



Universidad de Concepción

Dirección de Postgrado

Facultad de Ciencias Sociales-Programa de Doctorado en Psicología

**DISEÑO Y EVALUACIÓN DE UN PROGRAMA DE ENSEÑANZA-
APRENDIZAJE DE FRACCIONES BASADO EN EL MODELO
NEUROCOGNITIVO DE HOWARD-JONES**

POR

GEOVANNY JAVIER CARRERA VIVER

Tesis para optar al grado de Doctor en Psicología

Profesora Guía: Dra. Mabel Alejandra Urrutia Martínez

Dpto. de Currículum e instrucción, Facultad de Educación

Universidad de Concepción

Profesor Co-Guía: Dr. David Maximiliano Gómez Rojas

Instituto de Ciencias de la Educación, Universidad de O' Higgins

Diciembre, 2021

CONCEPCIÓN-CHILE



Dedicatoria

Este trabajo de investigación en primer lugar lo dedico a todos/as los/las niños/as que día a día se dirigen a las Instituciones educativas ávidos para aprender y a los/las docentes que con su espíritu altruista en pro de la educación constantemente se preparan con el objetivo de poder apoyar a sus estudiantes en su aprendizaje.

Agradecimientos

En primer lugar, agradezco a Dios que es gestor de toda actividad humana.

A mi esposa Isabel y a mis hijos Andrea y Paúl que son mi fortaleza e inspiración, quienes con su apoyo incondicional supieron darme entereza para superar todas las adversidades.

A mi tutora, Dra. Mabel Urrutia, quien con su calidad humana y profesionalismo supo guiarme adecuadamente para lograr terminar con éxito mi investigación.



Financiamiento

Se agradece el financiamiento otorgado por la Universidad Central del Ecuador y por ANID/PIA/Fondos Basales para Centros de Excelencia FB0003.

Índice de contenido

DEDICATORIA	2
AGRADECIMIENTOS.....	3
ÍNDICE DE CONTENIDO	4
ÍNDICE DE FIGURA	9
ÍNDICE DE TABLAS	10
ÍNDICE DE ANEXOS.....	11
RESUMEN.....	12
ABSTRACT	14
INTRODUCCIÓN.....	16
CAPITULO I.....	22
1. MARCO TEÓRICO	22
1.1 Teorías de Aprendizaje.....	22
1.1.1 Teoría Conductista.....	23
1.1.2 Teoría Cognitiva	26
1.1.3 La Teoría Constructivista.....	30
1.2 Modelos metodológicos frecuentemente utilizado por los/las docentes y su conexión con el modelo neurocognitivo.	37
1.2.1 Modelo Neurocognitivo de Howard-Jones.....	41
<i>Figura 1. Representación del modelo cerebro–mente-comportamiento y su interacción social</i>	42
1.2.1.1 Exploración auténtica.....	48
1.2.1.2. Actividades motivantes.....	51

1.2.1.3 Grupos interactivos de trabajo.....	55
1.2.1.4 Protagonismo en el estudiante	58
1.2.1.5 Énfasis en el contexto.....	60
1.3 Bases neurales del procesamiento numérico y del cálculo matemático.....	65
1.3.1 Modelo del Triple Código de Dehaene.....	67
1.3.2 Representación analógica del número.....	70
1.3.3 Dinámica neuronal del procesamiento de las fracciones.....	72
1.4 Las Fracciones	77
1.4.1 Tipos de Fracción.....	79
1.4.2 Dinámica del proceso de enseñanza de las fracciones	81
1.5. Evidencias empíricas de programas de enseñanza/aprendizaje de fracciones desde un enfoque constructivista.....	90
CAPÍTULO 2.....	106
2. PROBLEMA, HIPÓTESIS Y OBJETIVOS.....	106
2.1 Problema de Investigación.....	106
2.2 Pregunta de investigación.....	112
2.3 Hipótesis.....	113
2.4 Objetivos	113
2.4.1 Objetivo general.....	113
2.4.2 Objetivos específicos.....	113
2.5 Variables (Definición conceptual y operativa)	114
2.5.1. Variable independiente	114
2.5.2 Variable dependiente.....	115
CAPÍTULO 3.....	118

3. METODO.....	118
3.1 Fase 1: Instrumental.....	119
3.1.1 Procedimiento que se siguió para la evaluación de la prueba de conocimiento de fracciones.....	121
3.1.2 Procedimiento que se siguió para aplicar la prueba de comparación de fracciones.	123
3.1.3 Procedimiento que se siguió para aplicar los cuestionarios a los/as docentes cuyos estudiantes participaron en la prueba piloto.....	124
3.2 Fase 2: Elaboración y Validación del programa de enseñanza-aprendizaje basado en el Modelo neurocognitivo de Howard-Jones.....	126
3.3 Fase 3: Aplicación y evaluación del programa basado en el Modelo neurocognitivo de Howard-Jones.....	128
3.3.1 Diseño	128
3.3.1.1 Procedimientos para la implementación del programa de enseñanza-aprendizaje neurocognitivo de Howard-Jones.....	130
3.4 revisiones simples.....	134
3.4.1 Prueba de conocimiento de fracciones	134
3.4.1.1 Definición operativa de la prueba de conocimientos de fracciones	135
3.4.2 Prueba de comparación de fracciones.....	136
3.4.2.1 Definición operativa de la prueba de comparación de fracciones.....	137
3.4.2.1.1 Aplicación del pre-test.....	138
3.4.2.1.2 Aplicación del post-test.....	143
3.5 Procedimiento de recolección de datos y elaboración de la base de los datos. ...	144
CAPÍTULO 4.....	146
4. RESULTADOS	146

4.1	Análisis estadístico de los datos.....	146
4.1.1	Descripción de la muestra.....	146
4.2	Análisis de normalidad de la distribución de los datos de la prueba de Conocimiento general de fracciones.....	149
4.3	Análisis de normalidad de la distribución de los datos de la prueba de comparación de fracciones.....	150
4.4	Análisis de resultados principales	152
4.4.1	Pregunta 1: Evolución del grupo cuasi-experimental.....	153
4.4.2	Pregunta 2: Evolución del grupo control	155
4.4.3	Pregunta 3: Diferencia en el grado de aprendizaje entre el grupo cuasi-experimental y el grupo control.	158
4.5	Análisis y discusión de los resultados.....	161
4.5.1	En relación al grupo cuasi-experimental y el rendimiento en la prueba de Conocimiento de fracciones se puede decir que:	162
4.5.2	En relación al grupo cuasi-experimental y el proceso de comparación de fracciones se puede decir que:.....	164
4.5.3	En relación al grupo control y su rendimiento en la prueba de conocimientos de fracciones se puede decir que:.....	170
4.5.4	En relación al grupo control y su rendimiento en la prueba de comparación de fracciones se puede decir que:.....	172
4.5.5	En relación a los resultados obtenidos de la diferencia entre el post y pre-test del grupo 1 (experimental y control) se puede decir que:	175
CAPÍTULO 5.....		188
CONCLUSIONES		188
5.1	Consideraciones Éticas.....	191
5.2	Limitaciones	192

5.3 Proyecciones.....	192
REFERENCIAS	193
ANEXOS.....	223



Índice de figura

<i>Figura 1</i> . Representación del modelo cerebro–mente-comportamiento y su interacción social (Howard-Jones, 2011, p.125).	42
<i>Figura 2</i> : Ciclo Didáctico del aprendizaje planteado por Pizarro y Urrutia (2017).	62
<i>Figura 3</i> . Ubicación del surco intraparietal izquierdo visto desde una perspectiva lateral del encéfalo (a) y en un corte sagital (b) (Serra-Grabulosa et al., 2010). ...	70
<i>Figura 4</i> : Localización del surco intraparietal izquierdo visto desde una perspectiva lateral del encéfalo (a) y en un corte sagital (b) (Serra-Grabulosa et al., 2010).	72
<i>Figura 5</i> . Extracto prueba de comparación de fracciones	141
<i>Figura 6</i> . Distribución de estudiantes por Institución Educativa y sexo	147
<i>Figura 7</i> . Media aritmética de la prueba de conocimiento de fracciones-grupo del cuasi-experimental.	154
<i>Figura 8</i> . Media aritmética de la prueba de comparación de fracciones del grupo cuasi-experimental.	155
<i>Figura 9</i> . Media aritmética de la prueba de conocimientos de fracciones del grupo control.....	156
<i>Figura 10</i> . Media aritmética de la prueba de comparación de fracciones del grupo control.....	157
<i>Figura 11</i> Diferencia entre pos y pre test y la variable grupo, prueba U de Mann Whitney.	159
<i>Figura 12</i> . Diferencia entre pos y pre test y la variable grupo, prueba U de Mann Whitney.	161

Índice de tablas

Tabla 1. Fuente: Decreto Ejecutivo N°-366, publicado en el registro oficial de Ecuador N°- 286 (2014)	117
Tabla 2. Clasificación de los/as docentes acorde al puntaje obtenido en el Inventario de Creencias pedagógicas (Tagle, 2008) y en el cuestionario de prácticas pedagógicas (Pérez y otros., 2016).....	132
Tabla 3. Distribución de estudiantes por Institución, paralelo y sexo.....	148
Tabla 4. Distribución de estudiantes acorde al grupo de pertenencia y al sexo.....	148



Índice de Anexos

Anexo1. Consentimiento informado.	224
Anexo 2. Asentimiento informado	230
Anexo 3. Prueba de conocimiento de fracciones.	232
Anexo 4. Pauta de evaluación de la pertinencia de la prueba de conocimiento de fracciones.....	236
Anexo 5. Prueba de comparación de fracciones (Gómez y otros, 2014).	239
Anexo 6. Evaluación para la comprensión lingüística del inventario de Creencias pedagógicas (Tagle, 2008; Tagle y otros 2017).....	242
Anexo 7. Evaluación para la comprensión lingüística el Cuestionario de Prácticas Pedagógicas (Pérez et al., 2016)	248
Anexo 8. Pauta de evaluación de la pertinencia del programa de enseñanza-aprendizaje y el programa de enseñanza-aprendizaje de fracciones.....	252
Anexo 9. Programa de enseñanza- aprendizaje de fracciones	255
Anexo 10. Pauta para el seguimiento de la aplicación del Programa de enseñanza-aprendizaje de fracciones	277
Anexo 11. Imágenes de la capacitación realizada a los/as docentes sobre el programa de enseñanza-aprendizaje de fracciones	280
Anexo.12. Inventario de Creencias pedagógicas (Tagle, 2008) y el Cuestionario de Prácticas Pedagógicas (Pérez et al., 2016) que se aplicaron a los/las docentes	283
Anexo 13. Imágenes de la aplicación del programa de enseñanza-aprendizaje por parte de los/las docentes a sus estudiantes	296
Anexo 14. Protocolo para la aplicación de la prueba de conocimiento de fracciones .	298
Anexo 15. Protocolo para la aplicación de la prueba de comparación de fracciones .	300
Anexo 16. Imágenes de la distribución de Contenidos acorde al Ministerio de Educación y desglose de los mismos por año de educación básica.....	302

Resumen

El presente trabajo de investigación se planteó como objetivo principal el diseñar y evaluar un programa de enseñanza-aprendizaje de fracciones, basado en el modelo neurocognitivo de Howard-Jones (2011). Para cumplir este propósito la investigación se desarrolló en tres fases: La primera fue de carácter instrumental, donde se aplicaron las pruebas de conocimiento de fracciones y la de comparación de fracciones a una muestra de 330 estudiantes de sexto y séptimo año de educación básica de una institución educativa pública mixta (varones y mujeres) de la provincia de Pichincha-Ecuador con el objetivo de probar los instrumentos antes de su aplicación a la muestra cuasi-experimental y control del estudio central.



En la segunda fase se elaboró y validó el programa de enseñanza-aprendizaje basado en el modelo neurocognitivo de Howard-Jones (2011) por medio del criterio de expertos. Los docentes participaron de una capacitación sobre neurociencia y didáctica en el aprendizaje de fracciones y se seleccionaron a los profesores que cumplían con los criterios de un perfil constructivista. Para ello, se administró a los/las docentes dos cuestionarios, uno que midió sus creencias pedagógicas (Tagle, 2008; Tagle et al., 2017) y otro sus prácticas pedagógicas (Pérez et al., 2016).

En la tercera fase, se aplicó y evaluó el programa de enseñanza-aprendizaje de fracciones basado en el modelo neurocognitivo de Howard-Jones (2011), en comparación con un modelo tradicional. El diseño fue cuasi-experimental, con dos grupos: control y cuasi-experimental, a quienes se les aplicó un pre y post-test. El diseño utilizado fue un diseño factorial mixto 2(grupo cuasiexperimental/grupo control) X 2 (pre y postest) en una muestra estudiantes de sexto año de educación básica de dos instituciones educativas públicas mixtas, de la provincia de Pichincha-Ecuador, la muestra estudiada fue de 399 estudiantes. Se aplicaron dos pruebas: una de conocimientos generales de fracciones y otra específica de comparación de fracciones.

Los resultados principales dan cuenta de un efecto estadísticamente significativo a favor del grupo cuasi-experimental, en comparación con el grupo control en el puntaje de respuestas correctas de la prueba de conocimientos generales de fracciones. Se discuten estos resultados a partir de los fundamentos neurocientíficos del modelo de Howard-Jones y en relación con diversos estudios actuales que aplican el modelo constructivista, algunos con base teórica basada en la neurociencia.

Palabras Claves

Modelo neurocognitivo, modelo constructivista, ciclo didáctico, fracciones, resultados de aprendizaje

Abstract

The main objective of this research work was to design and evaluate a fraction teaching-learning program, based on the Howard-Jones (2011) neurocognitive model. To fulfill this purpose, the research was developed in three phases: The first was instrumental, where the tests of knowledge of fractions and the comparison of fractions were applied to a sample of 330 students of sixth and seventh year of basic education of a mixed public educational institution (men and women) in the province of Pichincha-Ecuador with the objective of testing the instruments before their application to the quasi-experimental and quasi-control sample of the central study.



In the second phase, the teaching-learning program based on the Howard-Jones (2011) neurocognitive model was developed and validated using the criteria of experts. The teachers participated in a training on neuroscience and didactics in the learning of fractions and teachers who met the criteria of a constructivist profile were selected. For this, the teachers were administered two questionnaires, one that measured their pedagogical beliefs (Tagle, 2008; Tagle et al., 2017) and the other their pedagogical practices (Pérez and others, 2016). In the third phase, the fraction teaching-learning program based on the Howard-Jones (2011) neurocognitive model was applied and evaluated, in comparison with a traditional model. The design was quasi-experimental, with two groups:

control and experimental, to whom a pre and post-test were applied. The design used was a mixed factorial design 2 (quasi-experimental group/control group) X 2 (pre and post-test) in a sample of sixth-year students of basic education from two mixed public educational institutions, from the province of Pichincha-Ecuador, the sample studied was 399 students. Two tests were applied: one of general knowledge of fractions and another specific one of comparison of fractions.

The main results show a statistically significant effect in favor of the quasi-experimental group, compared to the control group in the score of correct answers of the general knowledge of fractions test. These results are discussed based on the neuroscientific foundations of the Howard-Jones model and in relation to various current studies that apply the constructivist model, some with a theoretical basis based on neuroscience.

Keywords

Neurocognitive model, constructivist model, didactic cycle, fractions, learning outcomes

INTRODUCCIÓN

El desarrollo de la Matemática se encuentra íntimamente relacionado con el adelanto sociocultural de la humanidad, ya que se vincula con la aplicabilidad de la Matemática para agregar, disminuir, dividir objetos, tierras e incluso personas, pensamiento que orienta a decir que la necesidad humana ligada a su curiosidad permitió la construcción de una forma de representar cantidades y operar con ellas.

En Matemática, uno de los contenidos curriculares con mayor dificultad para comprender son las fracciones. Esto afecta el aprendizaje del álgebra (Kelly, 2008), problemática que se evidencia a nivel mundial. Dicha dificultad va más allá porque a pesar de existir educandos con un excelente desarrollo académico, estos presentan un bajo nivel de comprensión y aplicabilidad de los números fraccionarios, aun cuando terminan la educación básica (Tian y Siegler, 2017).

Una de las causas del problema podría darse en la educación formal, puesto que el área de Matemática tiene un currículum esquemáticamente estructurado, el cual no responde a la necesidad que tienen los/las estudiantes para resolver diferentes situaciones que se presentan en los ambientes de aprendizaje o en sus actividades cotidianas, provocando un bajo resultado de aprendizaje en

Matemática y, por ende, en el de las fracciones (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico OECD, 2017).

De acuerdo con los resultados obtenidos en las pruebas Pisa (2018), la OECD (2019) informa que en la población escolar de los países latinoamericanos y del Caribe, 3 de cada 4 estudiantes aproximadamente no alcanzan a desarrollar el nivel básico de competencias necesarias en el área de Matemática. Además, sostiene que el 69% de los/las estudiantes se encuentran en un bajo nivel básico, a tal punto que de 10 países de Latino América que participaron en el estudio se encuentran ubicados en los últimos lugares del mundo.

Investigaciones realizadas específicamente sobre el aprendizaje de fracciones plantean que aprender el contenido de las fracciones es difícil y complejo para la mayoría de estudiantes en todo el mundo, inclusive en los países como Japón, China, Singapur, entre otros, en donde sus educandos obtuvieron como resultado en las pruebas PISA un nivel de comprensión razonable (Lortie-Forgues, Tian y Siegler, 2015; Tian y Siegler, 2017).

En Ecuador, se investigó el nivel de rendimiento de los/las estudiantes en las cuatro áreas básicas del aprendizaje (Matemática, Lengua y Comunicación, Ciencias Naturales y Estudios Sociales), con el objetivo de establecer si la metodología que estaban utilizando los/las docentes en el aula clase generaba

el resultado de aprendizaje deseado, los resultados indicaron que el 49% de los/las estudiantes pertenecientes a cuarto, séptimo y décimo año de educación básica, se encontraban en una escala de aprendizaje de insuficiente y tan solo un 0.7%, en una escala excelente, en el área de Matemática específicamente el 38% de los/las educandos se encontraban en la escala de insuficiente (Ministerio de Educación del Ecuador, 2010).

En el año 2013, el Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEVAL) de Ecuador realizó la medición de los resultados de aprendizaje a nivel nacional, con la finalidad de conocer si la aplicación de la unificación curricular en el proceso de enseñanza-aprendizaje dispuesto por el Ministerio de Educación de Ecuador en el 2008, generaría cambios en los resultados de aprendizaje de los/las educandos. Uno de los resultados obtenidos en la medición fue que un 51% de los/las estudiantes estaban en la escala de insuficiente y elemental en el área de Matemática (Ministerio de Educación del Ecuador, 2014).

Esta dificultad que presentan los/las estudiantes para aprender, podría ser que los/las docentes incorporan en sus prácticas pedagógicas diversas metodologías que no consideran las evidencias empíricas provenientes de las investigaciones en neurociencia cognitiva, justificando su didáctica en falsas creencias pedagógicas sobre cómo aprende el cerebro y cómo se llevan a cabo dichos procesos de aprendizaje (Dekker et al., 2012).

La investigación, que a continuación se presenta, tuvo como objetivo general: Diseñar y evaluar un programa de enseñanza-aprendizaje de fracciones basado en el Modelo Neurocognitivo de Howard-Jones, para estudiantes de sexto año de educación básica, por lo cual se capacitó a los/las docentes sobre la base de evidencias empíricas provenientes de la neurociencia cognitiva a través de los principios desarrollados en el modelo teórico de Howard-Jones (2011) y se llevó a la praxis en sus estudiantes mediante la aplicación del ciclo didáctico con uso de una metodología activa desarrollado por Pizarro y Urrutia (2017).

Para conseguir el objetivo planteado se divide la tesis en 6 Capítulos, como se señala a continuación:



En el Capítulo 1, se detalla un amplio marco teórico que abarca temas como: las teorías de aprendizaje (Conductista, Cognitivista y Constructivista), que permiten orientar por qué los/las docentes aplican diferentes modelos metodológicos para enseñar y cuál es la conexión con el modelo neurocognitivo de Howard-Jones, además se explican las bases neuronales del procesamiento numérico y del cálculo matemático para poder comprender la dinámica neuronal del procesamiento de las fracciones. En definitiva, los fundamentos teóricos que permiten sustentar la investigación.

En el Capítulo 2, se presenta el problema de investigación, la pregunta de investigación, la hipótesis, el objetivo general y los específicos y las variables de la investigación, que son los lineamientos que permiten determinar las razones para realizar este estudio. En el Capítulo 3, se desarrolla el Método de investigación, en donde se describen las tres fases que se desarrollaron: La fase Instrumental, la de elaboración y validación del programa de enseñanza-aprendizaje y la tercera fase que fue la aplicación del programa, es decir, en este apartado se desarrolla la parte cuasi experimental del estudio, ya que es en donde se aplican las pruebas (conocimiento de fracciones y de comparación de fracciones), además se diseña y aplica el programa de enseñanza-aprendizaje a los/las estudiantes.



En el Capítulo 4, se da cuenta de los resultados mediante los análisis estadísticos descriptivos e inferenciales, destacando los resultados principales para el análisis y discusión de los resultados. Los resultados obtenidos se interpretan de acuerdo a las teorías desarrolladas en el marco teórico.

En el Capítulo 5, se encuentran las conclusiones, las consideraciones éticas, las limitaciones que se presentaron en el estudio y las proyecciones que tiene la investigación. Este capítulo da cuenta de los hallazgos encontrados y los expresa de una manera clara y sustentada por el análisis realizado en el capítulo anterior

y finalmente se presenta en el Capítulo 6, en donde se encuentran las referencias bibliográficas, que es el respaldo a la base teórica y experimental del estudio.

La investigación estuvo orientada a perfeccionar a los/las docentes sobre la utilización de evidencias empíricas provenientes de la neurociencia cognitiva, desarrolladas en el modelo teórico de Howard-Jones, que contra argumentan muchas falsas creencias que tienen los/las docentes sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de fracciones. Este modelo se basa en las teorías constructivistas del aprendizaje donde el/la estudiante es el actor principal de su aprendizaje. El contenido curricular que se desarrolló en la investigación estuvo relacionado con las fracciones, con la finalidad de mejorar los resultados de aprendizajes de los/las estudiantes en este contenido.

Finalmente, se espera que los resultados obtenidos en la investigación proporcionen una base para futuras investigaciones que orienten a buscar cómo mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las fracciones, utilizando el modelo neurocognitivo de Howard-Jones.

CAPITULO I

1. MARCO TEÓRICO

En este apartado se incluye una revisión conceptual y empírica sobre los tópicos que abarcaron el presente estudio. En primer lugar, se desarrolla un acercamiento temático a las tres principales teorías del aprendizaje, luego se presentarán los modelos metodológicos que son utilizados con frecuencia por los/las docentes y su conexión con el modelo neurocognitivo. Como siguiente paso, se describe el modelo teórico propuesto por Howard-Jones (2011), posteriormente se presentarán los hallazgos empíricos de la neurocognición, sobre las bases neuronales del pensamiento numérico, del cálculo matemático y de la dinámica neuronal del procesamiento de las fracciones y, por último, se adjunta una revisión empírica de los diferentes programas de enseñanza-aprendizaje de fracciones desde un enfoque constructivista, enfoque avalado por el modelo teórico de Howard-Jones.

1.1 Teorías de Aprendizaje

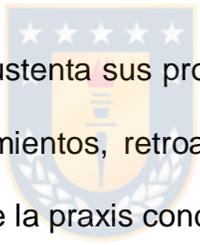
Existen tres teorías del aprendizaje que siguen perdurando hasta la actualidad y que se aplican en el proceso de enseñanza-aprendizaje y estas son:

1.1.1 Teoría Conductista

Tiene sus bases en el empirismo, pues considera que el conocimiento se obtiene mediante las sensaciones, desarrolladas por el intercambio de ideas y asociaciones entre el sujeto y el objeto. Concibe el aprendizaje como cambios observables y medibles en la conducta de la persona, no está en sus objetivos determinar qué procesos mentales utiliza el/la estudiante para adquirir aprendizajes (Hernández, 2010). La particularidad que presenta la Teoría Conductista está en la magnitud de los resultados que se evidencian en las conductas, las cuales se pueden mantener a través del tiempo acorde a los estímulos (refuerzos) utilizados (Gispert, 2014) . Es necesario remarcar que en el proceso de enseñanza conductista, la repetición continua a base de la utilización de la memoria se interpreta como aprendizaje (Zapatos-Ríos, 2012).

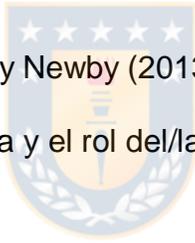
Cuando se habla de la Teoría Conductista se alude que para que exista un aprendizaje, debe haber un cambio de conducta, que se provoca mediante un estímulo específico. La conducta debe ser observable y medible como una respuesta adecuada, por ejemplo, la que el/la docente quiere que realice el/la estudiante para responder a las demandas del ambiente (Moreno, 2013). El modelo de enseñanza conductista predominó dentro del aula de clase aproximadamente hasta la década de los ochenta

Al analizar el proceso de enseñanza-aprendizaje que aplica el conductismo para enseñar, se puede determinar que existen cuatro etapas, que son las que le permiten al sujeto aprender y son: 1) El Condicionamiento Clásico, 2) La Asociación por Contigüidad, 3) El Condicionamiento Operante y 4) La Observación e Imitación (Arancibia, Herrera y Strasser, 1997). Para estos investigadores el Condicionamiento Operante es aquel caracterizado por la repetición constante de la actividad, procedimiento que le permite aprender al individuo y además afirman que la conducta se modifica cuando se realizan cambios en los estímulos que generaron el aprendizaje anterior.



La escuela conductista sustenta sus procesos de enseñanza-aprendizaje en la aplicación de condicionamientos, retroalimentaciones positivas o negativas según sea el caso, por lo que la praxis conductista coinciden en que la conducta sea buena o mala, es producto de un aprendizaje, además aclaran que cual fuere la respuesta que se ejecute y que tenga consecuencias positivas o negativas se fortalecerá esa conducta, generando de esta manera un nuevo aprendizaje, el cual puede ser medible y observable (Henson y Eller, 2000). Puede inferirse, debido a lo descrito anteriormente, que las condiciones externas como el ambiente y las vivencias son determinantes para explicar la conducta humana (Storm y Bernard, 1982).

Para esta teoría, la transferencia del aprendizaje se encuentra en la aplicación del conocimiento aprendido en nuevas situaciones, para lo que determina estrategias que resulten útiles en el reforzamiento de la asociación estímulo-respuesta, mediante la práctica y refuerzo continuo en todo el proceso de aprender. Sin embargo, los principios del conductismo no pueden explicar adecuadamente cómo se desarrollan las habilidades cognitivas de alto nivel o de aquellas que requieren mayor profundidad de los procesos mentales, además esta escuela caracteriza al/la estudiante como un ente reactivo a las condiciones ambientales (Ertmer y Newby, 2013).



Los investigadores Ertmer y Newby (2013) describen los principales supuestos que tiene la teoría conductista y el rol del/la docente en el contexto:

Supuestos de la Teoría Conductista:

- Énfasis en la producción de resultados.
- Objetivo centrado en el cambio o ratificación de la conducta.
- Análisis de las tareas y la evaluación basada en criterios.
- Repetición permanente de los aprendizajes, para lograr el dominio de los primeros pasos antes de progresar a los niveles más complejos de desempeño.

- Uso de refuerzos para mantener, mejorar o cambiar el proceso de desempeño del/la alumno/a en el aprendizaje.
- La meta de la instrucción es lograr que el/la alumno/a entregue la respuesta deseada cuando se le presenta un estímulo.

Rol del/la educador/a:

- Determinar los indicios que van a ser aplicados para que el/la alumno/a pueda entregar la respuesta deseada.
- Organizar situaciones de práctica en el que los refuerzos se equiparen con los estímulos que inicialmente no lograron la respuesta deseada.
- Establecer situaciones ambientales para que los/las alumnos/as den respuestas apropiadas por la presencia de estímulos adecuados los mismos que más tarde se pueden utilizar como refuerzos para seguir obteniendo respuestas adecuadas (Gropper, 1987; Gispert,2014).

1.1.2 Teoría Cognitiva

En el proceso de evolución que vivió el conductismo, se desarrolló en los/las investigadores/as nuevas interrogantes sobre cómo se debe enseñar realmente y cuáles son los factores que mayor intervención presentan, interrogantes que dieron inicio al planteamiento de la Teoría Cognitiva, la que fundamentó su

atención en el desarrollo y utilidad de los procesos mentales. Para lo cual diseñaron métodos, metodologías y técnicas para utilizar los recursos materiales, con el objetivo de lograr una interacción e interrelación entre el/la estudiante y el modelo de enseñanza-aprendizaje (González, 2014).

El Cognitismo se centra en las actividades mentales que conducen al/la educando a emitir una respuesta. Esta teoría acentúa su énfasis en los procesos de planificación mental, formulación de metas, organización de estrategias y la resolución de problemas que el/la alumno/a utiliza para procesar la información (Shuell, 1986; Hernández, 2010). La memoria es la base medular de esta teoría, ya que el proceso de memorización posee un lugar importante en el trascurso del aprendizaje, por ello se busca potenciar estrategias en el/la educando para que le permitan almacenar la información de manera organizada y significativa; debido al énfasis que pone el cognitismo en las estructuras mentales, es la teoría más apropiada para explicar las formas complejas del funcionamiento cerebral en el proceso de enseñanza-aprendizaje (Schunk, 1991).

El objetivo del cognitismo es conceptualizar los procesos de aprendizaje y el modo en que la información es recibida, organizada, almacenada y localizada por el/la alumno/a. Desde esta perspectiva, adquirir conocimiento se considera una actividad mental que implica una codificación y decodificación interna y una estructuración por parte del/la educando, tomando en cuenta que en el proceso

de enseñanza-aprendizaje influyen, pensamientos, creencias, actitudes y valores, entre otras (Winne, 1987).

El cognitivismo analiza al/la estudiante para determinar cómo diseñar la metodología de enseñanza, de manera que pueda ser fácilmente asimilada (Thompson, Simonson, y Hargrave, 1992) para lo cual parte de supuestos específicos pertinentes para plantear la metodología de enseñanza-aprendizaje. Al respecto, Ertmer y Newby (2013) consideran los siguientes supuestos y cuál es el rol que debe cumplir el/la educador/a:



Supuestos de la Teoría Cognitiva:

- Énfasis en la participación activa del/la alumno/a en el proceso de aprendizaje, desarrollando autocontrol y entrenamiento meta-cognitivo.
- Uso del análisis jerárquico, para identificar e ilustrar relaciones de pre-requisitos.
- Atención en la estructuración, organización y secuencia de la información para facilitar el óptimo procesamiento en el uso de estrategias cognitivas.
- Elaboración de ambientes de aprendizaje, los cuales estimulen a los/las alumnos/as a establecer vínculos con el conocimiento previamente aprendido.

Rol del/a educador/a:

- Organizar las condiciones ambientales de tal forma que los/las alumnos/as respondan apropiadamente al estímulo presentado.
- Centrarse en desarrollar programas que permitan que el conocimiento sea significativo, para que el/la alumno/a esté en la capacidad de organizar y relacionar la nueva información con el conocimiento ya existente.
- Comprender que los/las alumnos/as traen experiencias de aprendizaje diferentes a la situación de instrucción, las que pueden mejorar los resultados de aprendizaje.
- Definir una manera eficiente de organizar y estructurar la nueva información para conectarlas con las habilidades, experiencias y conocimientos previos adquiridos por el/la alumno/a.
- Retroalimentar al/la alumno/a para que la nueva información sea eficientemente asimilada y/o acomodada dentro de su estructura cognitiva (Stepich y Newby, 1988).

Las ciencias de la educación incorporaron muchos hallazgos del cognitivismo en el proceso de enseñanza-aprendizaje del/la docente y/o educando, los cuales se encuentran implementados en el diseño curricular, la didáctica y la evaluación de los aprendizajes, que esta teoría pone en práctica en el campo educativo (Méndez, 2001).

1.1.3 La Teoría Constructivista

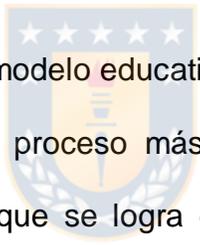
El constructivismo posee múltiples raíces de la óptica filosófica y psicológica, provenientes de los trabajos de Piaget, Bruner y Vygotsky, entre otros. En los últimos años, la teoría constructivista está posicionada en el campo educativo, recibiendo mayor atención y aplicabilidad por parte de algunas disciplinas encargadas de la educación, como las que son responsables del diseño curricular, de los procesos metodológicos de enseñanza-aprendizaje y de la evaluación, para de esta manera lograr determinar cuáles son los resultados de aprendizaje que debe lograr el/la educando (Bednar y Duffy, 1992; Jonassen, 1992; Hernández, 2010).



Para Serrano y Pons (2011) el constructivismo resulta de un proceso dinámico e interactivo por medio del cual la información que recibe el/la estudiante, es interpretada por él/ella y reinterpretada por su mente. Este proceso implica que la mente va co-construyendo progresiva y sistemáticamente modelos explicativos de la información recibida, que va complejizando para conocer la realidad que se va construyendo.

Para la Teoría Constructivista, el proceso de enseñanza-aprendizaje, tiene un rol trascendental en el desarrollo adecuado del mecanismo de las fases cognitivas para que se logre proporcionar un aumento en la psico-potencialidad

de la memoria de corto plazo, puesto que es conocido que los procesos psíquicos superiores componen un sistema de interacciones e interrelaciones, que al aplicarlos generan una función dinámica y adaptativa del aprendizaje, llegando a modificar al resto de los procesos cognitivos básicos y superiores (Pozo, 2005; Pozo y Pérez ,2009). Lo anterior implica que al orientar al/la educando a aprender de memoria un escrito (al pie de la letra) impide que realice procesos de análisis y síntesis fundamentales para el desarrollo de los procesos de reflexión y comprensión de lo memorizado, debido a que olvidará con facilidad lo memorizado textualmente.



El constructivismo es un modelo educativo que se caracteriza porque es el/la estudiante quien elabora el proceso más complejo para construir su nuevo conocimiento, construcción que se logra gracias a la motivación interna que presenta el/la educando por descubrir y ser el gestor de su conocimiento, generando, a su vez, que la motivación externa tenga una menor importancia a la que tenía en la Teoría Conductista (Gallo, 2006). Sin embargo, para la teoría constructivista el/la docente es parte principal de este proceso de construcción del conocimiento por parte del/la estudiante, porque no hay forma de asegurar que se desarrolle un nuevo conocimiento sin una orientación adecuada. En definitiva, el/la docente es quien realiza la conexión entre los aspectos socio-culturales del entorno y los aprendizajes facilitados al/la estudiante (Coll et al., 1993).

Las teorías conductistas y cognitivas son fundamentalmente objetivistas, es decir, prima el mundo real y lo externo al/la estudiante, en cambio, la Teoría Constructivista centra su atención en la estructura del mundo interno del/la educando, siendo el conocimiento, el resultado de la creación de significados que nacen a partir de las propias experiencias del/la estudiante (Jonassen, 1992). Esta teoría equipara el aprendizaje con la creación de significados a partir de experiencias, por lo que no comparte con la Teoría Cognitiva ni Conductista la creencia de que el conocimiento es independiente de la mente y que se puede representar dentro del/la estudiante. Por lo tanto, para comprender el aprendizaje de un individuo desde la Teoría Constructivista, se debe examinar la experiencia adquirida por el/la educando/a en su totalidad, es decir holísticamente (Bednar y Duffy, 1992).



Desde el punto de vista constructivista es imprescindible la comprensión de las variables ambientales, las cuales interactúan e interaccionan con el/la estudiante, requisito sine qua non para el desarrollo del conocimiento. El aprendizaje significativo que logra conseguir el/la aprendiz, es a través de la utilización continua y situacional de los contenidos que piensa construir. En consecuencia, el proceso cognitivo de la memoria está siempre en un desarrollo dinámico en construcción, transformándose en un proceso acumulativo de interacciones, donde las representaciones mentales originadas por las

experiencias no construyen de una manera única y de forma general el conocimiento (Brown, Collins y Duguid, 1989).

El constructivismo se orienta en la creación de herramientas cognitivas que reflejen la sabiduría de su cultura. Para que se desarrolle el aprendizaje, esta teoría utiliza tres factores que son: la *actividad* (ejercitación), el *concepto* (conocimiento) y la *cultura* (contexto), que al trabajarlos de manera interrelacionada, crean un vínculo inexorable entre el/la estudiante y el conocimiento, desarrollado por él (Bednar y Duffy, 1992).

Se describen tres etapas dentro de la Teoría Constructivista para la adquisición del conocimiento, que son: 1) *etapa introductoria*, 2) *etapa avanzada* y 3) *etapa experta*, argumentando que el aprendizaje de mayor efectividad se desarrolla en la etapa de adquisición del conocimiento avanzado, en donde las preocupaciones y malinterpretaciones adquiridas inicialmente en la etapa introductoria pueden ser descubiertas, intercambiadas e incluso si es necesario modificadas o eliminadas (Jonassen, 1992).

En síntesis, Zapata (2005) expresa que para el constructivismo el aprendizaje obtenido por el/la estudiante es un conjunto sistemático de pasos que permiten incorporar y/o modificar pensamientos, ideas, habilidades, destrezas,

costumbres, valores, entre otras, procesos que se desarrollan por las interacciones que realiza la educación formal e informal en el aprendiz.

Entre los supuestos específicos de la teoría constructivista, directamente pertinentes al diseño de la enseñanza-aprendizaje, los/las investigadores Ertmer y Newby (2013) consideran los siguientes:

Supuestos de la Teoría Constructivista:

- Énfasis en el contexto social, ya que las habilidades serán aprendidas y aplicadas por medio del desarrollo del aprendizaje anclado a contextos significativos.
- Orientación permanente en el control por parte del/la estudiante y en su capacidad para poder manipular la información y utilizar activamente lo aprendido.
- Necesidad de que la información se presente de forma variada, es decir, volver al contenido en distintos momentos de la clase y en contextos reestructurados, para conseguir propósitos y perspectivas conceptuales diferentes.
- Apoyo en el uso de las habilidades cognitivas y motrices en la resolución de problemas que permitan al/la estudiante ir más allá de la información

presentada, y de esta manera lograr fortalecer la capacidad de demostrar formas alternativas para plantear y solucionar problemas.

- La evaluación se enfoca en la transferencia de conocimientos y habilidades, propiciando así la presentación de problemas y situaciones novedosas por parte del/la estudiante.

Rol del/a docente:

- Conducir al/la estudiante en el camino para construir significados, actualizar y evaluar efectivamente esas construcciones.
- Diseñar y ajustar experiencias adecuadamente para que el/la educando de esta manera pueda experimentar de forma auténtica y coherente el aprendizaje.
- Ser el moderador, facilitador, mediador del proceso de aprendizaje del/la estudiante cuando éste se encuentra construyendo nuevas alternativas para aprender (Cabrero y Llorente, 2015).

Aun cuando el énfasis se sitúe en la construcción del conocimiento por parte del/la estudiante, el papel del/la docente sigue siendo trascendental para que el/la aprendiz logre un aprendizaje (Reigeluth, 1989).

Recapitulando lo expresado, es evidente que los/las estudiantes expuestos/as a estas tres teorías del aprendizaje adquirirán competencias, habilidades y destrezas diferentes, que se deberán al enfoque utilizado por el/la docente para enseñar. En otras palabras, la Teoría Conductista puede facilitar con efectividad el dominio del contenido de una profesión (saber qué), mientras que las estrategias de la Teoría Cognitiva son útiles para la enseñanza de tácticas en la resolución de problemas (saber cómo) y finalmente, la Teoría Constructivista se ajusta mejor cuando se abordan problemas poco definidos a través de la reflexión-acción (saber cuándo y dónde), cabe decir que la pregunta clave para los/las diseñadores/as del currículo no consiste en cuestionar ¿Cuál es la mejor teoría? sino ¿Cuál teoría resulta más efectiva para contribuir con el dominio de tareas específicas por parte de estudiantes específicos? (Ertmer y Newby, 2013).

Para Arceo, Rojas, y González (2002) la concepción constructivista en educación, orienta a mirar que en el proceso de enseñanza-aprendizaje la participación docente-estudiante son dos elementos interdependientes e interrelacionados que se encuentran en constante interacción y no se los debe considerar como dos elementos diferentes en el que uno enseña y el otro aprende.

1.2 Modelos metodológicos frecuentemente utilizado por los/las docentes y su conexión con el modelo neurocognitivo.

Se puede decir que de las tres teorías de aprendizaje explicadas anteriormente, dos son las que sobresalen en la práctica educativa: la Teoría Conductista y Teoría Constructivista; esta última teoría, está declarada como modelo educativo para ser aplicado en el territorio ecuatoriano por disposición del Ministerio de Educación de Ecuador, motivo por lo que en los distintos textos que utilizan los/las docentes y los/las estudiantes, se encuentran desarrolladas actividades de aprendizaje que le permiten al/la educando/a ser protagonista de su aprendizaje, dejando el rol de mediador al/la docente (Ministerio de Educación del Ecuador, 2014). A pesar de lo expresado en este párrafo, muchas prácticas educativas actuales por parte de los/las docentes en Ecuador siguen teniendo tintes conductistas porque continúan predominando las clases expositivas por parte del/la docente, donde las clases son tradicionales, no participativas y centradas en el profesor/a más que en el/la estudiante.

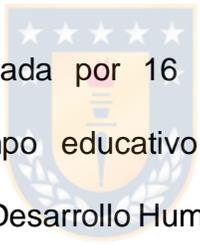
La Teoría Constructivista está alcanzando mayor énfasis de aplicación dentro del aula clase porque orienta la utilización de metodologías activas, centradas en el protagonismo del/la estudiante en el proceso de su aprendizaje. Sin embargo, el constructivismo no considera el cómo se dan los aprendizajes del/la estudiante a nivel neuronal ni se respalda en evidencias empíricas provenientes de la

neurociencia para comprender cómo se dan los procesos mentales, en relación con el aprendizaje.

Generalmente las 3 teorías del aprendizaje solo consideran los aspectos de la conducta, comportamiento y/o cognición en el proceso de la enseñanza-aprendizaje, plasmándolos en la elaboración de sus respectivos currículos sin considerar los aportes trascendentales que realizan las neurociencias cognitivas acerca del soporte físico neural que se encuentran implicados cuando un/a estudiante aprende. Jensen (2004) explica la trascendencia que tiene conocer la dinámica cerebral en el proceso de enseñanza-aprendizaje, así como el principio de plasticidad cerebral asociado a una estimulación apropiada en el uso de estímulos nuevos y sistemáticos para que se desarrolle (origine) el aprendizaje. Así también, la modificación de la información mediante las sinapsis neuronales que dan cuenta cómo el cerebro aprende (Holtmaat y Caronni, 2016).

