuos asociados a los experimentos realizados, en la Tabla 17 se presentan los resultados de los correspondientes test de validación estadística, donde se pre-

senta el *p-value* asociado al contraste de la d6cima correspondiente, junto con el test estad6stico aplicado. La tabla contiene informaci3n resumida para cada una de las variables respuesta (indicadores) utilizadas como referencia en el proceso de fijaci3n de par6metros.

Variable respuesta	Supuesto estad6stico	Test de validaci3n	<i>p-value</i>	¿Se satisface?
<i>Generational distance</i>	<b>Normalidad</b>	KS (Kolmogorov Smirnov test)	0.2184	✓
	<b>Homocedasticidad</b>	Bartlett test	0.0979	✓
	<b>Independencia</b>	Durbin Watson Statistic	-	✓
<i>Extent</i>	<b>Normalidad</b>	KS (Kolmogorov Smirnov test)	0.1238	✓
	<b>Homocedasticidad</b>	Bartlett test	0.0792	✓
	<b>Independencia</b>	Durbin Watson Statistic	-	✓
<i>CPU time</i>	<b>Normalidad</b>	KS (Kolmogorov Smirnov test)	0.0827	✓
	<b>Homocedasticidad</b>	Bartlett test	0.0813	✓
	<b>Independencia</b>	Durbin Watson Statistic	-	✓

Tabla 17: Validaci3n estad6stica del dise1o factorial utilizado en la calibraci3n de par6metros para NSGA. (Elaboraci3n propia)

Los resultados anteriores implican una adecuada validaci3n de los supuestos estad6sticos para el dise1o experimental. Dado esto, y apoy6ndonos en la informaci3n entregada por las tablas presentadas en los Anexos 1, 2 y 3 respecto a la magnitud y signo de los efectos de los factores, los par6metros seleccionados para la implementaci3n de NSGA son los que se presentan en la Tabla 18.

Par6metro	Tama1o poblaci3n	N6mero generaciones	Prob. cruzamiento	Prob. mutaci3n	$\sigma_{share}$
<b>Valor seleccionado</b>	300	500	0.95	0.005	0.07

Tabla 18: Valores seleccionados para la implementaci3n de NSGA. (Elaboraci3n propia)

Respecto a **NSGA-II**: Esta metaheur6stica requiere la fijaci3n de cuatro par6metros: Tama1o de la poblaci3n, N6mero de generaciones, Probabilidad de cruzamiento, Probabilidad de mutaci3n. El procedimiento realizado es id6ntico al llevado acabo para NSGA, considerando las mismas variables respuesta como referencia para la fijaci3n de estos par6metros. Los resultados para el dise1o experimental factorial se presentan en los Anexos 4, 5 y 6. En la Tabla 19, se presentan los resultados correspondientes al proceso de validaci3n estad6stica de los supuestos asociados al dise1o experimental factorial implementado.

Variable respuesta	Supuesto estadístico	Test de validación	<i>p-value</i>	¿Se satisface?
<i>Generational distance</i>	<b>Normalidad</b>	KS (Kolmogorov Smirnov test)	0.2366	✓
	<b>Homocedasticidad</b>	Bartlett test	0.6094	✓
	<b>Independencia</b>	Durbin Watson Statistic	-	✓
<i>Extent</i>	<b>Normalidad</b>	KS (Kolmogorov Smirnov test)	0.8069	✓
	<b>Homocedasticidad</b>	Bartlett test	0.4121	✓
	<b>Independencia</b>	Durbin Watson Statistic	-	✓
<i>CPU time</i>	<b>Normalidad</b>	KS (Kolmogorov Smirnov test)	0.244	✓
	<b>Homocedasticidad</b>	Bartlett test	0.4607	✓
	<b>Independencia</b>	Durbin Watson Statistic	-	✓

Tabla 19: Validación estadística del diseño factorial utilizado en la calibración de parámetros para NSGA-II. (Elaboración propia)

Igual que en el caso anterior, la validación de supuestos estadísticos es exitosa, permitiendo utilizar apropiadamente la información presentada en Anexos 4, 5 y 6 para los efectos de los factores sobre cada variable respuesta, permitiendo determinar la configuración de parámetros más apropiada para la implementación de NSGA-II, la que es presentada en la Tabla 20.

Parámetro	Tamaño población	Número generaciones	Prob. cruzamiento	Prob. mutación
<b>Valor seleccionado</b>	300	500	0.95	0.005

Tabla 20: Valores seleccionados para la implementación de NSGA-II. (Elaboración propia)

Respecto a **SPEA2**: Esta metaheurística requiere la fijación de cinco parámetros: Tamaño de la población, Número de generaciones, Probabilidad de cruzamiento, Probabilidad de mutación y el Tamaño del archivo externo (conjunto externo no dominado). Los resultados para el diseño experimental factorial se presentan en los Anexos 7, 8 y 9. En la Tabla 21, se presentan los resultados correspondientes al proceso de validación estadística de los supuestos asociados al diseño experimental factorial implementado.

Variable respuesta	Supuesto estadístico	Test de validación	<i>p-value</i>	¿Se satisface?
<i>Generational distance</i>	Normalidad	KS (Kolmogorov Smirnov test)	2.7634e-03	×
	Homocedasticidad	Bartlett test	2.6209e-03	×
	Independencia	Durbin Watson Statistic	-	✓
<i>Extent</i>	Normalidad	KS (Kolmogorov Smirnov test)		✓
	Homocedasticidad	Bartlett test	7.9526e-04	×
	Independencia	Durbin Watson Statistic	-	✓
<i>CPU time</i>	Normalidad	KS (Kolmogorov Smirnov test)	2.4380e-03	×
	Homocedasticidad	Bartlett test	5.9258e-03	×
	Independencia	Durbin Watson Statistic	-	✓

Tabla 21: Validación estadística del diseño factorial utilizado en la calibración de parámetros para SPEA2. (Elaboración propia)

En este caso, los supuestos estadísticos no son validados completamente, por lo tanto, no existe evidencia estadística suficiente para poder realizar extrapolaciones certeras para determinar el valor de los parámetros en base a la información obtenida de las simulaciones experimentales, por lo tanto, se toma una posición más conservadora y se seleccionan los valores requeridos en base a la literatura especializada (Tabla 6). En la Tabla 22, se presentan los valores seleccionados para fijar los parámetros solicitados para la implementación de la metaheurística.

Parámetro	Tamaño población	Número generaciones	Prob. cruzamiento	Prob. mutación	Tamaño archivo externo
Valor seleccionado	300	250	0.7	0.01	0.5

Tabla 22: Valores seleccionados para la implementación de SPEA2. (Elaboración propia)

## 7.2.2 Aproximaciones de la Frontera de Pareto

Las aproximaciones de la Frontera de Pareto obtenidas por las metaheurísticas para las instancias  $I_1$ ,  $I_4$  y  $I_8$ , son presentas en las Figuras 28, 29 y 30. En cada caso, se seleccionan seis individuos de la población existente al momento de cumplirse el criterio de detención. En particular, la condición de término en cada caso fue el número máximo de generaciones, dado que en todos los casos el tiempo de ejecución fue siempre inferior al límite establecido como condición de finalización. Adicionalmente, en las Tablas 23, 24 y 25, se presenta un detalle de cada uno de los individuos graficados en el espacio objetivo, junto con el número de generaciones asociados y el tiempo de ejecución general de cada metaheurística.



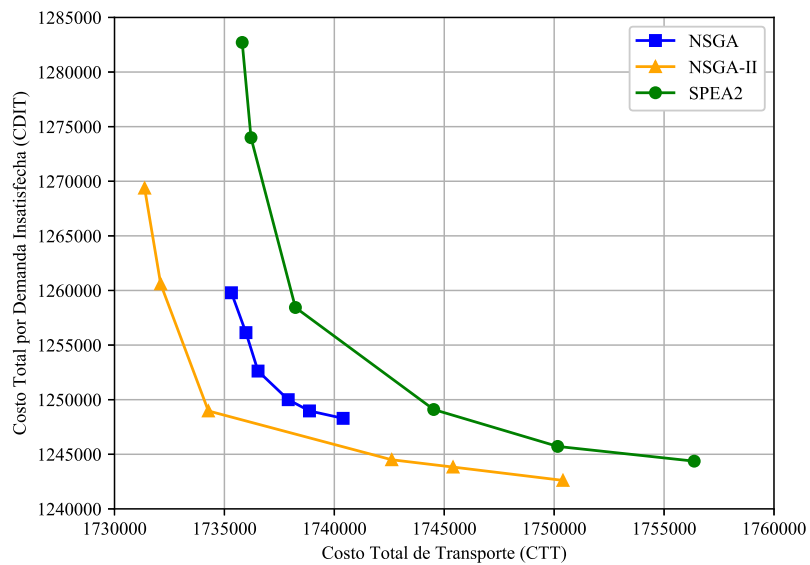


Figura 28: Aproximaciones de la Frontera de Pareto para la  $I_1$  obtenidos por NSGA, NSGA-II y SPEA2. (Elaboración propia)

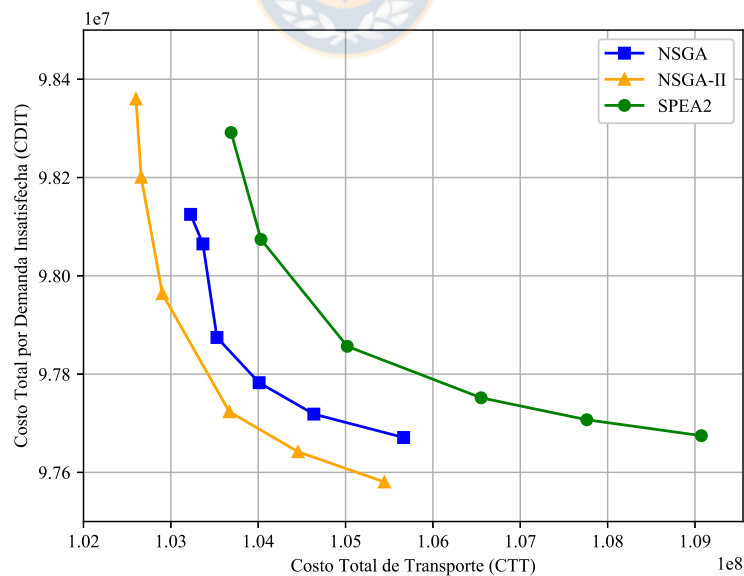


Figura 29: Aproximaciones de la Frontera de Pareto para la  $I_4$  obtenidos por NSGA, NSGA-II y SPEA2. (Elaboración propia)

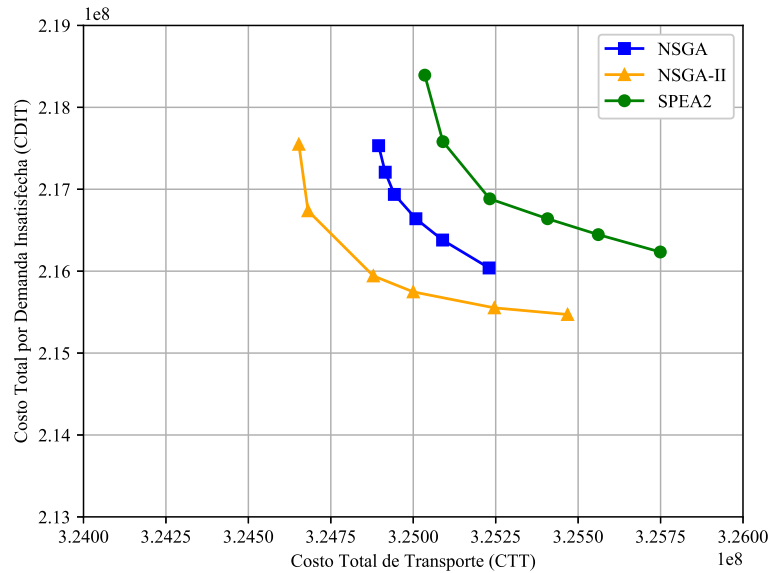


Figura 30: Aproximaciones de la Frontera de Pareto para la  $I_8$  obtenidos por NSGA, NSGA-II y SPEA2. (Elaboración propia)

Metaheurística	Individuo	$FO_1$ \$	$FO_2$ \$	Nro. de generaciones	Tiempo de ejecución [hrs]
NSGA	1	1,735,320	1,259,790	500	1.034
	2	1,735,980	1,256,140		
	3	1,736,530	1,252,620		
	4	1,737,903	1,250,000		
	5	1,738,870	1,248,970		
	6	1,740,400	1,248,290		
NSGA-II	1	1,731,370	1,269,370	500	0.6482
	2	1,732,100	1,260,600		
	3	1,734,270	1,248,970		
	4	1,742,610	1,244,500		
	5	1,745,400	1,243,830		
	6	1,750,400	1,242,610		
SPEA2	1	1,735,810	1,282,710	250	0.9042
	2	1,736,210	1,273,990		
	3	1,738,230	1,258,440		
	4	1,744,520	1,249,100		
	5	1,750,160	1,245,720		
	6	1,756,370	1,244,370		

Tabla 23: Información asociada a los individuos de las poblaciones generadas por NSGA, NSGA-II y SPEA2 para la instancia  $I_1$ . (Elaboración propia)

Metaheurística	Individuo	$FO_1$ \$	$FO_2$ \$	Nro. de generaciones	Tiempo de ejecución [hrs]
NSGA	1	103,226,000	98,125,000	500	5.9831
	2	103,367,000	98,064,900		
	3	103,528,000	97,874,500		
	4	104,010,786	97,782,497		
	5	104,637,000	97,718,600		
	6	105,6650,00	97,671,000		
NSGA-II	1	102,601,000	98,359,700	500	4.7492
	2	102,661,000	98,200,600		
	3	102,903,000	97,963,600		
	4	103,669,000	97,723,400		
	5	104,456,000	97,642,000		
	6	105,444,000	97,580,500		
SPEA2	1	103,690,000	98,291,600	250	5.2079
	2	104,032,000	98,074,000		
	3	105,020,000	97,856,500		
	4	106,552,000	97,751,800		
	5	107,762,000	97,707,100		
	6	109,073,000	97,674,700		

Tabla 24: Información asociada a los individuos de las poblaciones generadas por NSGA, NSGA-II y SPEA2 para la instancia  $I_4$ . (Elaboración propia)

Metaheurística	Individuo	$FO_1$ \$	$FO_2$ \$	Nro. de generaciones	Tiempo de ejecución [hrs]
NSGA	1	324,895,000	217,532,000	500	10.4032
	2	324,915,000	217,208,000		
	3	324,942,707	216,937,093		
	4	325,008,000	216,640,000		
	5	325,890,000	216,380,000		
	6	325,230,000	216,039,000		
NSGA-II	1	324,653,000	217,549,000	500	9.0324
	2	324,681,000	216,737,000		
	3	324,879,000	215,942,000		
	4	325,000,000	215,747,000		
	5	325,246,000	215,552,000		
	6	325,468,000	215,471,000		
SPEA2	1	325,035,000	218,393,000	250	9.9348
	2	325,090,000	217,581,002		
	3	325,232,010	216,883,271		
	4	325,407,230	216,640,222		
	5	325,561,108	216,445,980		
	6	325,749,203	216,234,109		

Tabla 25: Información asociada a los individuos de las poblaciones generadas por NSGA, NSGA-II y SPEA2 para la instancia  $I_8$ . (Elaboración propia)

### 7.2.3 Comparación: NSGA - NSGA II y SPEA2

La comparación de metaheurísticas fue realizada mediante la implementación de MANOVA considerando como variables respuesta los indicadores: *Generational distance* ( $\theta_{C1}$ ), *Spread* ( $\theta_{D1}$ ) y *CPU time* ( $G_1$ ), los que constituyen el vector aleatorio  $[\theta_{C1}, \theta_{D1}, G_1]$ . En la Tabla 26, se presenta la matriz de correlaciones entre estos indicadores, donde cada coeficiente de correlación fue calculado en base a una muestra de 20 ejecuciones independientes para las metaheurísticas. Adicionalmente, en la Figura 31, se presentan los gráficos de dispersión pareados para las variables respuesta.

	<i>Generational distance</i>	<i>Spread</i>	<i>CPU time</i>
<i>Generational distance</i>	1.000	-0.6692	-0.6472
<i>Spread</i>	-0.6692	1.000	0.7526
<i>CPU time</i>	-0.6472	0.7526	1.000

Tabla 26: Matriz de correlaciones entre los indicadores seleccionados como variables respuesta para la implementación de MANOVA. (Elaboración propia)

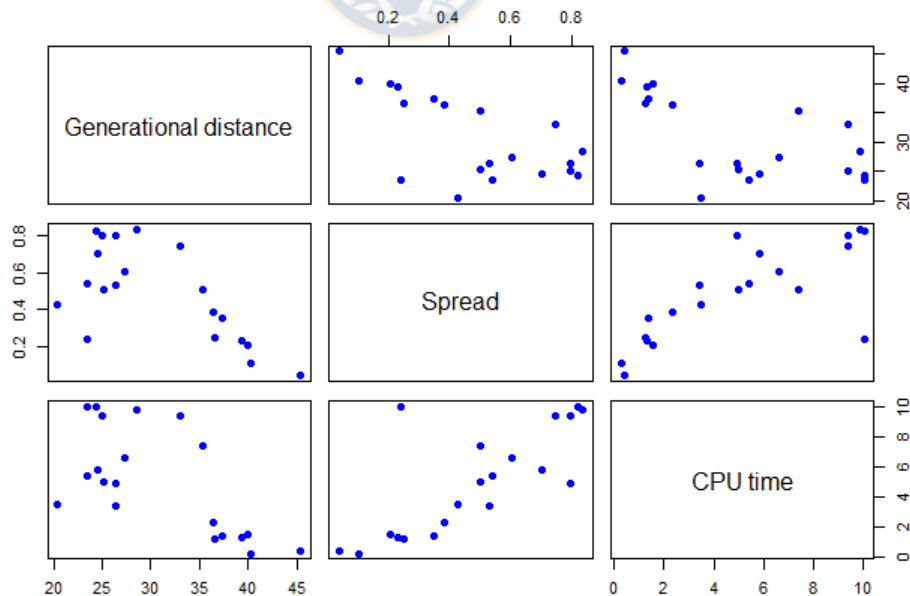


Figura 31: Gráficos de dispersión pareados para las variables respuestas seleccionadas para la implementación de MANOVA. (Elaboración propia)

Los resultados de MANOVA respecto al contraste de hipótesis principal expresado en la ecuación (62), son presentados en las Tablas 27, 28, 29 y 30. El motivo de estas tablas está asociado al hecho que para el contraste MANOVA, a diferencia del caso univariante (ANOVA), no existe un único estadístico de prueba para concluir el *test* de hipótesis principal, en cambio, son requeridos un conjunto de estadísticos que dan solidez a la conclusión final para la dócima. Como es usual, el nivel de significación estadística asumido es de  $\alpha = 0.05$  (Probabilidad de Error Tipo I).