La Neurociencia Cognitiva, día a día va desarrollando la construcción de una propuesta que tiene como objetivo incluir los hallazgos realizados por la neurociencia cognitiva, sobre cómo funciona el cerebro cuando realiza actividades para aprender dentro del campo educativo, que al pasar del tiempo van tomando mayor interés por las personas encargadas de elaborar el currículo de los diferentes niveles educativos (Pickering y Howard-Jones, 2007).

La Organización Económica Europea para el Desarrollo (OECD) promueve a los países del primer mundo a desarrollar investigaciones neurocognitivas en beneficio del proceso de enseñanza-aprendizaje, apoyando a centros de investigación como los de la Universidad de Harvard (Estados Unidos de Norte América), con su programa *Mind, Brain and Education*, y el Instituto *Max Planck* (Alemania), para que investiguen cómo los métodos de enseñanza tradicional influyen en el aprendizaje y presenten propuestas educativas basadas en los hallazgos de la Neurociencia Cognitiva para mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje (Istance, 2008; Puebla y Palma, 2011).



Otra organización integrada por 16 países que realiza investigaciones neurocognitivas en el campo educativo es el Centro Iberoamericano de Neurociencias, Educación y Desarrollo Humano (CEREBRUM), organización que realizó una investigación a 3.451 docentes de varios países de Latinoamérica (Argentina, Chile, Perú, México entre otros), con el objetivo de determinar el nivel de conocimiento que tienen los/las docentes sobre los aportes que realiza la Neurociencia Cognitiva para mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje y además conocer cuáles son los neuro-mitos que se difunden en el campo educativo. El estudio reportó que aproximadamente el 50,7% de los/las docentes investigadas, no lograron diferenciar entre los aportes que realiza la Neurociencia Cognitiva al proceso de enseñanza-aprendizaje dentro del contexto educativo y

los neuro-mitos que se difunden y aplican los/las docentes en los/las estudiantes considerando que son evidencias científicas (Cerebrum, 2017).

La Neurociencia cognitiva sigue realizando investigaciones que le permitan comprender, cómo la memoria, percepción, razonamiento, emociones y otros procesos cerebrales funcionan y se interrelacionan entre sí en el aprendizaje. Otros campos que están siendo explorados y que guarda relación con el aprendizaje son: La regulación de la conciencia social en el cerebro y viceversa, cómo los cambios en el desarrollo del ciclo vital de las personas influyen en los procesos para aprender y en sus emociones, de qué manera influye la cultura en la neurobiología de los seres humanos y cómo estos transforman las redes y núcleos neuronales (Goswami, 2006; De la Barrera y Danilo, 2009; Fischer, 2009; Puebla y Talma 2011). En la actualidad, la Neurociencia Cognitiva provee bases sustentables para entender cómo funciona el cerebro de los/las estudiantes en los procesos de enseñanza–aprendizaje, para lo cual algunas ciencias dedicadas a la educación incorporan estos hallazgos en el diseño curricular, la metodología, la didáctica y en la evaluación de los aprendizajes (Puebla y Talma, 2011).

La creación de *NeuroEducational* red *Nenet* en la Universidad de Bristol, tiene un papel importante en el desarrollo de un puente que conecta la Neurociencia y la educación; los aportes investigativos de esta red llevaron a formular dos objetivos importantes: el primero es enriquecer, desarrollar, difundir la

comprensión y la práctica educativa, el segundo objetivo, es promover la comprensión científica de los comportamientos asociados al procesos de enseñanza-aprendizaje, a través de estudiarlos de manera más cercana en sus propios contextos sociales, para que se asemejen al mundo real y no a un contexto de laboratorio aislado (Greake, 2004). Las discusiones realizadas en *Nenet*, promovieron el desarrollo de un modelo con distintos niveles de acción para que exploren la compleja interacción e interrelación entre las diferentes concepciones filosóficas del aprendizaje que se localizan en esta nueva propuesta para aprender y enseñar (Howard-Jones, 2008b).



1.2.1 Modelo Neurocognitivo de Howard-Jones

El modelo teórico que plantea la neurociencia cognitiva se elaboró en base a la interacción e interrelación que existe entre cerebro-mente-comportamiento. Este modelo considera que la participación de los agentes sociales tiene un mayor énfasis en el proceso de enseñanza–aprendizaje, de tal manera que orienta y enriquece el trabajo pedagógico que realizan los/las docentes con sus estudiantes, con la finalidad de estimular los procesos emocionales, cognitivos y comportamentales de manera integral y holística (Howard-Jones, 2011).

A continuación, se presenta (Figura 1) El modelo que incorpora la triada (cerebro-mente-comportamiento) y su interacción dentro de un ambiente social de aprendizaje entre dos personas.

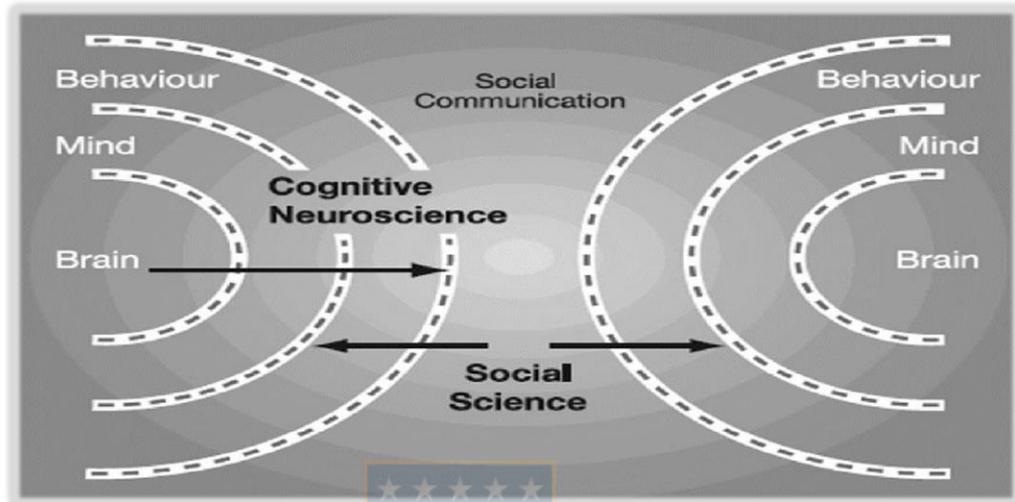


Figura 1 . Representación del modelo cerebro–mente-comportamiento y su interacción social (Howard-Jones, 2011, p.125).

En la (figura 1), se puede observar la interacción entre dos personas que se comunican entre sí. A partir de los círculos concéntricos se observa que el cerebro y la mente son objeto de estudio de la Neurociencia Cognitiva mientras que el comportamiento está más vinculado a las Ciencias Sociales. Debe haber un vínculo entre la Neurociencia Cognitiva y las Ciencias Sociales para que se puedan abordar los tres aspectos: cerebro-mente-comportamiento. Esta triada permite tener una visión sistemática de cómo estos tres elementos cerebro-mente-comportamiento convergen entre sí, por una parte, la disposición neural y el funcionamiento de la mente y, por otro, las variables externas que podrían existir en el aula clase.

Este proceso de trabajar conjuntamente entre la triada y el contexto social de los/las estudiantes, tiene el propósito de perfeccionar la eficiencia, eficacia y efectividad del aprendizaje que los/las educandos construyen en un contexto educativo (Howard-Jones, 2011, p. 125).

Para lograr que esta triada (cerebro-mente-comportamiento) interactúe dentro de un proceso de enseñanza-aprendizaje en el aula de clase, Howard-Jones (2011) considera dos principios necesarios en la educación, que se deben tomar en cuenta por cuanto estos se encuentran relacionados con la visión neurocognitiva y de las Ciencias Sociales en el aprendizaje; a continuación, se dará cuenta de los principios que subyacen al modelo de Howard-Jones (2011), basado en evidencias empíricas de la neurociencia cognitiva:

1) Plasticidad Cerebral

Se refiere a que el cerebro continuamente se encuentra dispuesto para aprender durante toda la vida y con la capacidad de adaptarse a nuevas circunstancias, ajuste que conlleva a cambios particulares en la estructura propia del cerebro (Howard-Jones, 2011). De acuerdo a lo anterior, el cerebro es un órgano sensible, moldeable y flexible a las vivencias, lo que permite el desarrollo de nuevos aprendizajes. Gracias a la plasticidad cerebral, el cerebro tiene la capacidad de ir desarrollando nuevas redes neuronales a lo largo de la vida,

permitiendo nuevos aprendizajes, por tanto, el cerebro humano es capaz de adaptarse a cualquier necesidad requerida para la incorporación de un nuevo aprendizaje (Gago y Elgier, 2018).

En relación a lo expresado en el párrafo anterior sobre la plasticidad cerebral, una investigación (Maguire et al., 2000) mediante un estudio de fMRI (Resonancia Magnética funcional) escanearon el cerebro de taxistas londinenses que tenían una amplia experiencia en este trabajo y se las comparó con otras resonancias magnéticas realizadas a los cerebros de personas que no conducían taxis. Los investigadores reportaron que la actividad cerebral del grupo de taxistas tenía un mayor desarrollo del hipocampo posterior, en relación a las personas que no conducían taxis, resultado que se podría entender por cuanto el trabajo de las personas que conducían taxis consistía en retener las direcciones hacia dónde se dirigen los/las pasajeros/as, actividad que utilizaba el hipocampo, ya que esta zona del cerebro se encarga de retener la información espacial.

Otro hallazgo realizado por Blakemore y Frith (2010) evidencia que el cerebro posee una potencialidad para reorganizarse y/o adaptarse a las situaciones que se presentan en su entorno social, realidad que guía a los/las docentes a utilizar estrategias que fomenten la investigación, indagación y curiosidad en los/las

educandos, actividades que desarrollarán y reorganizarán las interconexiones de nuevas redes neuronales en los/las estudiantes.

Los investigadores Draganski et al., (2004) mediante un estudio de fMRI estudiaron la densidad neural personas adultas que habían recibido un entrenamiento de 3 meses de malabarismo, para analizar si se genera un proceso de plasticidad inducida desarrollada por el aprendizaje de actividades de malabar. Los hallazgos indican que los participantes presentaron mayor densidad de la materia gris en las áreas del cerebro que están asociadas al procesamiento y almacenamiento de los movimientos visuales complejos, áreas cerebrales específicas que se activaron al principio del entrenamiento.

En la segunda fase del experimento se les pidió que dejen de entrenar el malabarismo y tres meses después aproximadamente se volvió a estudiar sus cerebros y se observó que la densidad de la materia gris en el área medial temporal que habían aumentado disminuyó, provocando una poda neuronal en la que las conexiones neurales que se habían potenciado con el entrenamiento, disminuyeron a su estado original. Esta evidencia empírica sustenta la idea de plasticidad funcional del cerebro.

Es trascendental para los educadores/as comprender qué significa y cuál es el alcance de la plasticidad cerebral, ya que ésta posibilita la adquisición de

nuevos conocimientos. Morgado (2005, p. 221) expresa que a mayor nivel de plasticidad del sistema nervioso, existe una mayor posibilidad de desarrollar un aprendizaje, por lo que debe entenderse que el aprendizaje es el resultado de la transformación del sistema nervioso central, es decir, la plasticidad cerebral y sus procesos de inter conectividad cerebral se transforman por la interacción e interrelación que se realiza entre el sujeto o los sujetos con sus experiencias vividas (Codina, 2015, p.19).

2) Aprendizaje como Construcción social

Las teorías socioculturales impulsadas por Vygotsky (1978) consideran que la interacción social promueve el diálogo, permitiendo incorporar aprendizajes para el desarrollo de los procesos cognitivos de las personas. Para Rodríguez y Alemán (2009); Lave (2009^a); Lave (2009^b), las teorías socioculturales encaminan al ser humano a tener una visión distinta para enseñar o aprender, por cuanto orientan a comprender que las facultades psicológicas que poseen las personas se perfeccionan a través de la praxis social.

Según estas teorías, el aprendizaje es capaz de modificar las estructuras del conocimiento de una persona o de varias, por lo que es necesario considerar los factores que inciden en el proceso de aprender como son: la práctica constante, el contexto en el que se desarrolla el aprendizaje, la identidad para la aplicación

adecuada del aprendizaje y que el aprendizaje sea significativo para el/la estudiante (Wenger, 2001). Las transformaciones constantes del cerebro se deben a las interacciones que el/la estudiante construye en sus vínculos y relaciones con sus compañeros/as del aula clase, porque se encuentra expuesto a influencias socio-emocionales-culturales, derivadas de su convivencia estudiantil, interacción que desarrolla la construcción de su identidad, sentido de pertenencia y la valoración a sus raíces socioculturales en la que vive.

Los/las investigadores/as con un enfoque constructivista, consideran que el proceso de aprendizaje de los/las estudiantes resulta de una construcción social, producto de su participación en las prácticas sociales resultantes de un proceso histórico-cultural desarrollado en su contexto (Lave y Packer, 2011). Para estos investigadores, el proceso de enseñanza-aprendizaje, que se desarrolla en el contexto educativo, asume un rol formal el cual inicia por reconocer que el/la aprendiz y/o quien o quienes enseñan viene con un acervo cultural, producto de sus raíces evolutivas históricas generadas en la práctica.

Los supuestos teóricos desarrollados por el Cognitivismo, Constructivismo social, biológico e integrador, permiten tener una mejor comprensión sobre cómo se realizan los procesos de interacción e interrelación entre la cognición, la emoción y la interrelación social, motivo por lo que algunas teorías agregan dos

nuevas variables como mediadoras de esta interrelación que son: la interacción social y las emociones (Howard-Jones, 2011).

Howard-Jones (2011) considera que la Plasticidad cerebral y el Aprendizaje como construcción social son los ejes fundamentales para plantear su modelo teórico neurocognitivo, en base a cinco pilares imprescindibles para el proceso de enseñanza-aprendizaje, que son:

1.2.1.1 Exploración auténtica

De acuerdo a este principio, el/la docente en el aula de clase debe propiciar actividades orientadas a que el/la estudiante busque el sentido y significado del aprendizaje de una manera creativa, para que elabore, rehaga y construya el conocimiento, logrando de esta manera comprender lo que pasa en el contexto social, que se traduzcan en aprendizajes trascendentales, por medio de una exploración auténtica (Ortiz, 2015). Para ello se debe utilizar los órganos de los sentidos para entender cómo y por qué ocurren los fenómenos alrededor de su entorno (Carroggio y Pons, 2007, p.34). Según este principio, los/las educandos deben alcanzar constantemente el desarrollo de conocimientos, destrezas, habilidades y actitudes que le permitan enfrentar diferentes situaciones de la vida diaria, que serán el resultado de la interacción con otros/as estudiantes y el contexto, especificando que el desarrollo de conocimientos, destrezas,

habilidades y actitudes se deben a factores internos y externos al/la estudiante (Correa et al., 2019).

Es indudable que el proporcionar un significado a las experiencias y otorgarles sentido a las personas, cosas, pensamientos, expresiones, que se desarrollan en un contexto social (aula de clase), permite que los/las educandos realicen aprendizajes que son producto de la experiencia, la que probablemente permite un desarrollo eficiente, efectivo y eficaz en cualquier contexto de la vida. Las funciones mentales se desarrollan y transforman en contextos socio-históricos-culturales, ya que el entorno social influye y adquiere un valor causal, es así que el constructivismo socio-cultural considera que el conocimiento se obtiene, acorde a la ley de doble formación, en donde el primer nivel corresponde al inter-mental y el segundo al intra-psicológico, conforme a esta secuencia el factor social adquiere un rol determinante en la construcción del conocimiento en base a un contexto estructurado como es el de la aula clase, los establecimientos educativos, el barrio entre otros (Serrano y Pons, 2011).

La teoría sociocultural de Vygotsky (1979) y la teoría del aprendizaje cognitivo social de Bandura (1987) no solo influenciaron a las teorías educativas, sino que en la actualidad sus planteamientos adquieren relevancia por los resultados neuro-científicos acerca de la relación entre aprendizaje-aspectos sociales-ambientales y emocionales (Barrios-Tao, 2016).

En relación los aportes neurocognitivos al proceso de enseñanza-aprendizaje dentro del aula de clase se recomienda para mejorar la atención utilizar pausas, respetando los tiempos determinados para la atención sostenida con un tiempo determinado para generar los nuevos aprendizajes. Por otra parte, se recomienda que se planifiquen actividades placenteras para reducir los niveles de ansiedad y propicien que el/la estudiante tenga mayor curiosidad y persista para lograr un aprendizaje. Por último, se considera que para mejorar los procesos de la memoria, se debe repetir en diferentes contextos el contenido para que faciliten la memorización a largo plazo y así logren activar el conocimiento guardado, el cual es necesario para conectarlo con el nuevo conocimiento (Valeiro et al., 2016).

Otro aporte de la neurocognición al proceso de enseñanza-aprendizaje es el realizado por Gago y Elgier (2018), investigadores que reconocen la modulación de la actividad genética generada por el ambiente (contexto) en donde se desarrolla una persona, permitiéndole al individuo a realizar una reconstrucción propia a través de la interrelación e interacción del genoma con el medio ambiente, fenómeno que suscita por la conexión, desconexión y reconexión permanente que realizan las neuronas cuando experimentan para aprender.

Además, Araya y Espinoza (2020) expresan que es necesario que en el proceso de enseñanza-aprendizaje, el/la docente debe considerar en sus

planificaciones el potenciar los procesos de experimentación mediante prácticas didácticas interactivas, de tal forma que el ambiente del aula-clase sea motivado para desarrollar la exploración. En síntesis, el currículo de la clase debe contemplar estos aspectos para que despierte la curiosidad al/la educando, los recursos didácticos se caractericen por ser motivadores e innovadores para que el/la estudiante por descubrimiento construya o entienda lo aprendido y las estrategias para evaluar sean variadas y reflexivas.

1.2.1.2. Actividades motivantes

Para lograr que el/la estudiante desarrolle un aprendizaje significativo en todos los contextos por más complejos que sean, el/la docente debe realizar actividades que involucren el funcionamiento de varios procesos cerebrales que intervienen sinérgicamente para originar el desarrollo cognitivo-emocional, por medio de la participación activa del/la educando, con sus opiniones sobre la información relevante desarrollada en el contexto de enseñanza-aprendizaje, lo que permite al/la estudiante sentir que sus opiniones tienen importancia. En este sentido las experiencias del entorno deben desafiar y estimular la curiosidad del/la educando a través de actividades motivantes, desarrollando un ambiente de seguridad y autoconfianza en la clase.

Para Ausubel, Novak y Hanesian (1983) es transcendental el reflexionar que los estados emocionales componen la vida de los seres humanos y el reconocer que esta relación entre aprendizaje y emoción (motivación) están presentes en los procesos de enseñanza-aprendizaje, lo que involucra el funcionamiento de varios mecanismos cerebrales que interactúan de manera sinérgica para favorecer el proceso cognitivo de selección de la información relevante de las experiencias de aprendizaje obtenidas de su contexto.

Un estudio realizado por Immordino y Damasio (2007) en pacientes con lesión cerebral en el lóbulo frontal descubrió que posterior a sufrir un daño en la corteza ventromedial, el comportamiento social de los/las pacientes en estudio se vio comprometido porque presentaban conductas ajenas a las consecuencias de sus acciones, como insensibilidad a los comportamientos de los/las demás personas e incapacidad de aprender de sus errores, a tal punto que algunos pacientes rompieron las normas convencionales sociales e incluso las reglas éticas.

Comportamientos que no habían presentado antes, por lo que se evidenció una separación completa entre el período anterior al inicio de la lesión, ya que los pacientes antes eran ciudadanos honrados, confiables y previsores, en cambio en el período posterior a la lesión, se caracterizó por presentar conductas que a menudo eran desventajosas para ellos y sus familias, inclusive no se desempeñaban adecuadamente en sus trabajos, a pesar de tener las habilidades

requeridas. Esta Investigación enfatiza la vital importancia que tienen los procesos mentales relacionados con el papel que asumen las emociones en los procesos para la adquisición del aprendizaje y evidenciaron neurobiológicamente que el aprendizaje, la atención, la toma de decisión, y el funcionamiento social están extremadamente influenciados por los procesos emocionales.

Meltzoff et al., (2009) e ImmordinoYang (2011) expresan que existe una relación entre la emoción y los procesos cognitivos, y entre las emociones y el aprendizaje, Ballarini (2015), por su parte, establece que hay una interacción e interrelación entre los procesos de la emoción y la memoria que ayudan a desarrollar recuerdos bien consolidados en la memoria a largo plazo. Asimismo, Howrd-Jones (2014) plantea que la memoria explícita es importante en el proceso de enseñanza-aprendizaje, por estar relacionada con los eventos conscientes e intencionales y con las experiencias previas de una persona. En consecuencia, los estudios derivados de la Neurociencia señalan que las emociones positivas permiten que la memoria y el aprendizaje mantengan la curiosidad y la motivación por más tiempo, condiciones trascendentales para el desarrollo de un aprendizaje (Mora, 2017).

Otra investigación reporta la necesidad de considerar que en el proceso de enseñanza-aprendizaje se utilicen estímulos variados y con características multisensoriales que deben ser planificados y aplicados en las estrategias

didácticas que se utilizan en el aula clase, para que se logre estimular las emociones del/la educando/a, generando, de esta forma, un ambiente de aprendizaje motivador, el cual desarrollará un proceso de fijación de los nuevos aprendizajes por parte del/la estudiante. Es trascendental aclarar que estas estrategias didácticas que el/la docente utiliza deben estar orientadas para su ejecución de manera práctica, sencilla y provista de ejemplos novedosos (Totger, 2017, p. 19).

En este sentido, un estudio realizado en un contexto educativo, permitió analizar las diferentes perspectivas cognitivas y/o sociales que poseen las tareas (trabajos escritos/orales), que utiliza el/la docente para desarrollar un aprendizaje, trabajos que producían retos al/la estudiante al momento de resolverlos, por ser realizados en el medio social y evaluativo de la clase, permitiendo, de esta manera, desarrollar una ecología comportamental de inter e intra-aprendizaje, motivada por los componentes psicológicos y/o sociales (Doyle, 1986).

Motivo por lo que se debe desarrollar dentro del aula clase un ambiente agradable, provisto de actividades variadas que faciliten al/la estudiante ser el/la protagonista de la construcción de su aprendizaje, el que debe ser tomado en cuenta y valorado por sus compañeros/as, logrando de esta manera que no se

desarrolle una rivalidad competitiva entre compañeros/as dentro del aula clase (Lara, 2009).

1.2.1.3 Grupos interactivos de trabajo

Este principio es trascendental que el/la docente desarrolle en el aula clase porque los procesos de interacción e interrelación entre estudiantes o grupos de estudiantes (trabajo en equipo) y docente, que tienen como objetivo el buscar soluciones a un problema de aprendizaje, tienen un papel importante en el ambiente educativo del aula clase porque permiten que los/las estudiantes co-construyan un proceso vivencial que beneficia al aprendizaje de contenidos, al desarrollo de habilidades sociales (solidaridad, respeto, empatía, entre otras), y el desarrollo de sus competencias emocionales mediante la interacción de grupo (Ordoñez y Rodríguez, 2016).

La interacción que se realiza cuando se desarrolla el proceso de enseñanza-aprendizaje entre pares dentro y fuera del aula de clase, son generadas espontáneamente; por otra parte, los hallazgos realizados por la Psicología Cognitiva y/o neurocognición encaminadas al área social, expresan que estas interrelaciones entre los/las estudiantes, cuando interviene en el proceso de enseñanza-aprendizaje, le dan significado y significancia al inter e intra proceso de aprender, transformando la actividad educativa en significativa (Lara, 2009).

Los/las educandos cuando interaccionan (trabajo en equipo) en el proceso de enseñanza-aprendizaje con sus compañeros/as de aula, crean un ambiente escolar dinámico, el que posibilita al quehacer educativo, desarrollando conocimientos, técnicas, estrategias de cooperación, en el que la relación docente-estudiante y/o estudiantes-estudiante, establecen una actividad sinérgica orientada al cumplimiento de metas (Rizo, 2007), permitiendo, de esta manera, que los/las educandos co-construyan su propio proceso de aprendizaje gracias a la flexibilidad de la praxis educativa (Escobar, 2015).

El proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollado en el aula clase por medio de equipos colaborativos de trabajo se caracteriza por la conformación de subgrupos con los/las estudiantes (equipos de trabajo de 4 a 5 integrantes), cada grupo debe ser distribuido con característica heterogéneas de sus integrantes en relación a las competencias, habilidad y destrezas que tienen para efectuar una tarea, estrategia que permitirá generar un equilibrio entre los/las educandos, permitiendo que el/la aprendiz conjuntamente con su grupo de trabajo desarrollen contenidos académicos de calidad, obtenidos mediante la discusión y planificación dentro del equipo de trabajo (Coll y Colomina, 1991; Coll et al., 1993).

Estudios realizados por Rizzolatti y Graighero (2004) sobre las neuronas espejo permitieron comprender cómo se realiza el proceso de aprendizaje vicario,

el cual se genera por la interacción entre seres humanos, permitiendo que las neuronas se encuentren en constante evolución. De acuerdo con esto, la interacción social implica un cruce de redes neuronales entre la percepción y la acción (Rizzolatti et al., 1996; Rizzolatti, Fogassi y Gallese, 2001).

El mecanismo que subyace a la acción de las neuronas espejo se basa en la simulación motora y emocional que subyace a la observación de los comportamientos motrices de otras personas (Rizzolatti et al., 2014). De acuerdo con estos hallazgos, el proceso de aprendizaje vicario, la constante evolución neuronal y la conformación de nuevas redes neuronales se da especialmente cuando el/la docente realiza trabajos en grupos (equipos de trabajo) con sus estudiantes dentro del aula clase.

Una investigación de carácter bibliográfica (Webb, 2009), caracterizada por analizar estudios de revisión sistemática de las últimas 4 décadas a partir de 1970, llegó a la conclusión que el trabajar dentro del aula con los/las estudiantes en grupos pequeños logra que los/las educandos aprendan de sus compañeros/as de grupo, siempre y cuando los/las docentes planifiquen, designen roles específicos a cada estudiante y resalten las normas de manera general al curso y a cada grupo. Otro estudio (Reina, 2016) mostró la importancia del rol del/la docente para lograr que los grupos de trabajo alcancen un aprendizaje significativo por medio de una planificación curricular que abarque

una coordinación, organización de responsabilidades mediante los grupos interactivos de aprendizaje.

1.2.1.4 Protagonismo en el estudiante

El protagonismo del/la estudiante en el proceso de enseñanza-aprendizaje es trascendental para la construcción de sus propios aprendizajes (Olivera, 2011), su participación activa producto de la predisposición que tiene para aprender le permite construir sus propios esquemas mentales a través del descubrimiento, análisis, síntesis, comprensión, reflexión y metacognición de lo que aprende, permitiéndole desarrollar aprendizajes significativos con la guía del/la docente (Villalobos-Martínez, Flores-Romero y Londoño-Vásquez, 2017).

Además, el protagonismo del/la educando en el aprendizaje desarrolla autonomía para aprender y ayuda a prevalecer el pensamiento crítico, en donde interviene los niveles de motivación que son importantes al momento de incorporar un aprendizaje (Howard-Jones, Washbrook y Meadows, 2012) por lo que se debe comprender que las expectativas de aprendizaje, la manera de interaccionar con sus compañeros/as de aula clase y docente, fortalecen el conocimientos, habilidades y valores (Gómez, Muriel y Londoño-Vásquez, 2019).

Tukuhama (2012) expresa que para que el/la estudiante sea el/la protagonista de la clase, el/a docente debe ser el guía que esté comprometido con su labor de enseñar, poniendo en ejecución una planificación didáctica, provista de una metodología que permita transformar al/la aprendiz en una persona dinámica, capaz de otorgarle significado y significancia a su propio aprendizaje, porque le permite adaptar los procesos, recursos y materiales a su forma o manera de aprender.

El/la estudiante debe ser el/la protagonista en el proceso de enseñanza-aprendizaje, porque su participación activa es transcendental para construir o co-construir sus aprendizajes, permitiendo de esta manera que las experiencias que desarrolla el/la aprendiz originen un ajuste por medio de la plasticidad cerebral (Anderson y otros, 2011). Las experiencias vividas en el proceso de enseñanza-aprendizaje generan autonomía, vulnerabilidad y resiliencia, gracias a la actuación de tres niveles sistémicos que son: los genes, experiencia y el sistema nervioso (García, Hernández y García, 2015).

Estos tres niveles funcionan como un proceso de ajuste sistémico neuronal, permitiendo que el/la estudiante construya sus propios mapas mentales (esquemas) y categorías de la información que interpreta del entorno en donde se desarrolla e interacciona (Carretero, 2001) a través de una cuidadosa reflexión y/o elección autónoma que se caracteriza por presentar un rol de libre

voluntad y de autodeterminación reflexiva, que influyen en el proceso de enseñanza- aprendizaje (Howard-Jones, 2011).

1.2.1.5 Énfasis en el contexto

El/la docente debe estar claro/a que las diferencias individuales son producto de la composición cerebral de los/las estudiantes y que se deben a factores genéticos y/o ambientales (Bueno, 2020). Los factores ambientales para el aprendizaje en el contexto educativo se originan de las experiencias que viven los/las educandos en su entorno socio-cultural, factores que se encuentran interrelacionados y benefician la formación integral del/la estudiante (Romo, 2012). Por tanto, debe destacarse la necesidad de desarrollar contextos educativos en donde se utilicen las emociones y las actividades novedosas para producir mayores niveles de atención y de la memoria; procesos cognitivos cruciales en el/a educando/a (Ballarín 2015), y que dependerán de la intervención del/la docente, por ser el facilitador del proceso de aprendizaje (Huffman, 2016).

La Neurociencia establece que las instrucciones codificadas en el ADN adquieren un estatus causal único en los resultados evolutivos, muchos genes asociados con las habilidades cognitivas pueden ser identificados, utilizando los Polimorfismos de Single-Nucleótidos (SNPs), comunes en las matrices de ADN actuales (Plomin et al., 2013). En este sentido, los factores ambientales subyacen

a las experiencias vividas en el contexto socio-cultural de las/los estudiantes determinando sus capacidades de procesamiento emocional y cognitivo para reorganizar, de esta manera, las estructuras cerebrales y la generación de nuevas conexiones neuronales (Phye y Pickering, 2006).

Desde el punto de vista neurocognitivo en el proceso de enseñanza-aprendizaje, la intervención pedagógica del/la docente debe hacerse cargo de organizar sistemáticamente todos los elementos contextuales, curriculares, cognitivos y/o emocionales que participan en el contexto educativo, permitiendo al/la estudiante efectuar una co-construcción de sus propias ideas y creencias respecto a lo que aprende de las experiencias vividas en el proceso de enseñanza-aprendizaje dentro de su entorno social (Goswami, 2004).

En el ámbito neurocientífico, el vínculo entre lo innato y lo adquirido, genotipo y fenotipo, cada vez más se va estrechando gracias a los hallazgos que se realizan en relación con la dependencia mutua entre entorno (social y/o natural), desarrollo cerebral y genética (OCDE 2007; Rutter, 2012).

Los cinco principios explicados en los párrafos anteriores son fundamentales para desarrollar un proceso de enseñanza-aprendizaje neurocognitivo, en el que se conjuga los fundamentos provenientes de la Teoría Constructivista con los hallazgos provenientes de la neurociencia cognitiva. Álvarez (2013) sugiere que

para organizar el ciclo didáctico de cada clase, se deben considerar los cambios neurobiológicos que ocurren en el cerebro del/la estudiante al realizar un aprendizaje, consideración que puede fortalecer los procesos didácticos y los modelos educativos. Atendiendo a este criterio, se propone el ciclo didáctico aplicado por Pizarro y Urrutia (2017) en las clases de neurodidáctica. (Figura 2)

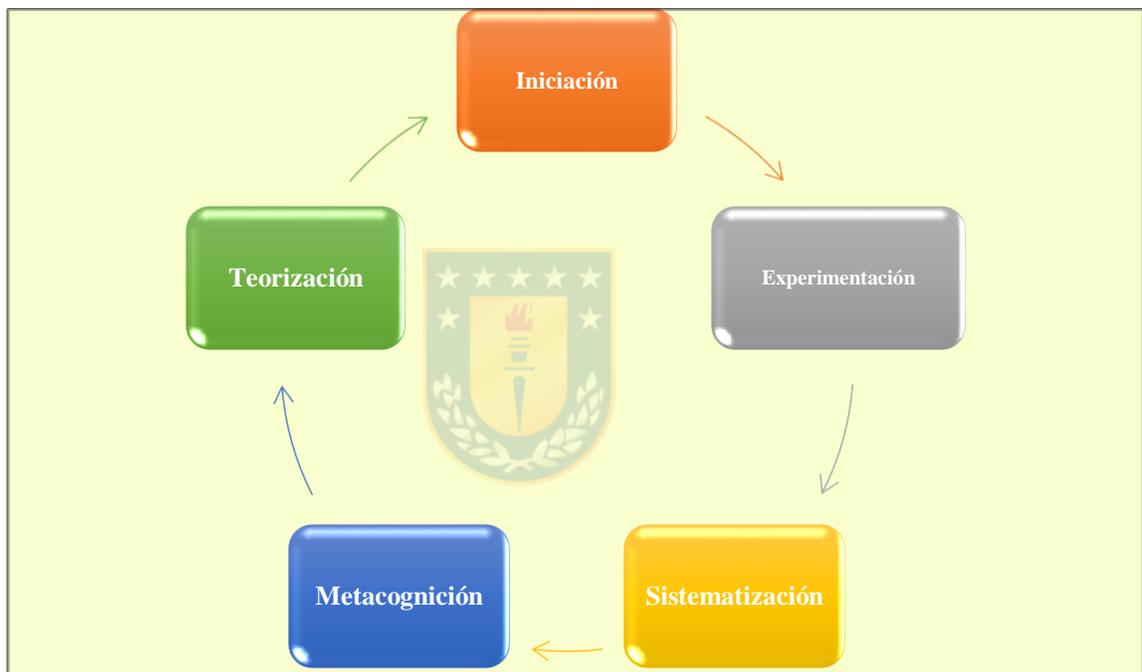


Figura 2 : Ciclo Didáctico del aprendizaje planteado por Pizarro y Urrutia (2017).

En la Figura (2) se puede observar cómo cada uno de los elementos que pertenecen al Ciclo Didáctico del aprendizaje, están independientes e interrelacionados a la vez. Relación que desarrolla un aprendizaje significativo en

el/la estudiante por considerar los procesos cognitivos del aprendizaje y del contexto social; este ciclo didáctico tiene cinco etapas que son:

- 1) **Iniciación:** Comenzar la clase con un recurso que gatille la motivación intrínseca del/la estudiante a través de la curiosidad y la participación activa.
- 2) **Experimentación:** Realizar una actividad práctica en grupos de (4-5) estudiantes para aplicar algún concepto, desarrollar un proceso, analizar una teoría, entre otras, explicado en el aula clase. Cada integrante del grupo debe tener un rol establecido para que la participación de todos/as los/las estudiantes sea por igual.
- 3) **Sistematización:** Es la etapa en que los/las estudiantes organizan los contenidos para sistematizarlos y luego socializarlos en el aula clase a sus compañeros/as.
- 4) **Metacognición:** Programar alguna actividad que permita al/la estudiante “darse cuenta” del concepto, proceso y/o teoría aprendida.

- 5) **Teorización:** Explicar por parte del/la docente, lo que los/las estudiantes no lograron aprender o les falta por aprender. Repasar los contenidos enseñados.

Como respaldo a este modelo, Hinojosa (2016) realizó un estudio exploratorio en estudiantes de enseñanza media de un Liceo Municipal de Concepción-Chile, donde se aplicó el Modelo neurocognitivo de Howard-Jones (2011) en conjunto con el ciclo didáctico planteado por Pizarro y Urrutia (2017) durante todo un semestre académico. La investigadora, además la intervención, aplicó la Escala de Motivación Académica (EMA) (Vallerand et. al., 1989) para indagar en el estado de motivación de los/las estudiantes respecto a las asignaturas de Historia y Geografía.



Los resultados obtenidos en este estudio dan cuenta de la presencia de una motivación extrínseca en las aulas, en comparación con la motivación intrínseca antes de la intervención. Sin embargo, después de la intervención, se evidenció un aumento estadísticamente significativo en un tipo de motivación intrínseca como es la motivación intrínseca por las experiencias estimulantes vividas por los/las estudiantes. Este resultado es relevante, puesto que da cuenta del efecto que tuvo específicamente la intervención en la didáctica de la clase.

Después de la intervención, además se observó correlaciones positivas entre las calificaciones y algunas subescalas de la motivación intrínseca y extrínseca, sobre todo en aquellos/as estudiantes que presentaron mayores problemas en el rendimiento académico antes de la intervención. En consecuencia, aplicar este modelo neurocognitivo basado en evidencias empíricas de las neurociencias a un mayor porcentaje de estudiantes sería un aporte al ámbito educativo.

1.3 Bases neurales del procesamiento numérico y del cálculo matemático.

Los hallazgos realizados por la neurociencia cognitiva en las últimas dos décadas permitieron conocer más acerca de cómo aprende el cerebro que en toda la historia de la humanidad (Ortiz, 2015). Acorde a lo expresado, el apoyo que brinda la Neurociencia Cognitiva en la actualidad a las investigaciones que guardan relación con el comportamiento humano, están alcanzando una trascendencia que se debe en gran medida al desarrollo de las técnicas de imagen que descifran las bases neurales que participan en el proceso de información de manera más precisa; estudios que se iniciaron, utilizando los componentes evocados asociados a eventos (ERP) mediante registro electrofisiológico cerebral, posterior a esto se utilizó las tomografías por emisión de positrones (PET) que permiten obtener imágenes con mayor claridad que los (ERP) y la resonancia magnética funcional (fMRI), que es una técnica aún más precisa, en términos espaciales, que las dos anteriores (Macizo et al., 2016).

Las exploraciones realizadas por la Neurociencia Cognitiva a través de los estudios de fMRI, orientan su atención en investigar cómo se realizan las operaciones matemáticas en el cerebro, buscando así proporcionar una manera para guiar el desarrollo y perfeccionamiento de los procesos de enseñanza-aprendizaje en el área de Matemática y así contribuir al bienestar individual y al desarrollo de la sociedad, ya que su aprendizaje predice mejores oportunidades laborales y éxito profesional (Ancker y Kaufman, 2007).

Los hallazgos cuyo soporte científico están basados en la utilización de técnicas electrofisiológicas como la técnica de Potenciales Evocados (PE), que es una medida directa para observar e cómo se desarrollan los procesos mentales e inferir las estrategias cognitivas que están implicadas. En consecuencia, cuando se realizan tareas experimentales con esta tecnología se podría evidenciar el momento exacto en el que ocurrieron o no estos procesos, puesto que la técnica de ERP tiene una alta estimación temporal, medida en milisegundos (Irrarázabal y Molinari, 2005).

En el aprendizaje de la Matemática, la intervención del lóbulo parietal es concluyente en la resolución de problemas aritméticos y más precisamente el segmento horizontal del surco intraparietal (SHSIP), ya que una de sus principales funciones es la representación interna de cantidad, el procesamiento abstracto de magnitud y su relación; además, el giro angular interviene en el

proceso verbal de tareas específicas en Aritmética, que permite resolver sumas de cantidades pequeñas (Ardila y Roselli, 2007).

Otras áreas que también están implicadas en este proceso de aprendizaje aritmético son la corteza pre-frontal, corteza cingulada, parte posterior del lóbulo temporal y distintas regiones subcorticales; hallazgos que permiten elaborar modelos teóricos explicativos del procesamiento numérico y del cálculo, siendo el de mayor divulgación y soporte el Modelo del Triple Código (Serra-Grabulosa et al., 2010).



1.3.1 Modelo del Triple Código de Dehaene

Este modelo se fundamenta en la trascendencia que posee el sentido numérico en la mente de las personas porque tiene la capacidad de representar cantidades continuas que se dividen en representaciones analógicas y aproximadas. El modelo del triple código es un conjunto de operaciones mentales que realiza el/la estudiante que no necesariamente se llevan a cabo con los números arábigos, sino que también se las puede realizar con cualquier objeto o representación mental.

Cuando se desea relacionar conceptos con dígitos, se desarrolla el sentido numérico en el cerebro; en cambio, cuando se emplean números y/o símbolos

para realizar operaciones aritméticas, son el resultado de un proceso integrativo de dos características de representaciones, la primera es una dimensión simbólica que se sustenta en las propiedades del lenguaje y se utiliza para el manejo exacto de signos y algoritmos numerales y la segunda es independiente del lenguaje, pues se localiza en los circuitos cerebrales que poseen un vínculo con los contenidos viso-espaciales (Dehaene y Cohen, 1995; Dehaene, 1997).

Dehaene y Cohen (1995) postulan tres hipótesis en donde se localizan los núdulos que codifican, decodifican y se coordinan en las diferentes tareas:

1) La información numérica puede ser manejada mentalmente en tres representaciones:



- a) Analógica de las cantidades, en la cual los números se simbolizan como una distribución a nivel de la recta numérica.
- b) Verbal, en el que los números se representan como cadenas de letras formando palabras, por ejemplo, el decir treinta y siete, uno, diez.
- c) Visual arábica, en la que los números se simbolizan como una cadena de dígitos, por ejemplo: 37, 1 y 10.

- 2) Se refiere a los procedimientos de transcodificación que permiten que la información se traduzca directamente de un código a otro, es decir que, dependiendo de la tarea, estos se pasen de manera automática.

- 3) Plantea que cada procedimiento de cálculo se fundamenta en la existencia de una vinculación afianzada de entrada y salida de los códigos.

Observaciones neuropsicológicas por neuroimagen permiten relacionar circuitos tentativos neuroanatómicos para cada uno de los nódulos de este modelo de procesamiento numérico neurofuncional. Se especula que los sectores ventrales occipitotemporales de ambos hemisferios están involucrados en el reconocimiento de la forma de número arábigo visual, por ejemplo, 1 (uno) y que en las áreas perisilvianas izquierdas se encuentran implicadas en las representaciones verbales de número, por ejemplo, Dos (2), como cualquier otra cadena de palabras y lo más importante, es que en la zona intraparietal de ambos hemisferios están implicados en la representación de cantidad analógica (Göbel, Walsh y Rushworth, 2001; Serra-Grabulosa et al., 2010) (Ver Figura 3).