<b>Fuente de variación</b>	<b>Df</b>	<b>Hotelling-Lawley</b>	<b>approx F</b>	<b>num Df</b>	<b>den Df</b>	<b>p-value</b>
<b>Metaheurísticas</b>	2	67.12	218.28	4	26	2.2e-16
<b>Residuo</b>	5					

Tabla 27: Estadístico Hotelling - Lawley para el contraste de la hipótesis principal en MANOVA. (Elaboración propia)

<b>Fuente de variación</b>	<b>Df</b>	<b>Roy</b>	<b>approx F</b>	<b>num Df</b>	<b>den Df</b>	<b>p-value</b>
<b>Metaheurísticas</b>	2	67.162	503.72	2	15	1.772e-14
<b>Residuo</b>	15					

Tabla 28: Estadístico de Roy para el contraste de la hipótesis principal en MANOVA. (Elaboración propia)

<b>Fuente de variación</b>	<b>Df</b>	<b>Pillai</b>	<b>approx F</b>	<b>num Df</b>	<b>den Df</b>	<b>p-value</b>
<b>Metaheurísticas</b>	2	0.98533	7.2831	4	30	0.0003186
<b>Residuo</b>	15					

Tabla 29: Estadístico Pillai para el contraste de la hipótesis principal en MANOVA. (Elaboración propia)

<b>Fuente de variación</b>	<b>Df</b>	<b>Wilks</b>	<b>aprox F</b>	<b>num Df</b>	<b>den Df</b>	<b>p-value</b>
<b>Metaheurísticas</b>	2	0.014671	50.792	4	28	1.946e-12
<b>Residuo</b>	15					

Tabla 30: Estadístico Wilks para el contraste de la hipótesis principal en MANOVA. (Elaboración propia)

En lo que respecta a la validación de los supuestos estadísticos de MANOVA (Ver Tabla 9), se presentan los resultados obtenidos en base a los experimentos numéricos realizados para las instancias de prueba. En la Tabla 31, se presenta el test aplicado junto con el supuesto estadístico relacionado y el *p-value* correspondiente.

Supuesto	Test estadístico	<i>p-value</i>
<b>Normalidad multivariante</b>	Skewness criterion	0.5053
	Kurtosis criterion	0.3276
	Skewness and Kurtosis criterion	0.3519
<b>Homogeneidad de matrices de covarianzas</b>	Box's M test	0.07138
<b>Independencia</b>	Durbin Watson	0.4583

Tabla 31: Resultados de los test de validación estadística para MANOVA. (Elaboración propia)

Respecto al contraste individual entre las metaheurísticas para cada medida de desempeño considerada, en las Figuras 32, 33 y 34, se presentan los *box plot* comparativos asociados a cada métrica de interés. Junto con los puntos atípicos (*outliers*), se indican las medias de cada indicador para cada metaheurística.

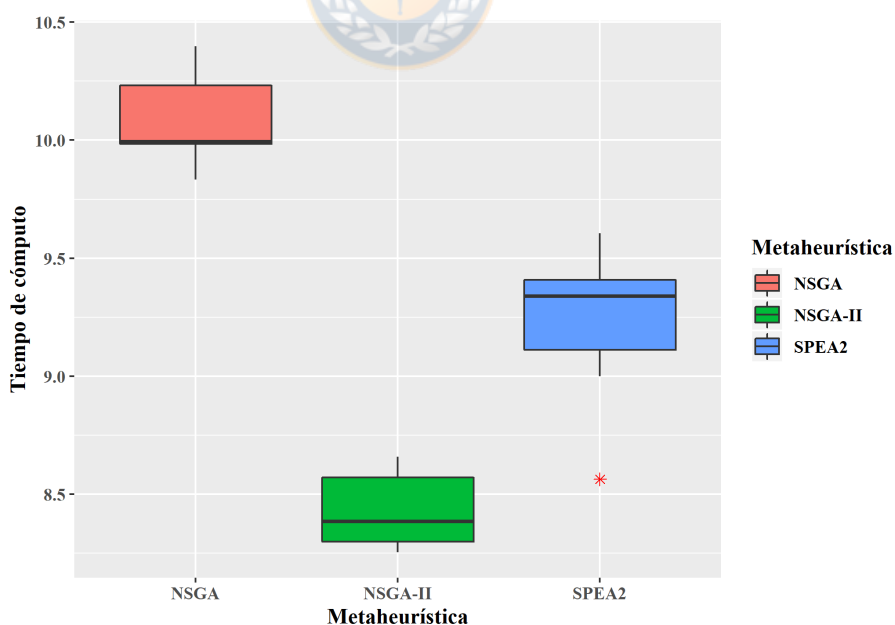


Figura 32: Comparación del *CPU time* asociado a las metaheurísticas seleccionadas. (Elaboración propia)

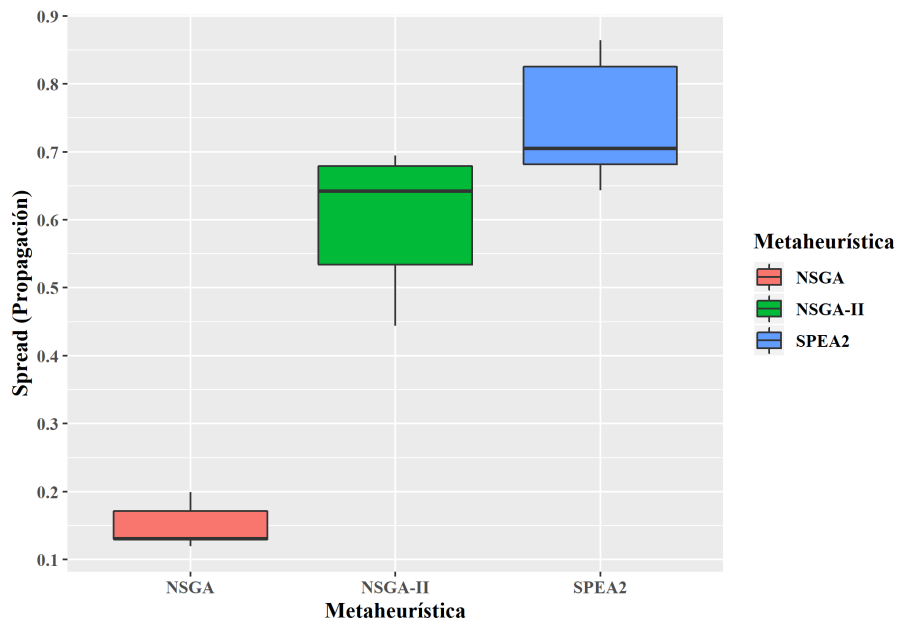


Figura 33: Comparación del indicador *Spread* asociado a las metaheurísticas seleccionadas. (Elaboración propia)

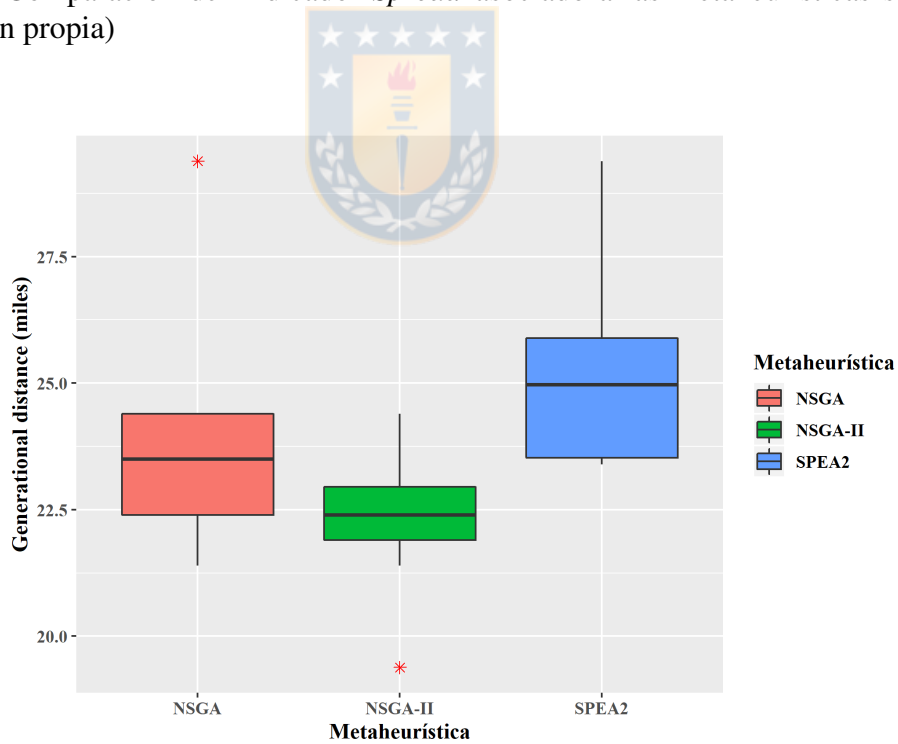


Figura 34: Comparación del indicador *Generational distance* asociado a las metaheurísticas seleccionadas. (Elaboración propia)

En la Tabla 32, se presenta de manera más explícita si existe diferencia estadísticamente significativa entre el valor de las medidas de desempeño para cada par posible de metaheurísticas. El símbolo  $\checkmark$ , indica que existe diferencia significativa en media para los valores de cada indicador y para cada par de algoritmos. Por otro lado, el símbolo  $\times$ , indica que no existe diferencia significativa entre los indicadores. Adicionalmente, se presenta el *p-value* para cada contraste pareado y para cada medida de desempeño.

Comparaciones pareadas	Medidas de desempeño			<i>p-value</i>		
	<i>Generational distance</i>	<i>Spread</i>	<i>CPU time</i>	<i>Generational distance</i>	<i>Spread</i>	<i>CPU time</i>
NSGA - NSGA-II	$\times$	$\checkmark$	$\checkmark$	0.2489	1.3417e-5	7.2947e-4
NSGA - SEPA2	$\times$	$\checkmark$	$\checkmark$	0.5425	4.5382e-6	3.5825e-4
NSGA-II - SPEA2	$\checkmark$	$\times$	$\checkmark$	7.5424e-4	0.6785	4.3742e-5

Tabla 32: Resultados de los contrastes pareados para cada pareja posible de metaheurísticas respecto a cada uno de los indicadores seleccionados como variables respuesta. (Elaboración propia)

Finalmente, en la Tabla 33, se presenta el signo de la diferencia promedio entre los indicadores. El signo de esta diferencia depende del orden en que esta se realice, así que por simplicidad, el orden de dicha diferencia de medias estimadas se realizó según se muestra en la columna **Comparaciones pareadas**. Además, solo se indica el signo de la diferencia cuando esta es estadísticamente significativa. Como aclaración final, se menciona que aunque no se presenten todos los signos de las diferencias, no implica que teóricamente estas no puedan ser calculadas, solo que en este contexto particular, estos valores pueden ser considerados estadísticamente nulos.

Comparaciones pareadas	Medidas de desempeño		
	<i>Generational distance</i>	<i>Spread</i>	<i>CPU time</i>
NSGA - NSGA-II		(-)	(+)
NSGA - SEPA2		(-)	(+)
NSGA-II - SPEA2	(-)		(-)

Tabla 33: Signos de las diferencias promedio entre los valores correspondientes de los indicadores para cada par posible de metaheurísticas. Se presentan solo los signos de las parejas que presentaron diferencias en media estadísticamente significativas al 95 % ( $\alpha = 0.05$ ). (Elaboración propia)



## 8. Análisis de resultados y discusión

En la presente sección se realiza un análisis de los resultados mostrados en la sección anterior, haciendo la distinción correspondiente para los casos asociados al modelo de optimización mono y bi-objetivo. En el caso monobjetivo, se enfatiza la comparación entre las soluciones entregadas por CPLEX-*solver* respecto a la solución heurística encontrada para las instancias de prueba. En el caso bi-objetivo, se discute los resultados obtenidos para la calibración de parámetros, las aproximaciones de la Frontera de Pareto otorgadas por cada metaheurística para las distintas instancias de prueba, el análisis comparativo de los algoritmos en base a las medidas de desempeño definidas y las validaciones correspondientes de los análisis estadísticos realizados.

### 8.1 Análisis de resultados para el modelo de programación monobjetivo

Las Tablas 11 y la Figura 21, muestran el crecimiento exponencial del número de variables de decisión y restricciones asociadas al modelo de programación entera propuesto a medida que el tamaño de las instancias se incrementa. Esto ratifica la necesidad de diseñar métodos de solución que entreguen buenas alternativas de solución al problema en tiempos de cómputo competentes, sobre todo en el contexto de gestión de desastres, donde el intervalo de tiempo en que el plan logístico de distribución es generado es crucial, teniendo en cuenta como el tiempo de gestión de estos sistemas afecta la posibilidad de supervivencia y reparación de los afectados. Lo anterior hace inferir lo relevante de la implementación de enfoques de solución aproximados, como lo son los enfoques heurísticos y su potencial para dar buenas soluciones factibles a problemas de alta complejidad combinatoria.

La información presentada en la Tabla 12, nos muestra el gap obtenido por CPLEX respecto a las soluciones para las distintas instancias, donde se alcanzó la optimalidad hasta la instancia  $I_4$ . Luego, para las instancias de tamaño superior ( $I_5 - I_8$ ), se presenta el gap obtenido para soluciones que no alcanzaron la optimalidad antes del criterio de detención, donde en el peor caso se obtuvo un valor de 19.21% respecto a la mejor solución entera encontrada al cumplirse

las 10.80 [hrs] de cómputo. En lo que respecta a las soluciones heurísticas, vemos que estas se obtienen en un tiempo considerablemente inferior, llegando a registrarse como máximo un tiempo de cómputo de 1.37 [hrs] para la instancia de 100 nodos ( $I_8$ ). Además, en términos del gap porcentual de las soluciones heurísticas para cada instancia respecto a su contraparte otorgada por CPLEX, se obtiene una brecha máxima para la instancia  $I_8$  de 28.82 %, lo que indica que es una solución competente en términos del valor de la función objetivo, sin mencionar el reducido tiempo de cómputo requerido. Esto último, queda claramente expuesto en las Figuras 22 y 23, donde respectivamente se aprecia el bajo tiempo de cómputo incurrido por la heurística en comparación al incurrido por CPLEX y al moderado crecimiento del gap porcentual a través del incremento progresivo del tamaño de las instancias, no superando en ningún caso el 30 %.

En la Tabla 13, se muestra la utilización de recursos disponibles del sistema: vehículos y depósitos abiertos. Se aprecia como la heurística tiende a levemente utilizar más de estos recursos, sin embargo, esta diferencia es porcentualmente pequeña, dado que en promedio, a lo largo de las instancias se usan entre 10 y 11 CAL's en las soluciones obtenidas por ambos procesos, obteniéndose una variación porcentual promedio de un 3.614%. En lo que respecta a la utilización de camiones se presenta una situación similar, donde la variación porcentual promedio de la utilización de este recurso respecto las soluciones otorgadas por CPLEX y la heurística, varían en tan solo un 1.754 %. La diferencia radica en la notoria tendencia de la heurística a seleccionar helicópteros como medio de transporte, donde se ve un incremento de un 20.680 % en la utilización de este medio de transporte para movilizar el material de apoyo humanitario. En términos del tiempo de circulación máximo de los vehículos para cada instancia, es decir, el mayor tiempo que cualquier medio de transporte ruteado estuvo en circulación, vemos que la heurística tiende a rutear vehículos durante un tiempo promedio máximo 7.683 % inferior respecto a la solución entregada por CPLEX. Por otro lado, respecto a las unidades enviadas y las unidades insatisfechas, vemos que la heurística tiende a dejar considerablemente más clientes insatisfechos en términos del volumen de material de apoyo que estos reciben, lo que es el principal causante de que el CLT encontrado por este método sea superior al entregado por CPLEX, sin embargo, este efecto es amortiguado debido al proceso *greedy* de selección de

rutas y apertura de depósitos con el que la heurística cuenta. Además, la variación porcentual de las unidades instatisfechas promedio está sesgada por un moderadamente rápido incremento en el nivel de esta cantidad a medida que el tamaño de las instancias se incrementa, sin embargo, este incremento es bajo respecto a las unidades enviadas, lo cual queda representado en las Figuras 24, 25, 26 y 27, por lo que el control del nivel de insatisfacción de los clientes entregado por la heurística se considera efectivo. Dicho de otro modo, el enfoque heurístico es eficaz en distribuir los *kits* humanitarios disponibles en el sistema.

En las Tablas 15 y 16, se presenta un esquema de la solución encontrada por CPLEX para la  $I_1$ , que detalla más directamente la información que es requerida por un eventual administrador del sistema. En lo que respecta a los depósitos abiertos, solo se abre el CAL 2, al cual se asignan dos camiones ( $v_1$  y  $v_2$ ). Respecto a las entregas, se aprecia que en efecto, el modelo de programación entera propuesto permite el *split delivery*, donde los clientes 1, 4 y 6 reciben unidades de distintos tipos de *kits* independientemente a través de los vehículos  $v_1$  y  $v_2$ . Cabe mencionar que el enfoque heurístico propuesto, permite también esta situación con el fin de generar ahorros en términos del CLT, utilizando vehículos ya despachados con capacidad disponible para suplementar *kits* humanitarios a afectados dentro de sus rutas que aún tengan requerimientos insatisfechos. En particular, la manera voraz en que los clientes son abastecidos bajo los criterios establecidos en el diseño de la heurística, junto con las características anteriormente mencionadas y a la sencillez de los criterios de selección y ruteo, hacen que los gap's obtenidos y los tiempos de cómputo sean convenientes para el contexto en que el modelo es aplicado.

## 8.2 Análisis de resultados para el modelo de programación bi-objetivo

La calibración de parámetros para las metaheurísticas seleccionadas tuvo por objetivo determinar una configuración apropiada de los parámetros para estas, con la finalidad de obtener un buen funcionamiento de estas metodologías en base a determinadas medidas de desempeño. Dado que cada algoritmo requiere un tipo y cantidad diferente de parámetros para fijar, el análisis será expuesto individualmente para cada método.