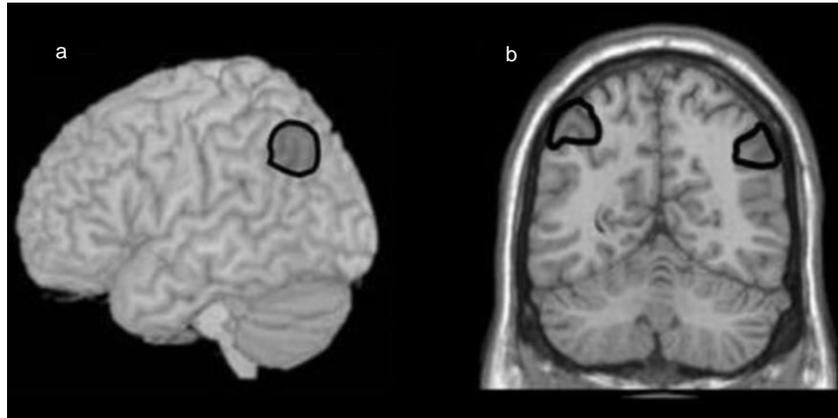


Figura 3. Ubicación del surco intraparietal izquierdo visto desde una perspectiva lateral del encéfalo (a) y en un corte sagital (b) (Serra-Grabulosa et al., 2010).

1.3.2 Representación analógica del número

Una grafía es analógica cuando la representación de una cantidad cambia sobre un intervalo continuo de valores, porque existe una semejanza intrínseca entre el fenómeno que se desea simbolizar y la representación mental, desarrollando la existencia de dos sistemas de representaciones: la estructural y la episódica. En la representación analógica de la magnitud, las cantidades numéricas se simbolizan como una repartición de números sobre una línea de izquierda a derecha o viceversa, según sea la cultura, nivel en el cual la cantidad o magnitud está asociada a un número explícito, que se la utiliza preferentemente para los números enteros, por ejemplo, el (3) (Ballesteros, 1993; Jacobovich, 2006).

La grafía de un número arábigo, por ejemplo el (6), es una representación visual que cuando se le codifica y decodifica, se la puede utilizar para realizar operaciones de cálculo con varios dígitos escritos y que requieren precisión, proceso que se realiza por la existencia de dos rutas para la lectura de números, la ruta superficial es la que permite leer cualquier número arábigo no familiar, como por ejemplo las fórmulas matemáticas y/o químicas, que involucra una recodificación a-semántica mediante la utilización de algoritmos de conversión. Al no ser semántico este proceso no garantiza el camino al significado del número y la otra ruta es la semántica profunda que solo actúa con números familiares, que poseen una entrada léxica determinada como fechas calendáricas importantes o tipos de autos, por lo que se puede acceder a la representación de modo directo.



Por consiguiente, se podría resumir que al igual que en la lectura de palabras, la lectura de los números arábigos involucra tres principales rutas de procesamiento numérico, que son: 1) Una superficial no léxica, 2) Una semántica profunda, y 3) Una léxica a-semántica (Salguero, 2007).

Investigadores plantean que la lectura de los números es estructuralmente equivalente a leer palabras; no obstante, estos dos procesos se encuentran fundamentados, funcional y neuro-anatómicamente por formas diferentes. Los hallazgos mencionados aportan a sustentar la hipótesis de que el surco

intraparietal y el segmento horizontal se encargan específicamente de la representación interna de las cantidades y del procesamiento abstracto de las magnitudes (Cohen, Dehaene y Verstichel, 1994; Dominguez, 2008) (Ver Figura 4).

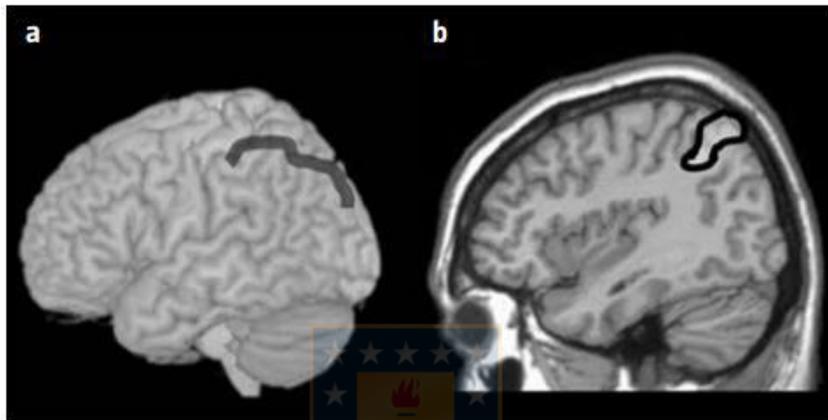


Figura 4: Localización del surco intraparietal izquierdo visto desde una perspectiva lateral del encéfalo (a) y en un corte sagital (b) (Serra-Grabulosa et al., 2010).

1.3.3 Dinámica neuronal del procesamiento de las fracciones

En contraposición no radical con lo expresado sobre la presencia de sesgos que impiden o dificultan el aprendizaje de fracciones, surgen evidencias empíricas que proponen que los seres humanos poseemos una arquitectura cognitiva que posiblemente tiene sistemas idóneos para apoyar el proceso de aprendizaje de las fracciones. De hecho, existen evidencias empíricas que en la arquitectura neurocognitiva se encuentran redes neuronales aptas para apoyar el aprendizaje

de las fracciones y que pueden ser utilizadas para desarrollar su aprendizaje (Piazza, 2010).

La presencia de dificultades frecuentes en el aprendizaje de fracciones llevan a investigadores/as a sustentar que en el proceso de aprendizaje de las fracciones intervienen diferentes estructuras arquitectónicas neurocognitivas, que cuando se aprende con números enteros (Dehaene, 2011) porque la grafía del número entero es un solo símbolo (ideograma), posible de discriminarlo y comprenderlo conceptualmente. Esto desarrolla un aprendizaje relativamente fácil para la mayoría de los/las estudiantes, ya que existe una correlación neurocognitiva de los sistemas de representación mental con una larga historia filogenética (Dehaene y Cohen, 2007; Piazza, 2010).

Los investigadores Lewis, Matthews y Hubbard (2015) expresan que muchas de las equivocaciones al aprender fracciones no surgen de la incompatibilidad entre el concepto de fracción y la arquitectura cognitiva del/la estudiante, sino que los métodos actuales de enseñanza-aprendizaje no facilitan el aprendizaje, carecen de eficiencia y desaprovechan las capacidades neurocognitivas y perceptivas de los/las educandos. Estos autores formulan que los métodos de enseñanza no consideran los siguientes puntos:

- 1) Las bases neurales del procesamiento numérico y del cálculo sugieren que la intervención del lóbulo parietal es determinante para la resolución de los problemas aritméticos, aclarando que interviene de manera más precisa el segmento horizontal del surco intraparietal, ya que sus principales especializaciones son la representación interna de cantidad, el procesamiento abstracto de las magnitudes y su relación (Serra-Grabulosa et al., 2010).

- 2) Se reconoce que el giro angular interviene en el proceso verbal de explícitas tareas aritméticas y admite la resolución de los problemas matemáticos, como el aprendizaje de las tablas de multiplicar y las sumas de pequeñas cantidades. Otros estudios indican la participación de la corteza pre-frontal, la parte posterior del lóbulo temporal, la corteza cingulada y distintas regiones subcorticales (Serra-Grabulosa et al., 2010).

- 3) El Modelo del Triple Código permite acceder a las representaciones abstractas desde tres formas: verbal, visual y analógica de las magnitudes. Estudios neuropsicológicos permiten relacionar los circuitos tentativos neuroanatómicos para cada uno de los nodos del Modelo. Estas posibles áreas son: los sectores ventrales occipito-temporal de ambos hemisferios que se encuentran involucrados en reconocer la forma del número arábigo, las áreas perisilvianas izquierdas que se encuentran implicadas

en las representaciones verbales de los números, como cualquier otra cadena de palabras y lo más importante, es que en la zona intra-parietal de ambos hemisferios están implicados en la representación de la cantidad analógica (Göbel, Walsh y Rushworth, 2001; Serra-Grabulosa et al., 2010).

- 4) Una grafía es analógica cuando la representación de una cantidad cambia sobre un intervalo continuo de valores, además por la existencia de una semejanza intrínseca entre el fenómeno que se desea simbolizar y la representación mental, parte de las representaciones analógicas más conocidas son las mentales (Ballesteros, 1993).
- 5) Los hallazgos con respecto al procesamiento numérico aportan a la hipótesis de que el surco intra-parietal y el segmento horizontal se encargan específicamente de la representación interna de las cantidades y del procesamiento abstracto de las magnitudes, sin diferenciar el formato simbólico o no simbólico de los estímulos (Dominguez, 2008).
- 6) Cuando el conocimiento de las fracciones se aprende significativamente en la educación básica, se puede predecir una ventaja en el aprendizaje de los conocimientos de Álgebra y de forma general de la Matemática durante la educación básica superior (Siegler et al., 2012).

7) En definitiva, los conceptos se desarrollan observando los objetos en un contexto de discernimiento más perfeccionado del que ellos realmente representan, por ejemplo, el concepto de fracciones Homogéneas, Heterogéneas, Mixtas, congruentes e incongruentes, entre otros. Estos conceptos se pueden comprender como un objeto de la variedad de las fracciones, por este motivo de manera general se estaría hablando de objetos matemáticos (Pecharromás, 2013).

En la actualidad, la gran mayoría de las propuestas de programas de enseñanza-aprendizaje se encuentran desarrollados desde el punto de vista constructivista. Es innegable que en el mundo actual, la educación requiere que las actividades educativas se encuentren inmersas, por una parte, de una concepción del conocimiento sobre el ser humano y el mundo, y por otra parte del conocimiento organizado y sistematizado de la ciencia, aplicado a tareas prácticas y concretas (Faure y otros, 1973). En el proceso educativo en que la adquisición y la actualización de los saberes en la educación dentro de la sociedad del conocimiento deben permitir una mejor comprensión del mundo y de sus interrelaciones, los vínculos sociales de cohesión son fundamentales (Delors, 1996).

1.4 Las Fracciones

En la Matemática, el aprender las fracciones es trascendental, porque ayuda al/a estudiante a desarrollar un pensamiento proporcional y un conocimiento reflexivo del sistema numérico (Lamón, 2007; Siegler y Schneider, 2011). Motivo por el que la enseñanza de fracciones en el currículo se encuentra distribuido en todos los niveles de educación (primaria, secundaria y superior). En el nivel de educación primaria, según la (Common Core State Standard Initiative (CCSSI, 2010), los/las estudiantes de tercero y cuarto año de educación básica deben aprender a la fracción como medida; de cuarto a sexto año los/las educandos conocen y desarrollan procesos aritméticos con fracciones (suma, resta, multiplicación y división) y de sexto a séptimo año resuelven problemas con fracciones (Proporciones y porcentajes). A pesar de que en la mayoría de los países aplican esta secuencia curricular para enseñar fracciones, existen estudiantes que presentan un bajo nivel de comprensión.

El concepto de fracciones tiene varias interpretaciones, así se lo relaciona con los conceptos de proporción, el de razón, el de división, el de la regla de tres simple e inversa, entre otros (Ríos, 2011). El/la educando en el transcurso de su de vida escolar va desarrollando el concepto de fracción, el que se afianza en el séptimo año de educación básica, ya que en este año el/la estudiante debe aplicar el concepto de fracción y relacionarlo con otros contenidos matemáticos.

A pesar de este largo recorrido en el proceso del aprendizaje de las fracciones, los/las educandos no logran cimentar su aprendizaje, lo que dificulta que el/la estudiante logre entender las relaciones que se desarrollan entre el concepto de fracción y los diversos significados que adquiere (Streefland,1991).

El concepto de fracción es plurisemántico porque su construcción se sustenta en una estructura conceptual desde y a través de las representaciones mentales, como son: parte todo $\frac{a}{b}$, cociente o notación decimal 18.65, porcentaje 40% y razón 12:4, las que otorgan el significado y significante al concepto de fracción (Cristacho y Cristacho, 2019). Esto último orienta a pensar que el concepto de fracción posee varios significados y estos van acorde a la operación que se realiza, y estos son:



1. **Parte-todo.** – Esta forma de representar una fracción consiste en mirar cómo un todo a la expresión $\frac{a}{b}$ en donde “**a**” es el numerador e indica en cuantas partes está dividido el número entero y “**b**” es el denominador y señala el valor máximo que puede alcanzar un número entero, proceso que establece la relación entre dos cantidades específicas, lo que gráficamente representa una cantidad distribuida en partes similares.
2. **Cociente o notación decimal.** – Esta representación de la fracción orienta a que se la vea como una división entre dos números enteros, es

decir $\frac{a}{b}$ (“**a**” dividido para “**b**”), en donde “**a**” pasa a ser el dividendo y “**b**” es el divisor.

3. **Porcentaje.** – Es necesario recordar que un valor representado en porcentaje es realmente una manera específica de expresar una fracción; para transformar una fracción $\frac{a}{b}$ en porcentaje primero se divide el numerador del denominador y el resultado se multiplica por cien ($a \div b \times 100 = \dots\%$).

4. **Razón.** – La fracción se presenta como una comparación entre dos cantidades, es decir $\frac{a}{b}$ como razón, evidencia la comparación en dos direcciones entre los valores de “**a**” y de “**b**”, valorando el orden en el que se presentan las magnitudes comparadas, es decir si la relación de **A** respecto de **B** es $\frac{a}{b}$, entonces **B** es $\frac{a}{b}$ respecto de **A**.

1.4.1 Tipos de Fracción

Generalmente se conocen dos tipos de fracciones cuando se los clasifica según el valor de su numerador en relación al denominador y viceversa, estas son: a) Las fracciones propias, que se caracterizan por tener el numerador menor que el denominador, es decir $\frac{a}{b}$ “**a**” es menor que “**b**” dando como resultado un valor

menor a un entero ($\frac{3}{8} = 0,375$), y b) Las fracciones impropias, que son aquellas que tienen el numerador mayor que el denominador, es decir $\frac{a}{b}$ "a" es mayor que "b", operación que expresará un resultado mayor que un número entero ($\frac{8}{3} = 2,666$).

Es necesario expresar que existe otra manera de expresar las fracciones impropias, conocidas como números mixtos por cuanto se presenta un número entero acompañado de una fracción, es decir $N \frac{a}{b}$, en donde "N" es un número entero y $\frac{a}{b}$ es una fracción ($3\frac{2}{5} = \frac{17}{5}$).

Otra clasificación que se realiza a las fracciones es acorde a sus componentes, es decir, cuando el numerador o el denominador de las fracciones se repiten se está frente a las fracciones con componentes comunes, ejemplo $\frac{a}{b}$ y $\frac{a}{c}$ en este caso los numeradores son comunes ($\frac{2}{3}$ y $\frac{2}{6}$) o puede ser $\frac{a}{b}$ y $\frac{r}{b}$ en este par de fracciones los denominadores son comunes ($\frac{3}{2}$ y $\frac{6}{2}$); en cambio cuando los componentes de las fracciones son todos diferentes se llaman fracciones sin componentes comunes, por ejemplo: $\frac{a}{b}$ y $\frac{s}{c}$ en decir ($\frac{4}{6}$ y $\frac{5}{2}$).

Para el investigador Van Eeckhoudt (2013) las fracciones pueden ser congruentes con componentes comunes, porque comparten el mismo

denominador por ejemplo: $\frac{a}{b} < \frac{c}{b}$ en decir ($\frac{4}{6} < \frac{5}{6}$), e incongruentes con componentes comunes, porque comparten el mismo numerador por ejemplo: $\frac{a}{b} < \frac{a}{c}$ es decir ($\frac{3}{7} < \frac{3}{5}$). En cambio, para Van den Brade (2014) existen fracciones congruentes sin componentes comunes y son las que tiene el numerador y el denominador de mayor magnitud que la otra fracción por ejemplo: $\frac{a}{b} < \frac{s}{c}$ en decir ($\frac{2}{6} < \frac{5}{9}$), por otro lado, las fracciones incongruentes sin componentes comunes, es cuando un par de fracciones en donde la fracción mayor tiene el numerador y el denominador más pequeño por ejemplo: $\frac{a}{b} < \frac{s}{c}$ en decir ($\frac{4}{9} < \frac{2}{3}$); y por último expresa que las fracciones neutras sin componentes comunes, se refieren a un par de fracciones en el que una de ellas presenta el mayor numerados mientras la otra tiene el mayor denominador como por ejemplo $\frac{1}{4} < \frac{2}{3}$.

1.4.2 Dinámica del proceso de enseñanza de las fracciones

Investigaciones enfocadas en cómo intervenir en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, reconocen que los números racionales y dentro de estos, las fracciones establecen un concepto central en el perfeccionamiento del pensamiento proporcional (Lamón, 2007). Varios autores concuerdan que en la Matemática el aprendizaje de las fracciones es considerado como el modelo general de los números racionales $\frac{a}{b}$, en donde la “a” y la “b”, son números

enteros y como tales se encuentran estrechamente vinculados a los porcentajes, a los números decimales, a las razones y proporciones (Galen, 2008).

En el currículum de educación básica, las operaciones aritméticas y el de las fracciones tienen un valor en el desarrollo del aprendizaje de la Matemática, ya que favorece al conocimiento profundo y madurativo del sistema numérico (Siegler y Schneider, 2011). El proceso cognitivo que el/la estudiante debe desarrollar antes de iniciar el aprendizaje de fracciones se divide en tres etapas, que son:

La primera:



La representación de un número entero y las operaciones básicas que se pueden desarrollar (suma, resta, multiplicación y división). Además implica haber practicado y comprendido su uso, no sólo en ejercicios aritméticos mecánicos, sino también en la resolución de problemas (Morales, 2011).

Segunda etapa:

Se debe conocer cuál es la jerarquía y su aplicabilidad de las propiedades de las operaciones aritméticas (conmutativa, asociativa, distributiva) y la de los conceptos de elemento neutro y elemento opuesto e inverso (Morales, 2011).

Tercera etapa:

El/la estudiante tiene que conocer y saber operar el concepto de divisibilidad de los números naturales, del máximo común divisor y del mínimo común múltiplo (Cortina, Zúñiga, y Visnovska, 2013; Cortina, 2014).

El conocimiento que tienen los/las estudiantes sobre las fracciones es muy elemental, a tal grado que los resultados de aprendizaje reportados son bajos en la mayoría de los países, fenómeno que suscita en todos los niveles de educación (escuela, colegio y universidad) y en todas las edades, porque presentan dificultad para comprender y operar con fracciones (Stigler, Givvin, y Thompson, 2010; Siegler et al., 2013). La Psicología Cognitiva al realizar investigaciones sobre el aprendizaje de la Matemática y dentro de esta el aprendizaje de las fracciones reportan que uno de los problemas que presentan los/las estudiantes es el que no logran comprender qué es o a qué corresponde la magnitud de una fracción representada de manera simbólica (Bonnato et al., 2007; Kallai y Tzelgov, 2009).

Uno de los problemas detectados en la enseñanza de fracciones por parte de los/las docentes, es que aplican el mismo proceso didáctico que emplea para enseñar números enteros, como, por ejemplo: el simbolismo $\frac{a}{b}$ adquiere un significado limitado, porque la fracción es vista únicamente como una división, es

decir, como una representación de la unión de dos acciones diferentes. Esto explicado de otra manera sería que la fracción $\frac{2}{5}$ señala, dividir un todo en cinco partes semejantes y tomar dos. Cuando se desea explicar el concepto de fracción, los ejemplos más utilizados en el ámbito escolar son el repartir equitativamente frutas, pizzas, pasteles y figuras geométricas, lo que termina reduciendo la idea que verdaderamente involucran al concepto de fracción (Butto, 2013).

La enseñanza de fracciones introduce una sucesión de propiedades no ajustables para ser aplicadas a los números naturales. Para comprender esto, es prioritario diferenciar que los números naturales y la numerosidad de una fracción consigue ser representada a través de otros números racionales. La numerosidad de la fracción disminuye con el proceso de multiplicación y se incrementa con el de la división; esta actividad numérica de la fracción induciría a los/las educandos a replantear su comprensión conceptual sobre los números fraccionarios (Stelzer et al., 2016).

Los/las estudiantes aprenden nuevos conceptos y procedimientos para operar fracciones, que a menudo se contradicen con los aprendizajes obtenidos al operar números naturales, por ejemplo, la multiplicación de dos números fraccionarios puede que sea menor que la intervención de factores ($\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$), caso contrario, que cuando se multiplican dos números enteros ($2 \times 4 = 8$); donde

siempre el producto será mayor. Otro ejemplo es que cualquier fracción puede escribirse en infinidad de formas equivalentes ($\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{9}{18}$), procesos que complican su aprendizaje si se desea enseñarlo como si fueran números enteros, esto desarrolla la presencia de sesgos y diversas maneras de razonar para comparar fracciones con componentes comunes y no comunes (Gómez et al., 2014; Gómez y Dartnell, 2015).

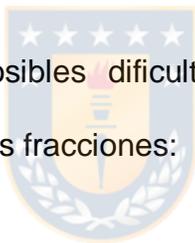
Ante la tarea de comparar fracciones, las personas adultas recurren a variadas habilidades cognitivas, las que dependen del grado de complejidad de la tarea, así utilizan estrategias propias del procesamiento componencial que aplican cuando comparan fracciones que tienen componentes comunes, ejemplo: $\frac{5}{7}$ en relación a $\frac{5}{3}$ o $\frac{6}{7}$ en relación a $\frac{4}{7}$ (Meert, Grégoire y Noel, 2009), también utilizan la estrategia del procesamiento holístico que es utilizado continuamente cuando se comparan fracciones sin componentes comunes, ejemplo $\frac{8}{3}$ en relación a $\frac{1}{9}$ o $\frac{2}{6}$ en relación a $\frac{7}{4}$ (Schneider y Siegler, 2010).

Cuando el conocimiento de fracciones que se enseña en educación básica está bien desarrollado y el/la estudiante aprende adecuadamente este contenido, genera una ventaja en el aprendizaje del álgebra y en general de la Matemática durante la educación básica superior. Esta correspondencia se mantiene inclusive al controlar variables que se manifiestan como predictores particulares

del aprendizaje de la Matemática, como son: las funciones ejecutivas, memoria de trabajo, capacidad de lectura, entre otras; evidencias que permiten inferir la importancia que tiene el aprendizaje de fracciones (Siegler et al., 2012) en la formación académica de los estudiantes (Vamvakossi y Vosniadou, 2010).

Para Siegler y Schneider (2011); Siegler et al., (2013); Lewis, Mathews y Hubbard (2015) algunas de las dificultades que se presentan en el aprendizaje de las fracciones pueden ser originadas por los inadecuados métodos de enseñanza-aprendizaje que aplican los/las docentes en el aula clase.

Se identifican cuatro posibles dificultades didácticas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las fracciones:



- 1) La definición de fracción tiene algunas conceptualizaciones que identifican a un mismo elemento, fenómeno que se origina porque los/las investigadores/as en este campo, se preocupan por describir y analizar las nociones matemáticas que se utilizan en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las fracciones, es así que para Berh et al., (1993); Kieren (1993; 1976); Thompson y Saldanha, (2003) existen por lo menos cuatro significados diferentes que tiene la fracción: 1) parte-todo, 2) medida, 3) razón y 4) operador, lo que complica unificar y desarrollar un concepto que sea comprendido por el/la estudiante.

- 2) La perspectiva teórica psicológica del constructivismo orienta a identificar y detallar las representaciones mentales que desarrollan los procesos de enseñanza-aprendizaje de las fracciones y cómo la aplicación de estas metodologías viabilizan el perfeccionamiento de estas representaciones mentales (Morfin, Cardoso, y Zúñiga, 2012).
- 3) El aprendizaje de las fracciones presenta una complejidad conceptual porque pasa por algunas facetas, como el comprender que las fracciones son números que cuantifican el tamaño de una magnitud continua, esto se refiere a la complejidad intrínseca de pensar que una expresión lingüística como $\frac{3}{4}$ del pastel puede originar un pensamiento de que es una sola masa cuyo tamaño corresponde al triple de la cuarta parte del pastel, pensamiento complejo de codificación y decodificación que limita la verdadera concepción que debe tener una fracción (Cortina, 2014).
- 4) La didáctica alude sobre cómo desarrollar propuestas que viabilicen el proceso de enseñanza-aprendizaje del concepto, resolución de ejercicios aritméticos y de problemas con fracciones. Algunas investigaciones sugieren que estas dificultades se pueden solucionar dentro del aula clase, para lo cual señalan cuatro propuestas que son recopiladas y analizadas:

- 1) Utilización de situaciones problemáticas que implican la repartición de múltiples enteros, como un medio para apoyar el aprendizaje de fracciones mixtas, propias e impropias (Streefland, 1991).
- 2) Uso de la medición como eje central en la enseñanza-aprendizaje de fracciones (Lamon, 2007).
- 3) Iniciar el proceso de enseñanza-aprendizaje de fracciones desde el concepto de razón (Brousseau, Brousseau y Warfield, 2004).
- 4) Focalizar la enseñanza de números racionales y fracciones en la idea de una magnitud continua (Davis, Hunting y Pearn, 1993).

En relación con las dificultades más frecuentes que presentan los/las estudiantes para aprender fracciones se pueden sugerir las siguientes:

- 1) Dificultad de acceso a las magnitudes holísticas simbólicas de fracciones, este es un problema que incluso los/las matemáticos/as expertos/as la reconocen como tal, porque la descripción de la magnitud de una fracción es un elemento importante de los conocimientos conceptuales que predice la exactitud en el cálculo de fracciones (Obersteiner et al., 2013; Siegler y Pike, 2013).

2) Está relacionada directamente con la primera dificultad, la diferencia se encuentra en las conceptualizaciones que hay entre número entero y número fraccionario, ya que cuando se habla de magnitudes el número entero tiene su propio valor que es el que indica el número, es decir, siete vale siete (7) y no es difícil decir siete (7) es mayor que seis (6) y menor que ocho (8), en cambio en una fracción, por ejemplo, cuando se dice $\frac{7}{3}$ complica el reconocer si es mayor que $\frac{9}{5}$ o si es menor que $\frac{6}{2}$, la presencia de este sesgo orienta a pensar que los/las estudiantes aplican de manera errada los conceptos y procedimientos cuando operan fracciones (Ni y Zhou, 2005).



3) Incapacidad para reconocer que existen propiedades únicas para los números enteros y que ellas son diferentes a las propiedades de las fracciones: 1) las fracciones a diferencia de números enteros no tienen ningún sucesor directo. 2) existe un número infinito en relación de una fracción a otra. 3) la multiplicación por una fracción positiva a veces produce un resultado que es más pequeño que el original de los operandos, mientras que cuando se realiza una división, las fracciones pueden producir un resultado que es mayor que los operandos, dependiendo de la magnitud del multiplicador o divisor (Vamvakossi y Vosniadou, 2010; Pecharromán, 2013).

1.5. Evidencias empíricas de programas de enseñanza/aprendizaje de fracciones desde un enfoque constructivista

En primer lugar, la investigación realizada por García et al., (2016) describe la construcción de un Modelo Teórico Local (MTL) inicial sobre la enseñanza de fracciones. El objetivo fue aplicar herramientas tecnológicas para enseñar los procesos matemáticos relacionadas con el contenido de las fracciones. El programa se ejecutó en cuatro fases: 1.- Elaborar los elementos de un Modelo teórico local preliminar sobre las fracciones y su enseñanza, 2.- diseñar una secuencia didáctica basada en applets, 3.- poner a prueba la enseñanza didáctica, el programa applets tenía siete pasos en la secuencia de aprendizaje. 4.- analizar las actividades que realizan en los applets los/las educandos.

La applets tiene 7 fases que el/la estudiante debe realizar: 1) Analizar las interacciones entre numerador, denominador y los componentes de la representación simbólica, 2) relacionar el orden de las fracciones de acuerdo a su ubicación, 3) Identificar el segmento $(0,1)$ como unidad, 4) diferenciar entre fracciones propias e impropias considerando su naturaleza, 5) afianzar las particularidades de las fracciones propias e impropias con el objetivo que el/la estudiante logre clasificarlas, 6) comparar y ordenar las fracciones de acuerdo a la particularidades del numerador y 7) desarrollar el concepto de orden y equivalencia de fracciones.

Estas actividades las realiza el/la estudiante por medio de la exploración e interactividad con los applets, en donde se registra los procedimientos y respuestas que obtienen los/las educandos. El análisis de esta información permitió interpretar el proceder de los/las aprendices, establecer cómo se transforman los objetos mentales del/la educando si fuere la circunstancia y el reconocimiento de las estrategias de resolución que utilizan los/las estudiantes.

Los investigadores tuvieron el propósito de evaluar: 1) el nivel de dificultad de las preguntas que se plantean, el contenido que se trata y la estructura en que se formulan; 2) el funcionamiento de los applets; 3) la forma de almacenar la información; y 4) el análisis de las respuestas almacenadas, atendiendo a la veracidad o elementos que se ponen en juego en las actuaciones de los/las estudiantes (basado en la representación de las fracciones). La muestra investigada fue de 28 estudiantes de primero y segundo año de secundaria de una escuela pública de Valencia (España).

Se aplicó un pre-test, en donde se observó que 5 de los/las 28 estudiantes no tenían conocimientos relacionados con la representación de las fracciones como punto en la recta numérica, además no reconocían el nombre de los elementos que componen el símbolo de las fracciones. Después de la experimentación se utilizó un post-test en el cual la mayoría de los/las estudiantes respondieron correctamente a las preguntas que evaluaron la representación de fracciones en

la recta numérica. Los investigadores declaran que falta hacer un análisis detallado de las actuaciones de los/las estudiantes, tomando en cuenta una revisión desde el pre-test, y la interacción estudiante-applets en cada una de las etapas de la secuencia didáctica, hasta llegar al post-test.

En Venezuela se realizó una investigación por parte de Valencia (2013) en la que se aplicó un programa de enseñanza-aprendizaje de fracciones en dos grupos (control y experimental) pertenecientes a primer año de enseñanza media. Los/las educandos tenían una edad comprendida entre los 13 a 15 años, la muestra se caracterizó por presentar dificultades en el aprendizaje de las fracciones. El objetivo central del estudio fue el generar experiencias de aprendizaje cuando los/las educandos resolvían problemas de fracciones a través de interactuar en contextos reales.

Para este fin, se aplicó una evaluación diagnóstica (pre-test) en donde evidenció el bajo nivel de conocimiento de fracciones que tenían los/las estudiantes, luego se desarrolló una intervención mediante un programa de enseñanza-aprendizaje constructivista, caracterizado por la aplicación de procesos interactivos entre los/las educandos, los ejercicios y/o resolución de problemas tenían relación con sus propias vivencias y permitía que los/las aprendices sean los/las constructores/as del conocimiento bajo la guía del/la

docente. El objetivo de la intervención fue el subsanar esta problemática de aprendizaje presentada por los/las educandos.

Los resultados de la investigación obtenidos en el post-test evidencian que los/las educandos mejoraban paulatinamente en el dominio de la resolución de problemas con fracciones mientras se iba desarrollando el programa, además se incrementó el nivel de interés cuando resolvían problemas que se asemejaban a su realidad, otras características que reportó el investigador fue que se incrementó el trabajo en equipo y el cambio de actitud que presentaron los/las aprendices para resolver problemas matemáticos, por lo que el investigador propuso que se debe aplicar modelos matemáticos para resolver problemas, ya que estos permiten el desarrollo de un pensamiento lógico-matemático.

Desde una visión con corte cualitativo, realizada por Butto (2013) a 26 estudiantes de sexto grado de primaria de una escuela pública del Distrito Federal de México, la edad de los/las participantes era de 10 a 12 años. La investigación se planteó los objetivos de describir las dificultades que los/las estudiantes presentan en el aprendizaje de las fracciones asociadas al modelo matemático, el diseñar y aplicar una secuencia didáctica que tome en consideración aspectos matemáticos y cognitivos.

El estudio fue desarrollado en tres etapas: en la primera se aplicó un cuestionario inicial de fracciones, además de una entrevista clínica individual; en la segunda se ejecutó la secuencia didáctica en dos ambientes: lápiz-papel e interactivos libres, donde se aplicó otro cuestionario final de fracciones, con el objetivo de ver cuáles eran sus falencias; en la tercera etapa se efectuó un plan de intervención semi-individualizado.

Los resultados señalaron un progreso conceptual en los/las estudiantes, logrando superar algunas dificultades que tenían sobre el aprendizaje de fracciones como escribir y caracterizar qué son fracciones propias e impropias, entender a la fracción como un número y no como una relación, tener inconveniente con el pensamiento de unidad y con la representación de número decimal en la recta numérica, no lograr comprender el valor posicional de un número decimal en la recta numérica, entre otras. Esto indica que la transformación de números enteros a números fraccionarios es un proceso lento, que demanda de la comprensión de numerosos sub-constructos, incluidos en el campo conceptual de los números racionales donde se encuentran las fracciones.

Los investigadores Mera y Peña (2011) realizaron un estudio con el propósito de determinar los efectos de un programa de entrenamiento en estrategias

metacognitivas para enseñar operaciones con fracciones, en estudiantes de quinto grado de una Unidad Educativa Nacional ubicada en Caracas.

Los autores realizaron una investigación de campo de tipo explicativo, con un diseño cuasi-experimental, con un pre y un post-test, el estudio se realizó a un grupo intacto, siendo aleatoria la asignación de cada grupo al programa de intervención. La muestra fue de 78 estudiantes, la edad de los/las estudiantes estuvo comprendida entre 10 y 13 años, distribuidos en un grupo experimental y control. Las pruebas aplicadas fueron: de conocimientos previos sobre la ejecución de estrategias metacognitivas, y una prueba de conocimientos en operaciones con fracciones, el contenido de esta última prueba se basó en criterios provenientes de los objetivos planteados en el currículum del programa de estudios para quinto grado de Educación Básica propuesto por el Ministerio de Educación de Venezuela (1998). El tiempo promedio de realización de la prueba fue de sesenta minutos (60').

La intervención fue programada en 12 sesiones de trabajo (48 horas clase teórico-prácticas), los estadísticos utilizados fueron: estadística descriptiva previa a la intervención y el análisis inferencial posterior. Los resultados que obtuvieron en el post-test evidenciaron que el GE obtuvo un promedio mayor que el GC en la prueba post-test. Como conclusión se determinó que el empleo de estrategias metacognitivas contribuye a mejorar significativamente los niveles de rendimiento

académico en las operaciones con fracciones; del mismo modo, comprobaron que los/las estudiantes tuvieron un mejor manejo de la información y de los procedimientos para resolver los ejercicios y problemas aritméticos, de forma autónoma, y mostraron interés por el proceso de instrucción llevado a cabo.

Una investigación realizada en Colombia por Pupo e Iriarte (2011) muestra la implementación de un programa de enseñanza basado en estrategias didácticas con un enfoque metacognitivo desde el constructivismo, para el desarrollo de las competencias que permitan resolver problemas matemáticos en estudiantes de quinto grado. Utilizaron el diseño Salomón con cuatro grupos, dos grupos experimentales a los que les aplicó el programa, y dos grupos controles, los que siguieron el programa tradicional. La muestra fue de 338 estudiantes, el programa de intervención tuvo una duración de 30 sesiones de 50 minutos cada una (tres sesiones semanales durante 10 semanas), la intervención se realizó en 4 fases: 1) *la instrucción directa*, 2) *el modelado metacognitivo*, 3) *la práctica guiada* y 4) *el aprendizaje cooperativo*. Se controló con pruebas no paramétricas para la comparación inter-grupos e intra-grupos como requisito previo para demostrar que los grupos eran equivalentes.

Además, realizaron la prueba de Mann-Whitney, para corroborar que la puntuación obtenida en el pre-test no existía diferencias estadísticamente significativas, entre los grupos. En el post-test el resultado del grupo experimental

presentaron diferencias estadísticamente significativas, por lo que se acepta la hipótesis alterna, es decir, que el programa sí tuvo incidencia en el desarrollo de las competencias para resolver problemas matemáticos contextualizados.

Los autores concluyeron que la preparación de los/las docentes en la aplicación en estrategias didácticas metacognitivas en el aula de clase contribuye al desarrollo de capacidades propias del proceso reflexivo que permite que el/la educando lleve a la praxis el conocimiento, generando de esta manera su autonomía para aprender en el aula clase para lograr un aprendizaje autónomo de los/las educandos. En este sentido, la resolución de problemas matemáticos constituye una actividad compleja e integral, que requiere de la formación de modos de actuación, métodos de solución y procedimientos específicos.

Fuentes (2010) realiza una investigación con una visión constructivista, en una escuela en la provincia de Talca (Chile), a estudiantes de quinto año de básica con un diseño cuasi-experimental, con un grupo experimental y control, en la que se aplicó un pre-test y post-test. Las pruebas iniciales y finales fueron evaluadas por el criterio de especialistas con el objetivo de conocer su adecuación y pertinencia al momento de evaluar los logros alcanzados en el aprendizaje de las fracciones.

La investigación se realizó en dos etapas: la primera se da a conocer la problemática, para la cual se diseñan los lineamientos temáticos de la elaboración de la unidad didáctica de las fracciones para estudiantes de Quinto año de básica, en la segunda se da cuenta de los resultados de la experiencia, que fue la aplicación de la unidad didáctica de base constructivista sobre fracciones.

Se concluyó, que un proceso de enseñanza-aprendizaje con enfoque constructivista en donde el/la estudiante se convierte en el constructor de su propio aprendizaje, favoreció al desarrollo de competencias de orden superior en los/las estudiantes, ya que lograron un aprendizaje más profundo sobre lectura y escritura, interpretación, representación, ordenamiento y comparación de fracciones. La unidad desarrollada dio oportunidades a los/las educandos de descubrir, reflexionar y discutir sobre regularidades de las fracciones y procedimientos para resolver problemas y operaciones aritméticas, de manera contextualizada; es decir, en situaciones en las cuales puedan percibir el sentido de lo que hacen.

Otro estudio de carácter cualitativo se realizó en una escuela de México, por Perera y Valdemoros (2009a) sobre la enseñanza experimental de fracciones. Para lo cual se desarrolló un programa de enseñanza-aprendizaje en el que se integró actividades que giran en torno a varios escenarios afines a la vida real de

los/las estudiantes de cuarto grado de primaria (niños/as de 9 años), dentro de su ambiente escolar.

Los investigadores señalan cómo las actividades propiciaron en el/la estudiante la construcción de la noción de fracción y el reconocimiento de algunos de sus significados (relación, parte-todo, medida, cociente intuitivo y principios de operador multiplicativo). Se realizó el análisis de los avances alcanzados, aplicando un cuestionario que evaluaba el nivel de conocimiento en fracciones (pre-test) el que tenía 13 tareas organizadas en cuatro bloques, el primer bloque consistía en resolver problemas relacionados con el significado de medida; en el segundo debían realizar actividades con el concepto de parte-todo; el tercer bloque tenía ejercicios de repartición de números fraccionarios y en el último se localizaban tareas sobre el significado de multiplicativo.

Posterior al proceso de evaluación inicial se aplicó el programa de enseñanza-aprendizaje experimental de fracciones y para estimar los avances alcanzados por los/las educandos se aplicó otro cuestionario post-test, el cual tenía 13 tareas similares a las aplicadas en el pre-test (ejercicios y resolución de problemas) que se desarrollaron en las sesiones de trabajo, además seleccionaron a tres educandos que fueron entrevistados para realizar un estudio de caso a fin de profundizar en los procesos relevantes de aprendizaje de fracciones de cada uno de ellos.

Como conclusión se expresó que la aplicación del programa de enseñanza constructivista, caracterizado por la resolución de problemas aplicados a sus vivencias con un fuerte componente metacognitivo, con ejercicios lúdicos y cooperativos benefició a los/las estudiantes en el fortalecimiento de la noción de fracción y de los significados de relación parte-todo, medida, cociente intuitivo y la idea básica de operador multiplicativo, coincidiendo con lo planteado por Goffree (2000); Streefland (1991) en otras investigaciones.

Al revisar la literatura científica con respecto al diseño de programas de enseñanza-aprendizaje de fracciones con un enfoque constructivista para estudiantes de educación básica, se observa que la investigación realizada por García et al., (2016) propone la aplicación de un Modelo Teórico Local (MTL) para la enseñanza de fracciones, mediante la aplicación de una applets, en donde se desarrolla una interacción para aprender; sin embargo, este programa no consideró otras fases necesarias para el aprendizaje como son: la participación de grupos (equipos de trabajo) para la construcción de su aprendizaje, los procesos de análisis y síntesis de lo aprendido por medio de una reflexión y la manipulación de material concreto y lúdico para comprender los diferentes contenidos que se aprenden sobre fracciones.

En relación a la investigación efectuada por Valencia (2013), en la que se utilizó un programa interactivo para resolver problemas y/o ejercicios de

fracciones, se destaca el enfoque del contexto y la importancia de los procesos motivacionales para aprender en la intervención; pero no se consideraron otras facetas importantes como la aplicación de un ciclo de aprendizaje que considere la metacognición para lograr un aprendizaje más conceptual de las fracciones.

Butto (2013) por su parte, desarrolló una secuencia didáctica que consideró aspectos matemáticos y cognitivos para el proceso de enseñanza-aprendizaje de fracciones, no obstante, el investigador no considera un aprendizaje global de fracciones en su programa, sino más bien lo orienta específicamente a subsanar los contenidos no aprendidos por los estudiantes. Además, en su propuesta didáctica no aplica la metodología interactiva, de trabajo en equipo y trata de solucionar las dificultades presentadas por medio de un plan de intervención semi-individualizado, lo que limita la interacción y cooperación de los/las estudiantes para co-construir el conocimiento.

En un programa de entrenamiento en estrategias metacognitivas para enseñar fracciones realizado por Mera y Peña (2011) en estudiantes de quinto grado, la intervención estuvo orientada específicamente en el desarrollo de estrategias metacognitivas. A pesar de la importancia de este proceso cognitivo en el aprendizaje de fracciones, faltaron algunos elementos claves como la experimentación y el trabajo colaborativo entre equipos de trabajo.

Pupo e Iriarte (2011) también aplican un programa de enseñanza de Matemática basado en estrategias didácticas metacognitivas. El programa estuvo orientado a que los/las estudiantes logren resolver problemas matemáticos de manera autónoma mediante un esquema de métodos de solución y procedimientos específicos. Sin embargo, el programa no consideró el aprendizaje por descubrimiento mediante la experimentación que debe tener el/la aprendiz para construir el conocimiento ni tampoco los niveles de motivación para solucionar un problema en equipo.

La investigación realizada por Fuentes (2010) en la que aplicó un programa de enseñanza de fracciones con enfoque constructivista, se trabajó con los estudiantes mediante actividades de descubrimiento y reflexión, sin embargo el investigador no toma en cuenta cómo se desarrolla el proceso de aprendizaje en el cerebro de los/las aprendices, conocimiento necesario para ser aplicado en la planificación didáctica para que los recursos materiales y tecnológicos que se utiliza logren un aprendizaje obtenido con motivación.

Los estudios descritos anteriormente se caracterizan por la aplicación de recursos didácticos concretos, interactivos, la aplicación de actividades motivacionales para lograr desarrollar el interés de los/las estudiantes, además aplican el trabajo en grupos, en donde interaccionan y comparten sus ideas los/las estudiantes para elaborar el conocimiento. Po lo que se podría decir que

el/la docente utiliza diversas técnicas y metodologías constructivistas para mejorar los niveles de aprendizaje de sus aprendices. Sin embargo, estas dimensiones, motivacionales, metacognitivas, experienciales, interactivas, se abordan de manera separada sin unificar todos los criterios en una sola intervención didáctica como se pretende desarrollar en la presente investigación.

Por otra parte, al analizar los diferentes programas de enseñanza-aprendizaje para la Matemática y/o las Fracciones con enfoque constructivista, se puede evidenciar un vacío al no considerar en sus planificaciones didácticas los aportes de la neurociencia de cómo aprende el cerebro y cuáles podrían ser los recursos metodológicos que permitan alcanzar los niveles de aprendizaje para el/la estudiante, por lo que es necesario conocer algunos de los aportes que ha realizado y realiza la neurociencia cognitiva en favor de la educación. En este sentido, los supuestos de plasticidad cerebral discutidos en el marco teórico de la tesis con evidencias empíricas de neuroimagen, así como los supuestos conceptuales planteados sobre la importancia de la interacción social en el aprendizaje son los ejes centrales de la propuesta de intervención que se trabajará en esta tesis.

Algunos antecedentes de intervención que apoyan esta línea de trabajo son los estudios de Araya y Espinoza (2020) quienes orientan al/la docente a poner en práctica ciertas actividades basadas en hallazgos neurocognitivos que

beneficien al procesos de aprendizaje, como que debe aplicarse un currículo acorde al/la estudiante, para que desarrolle actividades didácticas interactivas, se genere un ambiente del aula clase motivador y que las estrategias evaluativas sean diferentes co-participativas y analizadas por todos (docente-estudiante y estudiante-estudiante).

Esto porque cuando el/la estudiante construye y/o co-construye un aprendizaje conjuntamente con sus compañeros/as de aula por medio de un trabajo en equipo (grupo interactivo de trabajo) desarrolla las habilidades sociales de respeto, solidaridad, empatía, entre otras, interacción que se realiza por el ambiente social generado en el aula clase, en donde se intercambian ideas, sentimientos que son valorados y direccionados por el/la docente por medio de establecer roles a cada aprendiz dentro de su equipo de trabajo (Ordoñez y Rodriguez, 2016).

Howard-Jones, Washbrook y Meadows (2012) expresan que el protagonismo del/la estudiante en el proceso de enseñanza-aprendizaje es importante para lograr su autonomía y el desarrollo del pensamiento crítico, en donde actúa la motivación (intrínseca y extrínseca) que es necesaria para aprender. Por su parte, Gómez plantean que el currículo y la didáctica deben generar expectativa en el/la aprendiz, además, que el trabajo en equipo organizado, guiado y el refuerzo del/la docente al aprendizaje construido por el/la educando, permiten

que se mejore las habilidades y valores en todos/as los/las que participan en la construcción del conocimiento.

Como se puede evidenciar, la importancia que tienen los aportes que realiza la Neurociencia Cognitiva a la educación, se encuentran orientados a mejorar la interrelación entre docente-enseñanza-estudiante-aprendizaje, de allí nace el planteamiento del modelo teórico de Howard-Jones (2011) que se sustenta en la interacción e interrelación existente entre cerebro-mente-comportamiento y su interacción dentro de un ambiente social.



CAPÍTULO 2

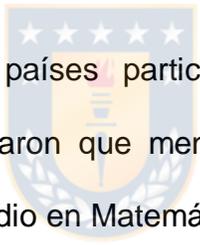
2. PROBLEMA, HIPÓTESIS Y OBJETIVOS

2.1 Problema de Investigación

Dentro del aprendizaje de la Matemática, uno de los contenidos con mayor dificultad para aprender es el de las fracciones, problemática que genera un desafío importante para solucionarlo en el currículo de educación básica. El aprendizaje de los números racionales es regularmente la primera aproximación que tienen los/las estudiantes en la escuela, para comprender las fracciones (Gómez et al., 2014); sin embargo, existen educandos que no logran entender qué significan y cómo se operan con los números racionales y/o las fracciones, provocando que los/las educandos no lleguen a obtener una comprensión conceptual al operar con números racionales y con fracciones (Fazio y Siegler, 2010).

A partir del año 2000, PISA es uno de los principales referentes de evaluación para determinar la calidad educativa a nivel mundial. Los resultados expresados por el Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes (OECD) 2012, Pisa, señalan que de una población de 28 millones de educandos, 11.5 millones presentaron un bajo rendimiento en el área de Matemática, coincidiendo con los

resultados reportados por PISA D (OECD) 2018, que es un modelo de evaluación adaptado para los países que tienen recursos económicos bajos y medios con el objetivo de incentivar y orientar el desarrollo de las capacidades de los/las estudiantes, para que logren integrarse al proceso de evaluación PISA que será en el 2024, y además con los reportados por Murillo (2008) en su informe a la UNESCO sobre el aprendizaje de la Matemática y otras asignaturas básicas del currículum escolar a nivel latinoamericano y mundial, en el que se evidencia que los resultados de aprendizaje de los/las estudiantes son de manera global poco satisfactorios.



Es así que todos los países participantes en el proyecto evaluativo denominado PISA-D, reportaron que menos del 10% de los/las estudiantes obtuvieron un puntaje promedio en Matemática (OECD, 2017).

Investigaciones realizadas en el campo educativo sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de las cuatro áreas básicas del conocimiento, coinciden en que la Matemática es el área con más bajo rendimiento académico, por tanto, conseguir que los/las educandos obtengan un aprendizaje que logre mejorar sus puntajes, continúa siendo un reto a nivel mundial en el campo educativo.

Investigadores/as dedicados/as a estudiar esta área del conocimiento efectúan innumerables esfuerzos para desarrollar y proponer proyectos que

mejoren el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en el/a educando. Es necesario aclarar que este proceso de enseñanza-aprendizaje tiene un carácter complejo por cuanto intervienen varios factores como la preparación académica del/la docente, la metodología de enseñanza que se debe utilizar, el entorno físico y social del aula, las variables sociales y cognitivas del/la educando (Vamvakossi y Vosniadou, 2010; Cerda et al., 2017).

La dificultad para enseñar y aprender fracciones es un problema generalizado que está presente en el ámbito educativo, así investigaciones realizadas por Siegler et al., (2012); Siegler et al., (2013); Torbeyns et al., (2015) sobre el aprendizaje de las fracciones reportan que existen niveles muy bajos de comprensión de las fracciones, lo que afecta al aprendizaje del Álgebra y de la Matemática superior. Estas dificultades en el aprendizaje de fracciones están presente a través del tiempo. Al respecto, Bills (2003); Gould, Outhred y Mitchelmore (2006) aplicaron una parte del estudio realizado por Hart (1981), en el que se reportó que los/las educandos presentan confusiones cuando expresan el significado de número fraccionario y al resolver ejercicios y/o problemas con fracciones.

La dificultad que tienen los/las estudiantes para aprender las fracciones revela que el contenido curricular de las fracciones es considerado como el de mayor relevancia, complicación y problema para enseñar en la educación básica,

media y superior a nivel internacional (Common Core State Standard Initiative, 2010).

Por esta razón es necesario desarrollar por parte de los/las docentes habilidades cognitivas en los/las estudiantes para que puedan comparar, valorar y ordenar fracciones, puesto que estas habilidades le permiten al/la educando una apropiación clara del sentido de magnitud y/o cantidad exacta que representa una fracción, conocimiento que desarrolla una comprensión del significado correcto que la Matemática le asigna a la fracción (Capilla, 2016).

En Ecuador, las evaluaciones realizadas por el Ministerio de Educación en el 2008 y 2013 (SER e INEVAL respectivamente) a estudiantes que cursaban cuarto, séptimo, décimo año de educación básica y posteriormente a educandos del tercer curso de bachillerato, en establecimientos educativos públicos, fisco misionales (establecimientos educativos católicos con el apoyo financiero del estado) y privados, se llegó a determinar que el 26.75% de los/las estudiantes se ubican en la escala de insuficiente (notas inferiores a 5/10) y apenas el 1.79% en la escala de excelente (notas superiores a 9/10). Los resultados obtenidos en estas mediciones indican la media aritmética de los porcentajes de todos los niveles evaluados en el (2008 y 2013) en el área de Matemática (Ministerio de Educación de Ecuador, 2010, 2014).

Para una mayor comprensión del problema de investigación, es necesario visualizar cómo se realiza el proceso de enseñanza-aprendizaje de fracciones en Ecuador. En este país, donde se realizó la investigación el modelo de enseñanza-aprendizaje que se aplica en todo el país es el constructivista, el que orienta a que el/la estudiante se convierta en una persona activa en la construcción del conocimiento. Sin embargo, dicho modelo no se ha podido llevar a la praxis en el aula clase, por parte del/la docente, ya que las planificaciones realizadas no generan una interacción entre la enseñanza de contenidos y la participación de los/las educandos, lo que provoca un distanciamiento entre lo que está estipulado por el Ministerio de Educación del Ecuador y cómo enseña el/la docente en el aula de clase.



La planificación didáctica que el/la docente realiza para impartir su clase, se caracteriza por presentar actividades que tienen un mayor tinte conductista, debido que el tipo de tareas que se aplican en la clase obedece a tareas memorísticas y repetitivas y, generalmente, se realizan de manera individual y no grupalmente, desarrollando un aprendizaje memorístico y de poco significado para el estudiantado, ya que el/la docente promueve de manera cotidiana la realización de ejercicios solo aplicando la memorización de fórmulas y/o de procedimiento para obtener una respuesta (Pérez, 2015). Al respecto, Quijía (2019) plantea que los problemas que tienen los estudiantes en su desempeño

matemático podrían estar relacionado con estrategias didácticas inadecuadas, derivadas de un modelo tradicional de aprendizaje.

De acuerdo con los antecedentes presentados, se deben revisar algunos supuestos elementales de aprendizaje que guiaron y guían el proceso del diseño curricular y las estrategias en la enseñanza-aprendizaje de las fracciones que utiliza el/la docente en Ecuador; considerando que el aprendizaje de las fracciones es una herramienta básica para el desarrollo del pensamiento multiplicativo, cuantitativo y matemático del/la estudiante (Thompson y Saldanha, 2003; Lamon, 2007).



Las descripciones realizadas en el desarrollo teórico y empírico de esta tesis, orientan la existencia de una necesidad a nivel mundial y nacional de elaborar una propuesta de enseñanza-aprendizaje que pueda utilizar el/la docente para enseñar Matemática y en especial el contenido de fracciones, por cuanto los/las estudiantes presentan dificultades para su aprendizaje.

Problema que conllevó al investigador a diseñar y a evaluar un programa de enseñanza-aprendizaje de fracciones basado en el Modelo neurocognitivo de Howard-Jones (2011), para estudiantes de sexto año de educación básica, programa que se diseñó considerando el modelo teórico desarrollado por Howard-Jones. Este modelo se fundamenta en cinco pilares, los que se aplican

en el aula clase mediante el ciclo didáctico neurocognitivo, que permitirá un aprendizaje de fracciones en los/las estudiantes.

2.2 Pregunta de investigación

1. ¿Qué efecto tendrá el capacitar a los/las docentes en un programa de enseñanza-aprendizaje de fracciones basado en el Modelo neurocognitivo de Howard-Jones en los resultados de aprendizaje de fracciones de los/las estudiantes de sexto año de Educación Básica?
2. ¿Cómo evolucionan el conocimiento general de fracciones y el de las habilidades en comparación de fracciones en el grupo de estudiantes que participaron en el programa diseñado acorde a criterios neurocognitivos?
3. ¿Cómo evolucionan el conocimiento de fracciones y la habilidad en comparación de fracciones en un grupo de estudiantes que participan de un programa de formación tradicional?
4. ¿Cómo difiere el grado de aprendizaje en ambas medidas por parte de estudiantes que participan del programa diseñado de acuerdo a criterios neurocognitivos, en comparación con estudiantes que participan de un programa de formación tradicional?

2.3 Hipótesis

Los/las estudiantes expuestos/as a un programa de enseñanza-aprendizaje de fracciones basados en el Modelo neurocognitivo de Howard-Jones, 2011, presentarán un incremento estadísticamente significativo en sus resultados de aprendizaje en las pruebas post-test, en relación con los/as estudiantes expuestos a un programa de enseñanza tradicional.

2.4 Objetivos

2.4.1 Objetivo general



Diseñar y evaluar un programa de enseñanza-aprendizaje de fracciones basado en el Modelo neurocognitivo de Howard-Jones.

2.4.2 Objetivos específicos

- 1) Diseñar el programa de enseñanza-aprendizaje de fracciones basado en el Modelo neurocognitivo de Howard-Jones.
- 2) Evaluar el efecto en los resultados de aprendizaje de los/las estudiantes en el grupo control y en el grupo experimental, después de la aplicación de dos programas de enseñanza de fracciones diferentes

(tradicional/Modelo neurocognitivo de Howard-Jones) aplicados por sus docentes.

2.5 Variables (Definición conceptual y operativa)

2.5.1. Variable independiente

Programa de enseñanza-aprendizaje de fracciones basado en el Modelo neurocognitivo de Howard-Jones

Definición Conceptual: Trabaja respetando los procesos de desarrollo neurológico del/la persona, mediante una planificación basada en cinco pilares interdependientes e interrelacionados que son: *exploración auténtica, actividades motivantes, trabajo en grupos interactivos, protagonismo del estudiante y el contexto del educando*, para lograr aprendizajes significativos que puedan extrapolarse a diferentes circunstancias de la vida cotidiana. Estos principios se extraen de evidencias empíricas basadas en experimentos neurocognitivos (Howard-Jones, 2011).

Definición operativa: Los/las docentes muestran comprender los principios del modelo de Howard-Jones mediante la elaboración de una planificación, orientada a la enseñanza-aprendizaje de fracciones. Se utilizará una escala de evaluación al/la docente que va del 1 al 10 para determinar que profesor/a irá al grupo cuasi

control y cuasi experimenta, ésta escala será aplicada acorde al puntaje que obtengan en el Inventario de Creencias pedagógicas (Tagle, 2008; Tagle et al., 2017) y en el cuestionario de prácticas pedagógicas (Pérez et al., 2016), se considera aptos a los/las docentes que obtengan notas de 9 a 10, para que posterior sean los que pongan en práctica el modelo neurocognitivo de Howard-Jones para la enseñanza de fracciones en sus estudiantes.

2.5.2 Variable dependiente

Resultados de aprendizaje

- **Grado de conocimiento general sobre fracciones.** - Es el nivel de aprendizaje (dominio), que el/la estudiante demuestra conocer ya sea de manera oral y/o escrita sobre la temática de fracciones (conceptos, operaciones aritméticas y/o resolución de problemas).
- **Nivel de habilidad en comparar fracciones.** - Es la capacidad que desarrolla el/la estudiante para poder comparar el valor de una fracción con relación a otra y así lograr determinar cuál fracción es mayor que ($>$) o menor que ($<$).

Definición Conceptual: Es una declaración de lo que se espera que el/la estudiante conozca, comprenda y sea capaz de hacer al finalizar un período de aprendizaje (Moon, 2002).

Definición Operativa

- **Conocimiento general de fracciones.** - Resultados obtenidos por el porcentaje de aciertos en los ítems de la prueba de conocimientos generales de fracciones.
- **Comparación de fracciones.** - Resultados obtenidos por el porcentaje de aciertos en la prueba de comparación de fracciones



Escala numérica:

En Ecuador, el aprendizaje alcanzado por los/las estudiantes se evalúa bajo una escala valorativa de 4 rangos que van desde domina los aprendizajes (9,00 a 10) hasta No alcanza los aprendizajes requeridos (≤ 4), valoración que permite que el/la docente tome decisiones como la de reforzar el conocimiento, el poder acreditar o no al/la estudiante a pasar al siguiente año de educación básica, entre otras (tabla 1).

Tabla 1.

Fuente: Decreto Ejecutivo N°-366, publicado en el registro oficial de Ecuador N°- 286 (2014).

Escala Cualitativa	Escala cuantitativa
Domina los aprendizajes requeridos	9,00 – 10
Alcanza los aprendizajes requeridos	7,00 – 8,99
Está próximo a alcanzar los aprendizajes requeridos	4,01- 6,99
No alcanza los aprendizajes requeridos	≤ 4



CAPÍTULO 3

3. METODO

Para desarrollar la investigación se plantearon tres fases que fueron las siguientes: La primera tuvo un carácter instrumental, que consistió en la elaboración de la prueba de conocimiento de fracciones y la aplicación de los cuestionarios de Creencias Pedagógicas (Tagle, 2008; Tagle et al., 2017) y el de Prácticas Pedagógicas (Pérez et al., 2016); la segunda orientada a diseñar una secuencia didáctica constructivista para el aprendizaje de fracciones basada en el Modelo neurocognitivo de Howard-Jones y la tercera fase consistió en la aplicación y evaluación del programa enseñanza-aprendizaje.



Antes de iniciar cada fase se realizaron gestiones administrativas previas, así se presentaron solicitudes a las instituciones educativas con el objetivo de obtener los permisos necesarios para proceder a investigar, posterior a su aceptación, se realizaron reuniones con los/las docentes que formaron parte de la investigación y se expuso en qué consistía la investigación y cuál sería su función, posterior se procedió a firmar los consentimientos informados.

Como siguiente paso, se trabajó con los padres de familia y/o representantes de los/las estudiantes, en donde se manifestó en qué consistía el proyecto de investigación y se solicitó que firmen el consentimiento informado (Anexo 1) y

como último paso, se les explicó a los/las estudiantes en qué consistía su participación, para solicitarles que firma el asentimiento informado (Anexo 2).

3.1 Fase 1: Instrumental

Esta fase constó de dos etapas de ejecución: En la primera etapa se construyó la prueba de conocimiento de fracciones, para lo cual se utilizó el contenido específico de fracciones que se encontraba en la cuarta unidad didáctica del texto del/la docente, contenido que es utilizado por todos los/las maestros/as del país por cuanto es un libro entregado por el Ministerio de Educación del Ecuador. En esta prueba, aparecen unas preguntas evaluativas que sirven para valorar cómo se encuentra el aprendizaje de ese tema los/las estudiantes. (Anexo 3) Preguntas que sirvieron como base para la construcción de la prueba de conocimiento de fracciones que se aplicó en primera instancia como prueba piloto a 330 participantes (178 estudiantes de sexto y 152 de séptimo año de educación básica) que no pertenecieron a los/las estudiantes de la fase 3 de estudio.

Esta prueba no presentó ningún inconveniente de comprensión ni de contenidos por parte de los/las estudiantes (Anexo 4), por tanto, se aplicó posteriormente al grupo cuasi-experimental en fase pre y pos-test. Es necesario resaltar que los textos distribuidos por el Ministerio de Educación del Ecuador son

elaborados por expertos en cada área del conocimiento, las preguntas que se encuentran al final de cada tema están adaptadas para el Ecuador.

En la segunda etapa se aplicó una prueba piloto con 330 participantes (178 estudiantes de sexto y 152 de séptimo año de educación básica), que no pertenecieron a las dos instituciones educativas seleccionadas para el estudio de la fase 3; proceso que se realizó para poder ajustar la prueba de comparación de fracciones, elaborada por (Gómez et al., (2014). La aplicación de la prueba permitió adaptar las preguntas (48 ejercicios de comparación fracciones) con sus mismas características de aplicación y contenido, por tanto, estuvo acorde a lo estudiado en la población aplicada (Anexo 5).

Además, en esta fase se aplicó el inventario de creencias pedagógicas sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje (Tagle, 2008; Tagle et al., 2017) y el cuestionario de prácticas pedagógicas en el aula clase (Pérez et al., 2016) a los/las 8 docentes (4 de sexto y 4 de séptimo año de educación básica) de la institución educativa que fueron los docentes con los que se trabajó la primera fase, con el objetivo de ver si existía una adecuada comprensión lingüística. Luego de su aplicación se valoró cada uno de los ítems de los dos cuestionarios acorde a la respuesta emitida por los/las docentes, en relación si comprendían o no cada pregunta. (Anexos 6 y 7)

3.1.1 Procedimiento que se siguió para la evaluación de la prueba de conocimiento de fracciones.

Los participantes fueron 330 estudiantes de sexto y séptimo año de educación básica, perteneciente a un establecimiento educativo fiscal mixto del Distrito Metropolitano de Quito-Ecuador, a quienes se les aplicó las dos evaluaciones, la primera fue la prueba de conocimiento de fracciones. El procedimiento que se utilizó para la esta aplicación fue:

- 1) Se presentó una solicitud a la directora del establecimiento educativo seleccionado, quien emitió el permiso correspondiente.
- 2) Se desarrolló una reunión con los/las docentes del establecimiento educativo que impartían clases en sexto y séptimo año de educación básica (4 paralelos de sexto y 4 paralelos de sétimo), para analizar el cronograma de aplicación de la prueba de conocimiento de fracciones y posteriormente se firmaron los respectivos consentimientos informados.
- 3) Se desarrolló una reunión con los padres/representantes de los/las estudiantes de sexto y séptimo año de educación básica, en donde se informó en qué consistía la investigación y cuáles serían los beneficios para sus representados. Luego, se firmaron los consentimientos informados.

- 4) Se realizaron reuniones con cada uno de los paralelos de sexto y séptimo año, en donde se informó a los/las estudiantes en qué consistía su participación y luego firmaron los asentimientos informados.
- 5) Se ejecutó el protocolo de evaluación, en el cual estaban todas las actividades que debía conocer los/las estudiantes y docentes al momento de aplicar la prueba de conocimientos de fracciones.
- 6) Se aplicó la prueba general de conocimiento de fracciones a los/las estudiantes de sexto y séptimo año de educación básica, para lo cual se pidió a los/las educandos que se ubicaran en sus pupitres y esperaran a que les entreguen la prueba, acorde a la planificación presentada a la autoridad y socializada a los/las docentes y estudiantes.
- 7) Al transcurrir los 60 minutos que estaba considerada para la resolución de la prueba, se recogió la evaluación del/la estudiante, posteriormente se pasó archivarlas y quedaron en custodia del investigador.
- 8) Se codificó mediante la utilización de números y letras a todos/as los/las participantes con el objetivo de salvaguardar su identidad.

- 9) Se pasaron los resultados obtenidos a una tabla en Excel y se elaboró la base de datos que posteriormente se subió al programa SPSS versión 23.

3.1.2 Procedimiento que se siguió para aplicar la prueba de comparación de fracciones.

Es necesario informar que se siguieron los mismos pasos que se aplicaron en la evaluación de la prueba de conocimiento de fracciones, en lo referente al proceso administrativo, luego de esos pasos se realizó el siguiente procedimiento:

- 1) Se obtuvo la autorización necesaria para aplicar la prueba de comparación de fracciones desarrollado por el Dr. David Gómez.
- 2) Se ejecutó el protocolo de aplicación en el cual estaban todas las actividades que debía conocer los/las estudiantes y docentes, al momento de aplicar la prueba de comparación de fracciones.
- 3) Se aplicó la prueba de comparación de fracciones a los/las educandos/as de sexto y séptimo año de educación básica en el laboratorio de Computación. A cada paralelo se lo dividió en dos grupos por cuanto los laboratorios de computación tenían 25 computadoras cada uno.

- 4) Se grabaron las pruebas de comparación de fracciones, al término de la evaluación del/la estudiante y quedó en custodia del investigador.
- 5) Se codificó mediante la utilización de números y letras a todos los/las participantes con el objetivo de salvaguardar su identidad.
- 6) Se pasaron los resultados obtenidos a una tabla en Excel y se elaboró la base de datos que se subió al programa SPSS versión 23.

3.1.3 Procedimiento que se siguió para aplicar los cuestionarios a los/as docentes cuyos estudiantes participaron en la prueba piloto.

En esta etapa se consideró aplicar a los/las docentes de sexto y séptimo año de educación básica cuyos estudiantes fueron parte de la prueba piloto, el inventario de creencias pedagógicas sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje (Tagle, 2008; Tagle et al., 2017) (Anexo 5) y el cuestionario de prácticas pedagógicas en el aula clase (Pérez et al.,) (Anexo 6) con el objetivo de valorar su comprensión lingüística y realizar los ajustes necesarios para poder aplicarlo a los/las docentes que participarían en la tercera fase. Los pasos que se siguieron fueron:

- 1) Se estableció que un día después de que los/las estudiantes a su cargo terminen de rendir las dos evaluaciones (prueba de conocimiento de

fracciones y la prueba computarizada de fracciones), para que respondan un cuestionario que evaluaría sus creencias pedagógicas y otro que valoraría sus prácticas pedagógicas dentro del aula clase.

- 2) El día citado para responder los cuestionarios, los/las docentes luego de la jornada de trabajo con sus estudiantes (12:30), se dirigieron a la sala de docentes en cada Institución educativa.
- 3) Se les explicó que debían leer cada ítem y responder, para lo cual al lado derecho de cada pregunta existía una escala en la cual debían señalar el nivel de comprensión (Perfectamente, Medianamente y no comprendo).
- 4) Se repartió en primer lugar el inventario de creencias pedagógicas (Tagle, 2008; Tagle et al., 2017) el cual tenía 86 preguntas para ser respondidas. Se les explicó que no tenían tiempo límite para responder.
- 5) Al terminar cada docente se recogió el inventario, posteriormente se les dio 30 minutos para un coffe break, para luego continuar con la aplicación del otro cuestionario (Pérez et al., 2016). El cual tenía 51 ítems, al terminar de responder se recogieron los cuestionarios y se guardaron en un sobre manila.

- 6) La información obtenida se codificó mediante la utilización de letras y números con el objetivo de resguardar su identidad.
- 7) Se pasaron las respuestas obtenidas a una tabla Excel para analizar sus respuestas en relación a la escala evaluativa.

3.2 Fase 2: Elaboración y Validación del programa de enseñanza-aprendizaje basado en el Modelo neurocognitivo de Howard-Jones.

El programa tuvo dos etapas: en la primera se elaboró las actividades de capacitación de los/las docentes con 40 horas de duración, distribuidas en 2 semanas; para lo que se recopiló la información de los contenidos que se encontraban en el marco teórico y empírico del Plan de tesis y los contenidos expresados en los libros del/la docente de sexto año de educación básica, en el área de Matemática, los contenidos se distribuyeron en 10 clases de 4 horas cada una y se desarrollaron en 2 semanas.

Las 10 clases se distribuyeron en dos módulos, se aplicó un módulo en cada semana, con sus respectivos temas y subtemas: en el Módulo 1 se impartió la temática de: Neurociencia y Educación, el cual fue dictado por la directora de tesis con un tiempo de duración de (20 horas), de lunes a viernes de 08:00 a 12:00 y en el Módulo 2: se desarrolló la temática del ciclo didáctico para el

aprendizaje de fracciones, con un tiempo de duración de (20 horas), de lunes a viernes de 08:00 a 12:00, el cual fue impartido por el investigador.

Se desarrolló una planificación diaria de capacitación al/la docente para cada tema que tenían que impartir a sus estudiantes (programa de enseñanza-aprendizaje de fracciones) en donde constaron: a) datos informativos de la clase: tema, objetivos, distribución del tiempo por actividad. b) planificación del ciclo didáctico (Iniciación, Experimentación, Sistematización, Metacognición y Teorización), desarrollado por Pizarro y Urrutia (2017). Al terminar de elaborar las clases, fueron revisadas y corregidas por parte de la Tutora de tesis, además se elaboró una pauta de evaluación para valorar el cumplimiento de las planificaciones diarias por parte del/la docente dentro del aula clase cuando pongan en práctica el modelo neurocognitivo y el ciclo didáctico propuesto en las planificaciones (Anexos 8 y 9).

En la segunda etapa se validó el programa de capacitación para el/la docente, por el criterio de tres expertos/as que tenían título de cuarto nivel (uno en Matemática, una en Pedagogía y una en Neurociencia Cognitiva). Se envió el programa de capacitación y la matriz de evaluación al/las expertos/as, posterior a recibir sus informes, se realizó el análisis de la matriz de evaluación, considerando el resultado de las calificaciones de los jueces, se acogieron las

recomendaciones realizadas y se elaboró, de esta manera, el programa de capacitación.

3.3 Fase 3: Aplicación y evaluación del programa basado en el Modelo neurocognitivo de Howard-Jones.

3.3.1 Diseño

El diseño fue cuasi-experimental, con dos grupos: un grupo control y un grupo cuasi-experimental, a quienes se les aplicó un pre y post-test se utilizó un diseño 2X2, el primer dos correspondió al inter-grupos: control y cuasi-experimental y el segundo dos fue el intra-grupos: tiempo: pre y post-test (Campbell y Stanley, 2005). Los participantes fueron 399 estudiantes que estaban cursando el sexto año de educación básica, pertenecientes a dos instituciones educativas: la primera tenía 5 paralelos¹ con un total de 213 estudiantes de sexto año de educación básica, distribuidos de la siguiente manera: 87 estudiantes que formaron el grupo cuasi-experimental en dos paralelos y 126 estudiantes de los otros tres paralelos que fueron el grupo control, la segunda institución educativa tenía un total de 186 estudiantes, distribuidos en cinco paralelos, dos paralelos formaron parte del grupo cuasi-experimental, con un número de 73 estudiantes,

¹ Con paralelos se refiere a cursos del mismo nivel, pero separados en diferentes aulas. En Chile, a, b, c, etc.

y el grupo control formado por 113 estudiantes que eran parte de los otros tres paralelos. Las dos instituciones educativas fueron establecimientos educativos fiscales mixtos pertenecientes a la provincia de Pichincha, cantón Quito-Ecuador.

Para calcular el tamaño de la muestra de los/las participantes se utilizó el programa G.Power 3.0 con un tamaño del efecto de 0.25 (mediano), un alfa de 0.05 y un beta de 0.80, considerando dos grupos. El valor sugerido, de acuerdo con el programa para el tamaño de muestra fue de 34 participantes; sin embargo, por criterio de acceso a mayor población, se incrementó el tamaño de la muestra a 36-45 estudiantes por paralelo (5 paralelos por cada Institución educativa) por considerarse grupos intactos (Hernández, Fernández y Baptista, 2003).

Los Criterios de inclusión en esta investigación fueron, que los/las estudiantes pertenezcan a sexto año de educación básica, que asistan con normalidad a clases y se encuentren debidamente matriculados; los criterios de exclusión fueron, que los/as estudiantes y/o sus representantes no deseen participar en la investigación expresado en el consentimiento y/o asentimiento informado, que los/las educandos tengan una asistencia a clases muy irregular, los/las estudiantes que no completen las dos evaluaciones (pre o pos-test) y aquellos/aquellas educandos que presenten necesidades educativas especiales transitorias y permanentes, en cada uno de los establecimientos educativos. No se consideraron otros criterios porque los/las participantes pertenecen a grupos

intactos (Hernández, Fernández y Baptista, 2003). Es necesario aclarar que a ningún/a estudiante se le pidió que se retiren del aula clase cuando el/la docente impartía la clase, la selección de la muestra, por tanto, se realizó posterior a la recogida de datos antes de iniciar los análisis de datos.

3.3.1.1 Procedimientos para la implementación del programa de enseñanza-aprendizaje neurocognitivo de Howard-Jones

El programa basado en el modelo neurocognitivo propuesto por Howard-Jones, constó de dos etapas de ejecución:

Primera etapa. – Estuvo relacionada con la capacitación de los/las docentes de sexto año de educación básica pertenecientes a las dos instituciones educativas (10 docentes, 5 docentes por cada institución educativa), la capacitación tuvo dos módulos que fueron:

Módulo 1:

Módulo en el que se desarrolló el tema: Neurociencia y Educación, el cual tenía los siguientes subtemas: a) Neurociencia Cognitiva y Aprendizaje, b) Dinámica neuronal del procesamiento en los números fraccionarios, c) Modelo teórico Neurocognitivo de Howard-Jones y los cinco pilares que lo sustentan

(Exploración auténtica, Actividades motivantes, Grupos interactivos, Protagonismo del estudiante y Contexto del educando). La capacitación de este módulo se impartió 15 días después de haber aplicado el pre-test. (Anexo 11).

Además se orientó a los/las docentes, que al final del primer módulo de capacitación y antes de iniciar el segundo módulo debían responder el inventario de Creencias Pedagógicas (Tagle, 2008; Tagle et al., 2017) y el cuestionario de Prácticas Pedagógicas (Pérez et al., 2016) con el objetivo de seleccionar a los/las dos docentes que obtuvieran el mayor puntaje, los que pasarían a formar parte del grupo cuasi-experimental y los/las 3 docentes restantes serían parte del grupo control. (Anexo 12).



La selección del inventario de creencias pedagógicas se aplicó porque da cuenta del nivel de creencias conductistas o constructivista que aplica el/la docente en el aula clase y la aplicación del cuestionario de prácticas pedagógicas se aplicó porque da cuenta del nivel de participación estudiantil que desarrolla el/la docente en el aula clase, a través del uso de estrategias didácticas activas.

Luego de realizar la calificación del inventario de creencias pedagógicas y el cuestionario de prácticas pedagógicas, se llamó a una reunión por cada institución educativa a los/las docentes y se les informó quiénes serían parte del grupo cuasi-experimental y quienes del grupo control. Se les recordó en la

reunión que la participación de todos era importante, y se planificó el inicio del segundo módulo con la participación de las 4 docentes del grupo experimental (2 profesoras de cada institución educativa). (Ver tabla 2)

Tabla 2.

Clasificación de los /as docentes acorde al puntaje obtenido en el Inventario de Creencias pedagógicas (Tagle, 2008; Tagle et al., 2017) y en el cuestionario de prácticas pedagógicas (Pérez et al., 2016).

Institución Educativa N°. 1	Grupo	Docente Paralelo	Puntaje en el Inventario de Creencias Pedagógicas.	Puntaje en el Cuestionario de Prácticas Pedagógicas.
	Cuasi-experimental	1 (A)	9,01	9,16
		2 (E)	9,12	9,51
	Cuasi - Control	3 (B)	5,78	7,87
		4 (C)	5,93	8,40
		5 (D)	5,90	8,27
Institución Educativa N°. 2	Grupo	Docente Paralelo	Puntaje en el Inventario de Creencias Pedagógicas.	Puntaje en el Cuestionario de Prácticas Pedagógicas.
	Cuasi-experimental	1 (B)	9,16	9,42
		2 (D)	9,04	9,02
	Cuasi - Control	3 (A)	5,81	8,27
		4 (C)	5,67	8,18
		5 (E)	5,93	8,13

Para poder conocer si existían diferencias estadísticamente entre los/las docentes del grupo cuasi-experimental en relación con el grupo control, en el Inventario de Creencias Pedagógicas (Tagle, 2008; Tagle et al., 2017) se observa que los/las docentes del grupo cuasi-experimental presente un puntaje significativamente mayor $M= 314$, $SE=3.162$, que los/las docentes del grupo control ya que presentan una $M= 200,67$, $SE= 3,386$, $t_{(8)}= 53,140$, $p=,000$, lo que

significa que existen diferencias estadísticamente significativas entre el grupo cuasi-experimental y el grupo control.

Para poder conocer si existían diferencias estadísticamente entre los docentes del grupo cuasi-experimental en relación con el grupo control, se puede decir que en el Cuestionario de Tendencias Pedagógicas (Pérez et al., 2016) se observa que en el grupo cuasi-experimental presenta un puntaje significativamente mayor $M= 323,50$ $SE=1,732$, que el grupo control que presenta $M= 209$, $SE= 5,020$, $t_{(8)}= 8,862$, $p=,000$, lo que significa que existen diferencias estadísticamente significativas entre el grupo cuasi-experimental y el grupo control.



Módulo 2:

Se trató sobre el Ciclo Didáctico para el aprendizaje y sus cinco etapas de la clase (Iniciación, Experimentación, Sistematización, Metacognición y Teorización) (Pizarro y Urrutia, 2017) y el análisis de las planificaciones diarias de la temática de fracciones. Para poder estar seguros de que los/las docentes desarrollen adecuadamente las clases con sus estudiantes, se realizó y sociabilizó una pauta de evaluación y se pidió que los/las docentes den una clase demostrativa, por cada grupo institucional. El grupo que observaba la clase al final realizó observaciones acordes a la matriz de evaluación, y así

sucesivamente se fortaleció la aplicación adecuada del modelo neurocognitivo de Howard-Jones por parte de las docentes.

Se trabajó con los/las docentes del grupo experimental en la elaboración del material didáctico que se iba a utilizar en las clases, de acuerdo a las planificaciones realizadas, para lo cual el investigador proporcionó cinco juegos a cada docente, con el objetivo de que lo puedan reproducir, ya que se necesitaban 12 juegos por cada paralelo.

3.4 revisiones simples



3.4.1 Prueba de conocimiento de fracciones

La prueba de conocimiento de fracciones contenía 7 preguntas, los contenidos que se evaluaron fueron: *Escritura y lectura de fracciones, representación gráfica de la fracción, amplificación, simplificación de números fraccionarios, ubicación de la fracción acorde a su valor en la recta numérica, tipos de fracciones, operaciones aritméticas con fracciones (suma y resta) y resolución de problemas con fracciones*. El objetivo de la prueba fue evaluar las destrezas con criterio de desempeño que el/la estudiante debe desarrollar acorde a lo planificado en los textos que utiliza el/la docente, la prueba tuvo un puntaje de 52.

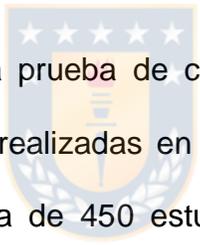
La prueba de conocimiento de fracciones fue elaborada en base a las preguntas que se encuentran en las evaluaciones que el/la docente debe aplicar al/la estudiante al terminar cada contenido de la unidad didáctica de fracciones, con el objetivo de conocer el nivel de aprendizaje que ha obtenido el/la estudiante. Los libros que utiliza el/la docente para impartir sus clases son elaboradas por el Ministerio de Educación de Ecuador, textos que son elaborados por profesionales expertos en cada área del conocimiento y se los entrega a todo el país, por lo que no se consideró el validar la prueba aplicada a los/as estudiantes. (Anexo 16)

3.4.1.1 Definición operativa de la prueba de conocimientos de fracciones

Mediante los indicadores de logro se podrá evaluar los contenidos con un puntaje (1 domina el contenido y 0 No alcanza el aprendizaje requerido), las dimensiones son: 1. Lee y escribe fracciones, 2. Identifica los tipos de fracciones, 3. Establece secuencia y orden con las fracciones, 4. Compara y transforma fracciones. 5. Realiza operaciones aritméticas con fracciones y 6. Analiza y resuelve problemas con fracciones. La prueba evaluó destrezas con criterio de desempeño y su tiempo de aplicación fue de 60 minutos.

3.4.2 Prueba de comparación de fracciones

La prueba de comparación de fracciones, se aplicó en el 2014 a 502 estudiantes de quinto, sexto y séptimo año de educación básica (165, 181 y 156 estudiantes respectivamente), perteneciente a establecimientos educativos privados con fondos públicos y privados mixtos de Santiago (Chile). La evaluación se la realizó en el aula de informática, la prueba tenía 24 pares de fracciones agrupadas según 2 factores (Congruentes e Incongruentes) el programa que se instaló en las computadoras fue el Python y PyGame (Gómez et al., 2014).



Se debe informar que la prueba de comparación de fracciones se utilizó también en investigaciones realizadas en estudiantes del nivel escolar en los años 2015 con una muestra de 450 estudiantes de 5to, 6to y 7mo año de educación básica (128, 178 y 144 estudiantes respectivamente) de colegios de comunas periféricas del Gran Santiago de Chile (Gómez y Dartnell, 2015). En el 2016 se aplicó el cuestionario de comparación de fracciones a 490 estudiantes de 5to, 6to y 7mo año de educación básica perteneciente a establecimientos educativos del área metropolitana de Santiago (Chile) (Gómez y Dartnell, 2016).

En el 2018 se aplicó la prueba de comparación de fracciones a 502 estudiantes de quinto, sexto y séptimo año de educación básica (165, 181 y 156 estudiantes respectivamente) (Gómez y Dartnell, 2018). En los estudios

mencionados la prueba de comparación de fracciones constaba con 24 pares de fracciones, la población tenía entre 10 y 12 años y el programa que se instaló en las computadoras fue Python y PyGame.

3.4.2.1 Definición operativa de la prueba de comparación de fracciones.

Utilización del software Python y PyGame, que mide las habilidades matemáticas en comparación de fracciones, donde se registra las respuestas consistentes e inconsistentes obtenido en el programa. El tiempo de reacción es de 10 segundos máximos para cada ítem (Gómez et al., 2014), la prueba de comparación de fracciones, aplicada en este estudio, tuvo 48 ejercicios de comparación de fracciones La prueba consistió en seleccionar entre dos fracciones cuál es la mayor, el/la educando selecciona la fracción del lado izquierdo o la fracción del lado derecho que sale en la pantalla del computador presionando la tecla correspondiente del teclado (Q o P). La asignación de puntaje fue de 1 si es correcta la respuesta y de 0 si es incorrecta (1 domina el contenido y 0 No alcanza el aprendizaje requerido), esta prueba de comparación de fracciones se aplicó en el pre y post-test.

Se decidió utilizar la prueba de comparación de fracciones porque permite conocer los diferentes patrones de razonamiento que los/las estudiantes aplican para comparar fracciones (habilidad). Su aplicación es breve, ya que el tiempo

aproximado es de 8 minutos y además permite orientar al/la docente a trabajar en los problemas específicos que presentan los/las educandos en su razonamiento para comparar fracciones, esta prueba consta con un valor $\alpha = 0,75$ (Gómez et al., 2015).

3.4.2.1.1 Aplicación del pre-test

Antes de que los/las estudiantes de las dos instituciones educativas inicien el proceso de enseñanza-aprendizaje de la unidad didáctica de las fracciones, se procedió a aplicar en primer lugar el pre-test de la prueba de conocimientos de fracciones basada en los contenidos y micro evaluaciones que contiene el libro del docente entregado por el Ministerio de Educación Ecuador (2018). En el segundo día se aplicó la prueba de comparación de fracciones (Gómez y Dartnell, 2014) los pasos que se siguieron fueron:

Prueba de conocimientos de conocimiento general de fracciones.