Para **NSGA**, respecto al tamaño de la población (**A**), se ve que en términos de la medida de diversidad *Extent* y la medida de desempeño general *CPU time*, el nivel alto para este factor tiene un efecto positivo y estadísticamente significativo. Por otro lado, en términos del indicador de convergencia *Generational distance*, el nivel alto para este factor implica un efecto negativo sobre la variable respuesta. El efecto positivo en el tiempo de ejecución implica que la elección del nivel alto incrementa el tiempo de cómputo, sin embargo, este efecto es muy pequeño en comparación al efecto positivo del nivel alto sobre *Extent*, el cual es un indicador que busca ser maximizado. El efecto negativo sobre el indicador de convergencia es significativo, pero también es moderadamente pequeño, sin embargo, este valor es conveniente dado que valores menores para este indicador es la situación deseada. Lo anterior indica que la elección más prudente es una población constituida por 300 individuos.

Respecto al número de generaciones (**B**), en términos de la medida de convergencia, el nivel alto de este factor tiene un efecto estadísticamente significativo y positivo sobre la variable respuesta, sin embargo, este efecto es pequeño en comparación al efecto negativo que tiene el nivel alto del factor sobre el tiempo de ejecución, el cual es un efecto de gran magnitud, lo que implica una considerable reducción en el tiempo de cómputo, por otro lado, para el indicador de diversidad, el nivel alto de este factor tiene un impacto positivo y moderado sobre esta métrica. Dado lo anterior, se selecciona el nivel alto del factor para la implementación de la metaheurística, fijando el valor en 500 generaciones.

Para la probabilidad de cruzamiento (**C**) y mutación (**D**), la selección del valor para estos parámetros es bastante directa. En el caso de la probabilidad de cruzamiento, el nivel alto del factor otorga efectos beneficiosos para los tres indicadores: efecto promedio negativo para el

indicador de convergencia, efecto promedio positivo para el indicador de diversidad y un efecto promedio negativo para el tiempo de ejecución, por lo que este parámetro es fijado en un valor de 0.95. En el caso de la probabilidad de mutación, los valores para los efectos promedios para los indicadores son los opuestos a los convenientes, lo que implica la selección del nivel bajo para este factor, fijando el valor del parámetro en 0.005.

Respecto al parámetro  $\sigma_{share}$  (**F**), vemos que el nivel alto para el factor genera un incremento en el tiempo de ejecución, dado que el efecto promedio sobre la variable respuesta es positivo, por otro lado, el indicador de diversidad disminuye su valor, lo cual es una situación no deseada. Finalmente, el indicador de convergencia, muestra para el nivel alto una leve disminución en su valor, dado que el efecto promedio es negativo. Lo anterior, nos lleva a seleccionar el nivel bajo para este factor como valor para este parámetro, fijándose en 0.07.

La configuración final para los parámetros es presentada en la Tabla 18, mientras los resultados del diseño factorial realizado para cada medida de desempeño se encuentran detallados en los Anexos 1, 2 y 3. Cabe mencionar, que todos los supuestos estadísticos asociados a esta metodología fueron exitosamente validados con un nivel de confianza de 95%, por lo que las conclusiones obtenidas del análisis poseen validez estadística para ser extrapolados a nivel poblacional. (Ver Tabla 17)

Para **NSGA-II**, se configuran los valores para sus parámetros en los mismos niveles que los parámetros análogos respecto a NSGA (efectuando un análisis análogo al caso anterior), exceptuando el valor de  $\sigma_{share}$ , que no es un parámetro requerido para NSGA-II. Los valores fijados para los parámetros de NSGA-II son presentados en la Tabla 20. De igual modo, los supuestos estadísticos para el diseño factorial llevado a cabo para la calibración de esta metaheurística, fueron satisfechos a un nivel de 95 % de confianza (Ver Tabla 19). Los resultado explícitos del diseño factorial, junto con los efectos promedio de cada factor sobre las variables respuesta y los *p-values*, son presentados en los Anexos 4, 5 y 6.

En el caso de la fijación de parámetros para **SPEA2**, no se consiguió una satisfactoria validación de los supuestos estadísticos requeridos para esta metodología, en particular, para la variable *Generational distance*, se incumplieron los supuestos de normalidad ( $p\text{-value}=2.7634e-$

03) y homocedasticidad ( $p\text{-value}=2.6209e-03$ ). En el caso de la variable *Extent*, se incumple el supuesto de homocedasticidad ( $p\text{-value}=7.9526e-04$ ). Finalmente, en el caso de la variable *CPU time*, se incumplen los supuestos de normalidad ( $p\text{-value}=2.4380e-03$ ) y homocedasticidad ( $p\text{-value}=5.9258e-03$ ). Lo anterior implica que las posibles conclusiones extraídas del análisis no tienen el soporte estadístico necesario para fines inferenciales, por lo que los valores de los parámetros para esta metaheurística fueron fijados en base a la literatura especializada (Ver Tabla 21). Finalmente, el conjunto de valores seleccionados para los parámetros se presentan en la Tabla 22.

Los resultados obtenidos por las metaheurísticas son analizados para las instancias  $I_1$ ,  $I_4$  y  $I_8$ , esto es porque cada una de estas instancias representa progresivamente un problema de tamaño mayor, los que tienen respectivamente  $|V|= 10$  ,  $|V|= 40$  y  $|V|= 100$  nodos en la red. Con el incremento del número total de nodos, el número de variables de decisión y restricciones del problema aumenta exponencialmente como se aprecia en la Figura 21, llegando en el caso de la instancia  $I_8$ , a más de 1.0 millón de variables de decisión y a más de 3.5 millones de restricciones.

En las Figuras 28, 29 y 30, se presentan las aproximaciones de la Frontera de Pareto para las instancias  $I_1$ ,  $I_4$  y  $I_8$  respectivamente. En cada figura, se muestra la aproximación obtenida por NSGA, NSGA-II y SPEA2. Realizando un análisis visual de estos gráficos, se aprecia en una primera revisión que NSGA-II tiende a generar a los mejores individuos en términos de convergencia, es decir, los valores para las funciones objetivos en su conjunto, tienden a ser menores, lo que es favorable dado que ambas funciones objetivo son del tipo minimización. Luego, en estos mismo términos, NSGA sería levemente menos convergente que NSGA-II, pero más que SPEA2. En términos de la diversificación de los individuos, vemos que NSGA presenta una pobre distribución de las soluciones a lo largo de la frontera generada, mientras que NSGA-II y SPEA2 presentan una aceptable diversificación de los individuos, al menos visualmente.

En las Tablas 23, 24 y 25, se presentan de manera detallada los individuos utilizados para generar los gráficos para las aproximaciones de las Fronteras de Pareto, más específicamente, su codificación en el espacio objetivo. De aquí se aprecia que para ninguna de las instancias

se alcanzó el límite máximo establecido para el tiempo de ejecución (10.8 [hrs]), lo cual es en general un buen indicador de desempeño para las metaheurísticas, dado que en el contexto de gestión de desastres, el tiempo es un recurso crucial a la hora de la implementación de un plan de ayuda humanitaria. Lo anterior implica que el criterio de detención que se utilizó fue el número máximo de generaciones. Por otro lado, se infiere que en general NSGA-II es la metaheurística que implica el menor tiempo de cómputo, seguida por SPEA2 y NSGA. Las características anteriores se vieron plasmadas en cada una de las instancias graficadas. Finalmente, de las tablas se puede apreciar que en cada caso el Costo Total por Demanda Insatisfecha, constituyó un porcentaje no superior al 40 % del CLT (si se sumaran la  $FO_1$  y  $FO_2$ ), lo que implica una situación deseable, ya que a medida que las metaheurísticas fueron ejecutadas, se observaba que en las etapas tempranas del proceso evolutivo se generaban individuos a los que se asociaba un plan de distribución que dejaba un gran número de unidades insatisfechas, generando valores excesivamente grandes para la  $FO_2$ . Lo anterior implica que los individuos generados al momento de cumplirse la condición de término son eficaces en distribuir las *kits* humanitarios disponibles en el sistema.

El análisis anterior constituyó un conjunto de apreciaciones visuales y hechas en base a información descriptiva, lo cual puede estar sujeto a subjetividades relacionadas con lo que un diseñador pueda considerar positivo o negativo. Para tener una visión más certera de que metaheurística es mejor en base a las métricas de desempeño de interés, nos referimos a los resultados otorgados por MANOVA.

En primer lugar, esta técnica es pertinente cuando las variables que constituyen el vector respuesta ( $[\theta_{C1}, \theta_{D1}, G_1]$ ), están considerablemente correlacionadas. En la Tabla 26, se muestra que entre estos indicadores, la correlación más baja es de 0.6472, es decir, un 64.72% de asociación lineal, en este caso entre  $\theta_{C1}$  y  $G_1$ . Lo anterior, nos indica que el test estadístico llevado a cabo es potente, es decir, la metodología tiene altas probabilidades de encontrar efectos que si existen. Estas correlaciones son presentadas más claramente en los gráficos de dispersión pareados que se muestran en la Figura 31.

La hipótesis principal de MANOVA, busca determinar si existe diferencia estadísticamente

significativas entre los centroides de la nube de puntos para las observaciones relacionadas a cada metaheurística. En las Tablas 27, 28, 29 y 30, se muestra que para cada uno de los estadísticos, la hipótesis nula presentada en (62) es rechazada a un nivel de significación de  $\alpha = 0.05$ , por lo que se puede concluir que en efecto, existen diferencias entre los centroides para los grupos formados por las metaheurísticas.

Al igual que en los análisis anteriores, para validar estas conclusiones es necesario verificar los supuestos asociados al modelo. En este caso, cada uno de los supuestos requeridos: normalidad multivariante, homogeneidad de las matrices de covarianzas e independencia de los vectores residuales, es comprobado satisfactoriamente (en cada caso no se rechaza la hipótesis nula que afirma que dicho supuesto se satisface). Los resultados muestran *p-values* superiores al nivel de significación estadística establecido para el contraste de dúcimas (Ver Tabla 31).

Respecto a las comparaciones pareadas para cada indicador respecto a la metaheurística utilizada, vemos que en el *box-plot* de la Figura 32, se aprecian claras diferencias en los tiempos de cómputo incurridos por cada algoritmo. En primer lugar, NSGA-II es claramente superior respecto a este indicador, generando de manera más veloz el número de generaciones solicitadas, mientras SPEA2 queda en segundo lugar, dejando a NSGA como la metaheurística más lenta. Lo anterior es un resultado esperable, dado que la metodología de clasificación de los individuos utilizada por NSGA-II (*Fast non dominated sort*), es uno de los procesos mejorados por los autores a modo de producir esta versión mejorada de NSGA, respecto a su propia metodología de clasificación (*Nondominated Sorting*). Esto se debe principalmente en la disminución de la complejidad computacional en este proceso de clasificación y ordenamiento. En lo que respecta a SPEA2, su menor desempeño en términos del tiempo, el cual no era tan esperable considerando que es una metaheurística de segunda generación que a su vez también es una versión mejorada de un algoritmo evolutivo previo, se debe a la existencia del archivo externo o conjunto externo no dominado, que constituye una población secundaria de individuos. La existencia de este elemento genera un uso mayor de memoria, sin mencionar la implementación de un proceso adicional para evacuar a los individuos de este conjunto cuando el espacio disponible en este es agotado. Los motivos anteriores generan una mayor utilización de recursos computacionales



que van en desmedro de su rendimiento en términos del tiempo de ejecución.

En lo que respecta a la diversificación de los individuos, en el *box-plot* presentado en la Figura 33, vemos que NSGA es deficiente en términos de como distribuye a los individuos a lo largo de la aproximación de la Frontera de Pareto generada, dejándola como la metaheurística peor calificada en estos términos. Por otro, lado NSGA y SPEA2 generan un mejor valor promedio para este indicador (*Spread*), sin embargo, no parece haber diferencias significativas en la diversificación de las soluciones para estos algoritmos. No obstante, si nos referimos a las Fronteras de Pareto graficadas, SPEA2 parece ser levemente superior a NSGA-II.

En términos del indicador de convergencia, NSGA-II se desempeña mejor que SPEA2. Esto era por un lado esperable, dado que NSGA-II incluye elitismo, es decir, la preservación y supervivencia de los mejores individuos en términos de la función de aptitud, sin embargo, SPEA2 presentó menor desempeño a pesar que cuenta con el archivo externo, cuya función es ir almacenando en la memoria los mejores individuos. Esto último pudo deberse a la elección de valores para los parámetros de SPEA2, el cual no pudo ser llevado de igual modo que para NSGA y NSGA-II, dada la falta de sustento estadístico. En lo que respecta a NSGA, no parece haber diferencias significativas entre el desempeño de esta metaheurística si la comparamos con NSGA-II y SPEA2.

Las conclusiones anteriores quedan resumidas por las Tablas 32 y 33, donde se aprecian las diferencias pareadas para cada grupo de algoritmos y para cada medida de desempeño.

En base a estos resultados, se recomendaría la utilización de NSGA-II para dar solución al modelo de programación entera bi-objetivo planteado, dado que entrega soluciones en el menor tiempo de cómputo, presentando un aceptable nivel de diversificación y mostrando el mejor desempeño en términos de convergencia, entregando así información oportuna, completa y bien aproximada.

## 9. Conclusiones

La Logística Humanitaria claramente plantea un gran número de desafíos para los tomadores de decisión y los administradores de sistemas humanitarios. En esta Tesis nos hemos referido netamente a los problemas de tipo logístico, sin embargo, este es solo uno de muchos tipos de situaciones que podrían eventualmente requerir metodologías sistemáticas que apoyen en el proceso de toma de decisión. En estos contextos, la supervivencia de los afectados es sin duda el componente más importante a considerar, dado que las organizaciones o grupos que administran este tipo de sistemas generalmente no persiguen fines de lucro. Sin embargo, todo sistema está sujeto al entorno económico, por lo que la consideración de componentes monetarios es inevitable.

Las crisis humanitarias son situaciones sumamente variables y volátiles, incluso en el corto plazo, haciendo compleja su modelación matemática y dificultando la aplicación de metodologías clásicas de optimización. Es en este punto donde la optimización multiobjetivo se vuelve relevante, proporcionando una alternativa que está bien desarrollada en términos teóricos y la que proporciona una amplia gama de métodos y procesos en los contextos donde varias medidas de desempeño deben ser optimizadas (en términos del concepto de optimización presentado para los MOOP). Sin embargo, la efectividad de estas metodologías requieren ciertos factores que no siempre son controlables por los investigadores, como lo son: la efectividad de los sistemas que gestionan la información de desastres y crisis humanitarias; la susceptibilidad de la situación a ser modelada; la complejidad de la situación; su magnitud, duración y el tamaño de los problemas; la capacidad de cómputo y memoria disponible; el tiempo de gestión disponible para estos sistemas, entre otros.

Las metodologías utilizadas en este trabajo para dar solución al problema planteado, considerando el avance del desarrollo del diseño de algoritmos, constituyen metodologías que hoy en día son superadas en términos de su desempeño ante el desarrollo de la Ciencia de Datos, la cual proporciona modelos más flexibles y dinámicos que permiten implementar metodologías que prometen mayores desempeños, sin embargo, esta disciplina está aún en etapa de desarrollo

e investigación, por lo que no se descarta a futuro tomar como línea de trabajo resolver problemas como el presentado utilizando dichos métodos.

Finalmente, los organismos internacionales deben continuar su labor en el desarrollo y gestión de sistemas de ayuda humanitaria, dado que el entorno internacional se vuelve cada vez más caótico, lo cual ha sido demostrado no solo en la última década, sino que durante el desarrollo de este documento. Entre algunas de estas situaciones destacan, los incendios forestales en Chile, en el Amazonas y Australia, terremotos, pandemias y conflictos internacionales, entre otros.



## Referencias

- [1] E. R. Camino, J. R. P. Ruggeroni, and F. H. Hernández, “Quinto informe de evaluación del ipcc: Bases físicas,” *Revista Tiempo y Clima*, vol. 5, no. 43, 2014.
- [2] A. Guterres, “Cambio climático, desastres naturales y desplazamiento humano: la perspectiva del acnur,” 2008.
- [3] A. M. H. Foschiatti, “Vulnerabilidad global y pobreza. consideraciones conceptuales,” 2004.
- [4] S. Re, “Natural catastrophes and man-made disasters in 2017: A year of record-breaking losses,” *Sigma Report*, no. 1, 2018.
- [5] P. A. Posada, “Refugiados y desplazados forzados. categorías de la migración forzada creadas como medidas de contención a las migraciones no deseadas,” 2009.
- [6] Á. S. Legido, “Entre la obsesión por la seguridad y la lucha contra la inmigración irregular: a propósito de la nueva ley de asilo,” *Revista electrónica de estudios internacionales (REEI)*, no. 18, p. 7, 2009.
- [7] G. S. G.-G. y Jane McAdam, *Cambio Climático, Desastres y Desplazamientos*. Suiza: Agencia de la ONU para refugiados, 2017.
- [8] N. de México *et al.*, “Manual para la evaluación del impacto socioeconómico y ambiental de los desastres,” United Nations Economic Commission for Latin America and the Caribbean (ECLAC), Tech. Rep., 2002.
- [9] N. CEPAL, “Manual para la evaluación de desastres,” 2014.
- [10] D. Vargas, “El terremoto y tsunami de 2010 en Chile: Análisis socioespacial del impacto y proceso de reconstrucción de la vivienda en la región del Biobío.” *CIUDADES EN TRANSFORMACIÓN. Cambio Climático Global, Desastres Naturales y Resiliencia Urbana.*, p. 131, 2000.