- 1) Se elaboró un cronograma de actividades para aplicar los dos instrumentos de evaluación.
- 2) Se realizó una reunión con la directora de cada una de las instituciones educativas y con los/las docentes que formaron parte de la investigación

(acorde al cronograma), en donde se les explicó el objetivo de la aplicación de los 2 instrumentos de evaluación y lo que se requiere para las evaluaciones (pre-test).

- 3) La primera evaluación que se aplicó fue la prueba de conocimiento de fracciones, para lo cual se verificó que los espacios en las aulas de clase estén con las condiciones necesarias para rendir la prueba, la cual se aplicó de 08:00 a 09:30 (en cada paralelo), se comprobó que los/las estudiantes estén ubicados/as en sus respectivos pupitres y se les pidió que sacaran un bolígrafo de color azul, un lápiz y borrador.
- 4) Posterior a esto se repartió la prueba a cada estudiante, se les explicó sobre cómo debían llenar los datos informativos y se procedió a aplicarla.
- 5) Por último, se recogieron las pruebas escritas luego de haber transcurrido el tiempo señalado (60 minutos), al terminar de recogerlas se las guardó en sobres por paralelo e institución y quedó a resguardo del investigador.

Aplicación de la prueba de comparación fracciones.

- 1) La segunda evaluación que se aplicó fue la prueba de comparación de fracciones, para lo cual se dividió en dos grupos a los/las estudiantes de

cada paralelo, con el objetivo de que cada estudiante pueda rendir la prueba en un computador (los 2 laboratorios de computación estuvieron dotados de 25 computadoras cada uno). Antes de que los/las estudiantes rindan su evaluación, se instaló en cada uno de los computadores el software Python y PyGame para que, de esta manera, puedan rendir la prueba de comparación de fracciones.

- 2) El tiempo que se utilizó para la aplicación fue de 08:00 a 11:30 para los cinco paralelos en cada institución educativa.
- 3) El primer grupo de estudiantes se dirigió al laboratorio de computación y se ubicó en un computador, el segundo grupo permaneció en el paralelo bajo la tutela del docente (cada paralelo estaba dividido en 2 grupos). El grupo que fue evaluado tuvo un tiempo aproximado de 20 minutos para rendir la prueba (en este tiempo se les dio las explicaciones necesarias y se comprobó que llenen los datos adecuadamente).
- 4) Antes que los/las estudiantes rindieran la prueba de comparación de fracciones (en el laboratorio de computación) se les explicó cómo debían llenar sus datos y cuál era el procedimiento para escoger la respuesta que ellos/ellas consideren correcta cuando inicien a comparar fracciones. Además, se les indicó que el tiempo máximo para responder cada pregunta

era de 10 segundos, después de este límite de tiempo el computador pasaba a la siguiente pregunta de manera automática.

Es necesario el indicar que la información que se les dio, también les apareció en la pantalla de la computadora al iniciar a desarrollar la prueba de comparación de fracciones. A continuación, se muestra el procedimiento de la tarea de comparación de fracciones en la figura 6.

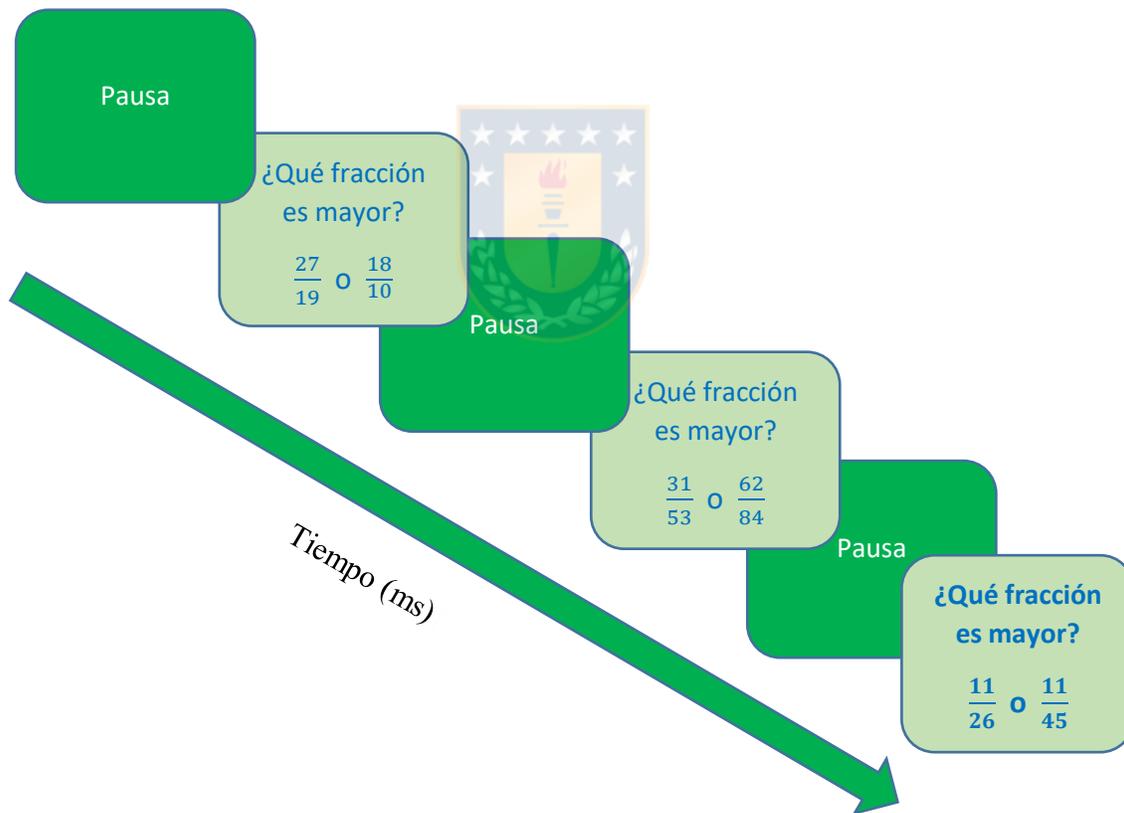


Figura 5. Extracto prueba de comparación de fracciones

- 5) Al terminar el tiempo de evaluación, se procedió a recoger los datos de cada computadora de cada paralelo por institución educativa. La información recogida quedó bajo la custodia del investigador.

- 6) Posterior al término de la aplicación de la prueba de comparación de fracciones se llevó a los/as estudiantes de retorno a su respectiva aula de clase y luego se procedió a llevar al segundo grupo de cada paralelo y así sucesivamente hasta terminar con todos los/las estudiantes.

Segunda etapa: La intervención de la docente en el aula clase fue de 12 horas pedagógicas (cada hora pedagógica fue de 40 minutos), divididas en 6 períodos de clase, generando una extensión temporal de dos semanas. La temática tratada con sus estudiantes fue el de fracciones, los temas que se desarrollaron en la clase fueron:

Clase 1: Concepto y escritura de fracciones. (Lunes)

Clase 2: Gráfica de fracciones en diferentes figuras y en la recta numérica
(Miércoles)

Clase 3: Fracciones propias e impropias, homogéneas y heterogéneas. (Viernes)

Clase 4: Comparación, amplificación y reducción de fracciones. (Lunes)

Clase 5: Suma y resta de fracciones propias e impropias, homogéneas y heterogéneas. (Miércoles)

Clase 6: Resolución de problemas utilizando fracciones. (Viernes)

(Anexo 13).

En el proceso de cada clase se evaluó el cumplimiento de la planificación bajo el modelo neurocognitivo de Howard-Jones y la aplicación del ciclo didáctico, al grupo cuasi-experimental de cada institución educativa se le realizó 5 visitas (lunes, miércoles y viernes en la primera semana y en la segunda semana fueron los días lunes y viernes), las visitas a este grupo se ejecutaron de la siguiente manera: la primera visita fue al iniciar la clase con un período de 30 minutos, la segunda fue a los 20 minutos de iniciada la clase y se observó durante 30 minutos, la tercera fue al inicio de la clase y se observó por 30 minutos, la cuarta visita se realizó 25 minutos antes de que termine de dar clase la docente y la quinta visita fue al término de la primera hora clase y se observó durante 30 minutos. Un proceso similar se utilizó con el grupo control con el objetivo de comprobar que se cumplan las actividades correspondientes al método didáctico, de acuerdo a las planificaciones.

3.4.2.1.2 Aplicación del post-test

Al terminar de desarrollar la unidad didáctica de las fracciones (6 clases), por parte de los/las docentes a sus educandos/as, se procedió luego de 8 días a aplicar el post-test, en el que se tomaron las 2 evaluaciones que se aplicaron en

el pre-test, siguiendo el mismo protocolo utilizado anteriormente en las dos instituciones educativas. (Anexos 14 y 15)

3.5 Procedimiento de recolección de datos y elaboración de la base de los datos.

Antes de iniciar la elaboración de la base de datos en Excel, se realizó el análisis sobre aquellos/aquellas estudiantes que presentaban necesidades educativas especiales (3 estudiantes; 2 pertenecieron a la institución educativa 1 y 1 a la institución educativa 2) y sobre los/las estudiantes que no hayan completado las dos evaluaciones pre y post-test por diversas situaciones (2 estudiantes; 1 perteneció a la institución educativa 1 y 1 a la institución educativa 2), la decisión fue no incluirlos en la base de datos, de acuerdo a los criterios de inclusión del estudio. El procedimiento que se siguió fue el siguiente:

- 1) Luego de la aplicación de las evaluaciones (pre y post-test) se recopilaron las pruebas de conocimiento de fracciones y la información de las evaluaciones de la prueba computarizada de comparación de fracciones (mediante un pendrive).

- 2) Antes de digitalizar las evaluaciones escritas se realizó un chequeo para constatar que consten los nombres y apellidos completos de los/las estudiantes, el paralelo y la institución educativa al cual pertenecen.
- 3) Se chequeó la lista de los/las estudiantes que rindieron la prueba de comparación de fracciones en computadora, se descargó la información en el computador la cual sale en formato data, luego se desarrolló una tabla en Excel con las características de la información de la data, se transcribieron los datos de estudiante en estudiante y luego se procedió a guardar la información a una base de datos final en Excel.
- 4) Se procedió a codificar a los/las estudiantes (con letras y números) para respetar la confidencialidad del/la participante.
- 5) Se tabularon los datos en dos momentos: en el primero se trabajó la información del pre-test, para lo cual se elaboró una matriz base, y antes de pasar a la base de datos final en Excel, se chequearon los datos, corroborando por matriz, la institución educativa y el paralelo. El mismo procedimiento se utilizó para tratar los datos del post-test.
- 6) Se elaboró la matriz general en un Excel con los datos de todas las pruebas y poder trasportarlas al programa SPSS versión (23).

CAPÍTULO 4

4. RESULTADOS

Para asegurarse que el modelo se aplicó de forma adecuada, se evaluaron las clases impartidas, visitando los establecimientos educativos para controlar el cumplimiento de la aplicación de las actividades programadas en la planificación diaria que tenían que desarrollar en el aula clase, tanto para el grupo cuasi experimental como al grupo cuasi control. Para ello se aplicó la matriz que sirvió como plantilla para evaluar si se cumplen los criterios del modelo de Howard-Jones (2011) y si se siguen las etapas del ciclo didáctico neurocognitivo propuesto, la evaluación se realizó en distintos momentos de la clase, es decir al inicio, en el desarrollo de la media clase o casi al terminar la misma, con el objetivo de ver si se cumple en todo el proceso de enseñanza-aprendizaje la aplicación de la planificación.

4.1 Análisis estadístico de los datos

4.1.1 Descripción de la muestra

En la figura 4 se observa la participación de dos Instituciones educativas públicas, la primera institución tuvo 213 estudiantes y la segunda 186, dando un total de 399 educandos. Es necesario informar que no se consideró los datos de 5

estudiantes para ser analizados por las siguientes razones: 3 educandos por presentar un Coeficiente Intelectual bajo la norma y por trabajar con adaptación curricular individualizada (ACI) y 2 educandos por no haber completado una de las dos evaluaciones (pre y/o pos-test). Uno de los/las 2 estudiantes se retiraron por cuestiones de movilidad y solo rindió el pre-test y el otro estudiante no rindió el pos- test por problemas de salud, quedando determinada la muestra en 294 educandos distribuidos de la siguiente manera: la primera Institución tuvo 210 estudiantes y la segunda 184. (Ver figura 7):

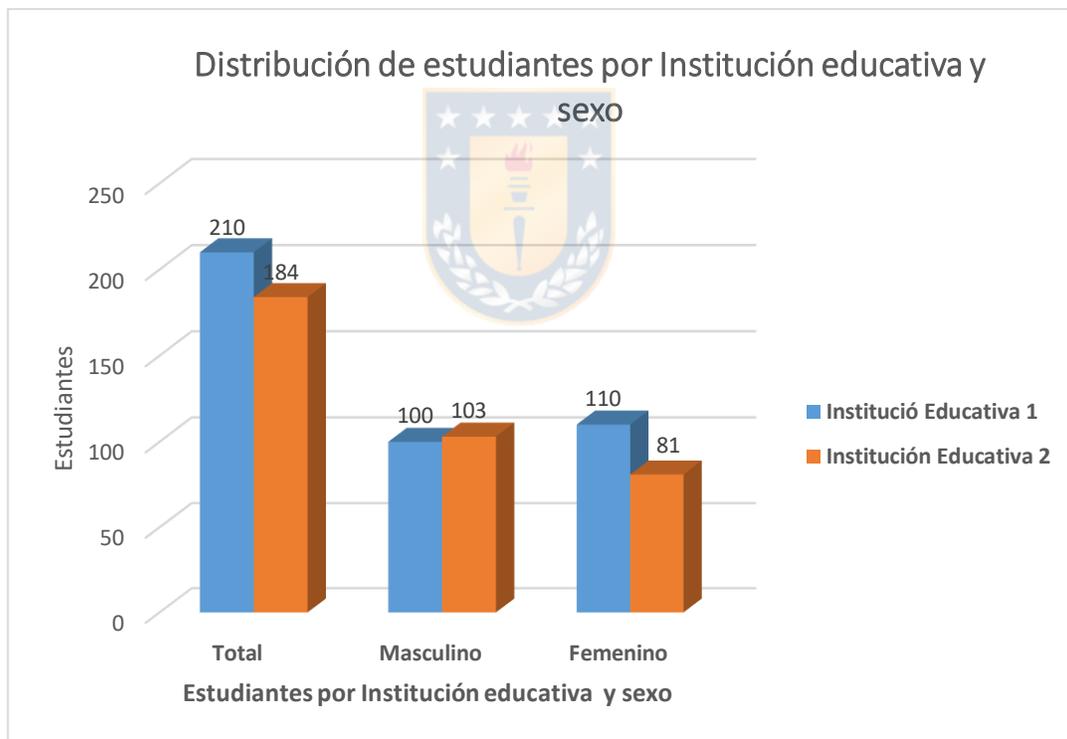


Figura 6. Distribución de estudiantes por Institución Educativa y sexo

Tabla 3.

Distribución de estudiantes por Institución, paralelo y sexo

Institución Educativa	Paralelos	Estudiantes n(394)	Masculino n(203)	Femenino n(191)
1	A	43	21	22
	B	40	20	20
	C	43	24	19
	D	41	21	20
	E	43	14	29
2	A	38	20	18
	B	36	20	16
	C	38	20	18
	D	36	20	16
	E	36	23	13

Nota: Datos obtenidos de la base de datos de cada Institución educativa.

Se puede ver que las dos Instituciones educativas tienen 5 paralelos (A, B, C, D, E); en la Institución educativa 1 existe un promedio de 42 estudiantes por paralelo y en la Institución educativa 2 el promedio es de 37 estudiantes

Tabla 4.

Distribución de estudiantes acorde al grupo de pertenencia y al sexo

Institución Educativa	Grupo de pertenecen	Estudiantes n=394	Masculino n=203	Femenino n=191
1	Cuasi-Experimental	86	35	51
	Control	124	65	59
2	Cuasi-Experimental	72	40	32
	Control	112	63	49

Nota: Datos obtenidos de la Investigación.

4.2 Análisis de normalidad de la distribución de los datos de la prueba de Conocimiento general de fracciones.

Se realizó el análisis de los datos de la prueba de conocimiento general de fracciones, con el objetivo de establecer si tienen una distribución normal o no, para así decidir si se utilizarán test estadísticos paramétricos o no paramétricos; se consideró la muestra completa (394 estudiantes) y se utilizó la prueba de Kolmogorov – Smirnov, tanto para el pre y el post-test y los de la diferencia entre ambos (post y pre test).

Para el pre-test obtenemos un estadístico de Kolmogorov-Smirnov de $D(394)=0,0539$, $p= 0,009$, para el pos-test se obtuvo $D(394) = 0,093$, $p< 0,001$.

Para las diferencias entre pre y pos-test se obtuvo $D(394)= 0,079$, $p< 0,001$.

Como los valores de p son menores que 0,05 en los tres análisis realizados, se puede inferir que los datos de la prueba de conocimiento de fracciones no tienen una distribución normal, por lo que se trabajarán con pruebas estadísticas no paramétricas.

Posteriormente, se realizó el análisis de los datos de la prueba de comparación de fracciones, con el mismo objetivo: establecer si tienen una distribución normal o no.

4.3 Análisis de normalidad de la distribución de los datos de la prueba de comparación de fracciones.

Se realizó un primer análisis de los datos de la prueba de comparación de fracciones, con el objetivo de establecer si tienen una distribución normal o no. Esto, a su vez, para decidir si se utilizarán test estadísticos paramétricos o no paramétricos para los análisis principales; para esto se consideró la muestra completa (394 estudiantes). Al ser una muestra mayor a 30 datos se usó la prueba de Kolmogorov – Smirnov, tanto para los resultados obtenidos en el pre y el post-test y los de la diferencia entre ambos (post y pre- test).

Para el pre-test, obtenemos un estadístico de Kolmogorov-Smirnov de $D(394)=0,139$, $p < 0,001$. Para el post-test, se obtuvo $D(394) = 0,075$, $p < 0,001$. Para las diferencias entre pre y post-test, se obtuvo $D(394)= 0,080$, $p < 0,001$.

Como los valores de p son menores que 0,05 en los tres análisis, se puede inferir que los datos de la prueba de comparación de fracciones no tienen una distribución normal, por lo que en los análisis que se presentan a continuación se

utilizarán pruebas estadísticas no paramétricas (Wilcoxon o Mann-Whitney, según corresponda).

En resumen, los resultados obtenidos en las pruebas de normalidad en esta sección establecen que los datos, tanto de la prueba de comparación de fracciones como de la prueba de conocimiento general de fracciones, no tienen una distribución normal. Es relevante notar que esto hace desaconsejable el uso de pruebas estadísticas paramétricas tan habituales como el análisis de varianza (ANOVA), la cual tiene equivalentes no paramétricos, pero solo en ciertas situaciones para los diseños intra sujetos (por ejemplo, el test de Friedman es análogo al ANOVA de medidas repetidas de 1 factor).

En particular, no se tiene conocimiento de un análisis no paramétrico equivalente al ANOVA de 2 factores que tiene 1 factor intra sujeto y 1 factor inter sujeto, lo cual impide hacer algunos análisis deseables como contrastar los cambios entre pre y post-test de la muestra. En todas las instancias donde es posible, se realizó pruebas no paramétricas que permiten abordar las preguntas de investigación.

4.4 Análisis de resultados principales

Para el análisis de los datos se partió de la siguiente pregunta de investigación: ¿Qué efecto tendrá el capacitar a los/las docentes en un programa de enseñanza-aprendizaje de fracciones basado en el Modelo neurocognitivo de Howard-Jones en los resultados de aprendizaje de fracciones de los/las estudiantes de sexto año de Educación Básica?, para responder la pregunta general de investigación se plantearon las siguientes preguntas específicas:

4.4.1. ¿Cómo evolucionan el conocimiento general de fracciones y el de las habilidades en comparación de fracciones en el grupo de estudiantes que participaron en el programa diseñado acorde a criterios neurocognitivos?

4.4.2. ¿Cómo evolucionan el conocimiento de fracciones y la habilidad en comparación de fracciones en un grupo de estudiantes que participan de un programa de formación tradicional?

4.4.3. ¿Cómo difiere el grado de aprendizaje en ambas medidas por parte de estudiantes que participan del programa diseñado de acuerdo a criterios

neurocognitivos, en comparación con estudiantes que participan de un programa de formación tradicional?

4.4.1 Pregunta 1: Evolución del grupo cuasi-experimental

La primera pregunta de investigación se refiere a la evolución en los resultados de los/las estudiantes del grupo experimental, el cual contiene 158 estudiantes.

Prueba de conocimiento de fracciones

Al realizar el análisis de los datos del grupo cuasi-experimental de la prueba de conocimiento de fracciones observamos que los/las estudiantes obtuvieron en promedio en el pre-test $M= 4,253$, $SD= 1,779$ y en el post-test $M= 6,169$, $SD= 1,915$. La prueba de Wilcoxon para muestras relacionadas dio como resultado $Z= -8,762$, $p<,001$, revelando una diferencia significativa entre pre y post-test. Esto quiere decir que los/las estudiantes del grupo cuasi-experimental incrementaron en 1,169 puntos su desempeño entre pre y post-test, lo que permite interpretar que los/las estudiantes que estuvieron expuestos a un modelo neurocognitivo para el aprendizaje de fracciones presentaron una mejora en su conocimiento de fracciones (Figura 8).

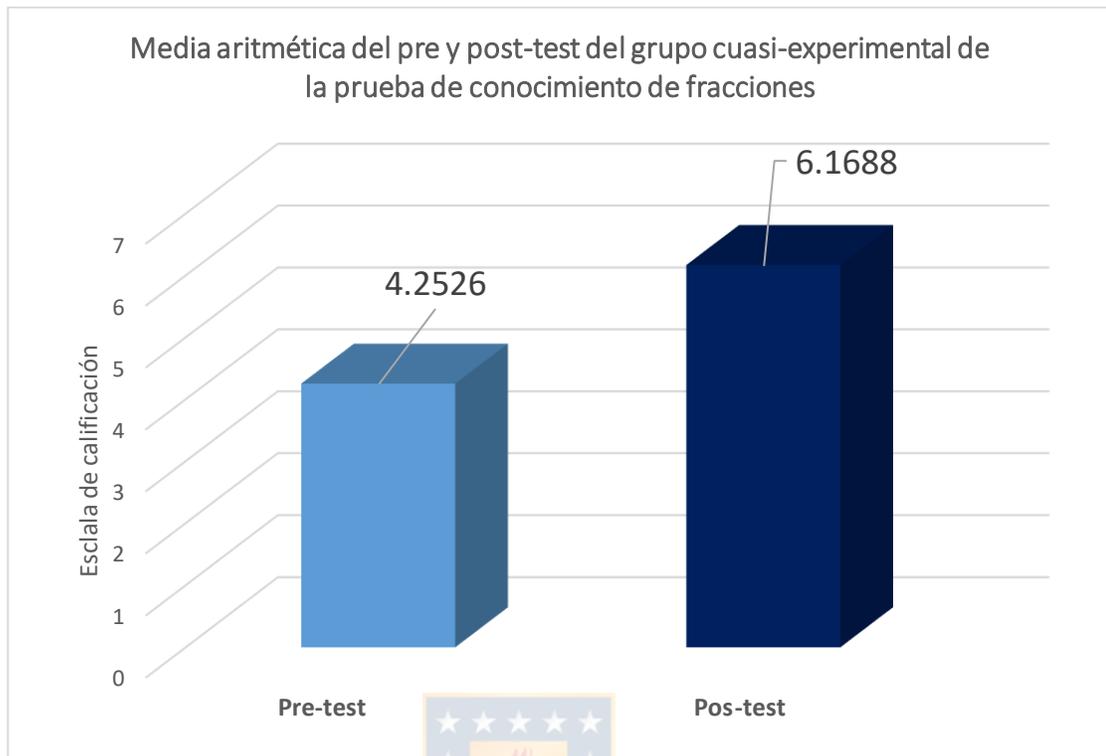


Figura 7. Media aritmética de la prueba de conocimiento de fracciones-grupo del cuasi-experimental.

Prueba de comparación de fracciones

En esta prueba los/las estudiantes obtuvieron resultados de $M= 36,98\%$, $SD= 6,45\%$ en el pre-test y $M= 47,73\%$, $SD= 7,746\%$ en el pos test. La prueba de Wilcoxon para muestras relacionadas dio un resultado de $Z= -9,686$, $p<.001$, lo que indica que existen diferencias estadísticamente significativas entre los puntajes del pre y post-test. Al relacionar los valores del pre y post-test de la Media aritmética se evidencia que los/las estudiantes del grupo cuasi-experimental obtuvieron un 10,75% más altos en el post-test que, en el pre-test,

lo que permite interpretar que los/las estudiantes que estuvieron expuestos a un modelo neurocognitivo para el aprendizaje de fracciones mejoraron en su habilidad en comparar fracciones (Figura 9).

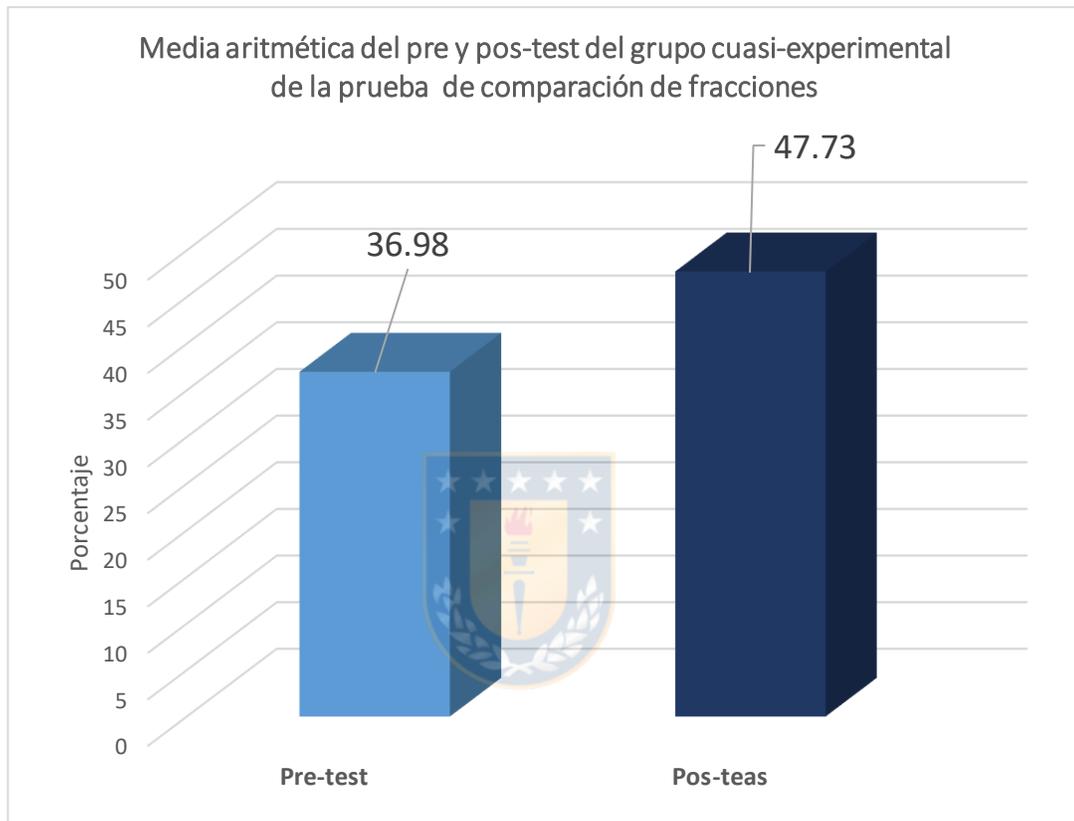


Figura 8. Media aritmética de la prueba de comparación de fracciones del grupo cuasi-experimental.

4.4.2 Pregunta 2: Evolución del grupo control

La segunda pregunta de investigación se refiere al progreso en los resultados de los/las estudiantes del grupo control, el cual contiene 236 estudiantes.

Prueba de Conocimiento de fracciones

Al realizar el análisis de los datos del grupo control de la prueba de conocimiento de fracciones, observamos que los/las estudiantes obtuvieron en promedio en el pre-test $M= 4,799$, $SD= 2,063$ y en el post-test presenta una $M= 5,580$, $SD= 2,233$. La prueba de Wilcoxon para muestras relacionadas dio un resultado de $Z= -5,738$, $p < ,001$, revelando una diferencia significativa entre pre y post-test. Esto quiere decir que los/las estudiantes del grupo control incrementaron en 0,781 décimas de punto su desempeño entre pre-post-test, lo que permite interpretar que los/las estudiantes que estuvieron expuestos a un modelo tradicional para el aprendizaje de fracciones presentaron una mejora en su conocimiento de fracciones (ver Figura 10).

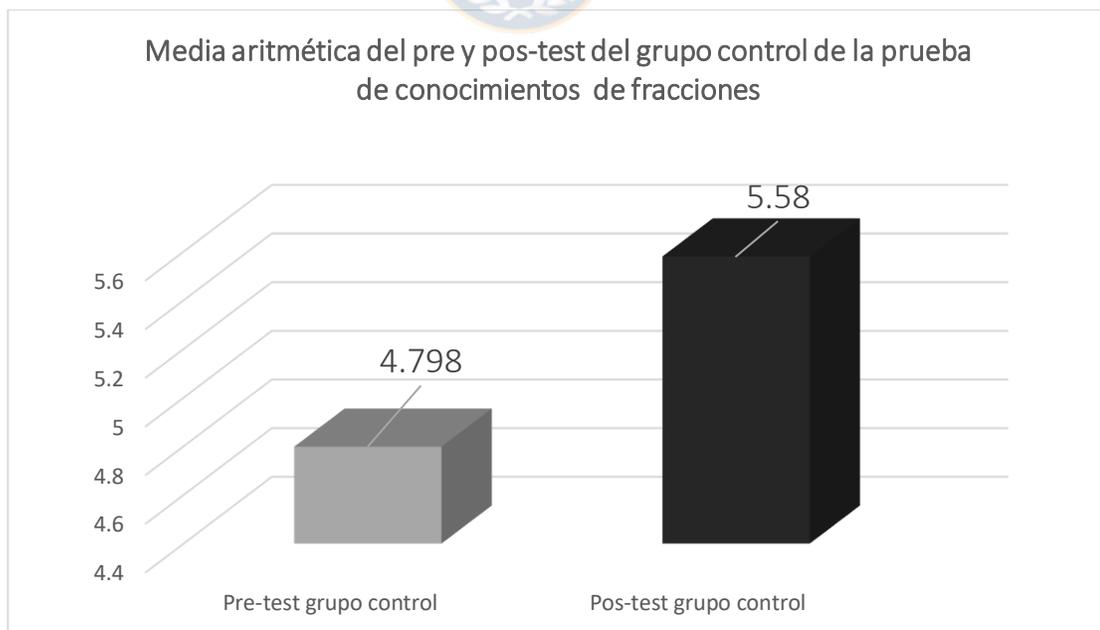


Figura 9. Media aritmética de la prueba de conocimientos de fracciones del grupo control.

Prueba de comparación de fracciones

En esta prueba, los/las estudiantes obtuvieron en el pre-test los resultados $M= 37,82\%$, $SD= 7,790\%$ y el post-test $M= 47,79\%$, $SD= 6,401\%$. La prueba de Wilcoxon para muestras relacionadas dio un resultado de $Z= -12,006$, $p < ,001$, lo que indica que existen diferencias estadísticamente significativas entre los puntajes del pre y post-test. Al relacionar los valores del pre y post-test de la Media aritmética se evidencia que los/las estudiantes del grupo control obtuvieron puntajes en promedio un 9,97% más altos en el post-test que en el pre-test, lo que permite interpretar que los/las estudiantes que estuvieron expuestos a un modelo tradicional para el aprendizaje de fracciones mejoraron en su habilidad en comparar fracciones (Figura 11).

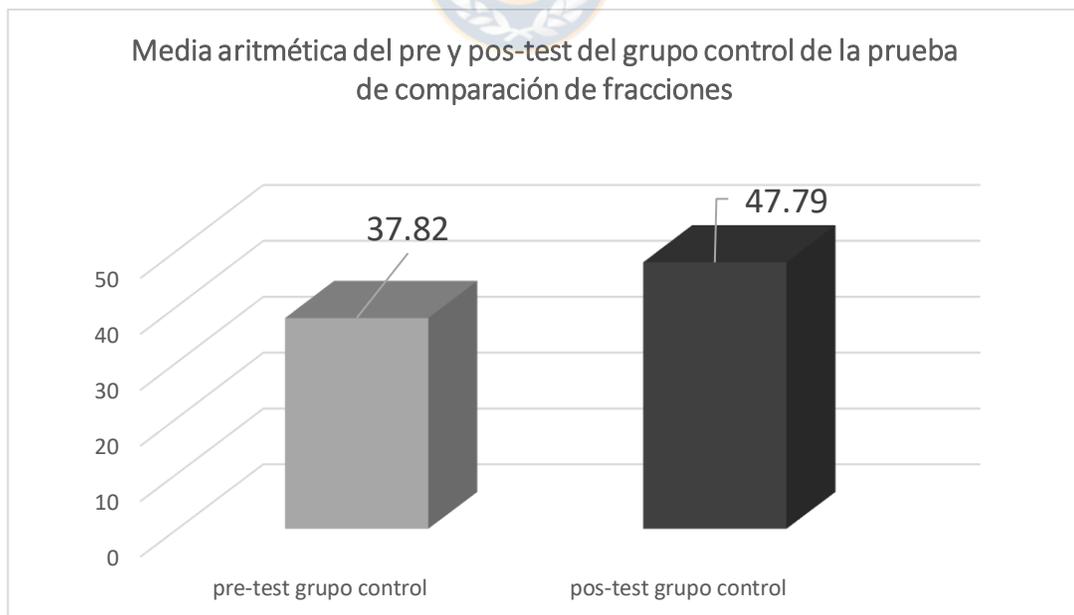


Figura 10. Media aritmética de la prueba de comparación de fracciones del grupo control.

4.4.3 Pregunta 3: Diferencia en el grado de aprendizaje entre el grupo cuasi-experimental y el grupo control.

La tercera pregunta de investigación se refiere al grado de diferencia en los resultados de los/las estudiantes que formaron parte del grupo cuasi-experimental en relación al grupo cuasi control, la muestra fue de 394 estudiantes (236 del grupo cuasi control y 158 del grupo cuasi-experimental).

Prueba de conocimiento de fracciones.

En esta prueba se analizaron los datos de la diferencia existente entre el post-test y el pre-test con la variable grupo 01 (cuasi experimental y control), los/las estudiantes obtuvieron resultados de $Md= 1,236$, $SD= 2,118$, de la diferencia existente entre el post y el pre-test y una $Md= ,40$, $SD= ,491$, en la variable grupo (control y cuasi-experimental). La prueba de *U de Mann Whitney* para muestras independientes dio un resultado de $U de Mann Whitney = 1354,0$, $Z= -4.605$, $p < ,001$, Resultados que muestran diferencias estadísticamente significativas entre la diferencia del post y pre-test, con la variable grupo (control y cuasi-experimental) (ver Figura 12).

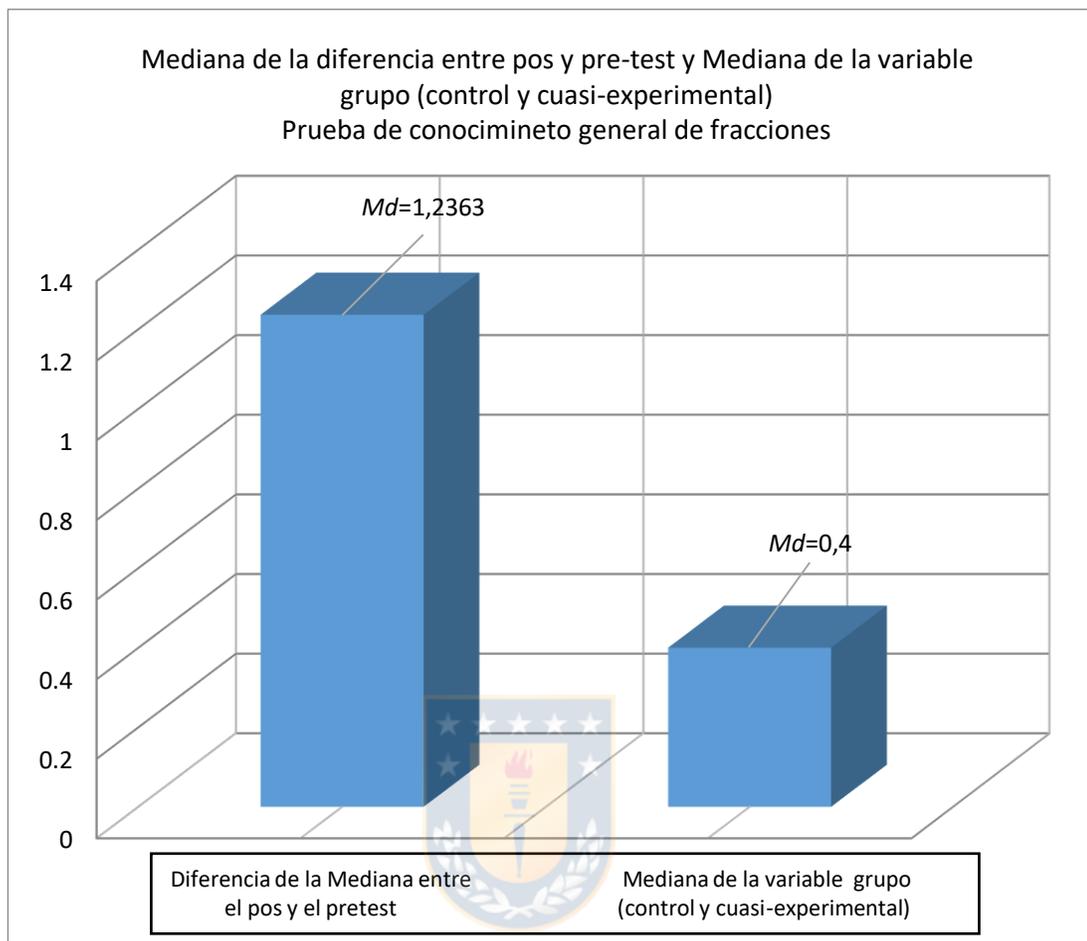


Figura 11 Diferencia entre pos y pre test y la variable grupo, prueba U de Mann Whitney.

Se puede observar que existe diferencias estadísticamente significativas entre la mediana de pos y pre test del grupo control en relación con el grupo cuasi-experimental en la prueba de conocimiento de fracciones.

Prueba de comparación de fracciones

En esta prueba se analizaron los datos de la diferencia existente entre el post-test y el pre-test con la variable grupo 01 (Cuasi-experimental y control), al aplicar la prueba estadística no paramétrica U de Mann-Whitney para muestras independientes los/las estudiantes obtuvieron resultados de $Md= 10,28\%$, $SD= 8,532\%$ entre el post y el pre-test, y una $Md= ,40\%$, $SD= ,491\%$ en la variable grupo (control y experimental). En la prueba U de Mann-Whitney para muestras independientes dio un resultado de $U \text{ de Mann Whitney} = 1711$, $Z = -1,386$, $p = ,166$, lo que indica que no existen diferencias estadísticamente significativas entre los puntajes del post y pre-test cuando comparan fracciones los/las estudiantes del grupo cuasi-experimental y del grupo control. (ver Figura 13).

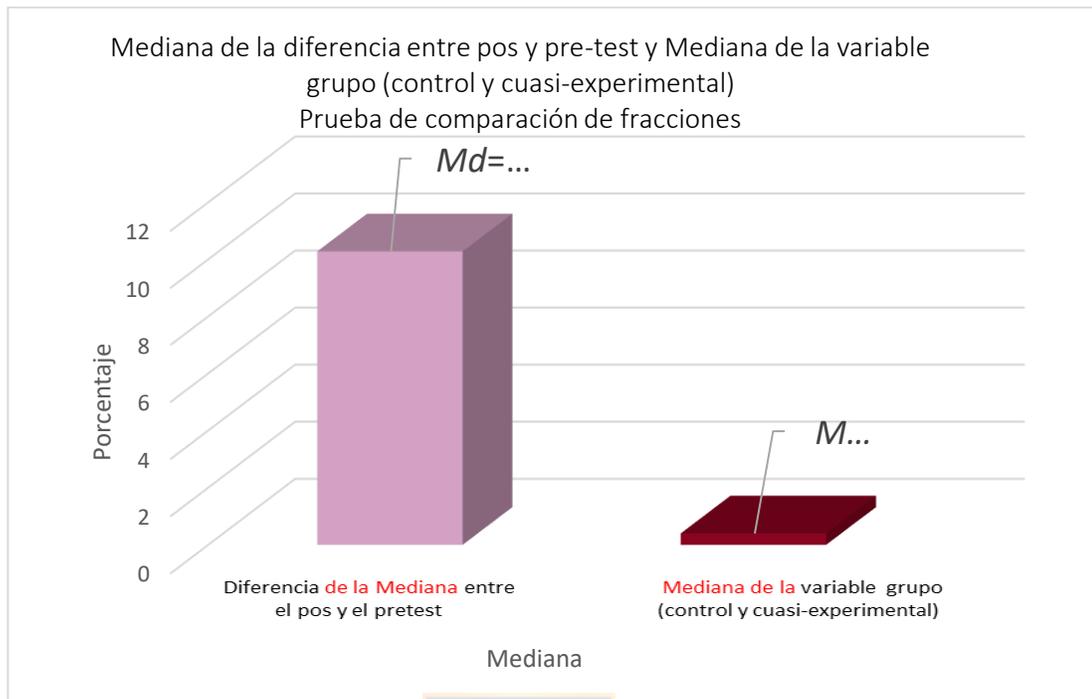


Figura 12. Diferencia entre pos y pre test y la variable grupo, prueba U de Mann Whitney.

Se puede observar que no existe diferencias estadísticamente significativas entre la mediana de pos y pre test del grupo control en relación con el grupo cuasi-experimental.