- [11] D. Barrera, “Emergencia incendios forestales 2017,” *Oficina de Estudios y Políticas Agrarias, Santiago de Chile. F:/2018/ENSOSP% 20JUN/incendios2017. pdf. Accessed*, vol. 21, 2018.
- [12] C. Henríquez, N. Aspee, and J. Quense, “Zonas de catástrofe por eventos hidrometeorológicos en Chile y aportes para un índice de riesgo climático,” *Revista de Geografía Norte Grande*, no. 63, pp. 27–44, 2016.
- [13] P. Sarricolea Espinoza and H. Romero Aravena, “Variabilidad y cambios climáticos observados y esperados en el altiplano del norte de Chile,” *Revista de Geografía Norte Grande*, no. 62, pp. 169–183, 2015.
- [14] N. Gómez-Cofré *et al.*, “Informe estadístico semestral de ONEMI 2017—período de enero a junio de 2017,” 2017.
- [15] D. McLoughlin, “A framework for integrated emergency management,” *Public administration review*, vol. 45, pp. 165–172, 1985.
- [16] C. Wannous and G. Velasquez, “United Nations Office for Disaster Risk Reduction (UNISDR)—UNISDR’s contribution to science and technology for disaster risk reduction and the role of the International Consortium on Landslides (ICL),” in *Workshop on World Landslide Forum*. Springer, 2017, pp. 109–115.
- [17] S. Duran, Ö. Ergun, P. Keskinocak, and J. L. Swann, “Humanitarian logistics: advanced purchasing and pre-positioning of relief items,” in *Handbook of global logistics*. Springer, 2013, pp. 447–462.
- [18] N. Altay and W. G. Green III, “OR/MS research in disaster operations management,” *European Journal of Operational Research*, vol. 175, no. 1, pp. 475–493, 2006.
- [19] G. Kovács and K. M. Spens, “Humanitarian logistics in disaster relief operations,” *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management*, vol. 37, no. 2, pp. 99–114, 2007.

- [20] A. M. Caunhye, X. Nie, and S. Pokharel, "Optimization models in emergency logistics: A literature review," *Socio-economic planning sciences*, vol. 46, no. 1, pp. 4–13, 2012.
- [21] A. Leiras, I. de Brito Jr, E. Queiroz Peres, T. Rejane Bertazzo, and H. Tsugunobu Yoshida Yoshizaki, "Literature review of humanitarian logistics research: trends and challenges," *Journal of Humanitarian Logistics and Supply Chain Management*, vol. 4, no. 1, pp. 95–130, 2014.
- [22] P. B. Mirchandani, J. C. Smith, and H. J. Greenberg, *New Directions in Informatics, Optimization, Logistics, and Production*. INFORMS, 2012.
- [23] E. Grass and K. Fischer, "Two-stage stochastic programming in disaster management: A literature survey," *Surveys in Operations Research and Management Science*, vol. 21, no. 2, pp. 85–100, 2016.
- [24] A. T. Murray, M. E. O'Kelly, and R. L. Church, "Regional service coverage modeling," *Computers & Operations Research*, vol. 35, no. 2, pp. 339–355, 2008.
- [25] F. Liberatore, M. P. Scaparra, and M. S. Daskin, "Analysis of facility protection strategies against an uncertain number of attacks: The stochastic r-interdiction median problem with fortification," *Computers & Operations Research*, vol. 38, no. 1, pp. 357–366, 2011.
- [26] F. Kılıcı, B. Y. Kara, and B. Bozkaya, "Locating temporary shelter areas after an earthquake: A case for turkey," *European Journal of Operational Research*, vol. 243, no. 1, pp. 323–332, 2015.
- [27] C. Duhamel, A. C. Santos, D. Brasil, E. Châtelet, and B. Birregah, "Connecting a population dynamic model with a multi-period location-allocation problem for post-disaster relief operations," *Annals of Operations Research*, vol. 247, no. 2, pp. 693–713, 2016.
- [28] D. Berkoune, J. Renaud, M. Rekik, and A. Ruiz, "Transportation in disaster response operations," *Socio-Economic Planning Sciences*, vol. 46, no. 1, pp. 23–32, 2012.

- [29] Z. Shen, M. M. Dessouky, and F. Ordóñez, “A two-stage vehicle routing model for large-scale bioterrorism emergencies,” *Networks: An International Journal*, vol. 54, no. 4, pp. 255–269, 2009.
- [30] D. Alem, A. Clark, and A. Moreno, “Stochastic network models for logistics planning in disaster relief,” *European Journal of Operational Research*, vol. 255, no. 1, pp. 187–206, 2016.
- [31] G.-H. Tzeng, H.-J. Cheng, and T. D. Huang, “Multi-objective optimal planning for designing relief delivery systems,” *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, vol. 43, no. 6, pp. 673–686, 2007.
- [32] Y. Yuan and D. Wang, “Path selection model and algorithm for emergency logistics management,” *Computers & industrial engineering*, vol. 56, no. 3, pp. 1081–1094, 2009.
- [33] Y.-H. Lin, R. Batta, P. A. Rogerson, A. Blatt, and M. Flanigan, “A logistics model for emergency supply of critical items in the aftermath of a disaster,” *Socio-Economic Planning Sciences*, vol. 45, no. 4, pp. 132–145, 2011.
- [34] B. Rabta, C. Wankmüller, and G. Reiner, “A drone fleet model for last-mile distribution in disaster relief operations,” *International Journal of Disaster Risk Reduction*, vol. 28, pp. 107–112, 2018.
- [35] M. Tavana, K. Khalili-Damghani, F. J. Santos-Arteaga, and M.-H. Zandi, “Drone shipping versus truck delivery in a cross-docking system with multiple fleets and products,” *Expert systems with applications*, vol. 72, pp. 93–107, 2017.
- [36] A. M. Ham, “Integrated scheduling of m-truck, m-drone, and m-depot constrained by time-window, drop-pickup, and m-visit using constraint programming,” *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, vol. 91, pp. 1–14, 2018.

- [37] H. Jia, F. Ordóñez, and M. M. Dessouky, "Solution approaches for facility location of medical supplies for large-scale emergencies," *Computers & Industrial Engineering*, vol. 52, no. 2, pp. 257–276, 2007.
- [38] P. Murali, F. Ordóñez, and M. M. Dessouky, "Facility location under demand uncertainty: Response to a large-scale bio-terror attack," *Socio-Economic Planning Sciences*, vol. 46, no. 1, pp. 78–87, 2012.
- [39] K. F. Doerner, W. J. Gutjahr, and P. C. Nolz, "Multi-criteria location planning for public facilities in tsunami-prone coastal areas," *Or Spectrum*, vol. 31, no. 3, pp. 651–678, 2009.
- [40] F. Araya, R. Dell, P. Donoso, V. Marianov, F. Martínez, and A. Weintraub, "Optimizing location and size of rural schools in chile," *International Transactions in Operational Research*, vol. 19, no. 5, pp. 695–710, 2012.
- [41] J. Pacheco, R. Caballero, M. Laguna, and J. Molina, "Bi-objective bus routing: an application to school buses in rural areas," *Transportation Science*, vol. 47, no. 3, pp. 397–411, 2013.
- [42] V. De Angelis, M. Mecoli, C. Nikoi, and G. Storchi, "Multiperiod integrated routing and scheduling of world food programme cargo planes in angola," *Computers & Operations Research*, vol. 34, no. 6, pp. 1601–1615, 2007.
- [43] C. A. C. Coello and C. S. P. Zacatenco, "Introducción a la optimización evolutiva multiobjetivo," *Instituto Politécnico Nacional*, no. 2508, 2002.
- [44] D. Goldberg, "Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning. reading, ma: Addison-wesley; 1989," *Objective Function Value [Eq.(18)]*.
- [45] C. A. C. C. Coello, "A short tutorial on evolutionary multiobjective optimization," in *International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization*. Springer, 2001, pp. 21–40.



- [46] D. A. Van Veldhuizen, J. B. Zydallis, and G. B. Lamont, "Considerations in engineering parallel multiobjective evolutionary algorithms," *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 7, no. 2, pp. 144–173, 2003.
- [47] D. A. Van Veldhuizen, "Multiobjective evolutionary algorithms: classifications, analyses, and new innovations," AIR FORCE INST OF TECH WRIGHT-PATTERSONAFB OH SCHOOL OF ENGINEERING, Tech. Rep., 1999.
- [48] E.-G. Talbi, *Metaheuristics: from design to implementation*. John Wiley & Sons, 2009, vol. 74.
- [49] E. Zitzler, *Evolutionary algorithms for multiobjective optimization: Methods and applications*. Citeseer, 1999, vol. 63.
- [50] C. M. Fonseca, P. J. Fleming *et al.*, "Genetic algorithms for multiobjective optimization: Formulation discussion and generalization." in *Icga*, vol. 93, no. July. Citeseer, 1993, pp. 416–423.
- [51] E. Zitzler, M. Laumanns, and S. Bleuler, "A tutorial on evolutionary multiobjective optimization," in *Metaheuristics for multiobjective optimisation*. Springer, 2004, pp. 3–37.
- [52] T. Bäck, U. Hammel, and H.-P. Schwefel, "Evolutionary computation: Comments on the history and current state," *IEEE transactions on Evolutionary Computation*, vol. 1, no. 1, pp. 3–17, 1997.
- [53] R. Sarker, J. Kamruzzaman, and C. Newton, "Evolutionary optimization (evopt): a brief review and analysis," *International Journal of Computational Intelligence and Applications*, vol. 3, no. 04, pp. 311–330, 2003.
- [54] H. Maaranen, K. Miettinen, and A. Penttinen, "On initial populations of a genetic algorithm for continuous optimization problems," *Journal of Global Optimization*, vol. 37, no. 3, p. 405, 2007.