4.5 Análisis y discusión de los resultados

El proceso de análisis y discusión de resultados se realizará acorde al orden en que se presentaron los resultados:

4.5.1 En relación al grupo cuasi-experimental y el rendimiento en la prueba de Conocimiento de fracciones se puede decir que:

El grupo cuasi-experimental estuvo conformado por 158 estudiantes pertenecientes a dos Instituciones educativas públicas. Al realizar el análisis de los datos obtenidos en la prueba de Wilcoxon para muestras relacionadas del grupo cuasi-experimental cuando los/las estudiantes expresaron su nivel de conocimiento de fracciones, obtuvieron una $Z = -8,762$, $p < ,001$, en el que se observa que existe una diferencia estadísticamente significativa entre los datos obtenidos en el pre y post-test en relación con los educandos del grupo cuasi-experimental. Al analizar los valores obtenidos en la media aritmética en el pre-test $M = 4,253$, $SD = 1,779$ y en el post-test $M = 6,169$, $SD = 1,915$, permite inferir que los/las estudiantes de sexto año de educación básica expuestos a un programa de intervención neurocognitivo, incrementaron su conocimiento general de fracciones en unos 1,91 puntos en relación a sus conocimientos iniciales sobre fracciones.

El resultado obtenido en esta investigación se asemeja al alcanzado por Hinojosa (2017), estudio que reportó el incremento en los niveles de aprendizaje de los/las estudiantes luego de la intervención pedagógica diseñada bajo los esquemas del modelo neurocognitivo de Howard-Jones (2011) y del ciclo didáctico propuesto por (Pizarro y Urrutia 2017) aun cuando las dos

investigaciones se realizaron en población educativa de edades y grados diferentes.

Al realizar el análisis del tiempo de intervención, utilizando el modelo neurocognitivo de Howard-Jones (2011) y del ciclo didáctico propuesto por (Pizarro y Urrutia 2017) se puede decir que el estudio realizado por Hinojosa (2016) tuvo un proceso de intervención de 6 meses, y el tiempo de intervención de la presente investigación fue de 12 horas pedagógicas (cada hora pedagógica fue de 40 minutos), distribuidas en dos semanas de clase, diferencias de tiempo que permite inferir que a pesar de existir una diferencia en el tiempo de intervención en cada investigación en donde se aplicó el modelo neurocognitivo de Howard-Jones (2011) y el ciclo didáctico propuesto por (Pizarro y Urrutia (2017) igualmente generaron un incremento en el aprendizaje de los/as estudiantes que son evidenciados en sus resultados de aprendizaje.

Los resultados de la presente investigación en los que se evidencia una diferencia estadísticamente significativa entre el pre y el pos-test en relación al conocimiento de fracciones coinciden con los obtenidos por García et al., (2016) en donde proponen la aplicación de un Modelo Teórico Local (MTL) para el aprendizaje de las fracciones, en estudiantes de primero y segundo año de educación secundaria por medio de una applet. Los resultados preliminares

indican que los/las estudiantes luego de la intervención mejoraron su nivel de aprendizaje de las fracciones en relación al presentado en el pre-test.

4.5.2 En relación al grupo cuasi-experimental y el proceso de comparación de fracciones se puede decir que:

El grupo experimental estuvo conformado por 158 estudiantes pertenecientes a dos Instituciones educativas públicas, en el que se observa que existe una diferencia estadísticamente significativa entre los datos obtenidos en el pre y post-test, con una $Z = -9,686$, $p < ,001$. Este resultado permite inferir que los/las estudiantes de sexto año de educación básica expuestos a un programa de intervención neurocognitivo incrementaron su habilidad para comparar fracciones en un 10,75% en relación a su habilidad inicial (pre-test).

El resultado obtenido en la presente investigación en lo referente al incremento en el porcentaje de aprendizaje en la comparación de fracciones, mediante la aplicación del modelo neurocognitivo de Howard-Jones (2011) y el ciclo didáctico propuesto por Pizarro y Urrutia (2017), no se había obtenido en estudiantes de educación básica (escuela), específicamente en el aprendizaje de fracciones, sino más bien se lo ha aplicado en estudiantes de nivel medio (colegio) y universitario, de manera general en una o varias asignaturas. Los resultados de esta investigación, entonces, coinciden con los obtenidos por

Hinojosa (2016) en un Liceo Municipal de la provincia de Concepción-Chile, en estudiantes de enseñanza media, ya que se evidenció un incremento en el rendimiento académico generado por la motivación intrínseca gracias a las experiencias estimulantes vividas.

Por otra parte, un estudio con diseño cuasi-experimental realizada por Romero, Romero y Barboza (2021) se caracterizó por la aplicación de una sola prueba (pos-test) a 74 estudiantes universitarios de la asignatura de Estadística Aplicada a la Psicología. El grupo control estuvo integrado por 37 estudiantes y el grupo cuasi-experimental con 37 educandos a quienes se les aplicó un programa instruccional basado en la neurociencia para mejorar el nivel de aprendizaje de la asignatura.



El programa de intervención que se le aplicó al grupo cuasi-experimental tuvo una duración de 14 sesiones de cuatro horas cada una, dando un total de 56 horas de intervención, que se aplicaron en 4 meses. El instrumento que se utilizó para evaluar el nivel de aprendizaje de los/las estudiantes universitarios en la asignatura fue una escala de estimación de contenidos, la que contenía 20 ítems con 3 alternativas de respuesta (siempre, algunas veces y nunca). El instrumento fue validado por el criterio de expertos y tuvo un nivel de confiabilidad de 0,78, lo que determinó una buena consistencia interna.

Los resultados señalaron que existe una diferencia estadísticamente significativa en la estructura de los indicadores del aprendizaje entre los grupos, siendo esta diferencia a favor del grupo cuasi-experimental. Al evaluar la implementación del programa de intervención, se comprobó que tuvo efectos positivos en el aprendizaje de los/las estudiantes, evidenciando que la aplicación de un modelo neurocognitivo genera un incremento en el proceso de aprendizaje el que se ve reflejado en los resultados de aprendizaje de los/as estudiantes.

Estos resultados se asemejan con los obtenidos en la presente investigación, ya que los/las estudiantes del grupo cuasi-experimental incrementaron su habilidad para comparar fracciones posterior a la intervención del programa de enseñanza-aprendizaje con bases de la neurociencia, a pesar de que la población fue diferente al igual que la asignatura evaluada.

Otra investigación realizada por Tacca, Tacca y Alva (2019) estudió la relación existente entre las estrategias neurodidácticas aplicadas por el/la docente con el nivel de satisfacción y del rendimiento académico en estudiantes universitarios de diferentes carreras. El estudio fue de carácter cuantitativo, correlacional y transversal. La muestra fue de 311 estudiantes de primero y segundo año de la universidad.

Los/las investigadores/as construyeron un instrumento que fue validado por juicio de expertos con el objetivo de evaluar las estrategias neurodidácticas aplicadas por el/la docente cuando imparte su cátedra. El instrumento tenía 17 ítems clasificados en 3 estrategias (operacionales, socio-emocionales y metodológicas), el alfa de Cronbach fue .91; la manera de valorar cada ítem fue por medio de una escala Likert con cinco opciones que fueron desde nunca (1) hasta siempre (5). El segundo instrumento midió la variable satisfacción académica (Sisto et al., 2008) que valoraba cada ítem por medio de una escala Likert de 4 opciones, que van de nunca (0) a siempre (3). Aquí el alfa de Cronbach fue de .80.



Los resultados de la investigación señalaron la existencia de una correlación positiva entre las estrategias neurodidácticas y la satisfacción académica (.72), resultado que permitió inferir que el utilizar estrategias neurodidácticas responden al interés del estudiantado y que las estrategias neurodidácticas se relacionan positivamente con el rendimiento académico. Este resultado se encuentra en congruencia con los hallados en la presente investigación, a pesar de que la población es diferente y no corresponde a la misma asignatura. Es necesario caracterizar que los resultados obtenidos en la investigación se pueden entender por lo expresado por Vergel-Ortega et al., (2016) el que considera que la aplicación de estrategias didácticas activas en donde el/la estudiante es el/la

constructor/a del conocimiento beneficiará en al rendimiento académico de los/las educandos.

Así también, una investigación realizada por Moreano (2020) puso en práctica una estrategia neurodidáctica para la comprensión lectora en la resolución de problemas en el aula de Matemática en estudiantes del tercer ciclo de colegio. La población fue de 10 estudiantes de quinto grado con 6 años de escolaridad, quienes presentaban dificultades asociadas a la resolución de problemas en el aula de Matemática, específicamente en la interpretación y comprensión de textos, entre otras.



Posterior a la intervención bajo el modelo neurodidáctico, se pudo observar que los/las estudiantes superaron sus dificultades en el aprendizaje matemático, resultado que es similar al obtenido en la presente investigación, a pesar de ser en población diferente con objetivos distintos, el tipo de estudio fue exploratorio cualitativo, para observar los centros nerviosos, las funciones psicológicas superiores y la estructura morfosintáctica del lenguaje, con el objetivo de diseñar un programa de enseñanza-aprendizaje neurodidáctico que desarrolle la comprensión lectora en la resolución de situaciones problemáticas en la aula de Matemática. La investigadora utilizó un enfoque Ontosemiótico que permitió

establecer los procedimientos metodológicos para establecer los pasos didácticos más adecuados para que el/la estudiante aprenda.

Los instrumentos utilizados para cumplir con los objetivos planteados fueron la prueba estandarizada de Estilo Cognitivo John Friedrich Martínez-Universidad Pedagógica, el test estandarizado de caras Prueba Alopónica es una prueba que evalúa memoria, la prueba estandarizada de Percepción- Análisis visual, la Prueba alofónica y la prueba estandarizada de ejercicios de memoria, la prueba estandarizada de imágenes y redacción de textos y un diario de campo. Para la recolección de la información se aplicó la técnica cualitativa de la observación participante y la encuesta de preguntas abiertas, posteriormente se realizó una triangulación con la información obtenida.

Los resultados que tuvieron los/las estudiantes en las evaluaciones de control, intermedias y finales al correlacionarlas con las pruebas de diagnóstico permitió observar que su desempeño mejoró con la aplicación de actividades orientadas a estimular las habilidades intelectuales, psicodestrezas, entre otras, por lo que la investigador señala la trascendencia que tiene para la educación los procesos de enseñanza-aprendizaje que buscan el desarrollo de las habilidades cognitivas en los/las educandos.

Además, el enfoque ontosemiótico pudo determinar en los/las estudiantes que cuando aprende utilizando estrategias Neurocognitivas le ayuda al desarrollo de las funciones psicológicas superiores, permitiendo al/la estudiante resolver los problemas matemáticos en la clase de Matemática. Este resultado es similar al obtenido en el presente estudio en lo referente a mejorar el nivel de conocimiento de los/as estudiantes a pesar de no ser el mismo contenido matemático.

Todas estas investigaciones dan cuenta en cierta medida de la importancia de los conceptos neurocientíficos para abordar una metodología constructivista en el aula. Un estudio realizado por Rodríguez y Urrutia (2016) a docentes de Coronel en la región del Bío- Bío en Chile muestran la importancia que tienen las falsas creencias basadas en supuestos neurocientíficos en la didáctica, puesto que los fundamentos teóricos del docente pueden permear la práctica a clases conductistas que afecten el buen desempeño de los estudiantes para lograr aprendizajes efectivos.

4.5.3 En relación al grupo control y su rendimiento en la prueba de conocimientos de fracciones se puede decir que:

El grupo control estuvo integrado por 236 estudiantes de sexto año de educación básica, pertenecientes a las 2 instituciones educativas públicas. La prueba de conocimiento de fracciones presenta una diferencia significativa en los resultados

del pre-test, en relación con los del post-test $Z= -5,738$, $p < ,001$. Al observar los resultados, se puede decir que los/las estudiantes que estuvieron expuestos a un modelo tradicional de enseñanza-aprendizaje evolucionaron el conocimiento de fracciones y la habilidad en comparación de fracciones.

De acuerdo al análisis de los valores de las medias aritméticas del pre-test $M= 4,799$, $SD= 2,063$, en relación al post-test, que presenta una $M= 5,580$, $SD= 2,233$, se obtiene una diferencia de 0.781 décimas puntos más en relación al puntaje del pre-test. Estos resultados son similares a los obtenidos por Butto (2013) en una población de 26 estudiantes mejicanos de sexto grado de primaria de una escuela pública del Distrito Federal de México, cuya edad fue de 10 a 12 años. Los resultados señalaron un progreso conceptual en los/las estudiantes, lo que les permitió superar algunas dificultades que tenían sobre el aprendizaje de fracciones, mejorando de esta manera sus resultados de aprendizaje. Los resultados indican que el paso del aprendizaje de números enteros a números fraccionarios es un proceso lento.

Una investigación realizada por Valencia (2013) en población venezolana en la que se aplicó un programa de enseñanza-aprendizaje de fracciones en dos grupos (control y experimental) pertenecientes a primer año de enseñanza media (edad comprendida entre los 13 a 15 años), obtuvo resultados similares a los de

la presente investigación. La población estudiada se caracterizó por presentar dificultades en el aprendizaje de las fracciones. Los resultados obtenidos evidencian que los/las educandos mejoraron gradualmente en el dominio de la resolución de problemas con fracciones mientras iban participando en el programa de enseñanza-aprendizaje.

4.5.4 En relación al grupo control y su rendimiento en la prueba de comparación de fracciones se puede decir que:

Al observar los resultados que obtuvieron en la prueba de Wilcoxon los/las estudiantes de sexto año de educación básica, se evidencia que existen diferencias estadísticamente significativas, ya que presenta una $Z= -12,006$, $p<,001$, entre los porcentajes del número de aciertos que obtuvieron al comparar fracciones en el pre y post-test.

Al comparar la media aritmética obtenida en el pre-test $M= 37,82\%$, $SD= 7,790\%$ en relación con el post-test $M= 47,79\%$, $SD= 6,401\%$, se puede inferir que los/las estudiantes que estuvieron expuestos a un modelo de enseñanza tradicional incrementaron la habilidad en comparación de fracciones en un 9.97% en relación al pre-test. El incremento en el aprendizaje generado por la aplicación del método tradicional coincide con lo expresado por Pífarre y Sanuy (2001), quienes establecen que la mayoría de diseños y su aplicación que

estén enmarcados en una propuesta didáctica para enseñar, cuyo objetivo sea el de mejorar el proceso de aprendizaje (comprensión conceptual y/o procedimental) de los/las estudiantes, tiene una incidencia positiva en el aprendizaje. Esto se evidenciará en un mayor puntaje obtenido por parte del/la estudiante posterior a la intervención, cuando se trabaja en sus habilidades cognitivas y metacognitivas.

Aun cuando hubo un incremento en el proceso de comparación de fracciones por parte de los/las estudiantes en el post-test, es importante analizar por qué los/as educandos tienen un porcentaje menor al 50%, esto es, mayor presencia de errores que aciertos al comparar fracciones. Estos resultados son similares a los reportados por Backhoff y otros (2006) en su investigación realizada en países de Iberoamérica con una muestra representativa de estudiantes de sexto grado, a quienes se les pidió que reconozcan cuál fracción es mayor o menor que $3\frac{2}{5}$ como mayor que $3\frac{1}{4}$ pero menor que $3\frac{1}{2}$. Los resultados obtenidos reportan que apenas el 5,3% de la muestra tenían 67% de probabilidad de responder adecuadamente la pregunta de comparación de fracciones.

En otra investigación cuya temática no tiene que ver directamente con el proceso de comparación de fracciones, sino más bien con el proceso de suma de fracciones, realizada por Reys y otros (1982) en una población de estudiantes

norteamericanos cuya edad era entre los 13 a 17 años, se les pidió que estimaran o calcularan el resultado de la siguiente operación $\frac{12}{13} + \frac{7}{8}$. Las respuestas que dieron fueron: 1, 2, 19, 21 y algunos/as respondieron no lo sé. Esto implica que solo el 24% y el 37% de los/las estudiantes en cada grupo de edad lograron emitir las respuestas correctas, porcentajes bajos que son similares a los obtenidos en nuestra investigación.

Los resultados de aprendizaje (menores que el 50%) expresados en el pre-test y post-test de esta investigación coinciden con lo reportado por el Ministerio de Educación del Ecuador (2008,2014); INEVAL (2016, 2018 y 2019); Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación, (2015); Siegler y otros (2013), cuya causa podría darse por la presencia de un sesgo del número entero en los/las estudiantes mediante los procesos de enseñanza-aprendizaje (Ni y Zhou, 2005; Van Dooren, Lehtinen y Verschaffel, 2015). El proceso de comparación de fracciones es difícil de desarrollar adecuadamente, ya que es una habilidad que necesita ser cimentada de acuerdo a los procesos de comprensión conceptual y de una constante actividad procedimental con fracciones, procesos y metodologías que no se practican en el aula (Gómez et al., 2014; Gómez y Dartnell, 2018).

4.5.5 En relación a los resultados obtenidos de la diferencia entre el post y pre-test del grupo 1 (cuasi-experimental y control) se puede decir que:

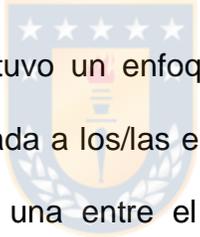
En relación a los resultados obtenidos en la prueba de conocimientos de fracciones se puede decir que:

De acuerdo a los resultados obtenidos, hubo una ventaja estadísticamente significativa del grupo cuasi-experimental en relación con el grupo control en la prueba general de fracciones. Esto implica que los/las estudiantes que estuvieron expuestos al modelo neurocognitivo de Howard-Jones (2011) aumentaron su conocimiento de fracciones más que los/las estudiantes que estuvieron expuestos al modelo tradicional; resultado que coincide con la investigación en la que se aplicó el modelo neurocognitivo de Howard-Jones de Hinojosa (2017) sobre las dimensiones motivacionales en estudiantes de cuarto año de educación media en un Liceo Municipal de la provincia de Concepción-Chile.

Una investigación en la que se aplicó el Método Singapur para la enseñanza-aprendizaje de fracciones en estudiantes de octavo grado de una institución educativa pública de Colombia (Niño-Vega et al., 2020) tuvo como objetivo mejorar la capacidad para resolver situaciones problemáticas que el/la estudiante vive diariamente cuando tienen que aplicar los números fraccionarios. La muestra estuvo integrada por 35 estudiantes de 8^{vo} grado que tenían una edad de

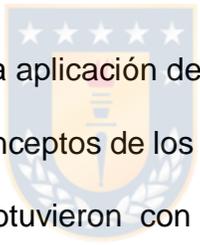
comprendida entre 13 a 15 años, quienes tenían un bajo conocimiento de conceptos para resolver operaciones básicas con fracciones.

La metodología utilizada se caracterizó por aplicar un trabajo en el aula clase en donde se desarrollaron tres actividades que fueron: rica pizza, dibujando fracciones y “tú tiene y yo tengo”, en las cuales se utilizó material didáctico concreto, para luego realizar representaciones mediante gráficos y así poder llegar a desarrollar y comprender los conceptos abstractos que se deben aprender de los números fraccionarios para los/las estudiantes de octavo grado.



El diseño metodológico tuvo un enfoque cualitativo de tipo investigación-acción, la intervención aplicada a los/las estudiantes estuvo estructurada por 6 sesiones de 2 horas cada una entre el 2^{do} y 3^{er} período académico. Los procedimientos para la recolección de la información fueron: una prueba diagnóstica que tenía 7 preguntas repartidas en dos fases, la primera estaba integrada por ejercicios de fracciones relacionados con las vivencias que tienen en su vida cotidiana y la segunda fase estuvo orientada a interpretar gráficamente una fracción. También se utilizaron entrevistas, procesos de observación participante y no participante y una evaluación final para conocer el nivel de aprendizaje adquirido por los/las estudiantes luego de la intervención.

Los resultados evidenciaron que los/las estudiantes en la prueba de diagnóstico obtuvieron un 52% de dificultad para realizar representaciones gráficas con números fraccionarios, un 83% tenían problemas cuando sumaron fracciones, 37% no entendieron el concepto de fracciones equivalentes, el 88% lograron realizar representaciones decimales de un número fraccionario, el 74% no logró resolver ejercicios de división de números fraccionarios y el 65% no lograron completar una secuencia de números fraccionarios y el 100% no lograron resolver problemas relacionados con el contexto utilizando números fraccionarios.



El estudio concluyó que la aplicación de la metodología Singapur incrementó el nivel de aprendizaje de conceptos de los números fraccionarios, resultado que coincide con los que se obtuvieron con la presente investigación y que la aplicación de esta metodología tuvo un impacto positivo en el aprendizaje de la Matemática.

Por otro lado, un estudio realizado por Campoverde (2019) con el objetivo de fortalecer el proceso de enseñanza-aprendizaje de las operaciones básicas de fracciones a través de la aplicación de una metodología que utilizó estrategias lúdicas, material didáctico concreto y buscó la participación de los/las estudiantes en grupos interactivos en 36 estudiantes (20 niñas y 16 niños) pertenecientes a sexto año de educación básica de una Institución educativa.

La metodología que se utilizó fue investigación-acción participativa, que se desarrolló en 4 etapas: una diagnóstica en donde se aplicó una prueba de conocimientos de fracciones, que permitió determinar el paralelo que tuvo las calificaciones más bajas y fue con el que se realizaría la intervención; otra de diseño, en la que se indagó las estrategias y el tipo de material concreto que se aplicaría para que los/las estudiantes logren comprender el concepto de número racional, el lograr resolver ejercicios de suma y resta de fracciones; otra etapa de implementación, en la cual se aplicaron 10 sesiones sobre contenidos de fracción, operaciones con números fraccionarios (suma y resta de fracciones homogéneas y heterogéneas), conceptos y resolución de ejercicios de fracciones propias e impropias y compuestas y, por último, la etapa de evaluación que consistió en la aplicación de un post-test con la finalidad de determinar los niveles de conocimiento presentados por los/las estudiantes después de la intervención.

La principal conclusión de la investigación fue que la aplicación de una secuencia didáctica lúdica y la utilización de materiales concretos para la enseñanza-aprendizaje de fracciones tuvo un impacto positivo en el aprendizaje de los/las estudiantes, resultado que se asemeja al encontrado en la presente investigación en la cual se aplicó un modelo neurocognitivo para el proceso de enseñanza aprendizaje de las fracciones.

Así también, Juárez, Aguilar y Sánchez (2018) realizaron una investigación cuasi-experimental, en la que se aplicó un programa para resolver problemas de reparto como una ruta para el aprendizaje de fracciones. La muestra estuvo conformada por 34 estudiantes (12 niños y 22 niñas), que tenían una edad comprendida entre 8 y 9 años pertenecientes a una escuela pública de Méjico. El objetivo del estudio fue demostrar el beneficio que genera la aplicación de los problemas de reparto en el proceso de enseñanza-aprendizaje de fracciones.

Los instrumentos utilizados en la investigación fueron un cuestionario que evaluó el conocimiento de fracciones el que se lo aplicó como pre y pos-test, además se utilizó una entrevista semiestructurada para determinar si los temas que conlleva al aprendizaje de las fracciones eran fáciles o difíciles de aprender. Los datos obtenidos por la aplicación de estos dos instrumentos permitieron seleccionar 20 ejercicios que estuvieron orientados por el documento editado por la Academia Internacional de la Educación titulado “La enseñanza de fracciones” (UNESCO) y libros japoneses para la enseñanza-aprendizaje de la Matemática (SEP,2011). El tiempo de intervención fue de dos meses.

Al realizar el análisis de los resultados, los investigadores concluyeron que los puntajes obtenidos en el post-test fueron superiores a los que sacaron en el pre-test, lo que indica que existió una mejoría significativa en el aprendizaje de fracciones de los/las educandos luego de haber aplicado los problemas de

reparto, resultado que coinciden con los que se obtuvieron en la presente investigación, a pesar de ser metodologías y poblaciones diferentes.

El resultado obtenido en esta investigación en lo referente al aprendizaje de fracciones y el incremento del puntaje coincide con otras investigaciones que aplicaron modelos de intervención basados en el constructivismo para el aprendizaje de fracciones y/o de la Matemática. Al respecto, Butto (2013) realizó una investigación en donde diseñó una secuencia didáctica para el proceso de enseñanza de fracciones para estudiantes de educación primaria, que se caracterizó por poner énfasis en desarrollar aspectos matemáticos y cognitivos para el aprendizaje de fracciones. Los resultados evidenciaron que los/las estudiantes gracias al aprendizaje de conceptos y el de resolución de ejercicios y/o problemas con números fraccionarios, generado por la intervención pedagógica, lograron superar varias dificultades que presentaban los/las educandos, incrementando su puntaje en el post-test al compararlo con el pre-test.

Por su parte, Valencia (2013) realizó un estudio cuasi-experimental con el objetivo de desarrollar experiencias de aprendizaje por medio de procesos interactivos entre estudiantes cuando resolvían problemas de fracciones adaptados a contextos reales. Los resultados del post-test señalan que los/las estudiantes mejoraron su aprendizaje en lo referente a resolución de problemas

con números fraccionarios y se pudo evidenciar por el incremento en sus puntajes en la evaluación final posterior a la intervención García y otros (2016); Mera y Peña (2011) desarrollaron una investigación cuasi-experimental en donde se aplicó un pre y pos- test, con el objetivo de conocer si la intervención de un programa de entrenamiento en estrategias metacognitivas para enseñar fracciones en 78 estudiantes de 5^{to} grado era efectivo. Los resultados indicaron que los/las estudiantes expuestos al programa de intervención mejoraron significativamente el rendimiento académico por los niveles de aprendizaje de fracciones alcanzado posterior a la aplicación del programa del desarrollo de estrategias metacognitivas, incremento que se evidenció por los puntajes alcanzados en el pos-test.



Pupo y Iriarte (2011) pusieron en práctica un programa para desarrollar estrategias didácticas con enfoque metacognitivo para enseñar fracciones en 338 estudiantes de 5^{to} grado. Posterior a la intervención se aplicó un pos-test en el cual se evidenció que los/las estudiantes que pertenecieron al grupo experimental tuvieron ventajas estadísticamente significativas en relación al nivel de aprendizaje del grupo control. Por su parte, Fuentes (2010) desarrolló una investigación en estudiantes de quinto año de básica con el objetivo de implementar actividades didácticas que promuevan el aprendizaje de fracciones, para lo que utilizó un diseño cuasi-experimental con un pre y post-test. Posterior a la intervención, se evaluó a los/las estudiantes y se observó que el grupo cuasi-

experimental mejoró significativamente su aprendizaje conceptual y procedimental de las fracciones.

Matute (2010); Perera y Valdemoros (2009a) desarrollaron un proceso de enseñanza-aprendizaje de las fracciones, caracterizado por la integración de actividades, que giraron en torno a la vivencias de los/las educandos. Para poder llevar a cabo la investigación, utilizaron un método cuasi-experimental en donde hubo un pre y pos-test y un grupo control y uno experimental. Después de haber aplicado la intervención al grupo cuasi-experimental y el grupo control seguir su metodología tradicional de enseñanza, se evaluó a los dos grupos, los resultados arrojaron que los/las estudiantes del grupo experimental mejoraron el aprendizaje de los conceptos y realización de ejercicios con números fraccionarios de manera significativa en comparación con el grupo control.

Ojeda (2019) realizó una investigación que tuvo un enfoque cualitativo con la finalidad de poder conocer qué efecto tendrá en los/las estudiantes el aplicar técnicas activas para la enseñanza de la Matemática. La muestra estuvo conformada por 32 estudiantes de séptimo año de Educación básica en una institución educativa estatal. Para conocer si tuvo o no un efecto en los/las educandos, el investigador aplicó un diseño no experimental transeccional de campo. La población estudiada fue de 32 educandos de séptimo grado. La conclusión fue que se pudo observar que la aplicación de técnicas activas

beneficia al aprendizaje del/la estudiante, logrando mejorar su rendimiento en la prueba pos-test.

Juárez, Aguilar y Sánchez (2018) realizar una investigación sobre la implementación del método de Singapur para mejorar el aprendizaje de la Matemática en 30 estudiantes de educación primaria. Para cumplir con el objetivo planteado, utilizaron una metodología cuantitativa con un pre y pos-test y también cualitativa mediante la observación del participante. Los resultados mostraron que la aplicación del Método Singapur en los estudiantes de segundo grado pertenecientes a la muestra mejoró los niveles de aprendizaje en Matemática, resultado que coinciden con la presente investigación, a pesar de que se trata de otra población y no específicamente del contenido de fracciones.

En relación a los resultados obtenidos en la prueba de comparación de fracciones se puede decir que:

Los resultados obtenidos declararon que no existe diferencias estadísticamente significativas entre los resultados obtenidos en el pre y post-test en la prueba de comparación de fracciones entre los/las estudiantes pertenecientes al grupo experimental y el grupo control.

Esto quiere decir que tanto los/las estudiantes que estuvieron expuestos al modelo Neurocognitivo de Howard Jones y los/las estudiantes que estuvieron expuestos a un modelo de enseñanza tradicional no presentan diferencias estadísticamente significativas en los porcentajes que obtuvieron al comparar fracciones.

Una de las explicaciones para estos resultados podría encontrarse en el tiempo de intervención que se desarrolló para enseñar fracciones, pues en total fueron 6 clases de 90 minutos cada una, pero específicamente para desarrollar el contenido de comparación de fracciones se empleó solo una clase de 90 minutos. Este podría ser un motivo por el que posiblemente no se pudo desarrollar mejor la habilidad para comparar fracciones en los/las educandos que estuvieron expuestos a la enseñanza de fracciones bajo el modelo neurocognitivo de Howard-Jones. Esto porque al comparar con otra investigación en la que se aplicó el Modelo Neurocognitivo de Howard-Jones (2011), el tiempo de intervención fue de 6 meses Hinojosa (2016).

Por otra parte, la comparación de fracciones involucra procesos cognitivos más complejos. Así, de acuerdo a Muñoz (2017), el desarrollo de esta habilidad cognitiva requiere de tres fases para su desarrollo que son: Una fase inicial que es en la que el/la estudiante adquiere el conocimiento, una intermedia que es en

donde el/la educando/a procesa la información y una final que es en la que recupera, generaliza, transfiere y sistematiza el conocimiento adquirido.

Por otra parte, los investigadores Vergel, Duarte y Martínez (2016) plantean que el desarrollo de las habilidades cognitivas permite que el/la estudiante logre flexibilizar, organizar y regular el pensamiento, facilitando la toma de decisiones, procesos cognitivos que se pueden desarrollar mediante la aplicación de una didáctica activa y sistemática, pero que requieren más tiempo de entrenamiento.

Capilla (2016), realizó un estudio que tuvo como objetivo determinar si existe una correlación entre la equivalencia comparación de fracciones y el ordenar fracciones. Para ello aplicó un diseño cuasi-experimental longitudinal y correlacional con una muestra conformada por 17 estudiantes de tercer grado.

Para obtener los datos, en el pretest, se aplicaron dos cuestionarios que tenían preguntas cerradas o diferenciadas en los dígitos, con la finalidad de garantizar la confiabilidad de los resultados. Los instrumentos tenían 12 preguntas (6 para obtener información sobre las habilidades cognitivas y 2 para cada habilidad cognitiva) con un valor total de 24 puntos (las respuestas correctas se valoraron con dos puntos y las incorrectas con 1 punto).

En el pos-test, se aplicó una secuencia metodológica lúdica que se caracterizó por utilizar material concreto para la enseñanza de fracciones y se plantearon actividades que presenten situaciones problemáticas elaboradas para el aprendizaje de fracciones. La intervención se ejecutó en 6 sesiones cada una con dos horas de aplicación.

Al analizar los resultados del pre y pos-test se pudo concluir que existió una correlación robusta y positiva entre las dimensiones equivalencia de fracciones comunes y adición de fracciones comunes y en la dimensión comparación de fracciones comunes y sustracción de fracciones comunes. También se observó la presencia de una correlación baja y positiva, resultado que es similar al obtenido en la presente investigación, ya que se evidencia que en las dos investigaciones en donde se requiere que los/las estudiantes apliquen las habilidades cognitivas cuando comparan fracciones, estas habilidades todavía no están desarrolladas completamente, lo que se observa por no existir una diferencia estadísticamente significativa entre los grupos control y cuasi-experimental por el poco tiempo de intervención.

Gómez et al., (2014) en una investigación realizada en población infantil en donde se aplicó un cuestionario de comparación de fracciones, sugieren que el proceso de representación componencial de la fracción se va desarrollando de manera paulatina y sistemática en el/la educando cuando trabaja con fracciones,

en sus primeras etapas de aprendizaje. A la misma conclusión llegan Obersteiner et al., (2013), quienes plantean que los/las estudiantes transitan de manera ordenada y secuencial para desarrollar la representación componencial de una fracción de manera intuitiva y posteriormente corrige su razonamiento para lograr representar a la fracción de manera holística.

Estas investigaciones permiten explicar que el proceso que utiliza el/la estudiante para comparar fracciones requiere del desarrollo de habilidades cognitivas, las que se van desarrollando con el pasar del tiempo y con la aplicación de didácticas adecuadas.



CAPÍTULO 5

CONCLUSIONES

Uno de los resultados más importantes de esta investigación, que muestra el efecto del modelo neurocognitivo de la población cuasi-experimental, se encuentra en la prueba de conocimiento de fracciones donde se evidencian diferencias estadísticamente significativas a favor del grupo cuasi-experimental, en comparación con el grupo control. Esto implica que los/las estudiantes que estuvieron expuestos/as a un modelo de enseñanza-aprendizaje neurocognitivo de Howard-Jones (2011) incrementaron de manera significativa su aprendizaje de conocimiento general de fracciones en mayor proporción que los/las estudiantes expuestos a un programa de enseñanza-aprendizaje tradicional. Esto teniendo en cuenta que ambos grupos (cuasi-experimental y control) siguieron los mismos contenidos de fracciones, tal y como está programado por el diseño curricular de Ecuador, para la enseñanza de Matemática y específicamente de las fracciones.

En relación con la prueba de comparación de fracciones, se pudo observar que no existieron diferencias estadísticamente significativas ($p= ,166$) en los resultados obtenidos en la diferencia entre el pos y el pre-test de los grupos cuasi experimental y control. A pesar de haber un incremento en el puntaje de los dos

grupos, es necesario aclarar que es mayor el incremento en el puntaje en los/las estudiantes que pertenecieron al grupo cuasi-experimental. Las explicaciones de estos resultados se deben a dos aspectos fundamentales: por un lado, la falta de entrenamiento de esta tarea, pues se consideró solo una clase en la unidad y la complejidad de la misma, pues se necesita más tiempo para adquirir las destrezas y estrategias cognitivas para resolver esta tarea en los estudiantes de este nivel.

Análisis más específicos, a nivel intragrupo, muestran que los/las estudiantes que estuvieron expuestos a un modelo neurocognitivo para el aprendizaje de fracciones evolucionaron en su conocimiento general de fracciones porque presentan una diferencia estadísticamente significativa ($p < ,001$) entre los resultados obtenidos en el pre y pos-test, por lo que se puede concluir que los/las estudiantes del grupo cuais-experimental mejoraron su nivel de aprendizaje sobre el conocimiento general de fracciones.

En relación con los/las estudiantes que estuvieron expuestos a un modelo de enseñanza-aprendizaje tradicional (grupo control), ellos también incrementaron su conocimiento de fracciones, puesto que obtuvieron una diferencia estadísticamente significativa ($p < ,001$) entre los puntajes obtenidos en el pre-test en relación a los obtenidos en el pos-test, obteniendo un efecto positivo en

los resultados de aprendizaje, aun cuando este fue menor al obtenido por los/las educandos que pertenecieron al grupo cuasi-experimental.

En relación con la prueba de comparación de fracciones, los/las estudiantes que estuvieron expuestos a un modelo neurocognitivo para el aprendizaje de fracciones presentaron diferencias estadísticamente significativas ($p < .001$) entre los puntajes obtenidos en el pre y el pos-test, obteniendo un puntaje mayor en la evaluación realizada después de la intervención lo que permite interpretar que los/las estudiantes que estuvieron expuestos a un modelo neurocognitivo para el aprendizaje de fracciones mejoraron en su habilidad en comparar fracciones.



En relación a los/las estudiantes que pertenecieron al grupo control se puede decir que al analizar los puntajes que obtuvieron en el pre-test y el pos-test, se evidenció que existe una diferencia estadísticamente significativa ($p < .001$) en el pos-test, lo que permite interpretar que los/las estudiantes que estuvieron expuestos a un modelo tradicional para el aprendizaje de fracciones mejoraron en su habilidad en comparar fracciones. A pesar de haber un incremento en el puntaje de los/las estudiantes que estuvieron expuesto a un modelo tradicional de enseñanza-aprendizaje, este fue menor al que obtuvieron los/las estudiantes del grupo cuasi-experimental cuando compararon fracciones.

En síntesis, los resultados obtenidos en esta tesis permiten concluir que el programa de enseñanza-aprendizaje neurocognitivo de Howard-Jones generó un efecto positivo en los/las estudiantes, al incrementar el porcentaje de respuestas correctas en el pos-test de las pruebas de conocimiento de fracciones y de la prueba de comparación de fracciones, incremento que fue mayor que el presentado por los/las estudiantes expuestos a un modelo de enseñanza aprendizaje tradicional.

5.1 Consideraciones Éticas.

Este proyecto al involucrar la participación de seres humanos se rigió a los principios éticos de la declaración de Singapur y de los principios de la investigación en Psicología de la American Psychological Association (2010). Por cuanto se firmaron los correspondientes consentimientos informados de todos/as las personas que formaron parte de la investigación, y los asentimientos informados por todos/as los/las estudiantes que participaron en el estudio.

Además, se resguardó toda la información y codificó para no develar ni las instituciones que intervinieron en el estudio ni la identificación de sus participantes.

5.2. Limitaciones

El tiempo de intervención para el proceso de enseñanza-aprendizaje de las fracciones, fue muy corto y esto es debido a que se tenía que sujetar la investigación al tiempo de planificación que tenía que desarrollar el/la docente, el cual respondía a la macro planificación Institucional.

5.3 Proyecciones

En la tesis se diseñó un programa de enseñanza-aprendizaje basado en el Modelo neurocognitivo de Howard-Jones y el proceso didáctico elaborado por Pizarro y Urrutia (2017), el cual, al ser aplicado por el/la docente a los/las estudiantes de sexto año de educación básica, tuvo un incremento en los resultados de aprendizaje, lo que permitiría ampliar su aplicabilidad a un número mayor de estudiantes y de diferentes instituciones educativas, ya sean de régimen (fiscal, fiscomisional y particular). Estas aplicaciones podrían tener un tiempo más largo de aplicabilidad de un mes y medio, que es el tiempo en el cual se trabaja todo el contenido programado para fracciones, para obtener mejores resultados.

REFERENCIAS

- Álvarez, M. E. (2013). La neurociencia en las ciencias socio-humanas: una mirada transdisciplinar. *Ciencias sociales y educación*, 2 (3), 153-166.
- American Psychological Association. (2010). *Manual de Publicaciones de la APA*. Editorial Manual Moderno.
- Ancker, J. S., y Kaufman, D. (2007). Rethinking Health Numeracy: A Multidisciplinary Literature Review. *Journal of the American Medical Informatics Association*, 14(6), 713-721.
- Anderson, V., Spencer-Smith, M., y Wood, A. (2011). Do children really recover better? Neurobehavioural plasticity after early brain insult. *Brain*, 134(8), 2197-2221.
- Ardila, A. y Rosselli, M. (2007). *Neuropsicología clínica*. Bogotá: Manual Moderno.
- Arancibia, V, Herrera. P y Strasser. K,(1997) Manual de psicología educacional 6°edición actualizada. Ediciones *Universidad Católica de Chile*.
- Araya-Pizarro, S., y Espinoza, L. (2020). Aportes desde las neurociencias para la comprensión de los procesos de aprendizaje en los contextos educativos. *Propósitos y Representaciones*, 8(1).
- Arceo, F., Rojas, H., y González, G. (2002). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo: una interpretación constructivista* (p. 465). Mcgraw-Hill.

- Ausubel, D., Novak, J., y Hanesian., H. (1983). *Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo*. 2° Ed. Trillas México.
- Backhoff, E., Andrade E., Sánchez A., Peon M., y Bouzas A. (2006). *El aprendizaje del español y las matemáticas en la educación básica en México: sexto de primaria y tercero de secundaria*, México, Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.
- Ballarini, F. (2015). REC. Por qué recordamos lo que recordamos y olvidamos lo que olvidamos. Buenos Aires: *Editorial Sudamericana*.
- Ballesteros, S. (1993). Representaciones analógicas en percepción y memoria: imágenes, transformaciones mentales y representaciones estructurales. *Psicotema*, 5(1),7-19.
- Bandura, A. (1987). *Pensamiento y acción: fundamentos sociales*. Barcelona-España: Martínez Roca.
- Barrios-Tao, H. (2016). Neurociencias, educación y entorno sociocultural. *Educación y Educadores*, 79(3), 395-415.
- Bednar, C. D., y Duffy T. (1992). *Constructivism and the Technology of Instruction*. Hillsdale-New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Behr, M.J.; Harel, G.; Post, T., y Lesh, R. (1993). Rational numbers: Toward a semantic analysis-emphasis on the operator construct, en T.P. Carpenter, E. Fennema *gs of the British Society for Research into Learning Mathematics*, Londres, vol. 23, núm. 3, pp. 7-12. and T.A.

- Bills, C. (2003), "Errors and Misconceptions in KS3 'Number'", en J. Williams (ed.), *Proceedin of the British Society for Research into Learning Mathematics*, Londres, vol. 23, núm. 3, pp. 7-12.
- Blakemore, S-J., y Frith, U. (2010). *Cómo aprende el cerebro, las claves para la educación*. Barcelona: Editorial Planeta.
- Bonnato, M., Fabbri, S., Umilta, C., y Zorzi, M. (2007). The Mental Representation of Numerical Fractions: Real or Integer? *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 33(6), 1410–1419
- Brown, J. S., Collins, A., y Duguid, P. (1989). Situated cognition and the culture of learning. *Educational researcher*, 18(1), 32–42.
- Brousseau, G., Brousseau, N., y Warfield, V. (2004), "Rationals and Decimals as Required in the School Curriculum. Part 1: Rationals as Measurement", *Journal of Mathematical Behavior*, vol. 23, núm. 1, pp. 1-20
- Bueno, D. (2020). Genética y aprendizaje: Cómo influyen los genes en el logro educativo. JONED. *Journal of Neuroeducation*. 1(1); 38-51.
- Butto, C. (2013). El aprendizaje de fracciones en educación primaria: una propuesta de enseñanza en dos ambientes, *Horizontes Pedagógicos*, 15, Vol. 1, pp. 33-45
- Cabero, J., y Llorente, M. (2015). Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC): escenarios formativos y teorías del aprendizaje. *Revista Lasallista de Investigación*, 12(2),186-193.