- [55] M. J. Powell, "Recent research at cambridge on radial basis functions," in *New Developments in Approximation Theory*. Springer, 1999, pp. 215–232.
- [56] T. Bäck, D. B. Fogel, and Z. Michalewicz, *Evolutionary computation 1: Basic algorithms and operators*. CRC press, 2018.
- [57] C. A. C. Coello, "A comprehensive survey of evolutionary-based multiobjective optimization techniques," *Knowledge and Information systems*, vol. 1, no. 3, pp. 269–308, 1999.
- [58] D. A. Van Veldhuizen and G. B. Lamont, "Multiobjective evolutionary algorithm test suites," in *SAC*, vol. 99. Citeseer, 1999, pp. 351–357.
- [59] H. W. Kuhn and A. W. Tucker, "Nonlinear programming, in (j. neyman, ed.) proceedings of the second berkeley symposium on mathematical statistics and probability," 1951.
- [60] I. Das and J. E. Dennis, "A closer look at drawbacks of minimizing weighted sums of objectives for pareto set generation in multicriteria optimization problems," *Structural optimization*, vol. 14, no. 1, pp. 63–69, 1997.
- [61] N. Srinivas and K. Deb, "Multiobjective optimization using nondominated sorting in genetic algorithms," *Evolutionary computation*, vol. 2, no. 3, pp. 221–248, 1994.
- [62] D. E. Goldberg and J. H. Holland, "Genetic algorithms and machine learning," 1988.
- [63] E. Zitzler and L. Thiele, "Multiobjective evolutionary algorithms: a comparative case study and the strength pareto approach," *IEEE transactions on Evolutionary Computation*, vol. 3, no. 4, pp. 257–271, 1999.
- [64] D. E. Goldberg and J. H. Holland, "Genetic algorithms and machine learning," 1988.
- [65] K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal, and T. Meyarivan, "A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: Nsga-ii," *IEEE transactions on evolutionary computation*, vol. 6, no. 2, pp. 182–197, 2002.

- [66] E. Zitzler, M. Laumanns, and L. Thiele, “Spea2: Improving the strength pareto evolutionary algorithm,” *TIK-report*, vol. 103, 2001.
- [67] K. Medvedeva *et al.*, “Emergency relief sector: Doing business with the united nations,” 2012.
- [68] G. Clarke and J. W. Wright, “Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points,” *Operations research*, vol. 12, no. 4, pp. 568–581, 1964.
- [69] J. A. Bikker and A. De Vos, “A regional supply and demand model for inpatient hospital care,” *Environment and Planning A*, vol. 24, no. 8, pp. 1097–1116, 1992.
- [70] W. W. Charemza, “Parallel markets, excess demand and virtual prices: An empirical approach,” *European Economic Review*, vol. 34, no. 2-3, pp. 331–339, 1990.
- [71] M. Ahmadi, A. Seifi, and B. Tootooni, “A humanitarian logistics model for disaster relief operation considering network failure and standard relief time: A case study on san francisco district,” *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, vol. 75, pp. 145–163, 2015.

## ANEXOS

### ANEXO 1. Resultado del experimento factorial $2^k$ para NSGA respecto de la variable *Generational distance*

Factor \ Interacciones (Fuente de variación)	Efecto promedio estimado	<i>p-value</i> (Asociado al estadístico <i>F</i> de Fisher)
Tamaño población (A)	-1,020	5.2201e-03
Número de generaciones (B)	1.194	9.7173e-04
Probabilidad cruzamiento (C)	-8.074	5.0952e-03
Probabilidad mutación (D)	3,774	4.2544e-03
$\sigma_{share}$ (F)	-0.275	2.8428e-03
BC	1,450	8.9157e-03
AD	-9.347	8.5880e-03

### ANEXO 2. Resultado del experimento factorial $2^k$ para NSGA respecto de la variable *Extent*

Factor \ Interacciones (Fuente de variación)	Efecto promedio estimado	<i>p-value</i> (Asociado al estadístico <i>F</i> de Fisher)
Tamaño población (A)	8.9432	4.6217e-04
Número de generaciones (B)	2.0452	5.7213e-05
Probabilidad cruzamiento (C)	7.0219	3.2508e-04
Probabilidad mutación (D)	-10.9120	8.7347e-05
$\sigma_{share}$ (F)	-5.312	2.7352e-04
AF	0.223	2.6090e-04
AD	0.7349	3.6164e-04
CDF	0.4821	8.0121e-05

**ANEXO 3. Resultado del experimento factorial  $2^k$  para NSGA respecto de la variable *CPU time***

<b>Factor \ Interacciones (Fuente de varuación)</b>	<b>Efecto promedio estimado</b>	<b><i>p-value</i> (Asociado al estadístico <i>F</i> de Fisher)</b>
<b>Tamaño población (A)</b>	0.0882	4.4356e-05
<b>Número de generaciones (B)</b>	-31.696	2.3101e-05
<b>Probabilidad cruzamiento (C)</b>	-2.912	9.7977e-05
<b>Probabilidad mutación (D)</b>	0.815	6.5371e-06
$\sigma_{share}$ (F)	2.173	1.9481e-05
<b>CD</b>	26.95	2.0603e-06

**ANEXO 4. Resultado del experimento factorial  $2^k$  para NSGA-II respecto de la variable *Generational distance***

<b>Factor \ Interacciones (Fuente de varuación)</b>	<b>Efecto promedio estimado</b>	<b><i>p-value</i> (Asociado al estadístico <i>F</i> de Fisher)</b>
<b>Tamaño población (A)</b>	-23.457	3.9579e-02
<b>Número de generaciones (B)</b>	3.003	2.5878e-02
<b>Probabilidad cruzamiento (C)</b>	10.047	8.2531e-03
<b>Probabilidad mutación (D)</b>	2.928	1.1291e-02
<b>BC</b>	1.450	9.9616e-04
<b>ABC</b>	-0.275	2.2194e-02

**ANEXO 5. Resultado del experimento factorial  $2^k$  para NSGA-II respecto de la variable *Extent***

<b>Factor \ Interacciones (Fuente de variación)</b>	<b>Efecto promedio estimado</b>	<b><i>p-value</i> (Asociado al estadístico F de Fisher)</b>
<b>Tamaño población (A)</b>	4.050	1.9276e-02
<b>Número de generaciones (B)</b>	1.219	6.8157e-03
<b>Probabilidad cruzamiento (C)</b>	-5.351	2.0487e-02
<b>Probabilidad mutación (D)</b>	0.583	2.1925e-02
<b>CD</b>	0.00425	3.8507e-02
<b>BD</b>	3.129	8.6790e-03
<b>ABC</b>	0.582	2.4584e-02
<b>ABD</b>	0315	2.9913e-02

**ANEXO 6. Resultado del experimento factorial  $2^k$  para NSGA-II respecto de la variable *CPU time***

<b>Factor \ Interacciones (Fuente de variación)</b>	<b>Efecto promedio estimado</b>	<b><i>p-value</i> (Asociado al estadístico F de Fisher)</b>
<b>Tamaño población (A)</b>	74.741	1.1777e-02
<b>Número de generaciones (B)</b>	16.857	3.0542e-02
<b>Probabilidad cruzamiento (C)</b>	-14.048	8.3449e-03
<b>Probabilidad mutación (D)</b>	20.209	7.2787e-03

**ANEXO 7. Resultado del experimento factorial  $2^k$  para SEPA2 respecto de la variable *Generational distance***

<b>Factor \ Interacciones (Fuente de varuación)</b>	<b>Efecto promedio estimado</b>	<b><i>p-value</i> (Asociado al estadístico F de Fisher)</b>
<b>Tamaño población (A)</b>	-13.851	4.1788e-03
<b>Número de generaciones (B)</b>	0.784	1.5916e-04
<b>Probabilidad cruzamiento (C)</b>	-9.847	3.4777e-04
<b>Probabilidad mutación (D)</b>	5.792	2.1632e-04
<b>Tamaño del archivo externo (E)</b>	-23.452	5.7539e-04

**ANEXO 8. Resultado del experimento factorial  $2^k$  para SPEA2 respecto de la variable *Extent***

<b>Factor \ Interacciones (Fuente de varuación)</b>	<b>Efecto promedio estimado</b>	<b><i>p-value</i> (Asociado al estadístico F de Fisher)</b>
<b>Tamaño población (A)</b>	10.096	3.2833e-04
<b>Número de generaciones (B)</b>	-0.703	3.1658e-04
<b>Probabilidad cruzamiento (C)</b>	-3.877	3.4205e-05
<b>Probabilidad mutación (D)</b>	-0.023	4.0304e-04
<b>Tamaño del archivo externo (E)</b>	4.574	2.6384e-04
<b>AE</b>	-0.342	2.2728e-04
<b>BE</b>	-0.000	8.3177e-05

**ANEXO 9. Resultado del experimento factorial  $2^k$  para SPEA2 respecto de la variable *CPU time***

<b>Factor \ Interacciones (Fuente de varuación)</b>	<b>Efecto promedio estimado</b>	<b><i>p-value</i> (Asociado al estadístico F de Fisher)</b>
<b>Tamaño población (A)</b>	152,231	5.5147e-04
<b>Número de generaciones (B)</b>	53.492	3.3257e-05
<b>Probabilidad cruzamiento (C)</b>	3.294	2.2084e-04
<b>Probabilidad mutación (D)</b>	4.969	1.2976e-04
<b>Tamaño del archivo externo (E)</b>	0.042	8.2203e-06