- Campbell, D., y Stanley, J. (2005). *Diseños experimentales y cuasi experimentales en la investigación social*. Buenos Aires: Amorrortu [1ª edición en castellano 1973; novena reimpresión].
- Campoverde, M. (2019). "Grupos interactivos: Implementación de una secuencia didáctica lúdica y materiales concretos para la enseñanza aprendizaje de las operaciones básicas con números fraccionarios de 5to y 6to de educación básica" (*Tesis de pre-grado*) *Universidad Nacional de Educación, Azogues-Ecuador*.
- Capilla, R. (2016). Habilidades cognitivas y aprendizaje significativo de la adición y sustracción de fracciones comunes. *Cuadernos de Investigación Educativa*, vol. 7, (2), pp. 49-62
- Carretero, M. (2001). *Metacognición y educación*. Buenos Aires: Aique.
- Carroggio, R., y Pont, P. (2009). *Ejercicios de motricidad y memoria para personas mayores (Color)* (1ª ed.). Baldalona, España Paidotribo..
- Cerda, G., Pérez, C., Casas, J., y Ortega-Ruiz, R. (2016). Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas: La necesidad de un análisis multidisciplinar. *Psychology, Society, & Education*, 2017. Vol. 9(1), pp. 1-10 ISSN 2171-2085 (print) / ISSN 1989-709X (online).
- Cesana-Arlotti, N., Martín, A., Téglás, E., Vorobyova, L., Cetnarski, R., y Bonatti, L. L. (2018), "Precursors of logical reasoning in preverbal human infants", *Science*, 359 (6381), 1263-1266.

- Clarke, D.M., y Roche, A. (2009). Students' fraction comparison strategies as a window into robust understanding and possible pointers for instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 72,127-138
- Codina, M. (2015). Neuroeducación en virtudes cordiales: cómo reconciliar lo que decimos con lo que hacemos. Barcelona: Octaedro.
- Cohen, L., Dehaene, S., y Verstichel, P. (1994). Number Words and Number nonwords: A case of deep dyslexia extending to arabic numerals. *Brain*, 117, 267 - 279.
- Coll, C., y Colomina, R. (1991). "Interacción entre alumnos y aprendizaje escolar". En Coll, C.; Palacios, J. Y Marchesi, A. (comp.) Desarrollo psicológico y educación, II. *Psicología de la Educación*. Madrid: Alianza Editorial, pp. 335-352 (2ª reimpresión).
- Coll, C., Martín, E, Mauri, T., Miras, M., Onrubia, J., Solé, I., y Zabala, A. (1993) El constructivismo en el aula. *Editorial Graó*.
- Common Core State Standards Initiative. (2010). Common Core State Standards for mathematics. Washington, DC: National Governors Association Center for Best Practices and the Council of Chief State School Officers.
- Cortina, J. L., Zúñiga, C., y Visnovska, J. (2013). La equipartición como obstáculo didáctico en la enseñanza de las fracciones. *Revista Educación Matemática*, 25(2).

- Cortina, J. L. (2014). Investigar las fracciones: experiencias inspiradas en la metodología de los experimentos de diseño. *Educación Matemática*, 270–287.
- Correa, D., Abarca, A., Baños, C., y Analuisa, S. (2019): “Actitud y aptitud en el proceso del aprendizaje”, *Revista Atlante: Cuadernos de Educación y Desarrollo*.
- Cristancho-Cárdenas, D., y Cristancho-Cárdenas, L. (2019). Aprendizaje basado en problemas en matemáticas: el concepto de fracción. *Educación y Ciencia*, (21), 45-58.
- Davis, G.E., Hunting, R.P., y Pearn, C. (1993), “What Might a Fraction Mean to a Child and How Would a Teacher Know?”, *Journal of Mathematical Behavior*, vol. 12, pp. 63-76.
- Dehaene, S. (1997). *The number Sense: How the mind creates Mathematics*. New York: Oxford, Estados Unidos: Oxford.
- Dehaene, S., y Cohen, L. (1995). Toward an anatomical and functional model for number processing. *Math Cogn*, 1, 83 - 120.
- Dehaene, S. (2011). *The number sense: How the mind creates mathematics* (2nd ed.). New York, NY: *Oxford University Press*.
- Dahaene, S. (2019). *¿Cómo aprendemos? Los cuatro pilares con los que la educación puede potenciar los talentos de nuestro cerebro*. Buenos Aires-Argentina. *Siglo XXI*.

- Dehaene, S., y Cohen, L. (2007). Cultural recycling of cortical maps. *Neuron*, 56, 384–398.
- Dekker, S., Lee, N. C., Howard-Jones, P., y Jolles, J. (2012). Neuromyths in Education: Prevalence and Predictors of Misconceptions among Teachers. *Frontiers in Psychology*, 3, 429.
- De la Barrera, D., y Danilo, D. (2009). Neurociencias y su importancia en contextos de aprendizaje. *Revista digital Universitaria*, 10(4), 1067-1079.
- Delors, J. (1996). La educación encierra un tesoro. Madrid: Ediciones Santillana/ Unesco. p.11- 15
- Draganski, B., Gaser, C., Busch, V., Schuierer, G., Bogdahn, U., y May, A. (2004). Neuroplasticity: Changes in grey matter induced by training. *Nature*.
- Dominguez, P. (2008). Estado actual de la actividad científica del grupo de Aquisgrán sobre el procesamiento numérico. *revista de Neurología*, 46(5), 299-304.
- Doyle, W. (1986). “Classroom Organization and Management”, in M.C. Witrock (ed.) *Handbook of Research of Teaching*, New York, Macmillan.
- Ertmer, P. A., y Newby, T. J. (2013). Behaviorism, cognitivism, constructivism: Comparing critical features from an instructional design perspective. *Performance Improvement Quarterly*, 26(2), 43–71.
- Escobar, M. (2015) Influencia de la interacción alumno-docente en el proceso de enseñanza-aprendizaje; Paakat: *Revista de tecnología y Sociedad*, 5(8).

- Faure, E., Herrera, F., Kaddoura, A., Lopes, H., Petrovski, A., Rahnema, M., y Champion, W, F. (1973). *Aprender a ser: La educación del futuro*. Madrid: Alianza Editorial/Unesco.
- Fazio, L. K y Siegler, R. S. (2010). Enseñanza de las fracciones. *Series prácticas educativas*, 22, 1-28.
- Fischer, K. W. (2009). Mind, Brain, and Education: Building a Scientific Groundwork for Learning and Teaching1. *Mind, Brain, and Education*, 3(1), 3-16.
- Fuentes, R. (2010). Enseñanza de fracciones. Una experiencia didáctica en quinto año de enseñanza primaria. *Revista iberoamericana de educación en Matemática*. (22) p. 169-182
- Gago, L., y Elgier, Á. (2018). Trazando puentes entre las neurociencias y la educación. Aportes, límites y caminos futuros en el campo educativo. *Psicogente*, 21(40), 476-494.
- Galen, V. F. (2008). *fractions, percentages, decimals and proportions: A learning TeachingTrajectory for grade 4, 5 and 6*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Gallo L. (2006). El pensamiento educativo de John Locke y la atención a la Educación Física. Vol 25, nº 1.
- Garcia, C. J., Hernández, S. M., y Martín, G. A. (2015). Plasticity as a framing concept enabling transdisciplinary understanding and research in neuroscience and education. *Learning, Media and Technology*, 40(2), 152-167.

- García, C. V., Figueras, O., Vera, D. A., y Gutiérrez, S. J. (2016). Hacia un modelo de enseñanza para las fracciones basado en el uso de applets. *Edma 0-6: Educación Matemática en la infancia*, 5(2), 1-20.
- Gispert-Irigoyen, G. D. (2014). El diseño instruccional en la expresión gráfica arquitectónica.
- Göbel, S., Walsh, V., y Rushworth, M. (2001). The mental number line and the human angular gyrus Neuroimage. 14, 1278 - 1289.
- Goffree, F. (2000), "Principios y paradigmas de una educación matemática realista" *Matemáticas y educación. Retos y cambios desde una perspectiva internacional*, Barcelona, Graó, vol. 9, pp. 151-167.
- Gómez, DM., Jiménez, A., Bobadilla, R., Reyes, C., y Dartnell, P. (2014). Exploración de comparación de fracción en niños en edad escolar. En S. Oesterle, P. Liljedahl, C. Nicol, y D. Allan (Eds.), *Actas de la reunión conjunta de la PME y 38 PME-NA 36* (Vol. 3, pp. 185-192). Vancouver, Canadá: PME.
- Gómez, DM., y Dartnell, P. (2015). ¿Hay un sesgo número natural al comparar fracciones y sin componentes comunes? Un meta-análisis. En K. Beswick, T. Muir, y J. Wells (Eds.), *Actas de la 39^o Psicología de la rueda de Educación Matemática* (Vol. 3, pp. 1-8). Hobart, Australia: PME.
- Gómez, DM., y Dartnell, P. (2016). Clustering analysis as a window into children's strategies for comparing fractions. 13th International Congress on Mathematical Education Hamburg, 24-31 pp. 1-7.

- Gómez, D., y Dartnell, P. (2018). Middle schoolers' biases and strategies in a fraction comparison task. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17(6), 1233–1250.
- Gómez, L., Muriel, L., y Londoño-Vázquez, D. (2019). El papel del docente para el logro de un aprendizaje significativo apoyado en las TIC. *Encuentros*, vol.17, núm. 02, pp. 118-131. Universidad Autónoma del Caribe.
- González, E. (2014). Historia de la Psicología: enseñanza y herramienta de reflexión crítica en la formación en universidades nacionales de Argentina. *Un análisis bibliométrico de la bibliografía de los cursos. Mnemosine*, 10(2).
- Goswami, U. (2006). Neuroscience and education: from research to practice? *Nature Reviews Neuroscience*, 7(5), 406-413.
- Goswami, U. (2004). Neuroscience and education. *British Journal of Educational Psychology*, 74, 1-14.
- Greake, J. G (2004). Cognitive Neuroscience and Education: Two-way traffic or one-way stree? *Westmister Studies in Education*. 27:1, pp. 87-98
- Gropper, G. (1987). *A lesson based on a behavioral approach to instructional desig* (In C.M.Reigeluth). Hillsdate - New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Gould, P., Outhred, L., y Mitchelmore, M. (2006), "One-third is Three-quarters of Onehalf", en P. Grootenboer, R. Zevenbergen y M. Chinnappan (eds.), Proceedings of the 29th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australiasia, *Adelaide, Australia, merga*, pp. 262-269.

- Hart, K. (1981), *Children's Understanding of Mathematics: 11-16*, Oxford, Reino Unido, J. Murray.
- Henson, K., y Eller, B. (2000). *Psicología educativa para la enseñanza eficaz. International Thompson Editores, S.A de C.V*
- Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, P. (2003). *Metodología de la Investigación*. México:McGraw – Hill.
- Hernández, R. (2010). *Paradigmas en psicología de la educación*. Primera edición. pp. 79-245. México. D.F. México.: Paidós.
- Hinojosa, G. (2017). Dimensiones motivacionales en alumnos de cuarto año de educación media de un Liceo Municipal: Una propuesta educativa basada en evidencias neurocientíficas (Tesis de pre-grado) *Universidad de Concepción*, Concepción, Chile.
- Holtmaat, A., y Caroni, P. (2016). Functional and structural underpinnings of neuronal assembly formation in learning. *Nature Neuroscience*, 19(12), 1553–1562.
- Howard-Jones, P. A. (2008b). Philosophical challenges for researchers at the interface between neuroscience and education. *Journal of Philosophy of Education*, 42 (3-4), pp.361-380
- Howard-Jones, P. A. (2011). Problemas en la integración neurociencia-educación: acercamiento a la investigación neuroeducacional. En S. Lipina y M. Sigman (Eds.). *La pizarra de Babel. Puentes entre neurociencia, psicología y educación*. (pp. 211-228). Buenos Aires: Libros del Zorzal

- Howard–Jones, P. (2011). *Investigación neuroeducativa: neurociencia, educación y cerebro: de los contextos a la práctica*. Madrid: Editorial La Muralla.
- Howard-Jones, P. (2011). “A Multiperspective Approach to Neuroeducational Research.” *Educational Philosophy and Theory* 43 (1): 24–30.
- Howard-Jones, P., Washbrook, E. y Meadows, S. (2012). The timing of educational investment: A neuroscientific perspective. *Developmental Cognitive Neuroscience* 2(1), 18-29.
- Howard-Jones, Paul (2014): “Neuroscience and Education: a review of educational interventions and approaches informed by Neuroscience”. Education Endowment Foundation.
- Huffman, D. (2016). *Curricular design from a scientific perspective*. Curriculum Programming, 20.
- Ineval. (2016). Resultados educativos hacia la excelencia. Recuperado el 23 de septiembre de 2018.
- Ineval. (2018). Informe técnico Ser Estudiante. Dirección de Gestión de Instrumentos.
- Ineval. (2019). Dirección de Investigación Educativa-Ineval “Ser Estudiante” 12/07/2019.
- Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. (2015). Plan Nacional para la Evaluación de los aprendizajes. *Resultados Nacionales de Logro*. Informe de resultados, México, D.F.

- Immordino, M. H., y Damasio, A. (2007). We feel, therefore we learn: The relevance of affective and social neuroscience to education. *Mind, brain, and education*, 1(1), 3-10.
- Immordino-Yang, M. H. (2011). Implications of affective and social neuroscience for educational theory. *Educational Philosophy and Theory*, 43(1), 98-103.
- Irrarazabal, N., y Molinari, C. (2005). Técnicas experimentales en la investigación de la comprensión del lenguaje. *Revista Latinoamericana de Psicología*, 37(3), 581-594
- Istance, D. (2008). Directions for schooling and educational innovation from recent OECD analyses. In *Slovenian Presidency Conference on Promoting Innovation and Creativity: Schools' Response to the Challenges of Future Societies, Brdo, Slovenia* (pp. 8–10).
- Jacobovich, S. (2006). Modelos actuales de procesamiento del número y cálculo. *revista argentina de Neuropsicología*, 7, 21 - 31.
- Jensen. E. (2004), Cerebro y aprendizaje Competencias e implicaciones educativas. Madrid Narcea
- Jonassen, David. (1992). *Constructivism and the Technology of Instruction A Conversation*. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Juárez, M., Aguilar, Ma., y Yareli, Ma. (2018), "Problemas de reparto: ruta para el aprendizaje de las fracciones ". *Voces de la educación*, 3 (5) pp.104-115.

- Juárez-Eugenio, M., y Aguilar-Zaldívar, M. (2018). El método Singapur, propuesta para mejorar el aprendizaje de las Matemáticas en Primaria. *Números: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 98, 75-86
- Kallai, A., y Tzelgov, J. (2009). A generalized fraction: An entity smaller than one on the mental number line. *Journal of Experimental Psychology. Human Perception and Performance*, 35(6), 1845–1864.
- Kelly, A. (2008). Reflections on the National Mathematics Advisory Panel Final Report. *Educational Researcher*, 37(9), 561-564.
- Kieren, T. E. (1976). On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers, en R. Lesh (ed.), *Number and Measurement: Papers from a Research Workshop ERIC/SMEAC*, pp. 101–144. Columbus.
- Kieren, T. E. (1993). Rational and fractional numbers: From quotient fields to recursive understanding. *Rational numbers: An integration of research*, 49-84
- Kutter, E. F., Bostroem, J., Elger, C. E., Mormann, F., y Nieder, A. (2018), “Single Neurons in the Human Brain Encode Numbers”, *Neuron.*, 100 (3), 753-761
- Lamón, S. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Towar a theoretical framework for research. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, 1, 629 - 667.
- Lara, R. (2009). *La cooperación en la educación superior: una metodología didáctica para trabajar en el aula*. México, Praxis-UAEH

- Lave, J. (2009a). The practice of learning. *Contemporary theories of learning: Learning theorists... in their own words*, 200- 208.
- Lave, J. (2009b). Fait sur mesure. *Techniques & Culture*, (1), 180-213.
- Lave, J., y Packer, M. (2011). Hacia una ontología social del aprendizaje. *Revista de estudios sociales*, (40), 12-22.
- Lewis, M., Matthews, P., y Hubbard, E. (2015). Neurocognitive architectures and the monosymbolic foundations understanding. *Development of mathematical cognition: Neural substrates and genetic influences*,. 141-160.
- Lortie-Forgues, H., Tian, J., y Siegler, R. S. (2015). Why is learning fraction and decimal arithmetic so difficult?. *Developmental Review*, 38, 201-221.
- Macizo, P., Colomé, A., García-Orza, J., y Herrera, A. (2016). Cognición numérica. *Mente y cerebro: De la Psicología Experimental a la Neurociencia Cognitiva* (pp. 351-379)
- Maguire, E.A., Gadian, D.G., Johnsrude, I., Catriona, D., Good, Ashbuner, J., Frackowiak, R., y Frith, C. (2000). Navigation-related structural change in the hippocampi of taxi drivers. *Proc Natl Acad Sci USA*
- Mack, N.K. (1990). "Learning Fractions with Understanding: Building on Intormal Knowledge", *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 21, núm. 1, pp. 16-32.

- Matute, K. (2010). Concepciones matemáticas en los estudiantes de séptimo grado de la escuela normal mixta “Pedro Nufio” acerca de las fracciones y sus diferentes interpretaciones. Tesis de maestría. *Universidad pedagógica nacional Francisco Morazán*, Tegucigalpa, Mexico.
- Meert, G., Grégoire, J., y Noël, M.P. (2009). Rational numbers: Componential vs. holistic representation of fractions in a magnitude comparison task. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 62 (2009), pp. 1598–1616.
- Meltzoff, A. N., Kuhl, P. K., Movellan, J. & Sejnowski, T. J. (2009). Foundations for a new science of learning. *Science*, 325(5938), 284-288.
- Méndez, J. M. (2001). *Evaluar para conocer, examinar para excluir*. España Madrid: Morata-Madrid.
- Mera, D., y Peña, P. (2011). Efectos de la aplicación de estrategias metacognitivas en el rendimiento de los estudiantes de 5to grado al realizar operaciones con números racionales. *Revista de Investigación*, 35(73), 311-330.
- MINEDUC, M. d. (2016). Actualización Curricular 2016. Quito - Ecuador: EDINUN
- Ministerio de Educación de Ecuador, M.d. (2010) Guía para la interpretación de resultados: *pruebas Ser del Ecuador*. Quito-Ecuador
- Ministerio de Educación del Ecuador. (2011). Didáctica de las Matemáticas MinEduc. Segunda Edición. Quito-Ecuador Impreso MinEduc.

- Ministerio de Educación de Ecuador: *Subsecretaría de Educación*. Ecuador, M.d. (2014) Guía para la interpretación de resultados: pruebas Ineval del Ecuador. Quito-Ecuador: *Subsecretaría de Educación*.
- Moon, J. (2002). *The module and programme development handbook: A practical guide to linking levels, outcomes and assessment criteria*. London: Taylor & Francis.
- Mora, F. (2017). *Neuroeducación*. Madrid: Alianza Editorial
- Morales, C. P. (2011). Construyendo el concepto de fracción y sus diferentes significados, con los docentes de primaria de la institución educativa San Andrés de Girardota. Tesis Doctoral. *Universidad nacional de Colombia*.
- Moreno, J. E. (2013). Ideologías educativas y enfoque cognitivo del desarrollo moral. *Psicología y Psicopedagogía*, 3(9).
- Morfin, C., Luis, J., Cardoso, M., y Zúñiga, G. C. (2012). El significado cuantitativo que tienen las fracciones para estudiantes mexicanos de 6o. de primaria. *Revista electrónica de investigación educativa*, 14(1), 70–85.
- Morgado, I. (2005). Psicobiología del aprendizaje y la memoria. *Cuadernos de Información y Comunicación*, 10, 221-233.
- Montoya, S. (2017). La mayoría de latinoamericanos culminan la secundaria sin saber leer bien. *Semana*, 1.

- Muñoz, G. M. (2017). Implicaciones del desarrollo de habilidades del pensamiento en el desempeño académico de los alumnos de preparatoria. En: Hereida, E. Y. y Cannon D. B. Estudio sobre el desempeño académico. *Ciudad de México: Nómada*
- Murillo, F.J. (2008). Enfoque, situación y desafíos de la investigación sobre eficacia escolar en América Latina y el Caribe. En UNESCO, *Eficacia escolar y factores asociados en América Latina y el caribe*. Santiago de Chile: Unesco
- Ni, Y., y Zhou, Y. (2005). Teaching and learning fraction and rational numbers: The origins and implications of whole number bias. *Educational Psychologist, 40*, 27-52.
- Niño-Vega, J., López-Sandoval, D., Mora-Mariño, E., Torres-Cuy, M., y Fernández-Morales, F. (2020). Método Singapur aplicado a la enseñanza de operaciones básicas con números fraccionarios en estudiantes de grado octavo. *Pensamiento y Acción, 29*, 21-39
- Obersteiner, A., Van, D., Van, H. J., y Verschaffel, L. (2013). The natural number bias and magnitude representation in fraction comparison by expert mathematicians. *Learning and Instruction, 28*, 64-72.
- OCDE. (2007). *La comprensión del cerebro. El nacimiento de una ciencia del aprendizaje*. Santiago: Ediciones Universidad Católica Silva Henríquez.
- OCDE (2012). Informe Técnico PISA. París, Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos.

- OECD (2017), PISA 2015 Results (Volume III): Students' Well-Being, OECD Publishing, Paris.
- OCDE (2017), Marco de Evaluación y de Análisis de PISA para el Desarrollo : Lectura, matemáticas y ciencias, Versión preliminar, OECD Publishing, Paris
- OECD (2018), "PISA for Development Science Framework", in *PISA for Development Assessment and Analytical Framework: Reading, Mathematics and Science*, OECD Publishing, Paris.
- OECD (2019), *PISA 2018 Assessment and Analytical Framework*, PISA, OECD Publishing, Paris.
- Ojeda-Ojeda, J. (2019). Técnicas activas y su contribución al aprendizaje de la Matemática en estudiantes de séptimo grado. *CIENCIAMATRIA*, 5(9), 517-535.
- Olivera, G. (2011). El Aprendizaje y las Tecnologías de la Información y Comunicación en la Educación Superior. *Cultura* (25), 289-306.
- Ordóñez, R., y Rodríguez, M. R. (2016). Los Grupos Interactivos como metodología didáctica en Educación Secundaria: Estudio de casos en un centro constituido en Comunidad de Aprendizaje. *Revista de Investigación en Educación*, 14(2), 141-155.
- Ortiz, A. (2015). Neuroeducación. ¿Cómo aprende el cerebro humano y cómo deberían enseñar los docentes? Bogotá: Ediciones de la U .

- Ortiz, D (2015). El constructivismo como teoría y método de enseñanza. *Sophia: colección de Filosofía de la Educación*, 19(2), 93-110.
- Pecharromás, G. C. (2013). Naturaleza de los objetos matemáticos: representación y significado. *Enseñanza de las Ciencias*, 31(3), 121–134.
- Perera, P., y Valdemoros, M. (2009a). Enseñanza experimental de las fracciones en cuarto grado. *Educación Matemática*, 21(1), 29-61.
- Pérez, C., Vaccarezza, G., Aguilar, C., Coloma, K., Salgado, H., Baquedano, M., Chavarría, C., y Bastías, N. (2016). Cuestionario de prácticas pedagógicas: análisis de su estructura factorial y consistencia interna en docentes de carreras de la salud. *Revista médica de Chile*, 144(6), 788-795.
- Pérez, H. (2015). El método Polya y el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes del cuarto año educación básica paralelo “D” de la Unidad Educativa Santa Rosa de la ciudad de Ambato provincia de Tungurahua (Tesis de pregrado).
- Piazza, M. (2010). Developmental trajectory of number acuity reveals a severe impairment in developmental dyscalculia. *Cognition*, 33-41.
- Pickering, S. J., y Howard-Jones, P. (2007). Educator’s views on the role of neuroscience in education: Findings from a study of UK and international perspectives, *Mind, Brain and Education*, 1(3), pp. 109-113.
- Phye, G. D., y Pickering, S. J. (2006). *Working memory and education*. Academic Press.

- Pifarré, M., y Sanuy, J. (2001). La enseñanza de estrategias de resolución de problemas matemáticos en la ESO: Un ejemplo concreto. *Revista Enseñanza de las Ciencias*. 19(2). 297308.
- Pisa (2018). Informe Pisa 2018: Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes. Informe español. Ministerio de Educación y Formación Profesional. Panorama de la educación. Indicadores de la OCDE 2019. Edición 2019. Madrid-España.
- Pizarro, D. y Urrutia, M. (2017). Evaluación de la aplicabilidad de un modelo educativo basado en conocimiento neuocientífico en profesores de la octava región. Tesis para optar al grado de Magíster en Educación. *Universidad de Concepción*.
- Plomin, R., Haworth, C. M., Meaburn, E. L., Price, T. S., y Davis, O. S. (2013). Common DNA markers can account for more than half of the genetic influence on cognitive abilities. *Psychological Science*, 24(4), 562-568.
- Pozo, J. (2005). *Aprendices y Maestros*. Madrid: Alianza S.A.
- Pozo, J., y Pérez, M. (2009). *Psicología del Aprendizaje Universitario: La Formación en Competencias*. Madrid: Morata S.L.
- Puebla, R., y Talma, M. P. (2011). Educación y neurociencias: La conexión que hace falta. *Estudios pedagógicos (Valdivia)*, 37(2), 379–388.
- Pupo, A. J., y Iriarte, J. (2011). Desarrollo de la competencia resolución de problemas desde una didáctica con enfoque metacognitivo. *Zona próxima*, (15).

- Quijia, J. (2019) Guía didáctica para el aprendizaje de fracciones para sexto año de Educación General Básica mediante herramientas del autor Tesis para obtener el grado de magister Quito-Ecuador *Universidad Tecnológica Israel*.
- Reigeluth, C. M. (1989). Educational technology at the crossroads: New mindsets and new directions. *Educational Technology Research and Development*, 37(1), 67–80.
- Reina, A.B. (2016). Grupos interactivos como práctica innovadora y facilitadora de la inclusión educativa. (Trabajo de fin de grado, Facultad de Ciencias de la Educación, *Universidad de Sevilla*, Andalucía).
- Reys, R. E., Rybolt, J. F., Bestgen, B. J., y Wyatt, J. W. (1982). Processes used by good computational estimators. *Journal for Research in Mathematics Education*, 13(3), 183–201.
- Ríos, Y. (2011). Concepciones sobre las fracciones en docentes en formación en el área de Matemática Omnia, 17(1), 11-33.
- Rizo García, M. (2007). Interacción y comunicación en entornos educativos: Reflexiones teóricas, conceptuales y metodológicas, *Revista de Asociación Nacional de programas de posgrado en comunicación*, México: 1-16.
- Rizzolatti, G., Fadiga, L., Gallese, V., y Fogassi, L. (1996). Premotor cortex and the recognition of motor actions. *Cognitive brain research*, 3(2), 131-141.

- Rizzolatti, G., Fogassi, L., y Gallese, V. (2001). Neurophysiological mechanisms underlying the understanding and imitation of action. *Nature Reviews Neuroscience*, 2(9), 661-670.
- Rizzolatti, G., Cattaneo, L., Fabbri-Destro, M., y Rozzi, S. (2014). Cortical mechanisms underlying the organization of goal-directed actions and mirror neuron- based action understanding. *Physiological reviews*, 94(2), 655-706.
- Rizzolatti, G., y Craighero, L. (2004). The mirror- neuron system. *Annual Review of Neuroscience*, 27,169
- Rodríguez, R. (2016). Aplicación de un Modelo didáctico basado en evidencias neurocientíficas: Derribando mitos en el aula. (Tesis de Maestría) Universidad de Concepción. Concepción-Chile
- Rodríguez, W. C., y Alemán, A. A. (2009). El enfoque sociocultural en el diseño y construcción de una comunidad de aprendizaje. *Revista electrónica actualidades investigativas en educación*, 9, 1-21.
- Romero, J., Romero, R., y Barboza, L. (2021). Programa instruccional basado en la neurociencia para mejorar el aprendizaje en los estudiantes universitarios. *Revista San Gregorio*, 1(46), 16-29.
- Rutter, M. (2012). Discussion Paper Gene-environment interdependence. *European Journal of Developmental Psychology*, 9 (4), 391-412.

- Salguero, A. (2007). El procesamiento de los números arábigos: una aproximación desde la neuropsicología cognitiva. *Doctoral dissertation*. España: Dialnet.
- Schneider, M., y Siegler, R.S. (2010). Representations of the magnitudes of fractions. *Exp. Psychol. Hum Percept. Perform.*(36), 1227 - 1238.
- Schunk, D. H. (1991). Self-Efficacy and Academic Motivation. *Educational Psychologist*, 26(3- 4), 207-231.
- Serra-Grabulosa, J. M., Puig, A. A., Pamies, M. P., Lachica, J., y Membrives, S. (2010). Bases neurales del procesamiento numérico y del cálculo. *Revista de neurología*, 50(1), 39-46.
- Serrano, J. M., y Pons, R. M. (2011). El constructivismo hoy: enfoques constructivistas en educación. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 13(1).
- Shuell T.J. (1986). Cognitive Conceptions of Learning. *Review of Educational Research Winter*, 56(4), 411-436.
- Schneider, M., y Siegler, R. S. (2010). Representations of the magnitudes of fractions. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 36(5), 1227–1238.
- Siegler, R.S., y Pyke, A.A. (2013). Developmental and individual differences in understanding of fractions. *Developmental Psychology*, 49(10), 1994.

- Siegler, R., Duncan, G., Davis-Kean, P., Duckworth, K., Claessens, A., y Chen, M. (2012). Early predictors of high school mathematics achievement. *Psychological Science*, 23(7), 691 - 697.
- Siegler, R., Fazio, L., Bailey, D., y Zhou, X. (2013). Fractions. the new frontier for theories of numerical development. *Trends in Cognitive Sciences*, 17(1), 13-19.
- Siegler, R., Fazio, L., Bailey, D., y Zhou, X. (2013). Fractions: the new frontier for theories of numerical development. *Trends in Cognitive Sciences*, 17(1), 13-19.
- Siegler, T., y Schneider, M. (2011). An integrated theory of whole number and fractions. *Cognitive Psychology El Sevier*, 62, 273 - 296.
- Stelzer, F., Andrés, M. L., Canet-Juric, L., Introzzi, I., y Urquijo, S. (2016). Relaciones entre el conocimiento conceptual y el procedimental en el aprendizaje de las fracciones. *Cuadernos de investigación Educativa*, 7(1), 13 - 27.
- Stepich, D. A., y Newby, T. J. (1988). Analogical instruction within the information processing paradigm: Effective means to facilitate learning. *Instructional Science*, 17(2), 129–144.
- Stigler, JW., Givvin, KB., y Thompson, BJ. (2010). Lo que los estudiantes de matemática del desarrollo de las universidades comunitarias entienden acerca de las matemáticas. *Mathamatic Educador*, 1 (3), 4–16.

- Storm, R., y Bernard, H. (1982). *Educational Psychology*. Monterrey: Brooks/Cole Publishing Company.
- Streefland, L. (1991). Fractions in realistic mathematics education. Kluwer Academic Publishers, 46-134.
- Tacca, D., Tacca, A., y Alva, M. (2019). Estrategias neurodidácticas, satisfacción y rendimiento académico en estudiantes universitarios. *Cuadernos de Investigación Educativa*, 10(2), 15-32.
- Tagle, T., Díaz, L., Alarcón, C., Hernández, P., Lara, Q., Ramos, Leiva, L., y Etchegaray, P. (2017). Aprendizaje y enseñanza: creencias de estudiantes en formación de pedagogía en inglés. *Páginas de Educación*, 10(1), 64-90.
- Tagle, T., Díaz, L., Alarcón, C., Hernández, P., Lara, Q., Ramos, Leiva, L., y Etchegaray, P. (2017). Aprendizaje y enseñanza: creencias de estudiantes en formación de pedagogía en inglés. *Páginas de Educación*, 10(1), 64-90.
- Tian, J., y Siegler, R. S. (2017). Fractions learning in children with mathematics difficulties. *Journal of learning disabilities*, 50(6), 614-620.
- Thompson, P. W., y Saldanha, L. A. (2003). Fractions and multiplicative reasoning. *Research companion to the principles and standards for school mathematics*, 95–113.

- Thompson, A., Simonson, M. R., y Hargrave, C. P. (1992). Educational technology: A review of the research. Washington DC: Association for Educational Communications and Technology.
- Tokuhamas-Espinosa, T. (2012). En Paci, J. (2012). "El alumno debe ser el protagonista de las clases, no el maestro". *La Nación*.
- Torbeyns, J., Schneider, M., Xin, Z., y Siegler, R. (2015). Bridging the gap: Fraction understanding is central to mathematics achievement in students from three different continents. *Learning and Instruction*, 37, 5-13.
- Totger, M. (2017). Neurociencias y Neuroaprendizajes: las emociones y el aprendizaje, nivelar estados emocionales y crear un aula con cerebro. Córdoba: Editorial Brujas.
- Valencia, (2013). Enseñanza y aprendizaje de las fracciones en un contexto real basado en la resolución de problemas. *vii cibem*. Montevideo Uruguay.
- Valerio, G., Jaramillo, J., Caraza, R. y Rodríguez, R. (2016). Principios de neurociencia aplicados en la educación universitaria. *Formacion Universitaria*, 9(4), 75-82.
- Vallerand, R.J., Blais, M.R., Brière, N.M. y Pelletier, L.G. (1989) Construction et validation de l'échelle de motivation en éducation (EME). *Canadian Journal of Behavioral Sciences*, 21, 323- 349.
- Van Eeckhoudt, K. (2013). $1/7 > 1/6$? De natural number bias bij het vergelijken van breuken. Een reactietijdstudie bij kinderen uit het zesde leerjaar. Unpublished master's thesis, University of Leuven, Leuven, Belgium.

- Van Den Brande, C. (2014). Natural number bias for fraction comparison: Analysis of accuracy profiles and response times across different levels of math expertise. Unpublished master's thesis, University of Leuven, Leuven, Belgium
- Van Dooren, W., Lehtinen, E., y Verschaffel, L. (2015). Unraveling the gap between natural and rational numbers. *Learning and Instruction*, 37, 1–4.
- Vamvakossi, X., & Vosniadou, S. (2010). How many decimals are there between two fractions? Aspects of secondary school students understanding of rational numbers and their notation. *Cognition and Instruction*, 28(2), 181 - 209.
- Vergel, O., Duarte, H., y Martínez, L. (2016). Desarrollo del pensamiento matemático en estudiantes de cálculo integral su relación con la planificación docente. *Revista Científica [Revista en Línea]*, 2317 –29.
- Vergel-Ortega, M., Martínez-Lozano, J. y Zafra-Tristancho, S. (2016). Factores asociados al rendimiento académico en adultos. *Revista Científica*, 2(25), 206-215.
- Villalobos-Martínez, J. L., Florez-Romero, G. A. y Londoño-Vásquez, D. A. (2017). La escuela y la familia en relación con el alcance del logro académico. La experiencia de la Institución Educativa Antonio José de Sucre de Itagüí (Antioquia) 2015. Aletheia. *Revista de Desarrollo Humano, Educativo y Social Contemporáneo*, 9(1), 58-75.

- Voss, M. W., Vivar, C., Kramer, A. F., y Van Praag, H. (2013), "Bridging animal and human models of exercise-induced brain plasticity", *Trends Cogn. Sci.*, 17 (10), 525-544.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Vygotsky, L. S. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Buenos Aires: Grijalbo.
- Webb, N. (2009) "The teacher's role in promoting collaborative dialogue in the classroom", *British Journal of Educational Psychology*, The British Psychological Society, 79, pp. 1–28
- Wenger, E. (2001). *Comunidades de práctica. aprendizaje, significado e identidad*. Barcelona, España: Ediciones Paidós Ibérica, S.A.
- Winne, P. H. (1987). Why process-product research cannot explain process-product findings and a proposed remedy: The cognitive mediational paradigm. *Teaching and teacher education*, 3(4), 333–356.
- Zapata, M. (2005). *Teorías y modelos sobre el aprendizaje en entornos conectados y ubicuos. Bases para un nuevo modelo teórico a partir de una visión crítica del "conectivismo"*. Universidad de Alcalá, España.
- Zapatos-Ríos, M. (2012), *Teorías y modelos sobre el aprendizaje en entornos conectados y ubicuos. Bases para un nuevo modelo teórico a partir de una visión crítica del "conectivismo"*.

Linkografía:

Cerebrum (2016). Centro Iberoamericano de Neurociencias, Educación y Desarrollo Humano [en línea].

Cerebrum (2017, febrero). ¿Qué saben los maestros sobre Neuroeducación? [en línea].

Educación y Desarrollo Humano Cerebrum | Neurociencias (2016) Cerebrum | Neurociencias, Educación y Desarrollo Humano.



Anexos



Anexo 1



Doctorado en Psicología
Diseño y evaluación de un programa de enseñanza-aprendizaje de fracciones basado en el Modelo Neurocognitivo de Howard-Jones



CONSENTIMIENTO INFORMADO

Título:

Diseño y evaluación de un programa de enseñanza-aprendizaje de fracciones basado en el Modelo neurocognitivo de Howard-Jones

Proyecto de Investigación:

Para la tesis doctoral en Doctorado en Psicología de la Facultad de Ciencias Sociales.

INVESTIGADOR RESPONSABLE:

Nombre: Geovanny Javier Carrera Viver

RUT: 25.471.299-K / C.I. 170820013-2

Institución: Universidad de Concepción / Universidad Central del Ecuador.

E-mail: geovannicarrera@hotmail.es ; Fono: 0984617416

INTRODUCCIÓN

Antes de participar Usted y su representado en este estudio tiene el derecho de obtener toda la información relativa a los procedimientos que se utilizará en el mismo. En estas páginas se le proporcionará toda la información que deberá leer detenidamente antes de que se decida autorizar la participación de su representado/a en este estudio. No dude en preguntar al investigador responsable si tiene alguna duda, necesidad o aclaración ya pueden ser estas antes, durante o después de leer este documento.

FINALIDAD

Este proyecto pretende investigar el efecto que puede tener la aplicación de un programa para el aprendizaje de fracciones en estudiantes de sexto año de educación básica.

PROCEDIMIENTO

Su colaboración consiste en autorizar la participación de su representado/a por ser menor de edad en esta investigación; a su representado se le expondrá al **Diseño y evaluación de un programa de enseñanza-aprendizaje de fracciones basado en el Modelo**

neurocognitivo de Howard-Jones o a un **programa tradicional para el aprendizaje de fracciones**; el programa de intervención tendrá una duración de dos semanas de duración que en horas clase equivale a 12 horas pedagógicas; los programas se llevarán dentro del aula de clase y en las horas correspondientes a la asignatura de Matemática y el contenido curricular será el mismo que establece el Ministerio de Educación para cualesquiera de los dos programas. Para de esta manera evitar que se desfasen del sistema regular de aprendizaje que tiene programado el establecimiento educativo.

BENEFICIOS

Si existen beneficios directos para Usted y su representado/a, como el lograr incrementar metodologías activas en su aprendizaje en miras de incrementar su rendimiento académico.

RIESGOS

El estudio que se llevará a cabo no implica ningún riesgo para su salud física ni mental de su representado/a.

CONFIDENCIALIDAD

Su identidad y la de su representado/a, en este estudio se mantendrá de forma confidencial, no se revelará bajo ninguna circunstancia y tampoco aparecerá su nombre ni el de su representado/a en ningún informe o publicación derivada de esta investigación. El investigador responsable custodiará los datos de este estudio, identificando con clave numérica y/o letras los nombres de cada participante y resguardando la información en su computador.

COSTOS

La participación suya y la de su representado/a no tendrá costo alguno.

COMPENSACIONES

Usted ni su representado/a recibirán compensación económica por la participación en este estudio, por cuanto el proyecto no contempla con financiamiento para pagar a los/las participantes.

DERECHO A RETIRARSE DEL ESTUDIO

Su participación y la participación de su representado/a en el estudio, es libre. Los/las dos tienen el derecho de retirarse del estudio en cualesquier momento, y sus decisiones no les afectaran bajo ningún concepto, con el investigador o con los/las docentes.

En cualquier momento, podrá solicitar información adicional al Investigador MSc. Geovanny Javier Carrera Viver (99804449) en Chile y en Ecuador (0984617416) sobre cualesquier duda o aclaración que necesite.

DECLARACIÓN DE CONSENTIMIENTO INFORMADO

YO,Declaro que; he leído (o se me ha leído) la hoja de información que se me ha entregado.

He podido hacer preguntas sobre las características del estudio.

He recibido suficiente información sobre el estudio.

Comprendo que mi participación y de mi representado/a que es menor de edad el cual va a ser el/la que participe activamente en la investigación es libre.

Comprendo que yo y mi representado/a podemos retirarnos de la investigación en cualquier momento.

Presto conformemente mi conformidad

Mi consentimiento y autorización hacia mi representado/a es libre y no ha sido forzada ni obligada.

Yo ACEPTO participar en este estudio

Yo NO ACEPTO participar en este estudio

Fecha:.....

Nombre y firma del participante.

.....

.....

C.I:

Nombre y firma del Investigador

Geovanny J. Carrera Viver

.....

C.I: 170820013-2



Doctorado en Psicología
Diseño y evaluación de un programa de enseñanza-aprendizaje de
fracciones basado en el Modelo neurocognitivo de Howard-Jones



CONSENTIMIENTO INFORMADO

Título:

Diseño y evaluación de un programa de enseñanza-aprendizaje de fracciones basado en el Modelo neurocognitivo de Howard-Jones

Proyecto de Investigación:

Para la tesis doctoral en Doctorado en Psicología de la Facultad de Ciencias Sociales.

INVESTIGADOR RESPONSABLE:

Nombre: Geovanny Javier Carrera Viver

RUT: 25.471.299-K / C.I. 170820013-2

Institución: Universidad de Concepción / Universidad Central del Ecuador.

E-mail: geovannicarrera@hotmail.es; Fono: 0984617416

INTRODUCCIÓN

Antes de participar Usted y su representado en este estudio tiene el derecho de obtener toda la información relativa a los procedimientos que se utilizará en el mismo. En estas páginas se le proporcionará toda la información que deberá leer detenidamente antes de que se decida autorizar la participación de su representado en este estudio. No dude en preguntar al investigador responsable si tiene alguna duda, necesidad o aclaración ya pueden ser estas antes, durante o después de leer este documento.

FINALIDAD

Este proyecto pretende investigar el efecto que puede tener la aplicación de un programa para el aprendizaje de fracciones en estudiantes de sexto año de educación básica.

PROCEDIMIENTO

Su colaboración consiste en autorizar la participación de su representado por ser menor de edad en esta investigación; a su representado se le expondrá al **Diseño y evaluación de un programa de enseñanza-aprendizaje de fracciones basado en el Modelo neurocognitivo de Howard-Jones** o a un programa tradicional para el aprendizaje de fracciones; el programa de intervención tendrá una duración de dos semanas de duración que en horas equivale a 16 horas pedagógicas; los programas se llevarán dentro del aula de clase y en las horas correspondientes a la asignatura de Matemática y el contenido curricular será el mismo que establece el Ministerio de Educación para cualesquiera de los dos programas. Para de esta manera evitar que se



desfasen del sistema regular de aprendizaje que tiene programado el establecimiento educativo.

BENEFICIOS

No existen beneficios directos para Usted y su representado.

RIESGOS

El estudio que se llevará a cabo no implica ningún riesgo para su salud ni la de su representado.

CONFIDENCIALIDAD

Su identidad y la de su representado, en este estudio se mantendrá de forma confidencial, no se revelará bajo ninguna circunstancia y tampoco aparecerá su nombre ni el de su representado/a en ningún informe o publicación derivada de esta investigación. El investigador responsable custodiará los datos de este estudio, identificando con clave numérica los nombres de cada participante y resguardando la información en su computador.

COSTOS

La participación suya y la de su representado no tendrá costo alguno.

COMPENSACIONES

Usted ni su representado recibirán compensación económica por la participación en este estudio, por cuanto el proyecto no contempla con financiamiento para pagar a los participantes.

DERECHO A RETIRARSE DEL ESTUDIO

Su participación y la participación de su representado en el estudio, es libre. Los dos tienen el derecho de retirarse del estudio en cualesquier momento, y sus decisiones no les afectarán, bajo ningún concepto, con los investigadores o con los profesores.

COMITÉ DE ÉTICA DE LA FACULTAD DE CIENCIAS PSICOLÓGICAS DE LA UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR.

En cualesquier momento, podrá solicitar información adicional al Investigador MSc. Geovanny Javier Carrera Viver (99804449) en Chile y en Ecuador (0984617416) sobre cualesquier duda o aclaración que necesite.



DECLARACIÓN DE CONSENTIMIENTO INFORMADO

YO, Ana Maria Lema Declaro
que; he leído (o se me ha leído) la hoja de información que se me ha entregado.

He podido hacer preguntas sobre las características del estudio.

He recibido suficiente información sobre el estudio.

Comprendo que mi participación y de mi representado que es menor de edad el cual va a ser el que participe activamente en la investigación es libre.

Comprendo que yo y mi representado podemos retirarnos de la investigación en cualquier momento.

Presto conformemente mi conformidad

Mi consentimiento y autorización hacia mi representado es libre y no ha sido forzada ni obligada.

Yo ACEPTO participar en este estudio Yo NO ACEPTO participar en este estudio

Fecha: Quito, 21 de septiembre

Nombre y firma del participante.
Investigador

Ana Maria Lema

Ana Maria Lema

C.I: 1720231542

Nombre y firma del

Geovanny J. Carrera Viver

Geovanny J. Carrera Viver

C.I: 170820013-2



ANEXO N° 2



Doctorado en Psicología
Diseño y evaluación de un programa de enseñanza-aprendizaje de fracciones basado en el Modelo Neurocognitivo de Howard-Jones



Asentimiento informado

Quito,..de.....del 2018

Estimado/a estudiante:

Como parte de una investigación que se está realizando actualmente el MSc. Geovanny Javier Carrera Viver, se solicita tú colaboración para participar en la investigación que lleva por Tema **Diseño y evaluación de un programa de enseñanza-aprendizaje de fracciones basado en el Modelo neurocognitivo de Howard-Jones.**

Este proyecto de investigación tiene como uno de sus objetivos aplicar un programa de enseñanza-aprendizaje de fracciones para estudiantes de sexto año de Educación Básica.

El programa de enseñanza aprendizaje de fracciones lo aplicará el mismo docente de tú aula clase y durará dos semanas.

Si aceptas participar, te pido que por favor pongas una (X) en el cuadrado de abajo que dice “Si deseo participar, escribe tu nombre y firma.

Si deseo participar

No deseo participar

Nombres y apellidos:

Año de educación básica: **Paralelo:**

Firma:



Asentimiento informado

Quito, 21 de septiembre del 2018

Estimado/a estudiante:

Como parte de una investigación que se está realizando actualmente el MSc. Geovanny Javier Carrera Viver, se solicita tu colaboración para participar en la investigación que lleva por Tema **Diseño y evaluación de un programa de enseñanza-aprendizaje de fracciones basado en el Modelo neurocognitivo de Howard-Jones**.

Este proyecto de investigación tiene como uno de sus objetivos aplicar un programa de enseñanza-aprendizaje de fracciones para estudiantes de sexto año de Educación Básica.

El programa de enseñanza aprendizaje de fracciones lo aplicará el mismo docente de tu aula clase y durará dos semanas.

Si aceptas participar, te pido que por favor pongas una (X) en el cuadrado de abajo que dice "Si deseo participar, escribe tu nombre y firma.

Si deseo participar

No deseo participar

Nombres y apellidos: Axel Sasue Rubia Lema.....

Año de educación básica: 6^{vo}..... Paralelo: B.....

Firma:

Anexo 3



Doctorado en Psicología
Diseño y evaluación de un programa de enseñanza-aprendizaje de fracciones basado en el Modelo Neurocognitivo de Howard-Jones



Prueba de conocimiento de fracciones

EVALUACIÓN

Buenos días estimados/as estudiantes, el objetivo de esta evaluación es poder determinar el nivel de conocimientos que tienen sobre el tema de fracciones, motivo por lo cual lea detenidamente la pregunta antes de responder. ¡Éxitos!

Tiempo de la evaluación 60 minutos.

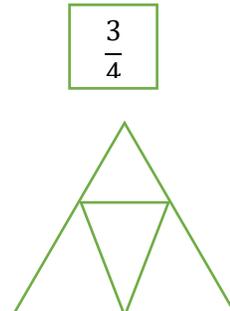
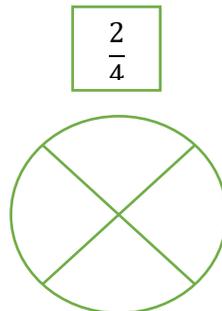
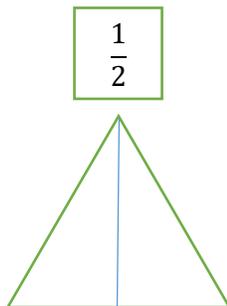
Nombre: _____ Fecha: _____ Año: _____

DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO: Leer y escribir fracciones a partir de un objeto, un conjunto de objetos relacionables o una unidad de medida.

1.- Escribo cómo se leen las siguientes fracciones.

Se escribe	Se lee	Se escribe	Se lee	Se escribe	Se lee
$\frac{7}{1\ 000}$		$\frac{28}{100}$		$\frac{3}{10}$	
$\frac{32}{12}$		$\frac{9}{10}$		$\frac{8}{22}$	
$\frac{124}{6}$		$\frac{42}{17}$		$\frac{12}{24}$	

2.- Pinto la gráfica según indica la fracción:



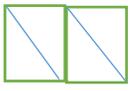
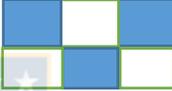
3.- Amplifico o simplifico las siguientes fracciones para ordenarlas de menor a mayor.

Simplifique

Amplifique

$\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$	_ _ _	$\frac{4}{8}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{4}$	_ _ _
---	-------------	---	-------------

4.- Según la representación de cada fracción, complete la tabla.

					
Numerador					
Denominador					
Se lee					

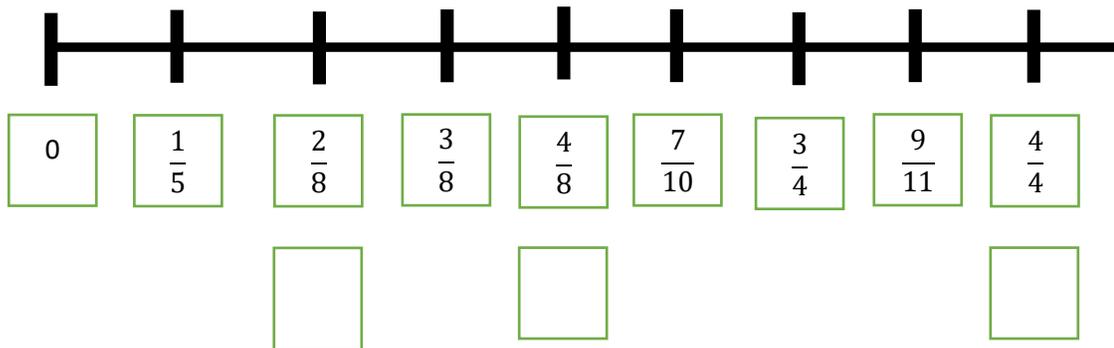
5.- Analizo la situación, contesto las preguntas y escribo en la semirrecta las fracciones que estaban de simplificar.

Para mantenerse saludable, una persona entrena diariamente 1 hora, distribuida de la siguiente manera: un cuarto de hora para hacer bicicleta, dos cuartos de hora para trotar y el otro cuarto de hora para hacer estiramiento.

¿Cuánto tiempo hace bicicleta?

¿Cuánto tiempo Trota?

¿Cuánto tiempo hace estiramiento?



6- Analizo la situación y respondo.

Compara el valor de cada fracción, pinta en el grupo 1 la fracción que mayor valor tenga; en el grupo 2, pinta la fracción de menor valor; en el grupo 3, pinta la fracción de mayor valor; en el grupo 4 pinta la fracción el de menor.

Grupo 1 Grupo 2 Grupo 3 Grupo 4

$\frac{9}{2}$ $\frac{5}{2}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{9}$ $\frac{7}{13}$ $\frac{15}{9}$ $\frac{23}{2}$ $\frac{9}{4}$

7.- Analizo, escribo que tipo de fracción es y opero con fracciones:

$\frac{6}{8} + \frac{3}{8}$ ----- $\frac{7}{2} + \frac{5}{9}$ ----- $\frac{6}{8}$ ----- $\frac{10}{6}$ -----

$9\frac{7}{5}$ -----

$\frac{6}{8} + \frac{4}{8} + \frac{2}{8} =$ -----

$\frac{9}{15} - \frac{3}{8} =$ -----

$$\frac{9}{5} + \frac{2}{6} + \frac{1}{7} = \text{-----}$$

$$\frac{12}{5} - \frac{4}{5} = \text{-----}$$



ANEXO N° 4



Doctorado en Psicología
Diseño y evaluación de un programa de enseñanza-aprendizaje de fracciones basado en el Modelo Neurocognitivo de Howard-Jones



Pauta de evaluación de la pertinencia de la prueba de conocimientos de fracciones

Estimado Sr/a. Evaluador/a:

La Pauta propuesta está diseñada para conocer el nivel de pertinencia que tiene la prueba de conocimiento de fracciones, en relación con la malla curricular de sexto año de educación básica, del área de Matemática específicamente de fracciones. Su aporte, como evaluador externo de la pauta, será trascendental y valioso para fortalecer y consolidar dicho instrumento y trabajo, en consecuencia, para lograr la validez de la prueba. Por este motivo, le solicito analizar cada uno de los enunciados del instrumento que se indican en la pauta que se encuentra a continuación. La Pauta está enfocada a diferentes criterios como: calidad, pertinencia, coherencia. Por favor, marque con una “x” en el casillero correspondiente a la alternativa, según la siguiente rúbrica:

Marque:

- En la columna “**P**”, si Ud. considera que el enunciado que evalúa es **Pertinente**.
- En la columna “**MP**”, si Ud. considera que el enunciado que evalúa es **Mediamente Pertinente**, es decir, requiere modificaciones.
- En la columna “**NP**”, si Ud. Considera que el enunciado que evalúa **No es Pertinente** y, por tanto, habrá que eliminarlo o re-emplazarlo de esta prueba.

AGRADECIDO DE VUESTRA COLABORACIÓN

Pauta de evaluación de la pertinencia de la prueba de conocimientos de fracciones

NOMENCLATURA

P: PERTINENTE MP: MEDIANAMENTE PERTINENTE NP: NO PERTINENTE

I CRITERIO: Calidad de la propuesta de prueba

INDICADORES	P	MP	NP	OBSERVACIONES
El contenido es abordado por un especialista en el área				
Se evidencia en la prueba que los contenidos de las preguntas son necesarios de abordar, de acuerdo a la temática.				
De acuerdo a la duración de la prueba, se estima adecuada la cobertura y profundización de los contenidos a evaluar.				
Hay evidencia de la documentación, apuntes, publicaciones o archivos que complementan el trabajo teórico				

II CRITERIO: Tiempo de aplicación

INDICADORES	P	MP	NP	OBSERVACIONES
Las preguntas evidencian % de minutos necesarios para resolverlas.				
Se considera el tiempo acorde a la dificultad de la pregunta.				
Estima adecuada la cantidad total del tiempo (60 minutos) para la resolución de la prueba.				

III CRITERIO: Cantidad de preguntas planteadas

INDICADORES	P	MP	NP	OBSERVACIONES
Es suficiente la cantidad de preguntas propuestas en la prueba.				
Cada pregunta da cobertura a la temática abordada en las planificaciones diarias que tiene el programa del Ministerio de Educación de Ecuador				
Es posible mejorar las preguntas en su redacción o alcance.				

IV CRITERIO: Metodología

INDICADORES	P	MP	NP	OBSERVACIONES
Las preguntas están planteadas de manera que correspondan a la metodología utilizada para desarrollar las planificaciones en el aula clase.				
Se evidencian metodológicamente la ubicación de gráficos o datos que el estudiante necesita para resolver las preguntas.				

V CRITERIO: Pertinencia de la pregunta

INDICADORES	P	MP	NP	OBSERVACIONES
Las preguntas abordadas en la prueba son suficientes para evaluar lo enseñado en el programa de capacitación y que corresponde a lo requerido por el Ministerio de Educación de Ecuador				
Existen preguntas que se pudiesen obviar por alguna razón				
Existen preguntas que reflejan que la temática que se está evaluando no fue explicada en el programa.				
Faltan preguntas que no están siendo planteadas y que no abordan la temática enseñada.				

Pauta de evaluación adaptada por el investigador de (Rodríguez, 2016).

ANEXO N° 5



Doctorado en Psicología
Diseño y evaluación de un programa de enseñanza-aprendizaje de fracciones basado en el Modelo Neurocognitivo de Howard-Jones



Prueba de comparación de fracciones

(Gómez y otros 2014)

Unidad Educativa

Nombre y Apellido

Año de educación básica.....Paralelo.....Fecha.....

Estimado/a estudiante, a continuación, debes elegir la fracción que tú consideres acorde a la siguiente instrucción: Pulsa la tecla Q o P para seleccionar la fracción mayor, si consideras que la fracción de la izquierda es mayor aplasta la tecla Q y si consideras que la fracción mayor es la de la derecha presiona la tecla P, tienes 10 segundos para dar una respuesta.

Tiempo de Inicio..... Tiempo Final.....

Bloque 1

$\frac{26}{43}$	$\frac{49}{94}$	$\frac{14}{61}$	$\frac{14}{31}$	$\frac{51}{71}$	$\frac{22}{35}$	$\frac{49}{95}$	$\frac{32}{43}$
-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------

$\frac{18}{89}$	$\frac{18}{41}$	$\frac{35}{92}$	$\frac{27}{92}$	$\frac{80}{93}$	$\frac{41}{66}$	$\frac{41}{74}$	$\frac{49}{63}$
-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------

$$\frac{55}{94} \quad \frac{28}{41} \quad \frac{23}{48} \quad \frac{11}{48} \quad \frac{26}{47} \quad \frac{74}{95} \quad \frac{22}{51} \quad \frac{13}{74}$$

$$\frac{36}{47} \quad \frac{52}{99} \quad \frac{11}{75} \quad \frac{11}{48} \quad \frac{23}{39} \quad \frac{59}{70} \quad \frac{23}{36} \quad \frac{42}{79}$$

Bloque 2

$$\frac{31}{82} \quad \frac{36}{77} \quad \frac{21}{88} \quad \frac{43}{88} \quad \frac{31}{44} \quad \frac{61}{99} \quad \frac{73}{94} \quad \frac{17}{32}$$



$$\frac{62}{85} \quad \frac{54}{85} \quad \frac{31}{64} \quad \frac{31}{85} \quad \frac{45}{64} \quad \frac{75}{94} \quad \frac{19}{84} \quad \frac{26}{79}$$

$$\frac{59}{79} \quad \frac{16}{31} \quad \frac{49}{86} \quad \frac{57}{86} \quad \frac{47}{93} \quad \frac{31}{42} \quad \frac{86}{99} \quad \frac{62}{81}$$

$$\frac{49}{76} \quad \frac{44}{83} \quad \frac{25}{96} \quad \frac{25}{66} \quad \frac{34}{45} \quad \frac{51}{98} \quad \frac{16}{73} \quad \frac{34}{73}$$

Bloque 3

$$\begin{array}{cc} \frac{53}{98} & \frac{37}{48} \\ \frac{14}{83} & \frac{26}{63} \\ \frac{67}{80} & \frac{67}{90} \\ \frac{46}{61} & \frac{17}{32} \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \frac{49}{65} & \frac{33}{65} \\ \frac{25}{54} & \frac{17}{75} \\ \frac{49}{65} & \frac{76}{87} \\ \frac{55}{97} & \frac{61}{91} \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \frac{35}{66} & \frac{35}{46} \\ \frac{30}{41} & \frac{46}{91} \\ \frac{11}{31} & \frac{43}{92} \\ \frac{16}{35} & \frac{16}{75} \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \frac{39}{55} & \frac{73}{89} \\ \frac{53}{65} & \frac{71}{99} \\ \frac{25}{82} & \frac{17}{82} \\ \frac{58}{85} & \frac{39}{50} \end{array}$$



ANEXO N° 6



Doctorado en Psicología
Diseño y evaluación de un programa de enseñanza-aprendizaje de
fracciones basado en el Modelo Neurocognitivo de Howard-Jones



Pauta para la evaluación de la comprensión lingüística del Inventario de Creencias Pedagógica sobre los procesos de enseñanza- aprendizaje (Tagle, 2008; Tagle y otros, 2017)

Nombre: ----- Institución Educativa-----

Año de educación básica-----Fecha-----

Buenos días estimado/a docente, el objetivo de contestar este inventario es para saber si Usted entiende perfectamente o no las preguntas que tiene este inventario de Creencias Pedagógicas. Es necesario que Usted conozca que esta información no tiene repercusiones académicas para Usted ni para sus estudiantes, además se guardará absoluta reserva de la misma.

Instrucciones:

- 1.- Responda el Inventario de Creencias Pedagógicas de manera individual (no consulte con nadie)
- 2.- Utilice un esferográfico de color azul, no repise la respuesta debe ser legible.
3. No tiene un tiempo determinararlo para llenarlo, motivo por lo cual le sugiero lea bien la pregunta antes de responderla.
- 4.- Si alguna pregunta no está clara, por favor escriba en el casillero de observaciones lo que no entiende.
- 4.- Cuando termine de responder por favor levante la mano para que el evaluador se acerque a retirarla.

En las hojas siguientes se presentan distintas afirmaciones. Usted deberá decidir frente a cada una de ellas su nivel de comprensión, para lo que ubicará una X en la opción que considere pertinente, de las siguientes opciones:

P: Significa que Usted entiende Perfectamente la pregunta.

M: Significa que Usted entiende medianamente la pregunta (no esta todo muy claro).

NC: significa que Usted No comprende la pregunta como está planteada.

N°-	Pregunta	P	M	NC	Observaciones
1	El conocimiento está en el sujeto que aprende.				
2	Saber Matemática significa saber operar con fracciones.				
3	El rol del/la profesor/a de Matemática consiste en transmitir información para que los/las estudiantes aprendan				
4	El/la estudiante depende del/la profesor/a para aprender Matemática.				
5	No existen recursos más importantes que otros en una clase de Matemática.				
6	La memorización de los conceptos matemáticos favorece el aprendizaje de la Matemática.				
7	La prueba escrita puede ser utilizada para evaluar cualquier tipo de contenido en Matemática.				
8	Saber Matemática significa conocer los signos y las reglas para resolver ejercicios y/o problemas matemáticos.				
9	Es aconsejable utilizar una misma manera para resolver ejercicios y/o problemas matemáticos para diferentes situaciones que se desarrollan en el contexto matemático.				
10	Las decisiones con respecto a la planificación e implementación de una clase de Matemática deben ser compartidas entre el/la profesor/a y los/las estudiantes.				
11	Los/las estudiantes pueden evaluar el logro de los objetivos propuestos en una clase de Matemática.				
12	Las actividades que aparecen en los libros de Matemática no deben ser modificadas porque han sido construidas por expertos.				
13	El conocimiento está en los libros.				
14	La producción oral en Matemática se desarrolla a través de la generación del lenguaje matemático en situaciones reales de comunicación.				
15	El hablar en lenguaje matemático (por parte del/la profesor/a) y, luego, explicarlo es una estrategia que facilita la comprensión del pensamiento matemático por parte de los/las estudiantes.				
16	La realización de ejercicios aritméticos que se encuentran en los libros, es una actividad efectiva en el proceso de aprendizaje de la Matemática.				
17	La distribución del tiempo, en una clase de Matemática, debe ser seguida con rigurosidad.				
18	En el aprendizaje de la Matemática es igualmente relevante manejar contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales.				
19	Los conocimientos sobre el tópico del libro y los conocimientos socioculturales del/la estudiante juegan un rol importante en el proceso de selección de materiales escritos u orales.				
20	La clase expositiva puede ser efectiva, pero solo para el desarrollo de ciertos tipos de contenidos.				

21	Los/as profesores/as deben organizar las actividades de enseñanza considerando las características, conocimientos y experiencias de cada uno de sus estudiantes, es decir, las actividades de enseñanza requieren ser diferenciadas.				
22	Los errores de los/as estudiantes (en la producción) pueden o no ser corregidos, esto depende del contexto en que ellos se presentan.				
23	Las actividades de transformación de una operación aritmética a otra (de suma a multiplicación, de resta a división o viceversa) ayudan al desarrollo de la resolución de problemas por su nivel de comprensión que presenta el/la estudiante.				
24	Las actividades desarrolladas antes, durante y después del proceso de lectura/audición matemática son igualmente importantes				
25	El tiempo asignado para la realización de determinadas actividades debe adecuarse a las características de los/las estudiantes con los que se está trabajando.				
26	El/la estudiante puede aprender en forma autónoma la Matemática.				
27	Cualquier estrategia de enseñanza no es apropiada para el trabajo de cualquier contenido en Matemática.				
28	El rol del/la estudiante en la clase de Matemática consiste, principalmente, en registrar los nuevos contenidos.				
29	Los/as estudiantes pueden participar en el proceso de selección o diseño de actividades de enseñanza de una clase de Matemática.				
30	El hablar en lenguaje matemático (por parte del/la profesor/a) y, luego, explicarlo es una estrategia que no facilita la comprensión del pensamiento matemático por parte de los/las estudiantes.				
31	Enseñar Matemática consiste en generar las condiciones apropiadas para que el/la estudiante logre el aprendizaje.				
32	Cualquier tipo de texto no es apropiado para el desarrollo de la comprensión necesaria para la resolución de problemas matemáticos.				
33	Las actividades de repetición favorecen el desarrollo de la expresión oral en el lenguaje matemático.				
34	La forma más adecuada de organizar la sala para una clase de Matemática es en filas.				
35	El rol del/la estudiante en una clase de Matemática consiste, principalmente, en usar el lenguaje para poder comunicarse.				
36	Aprender Matemática consiste en construir significados y aplicarlos a nuevas situaciones comunicativas del área y contexto matemático.				
37	Las actividades posteriores al proceso de lectura/audición son más relevantes que las previas y las implementadas durante el proceso, ya que				

	entregan información sobre lo que los/las estudiantes han comprendido.				
38	La re-escritura de ejercicios matemáticos no es recomendable en el proceso de su producción.				
39	Es aconsejable utilizar diferentes actividades para resolver ejercicios matemáticos para los diferentes tipos de textos.				
40	La producción oral en Matemática se desarrolla a través de la imitación.				
41	La prueba escrita puede ser utilizada para evaluar solo ciertos contenidos en Matemática.				
42	La comprensión oral en Matemática se desarrolla escuchando, desde un inicio, textos completos.				
43	Cualquier estrategia de enseñanza es apropiada para el trabajo de todo tipo de contenido en Matemática.				
44	La distribución del tiempo, en una clase de Matemática, debe ser flexible.				
45	La memorización de listados de fórmulas matemáticas no favorece el aprendizaje de la Matemática.				
46	Los/las estudiantes no pueden participar en el proceso de selección o diseño de actividades de enseñanza de una clase de Matemática.				
47	Las relaciones profesor/a-estudiante deben caracterizarse por ser horizontales o democráticas.				
48	La comprensión oral/escrita de la Matemática consiste principalmente en decodificar (construir significado a partir del lenguaje) la información.				
49	Las decisiones con respecto a la planificación e implementación de una clase de Matemática deben ser tomadas solo por el/la profesor/a.				
50	Los materiales curriculares deben diversificarse según los/las estudiantes con los que se trabaje.				
51	Es aconsejable que los contenidos en una clase de Matemática se trabajen en forma integrada; por ejemplo, conceptos matemáticos, ejercicios y/o problemas aritméticos.				
52	La comprensión Matemática se desarrolla entendiendo primero conceptos, resolución de ejercicios, formulas y problemas matemáticos.				
53	Los errores de los/las estudiantes (en la producción matemática) deberían ser corregidos tan pronto como son hechos para prevenir la formación de malos hábitos.				
54	Aprender Matemática consiste en reproducir información.				
55	Los/las profesores/as deben organizar las actividades de enseñanza de acuerdo al grupo, globalmente considerado, solo así es justo.				
56	La comprensión oral/escrita en Matemática consiste en darle significado al texto a partir de conocimientos lingüísticos matemáticos, estructurales, del tópico y socioculturales.				

57	El tiempo designado para el desarrollo de ciertas actividades debe ser el mismo para todos los/las estudiantes, solo así se es justo.				
58	La producción escrita en Matemática se desarrolla escribiendo y resolviendo ejercicios y problemas combinados.				
59	Enseñar Matemática consiste en transmitir información a los/las estudiantes.				
60	Una vez que se han planificado las actividades de enseñanza, estas no pueden ser modificadas.				
61	La lectura en voz alta de ejercicios y/o problemas matemáticos favorece el desarrollo de la comprensión escrita por parte de los/las estudiantes.				
62	Los materiales curriculares deben ser los mismos para todos los/las estudiantes.				
63	Las actividades en una clase de Matemática (centrada en el desarrollo de la resolución de ejercicios) deberían focalizarse en el proceso de repetición.				
64	El recurso más importante en una clase de Matemática es el libro.				
65	Las actividades de transformación de ejercicios aritméticos (de suma, a resta, a multiplicación, a división o Viceversa) aportan poco el desarrollo de los niveles de comprensión que presenta el/la estudiante.				
66	El rol del/la profesor/a de Matemática consiste en actuar como guía en el proceso de aprendizaje.				
67	En el aprendizaje de la Matemática es más relevante manejar contenidos conceptuales que procedimentales o actitudinales.				
68	Es aconsejable que los contenidos en una clase de Matemática se trabajen en forma aislada; por ejemplo, conceptos, fórmulas, ejercicios, resolución de problemas entre otros.				
69	La lectura en voz alta de problemas aritméticos no favorece el desarrollo de la comprensión escrita por parte de los/las estudiantes.				
70	Las actividades de enseñanza ya planificadas pueden ser modificadas.				
71	En las relaciones profesor/a-estudiante debe predominar el sentido de autoridad.				
72	La producción escrita en Matemática se desarrolla escribiendo ejercicios, luego resolviendo problemas y posteriormente operaciones aritméticas combinadas.				
73	Los errores tienen una connotación "negativa" en el proceso de evaluación.				
74	Las actividades de repetición no favorecen el desarrollo de la comprensión en la expresión oral de la Matemática.				
75	Los/las estudiantes no pueden evaluar el logro de los aprendizajes propuestos en una clase de				

	Matemática, esa es responsabilidad del/la profesor/a.				
76	La forma más adecuada de organizar la sala para una clase de Matemática es en parejas o grupos.				
77	Los errores tienen una connotación "positiva" en el proceso de evaluación.				
78	Los conocimientos sobre el tópico del libro y los conocimientos socioculturales del/la estudiante carecen de importancia en el proceso de selección de materiales escritos u orales.				
79	La comprensión escrita en Matemática se desarrolla escribiendo, desde un inicio, textos completos.				
80	Las actividades en una clase de Matemática (centrada en el desarrollo de la expresión oral) deberían focalizarse en el desarrollo del uso correcto del Lenguaje matemático.				
81	La clase expositiva es una estrategia de enseñanza muy efectiva.				
82	La re-escritura de ejercicios y problemas matemáticos es recomendable en el proceso de su producción.				
83	La realización de ejercicios y/o problemas matemáticos es una actividad que aporta poco en el proceso de aprendizaje de la Matemática.				
84	Las actividades que aparecen en los libros de Matemática, a pesar de ser construidas por expertos, pueden ser modificadas.				
85	La comprensión oral en Matemática se desarrolla escuchando primero símbolos aritméticos, luego la lectura de ejercicios aritméticos y posteriormente problemas.				
86	Cualquier tipo de texto es apropiado para el desarrollo de la comprensión lectora/auditiva en Matemática.				

GRACIAS POR SU COLABORACIÓN

Anexo 7



Doctorado en Psicología
Diseño y evaluación de un programa de enseñanza-aprendizaje de
fracciones basado en el Modelo Neurocognitivo de Howard-Jones



Evaluación de la comprensión lingüística del Cuestionario de Prácticas Pedagógicas

(Perez y otros, 2016)

Nombre: ----- Institución Educativa-----

Año de educación básica-----Fecha-----

Buenos días estimado/a docente, el objetivo de contestar este Cuestionario es conocer que prácticas pedagógicas usted utiliza cuando imparte su clase a los/las estudiantes. Es necesario que Usted conozca que esta información no tiene repercusiones académicas para Usted ni para sus estudiantes, además se guardará absoluta reserva de la misma.

Instrucciones:

- 1.- Responda el cuestionario de Prácticas Pedagógicas de manera individual (no consulte con otro docente)
- 2.- Utilice un esferográfico de color azul, no repise la respuesta debe ser legible.
3. No tiene un tiempo determinararlo para llenarlo, motivo por lo cual le sugiero lea bien la pregunta antes de responderla.
- 4.- Cuando termine de responder por favor levante la mano para que el evaluador se acerque a retirarla.

En las hojas siguientes se presentan distintas preguntas. Usted deberá decidir frente a cada una de ellas su nivel de comprensión, para lo que ubicará una X en la opción que considere pertinente, de las siguientes opciones:

P: Significa que Usted entiende Perfectamente la pregunta.

M: Significa que Usted entiende medianamente la pregunta (no esta todo muy claro).

NC: significa que Usted No comprende la pregunta como está planteada.

N°-	Pregunta	P	MP	NC	Observaciones
1	Empleo sistemas de planificación para la docencia tales como: calendarizaciones, syllabus, planificación semanal, etc.				
2	Realizo evaluaciones de los avances que van teniendo los alumnos.				
3	Recurro a las estrategias expositivas como primera opción para enseñarles a mis estudiantes.				
4	Retroalimentación detalladamente el desempeño de los estudiantes luego de cada evaluación.				
5	Aplico evaluaciones escritas (pruebas, certámenes, exámenes, test, etc.) de respuesta cerrada como verdadera o falsa, o alternativas.				
6	En mis actividades académicas uso de los conocimientos previos de los estudiantes como recursos de enseñanza.				
7	Reviso la planificación de mis actividades (clases, supervisiones, etc.) para analizar el avance alcanzado.				
8	Diseño situaciones de evaluación donde el estudiante debe realizar conductas similares a las que se le pedirán en su futuro laboral.				
9	Evito el uso de herramientas tecnológicas (como dispositivos, videos, etc.) en mis actividades docentes.				
10	Uso estrategias expositivas para introducir a los estudiantes a temas nuevos.				
11	Genero instancias para que los estudiantes se evalúen entre ellos (co-evaluación).				
12	Cierro cada actividad docente (clases, supervisiones, etc.) con un resumen de los contenidos o procedimientos revisados				
13	Al comienzo de cada actividad docente (clases, supervisiones, etc.) presento los objetivos a los estudiantes.				
14	Organizo los contenidos o procedimientos de mis actividades docentes (clases, supervisiones, etc.) siguiendo una lógica definida.				
15	Realizo una conexión entre los contenidos que enseño y lo que los estudiantes verán en asignaturas futuras del plan de estudios.				
16	Recomiendo el uso de herramientas tecnológicas a mis estudiantes para la búsqueda de información.				
17	Hago preguntas amplias, abiertas, de respuestas variadas a los estudiantes para promover su participación.				
18	Planifico mis actividades docentes (clases, supervisiones, etc.) con anterioridad al inicio del período académico.				
19	Doy espacios para que los estudiantes consulten abiertamente.				
20	Reviso los contenidos que las asignaturas anteriores de la malla han abordado para verificar que debo enseñar en la mía.				
21	Uso la tecnología de la información para comunicarme con mis estudiantes, como plataformas virtuales, sitios web, etc.				

22	Pido a mis estudiantes que usen tecnología en sus presentaciones orales.				
23	Aplico instrumentos para que cada estudiante se evalúe a sí mismo.				
24	Vinculo los contenidos que enseñó con otras asignaturas de la malla a través de ejemplos concretos.				
25	Hago preguntas de aplicación de contenidos que permitan monitorear lo que los estudiantes han aprendido.				
26	Desarrollo actividades cooperativas en la sala de clase, por ejemplo: trabajos de grupo, trabajo de pares, etc.				
27	Adecúo previamente el ambiente de la sala o lugar de trabajo según las actividades que se van a realizar.				
28	Realizo actividades en las que los estudiantes deben simular la aplicación de los contenidos tratados.				
29	Establezco las normas de un curso o actividad docente a través del diálogo y/o la negociación con los estudiantes.				
30	Utilizo ejemplos de la vida cotidiana de los estudiantes.				
31	Realizo actividades dirigidas a motivar el aprendizaje de una unidad o tema.				
32	Integro los intereses de mis estudiantes durante el desarrollo de mis actividades docentes.				
33	Utilizo estrategias para captar la atención de los estudiantes.				
34	Realizo preguntas a los estudiantes (individuales o grupales) para motivar el diálogo con ellos.				
35	Participo de reuniones con directivos de la carrera y otros docentes para verificar los contenidos que se están enseñando.				
36	Promuevo el debate entre los estudiantes.				
37	Realizo conexiones explícitas entre lo que los estudiantes aprenden en mis actividades y lo que pasa en el mundo del trabajo.				
38	Organizo mis actividades docentes (clases, supervisiones, etc.) puntualizando los momentos de una secuencia de aprendizaje en aula (introducción, desarrollo y cierre).				
39	Uso criterios dicotómicos para diferenciar si un estudiante sabe o no sabe, por ejemplo aprobado-reprobado.				
40	Limito la bibliografía a considerar por mis estudiantes a la que yo definí previamente.				
41	Uso estrategias expositivas para abordar contenidos complejos o de alto nivel de abstracción.				
42	Realizo evaluaciones diagnósticas al inicio de un curso o unidad.				
43	Utilizo rúbricas de desempeño para evaluar a los estudiantes				
44	Expreso expectativas positivas a mis estudiantes respecto de sus logros				

45	Uso estrategias que hagan participar activamente al estudiante como aprendizaje basado en problemas, aprendizaje por proyectos, aprendizaje y servicio, etc.				
46	Establezco relaciones cordiales con los estudiantes.				
47	Estimulo la argumentación en el discurso de los estudiantes.				
48	Utilizo medios audiovisuales para clarificar contenidos: diapositivas videos, imágenes.				
49	Organizo mis actividades docentes (clases, supervisiones, etc.) dependiendo de los avances que tengan los estudiantes.				
50	Realizo recapitulaciones orales que monitorean la comprensión de los estudiantes (por ejemplo, repito aquellos conceptos que deben quedar más claros, pregunto si algo no se ha entendido).				
51	Utilizo el refuerzo social constante con mis estudiantes: agradecimientos, felicitaciones públicas, etc.				

GRACIAS POR SU COLABORACIÓN



Anexo N° 8



Programa de Doctorado en Psicología
Diseño y evaluación de un programa para el aprendizaje de
fracciones Modelo neurocognitivo de Howard-Jones



Pauta de evaluación de la pertinencia del programa de capacitación al docente

Estimado Sr/a. Evaluador/a:

La Pauta propuesta está diseñada para conocer el nivel de pertinencia que tiene el programa de enseñanza-aprendizaje de fracciones basados en el Modelo Neurocognitivo de Howard-Jones, en relación con la malla curricular de sexto año de educación básica, del área de Matemática específicamente de fracciones. Su aporte, como evaluador externo de la pauta, será trascendental y valioso para fortalecer y consolidar dicho instrumento y trabajo, en consecuencia, para lograr la validez del programa de capacitación. Por este motivo, le solicito analizar cada uno de los enunciados del instrumento que se indican en la matriz que se encuentra a continuación. La Matriz está enfocada a diferentes criterios como: calidad, pertinencia, coherencia y/o relevancia del programa, basado en evidencias empíricas neurocognitivas. Por favor, marque con una “x” en el casillero correspondiente a la alternativa, según la siguiente rúbrica:

Marque:

- En la columna “**P**”, si Ud. considera que el enunciado que evalúa es **Pertinente**.
- En la columna “**MP**”, si Ud. considera que el enunciado que evalúa es **Mediamente Pertinente**, es decir, requiere modificaciones.
- En la columna “**NP**”, si Ud. Considera que el enunciado que evalúa **No es Pertinente** y, por tanto, habrá que eliminarlo o reemplazarlo en este instrumento.

AGRADECIDO DE VUESTRA COLABORACIÓN

Pauta de evaluación de la pertinencia del programa de capacitación al docente

NOMENCLATURA			
P: PERTINENTE	MP: MEDIANAMENTE PERTINENTE	NP: NO PERTINENTE	

I CRITERIO: Calidad del Programa

INDICADORES	P	MP	NP	OBSERVACIONES
El contenido es abordado por un especialista en el área				
Se evidencia en el programa, que los contenidos son necesarios de abordar, de acuerdo a la temática de capacitación.				
De acuerdo a la duración del programa de enseñanza-aprendizaje de fracciones, basado en el Modelo Neurocognitivo de Howard-Jones, se estima adecuada la cobertura y profundización de los contenidos a abordar				
Hay evidencia de la documentación, apuntes, publicaciones o archivos que complementan el trabajo teórico.				

II CRITERIO: Cantidad de Horas

INDICADORES	P	MP	NP	OBSERVACIONES
El programa evidencia el número de horas total, necesarias para lograr su objetivo.				
El programa evidencia el número de horas necesarias para cumplir con cada planificación diaria.				
Estima adecuada la cantidad de horas planificadas para la ejecución del programa.				

III CRITERIO: Cantidad de temas tratados

INDICADORES	P	MP	NP	OBSERVACIONES
Es suficiente la cantidad de temas propuestos en el programa de capacitación.				
Cada tema da cobertura a lo propuesto en cada una de las planificaciones diarias de clase.				
Es posible mejorar lo planificado en algunos de las planificaciones.				

IV CRITERIO: Metodología

INDICADORES	P	MP	NP	OBSERVACIONES
La metodología propuesta es participativa				
Se observan objetivos claros en lo propuesto				
Se evidencian lo que se pretende obtener en los resultados de aprendizaje, producto generado de la ejecución del programa				

Durante el proceso de la aplicación de cada planificación diaria, existe un monitoreo permanente de los aprendizajes, esto por medio de evaluaciones iniciales, intermedias y/o finales				
---	--	--	--	--

V CRITERIO: Pertinencia de Contenidos

INDICADORES	A	M	I	OBSERVACIONES
Los contenidos abordados son suficientes en las planificaciones de la capacitación.				
Existen contenidos programados que se pudiesen obviar				
Existen contenidos que no son abordados en la programación y es necesario considerarlos.				

Pauta de evaluación adaptada por (Carrera, 2017), de (Rodríguez, 2016).



Anexo 9

Mes: xxxxxxx Semana: xxxxxxx Día: xxxx Área: Matemática Asignatura: Aritmética Tiempo: 80 minutos Clase: N°- 1 Tema: Concepto y escritura de fracciones Instituciones Educativas: xxxxxxxxxxxx Docente: 1 N.N.			
Objetivo: 1.- Desarrollar el concepto de fracción. 2.- Aprender a escribir números fraccionarios.			
Ciclo didáctico	Actividades	Materiales	Evaluación
Iniciación	<p>Se repartirá una cartulina a cada estudiante (colores: celeste, rosado, blanca, amarilla, verde) y se les pedirá que corten la cartulina como mínimo en dos partes, y máximo 20 pedazos.</p> <p>Luego, se les pedirá que se agrupen a los/as estudiantes que tienen los mismos colores de cartulina (se formarán grupos de 4 estudiantes).</p> <p>Una vez conformados los grupos, se les requerirá que escriban en una hoja de papel, en cuántas partes distribuyeron su cartulina.</p> <p>Cada grupo entregará la hoja con los datos escritos. El docente escribirá en la pizarra los datos por grupos (colores).</p> <p>Luego el/a docente pedirá que cada grupo escriba lo que hicieron al distribuir en pedazos la cartulina.</p> <p>El/a docente debe continuamente integrarse en cada uno de los grupos para mirar el procedimiento que utilizan sus estudiantes.</p>	Cartulinas (41). Hojas de papel.	Tabla comparativa Para determinar el estado de ánimo de los/as estudiantes se les pedirá a cada grupo que dibujen una carita expresando su estado emocional y lo entregará al/a docente.
Tiempo: 10 minutos			
Experimentación	El docente repartirá a cada grupo un sobre en donde hay 4 sobres más pequeños. Cada sobre pequeño, tendrá una figura distinta que deberá ser fraccionada por el/la estudiante, ya sea en (1,2, 3, 4,5,6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, hasta 18 partes). Luego se les pedirá que vuelvan a leer el concepto de fracción que se escribió al inicio de la clase y	Sobre (10). Sobres pequeños (41). Pliegos de papel (10). Marcadores permanentes. Video	

	<p>comparen si se relaciona la actividad que acabaron de realizar para así reafirmar o modificar el concepto revisado. Posterior escribirán en las partes que dividieron las figuras para dar inicio a la escritura de números fraccionarios, para terminar esta fase de los grupos compartirán sus experiencias con los/las compañeros/as del aula diciendo las cantidades que escribieron y como llegaron a esa conclusión</p> <p>Como segundo ejercicio se entregará a cada grupo 4 figuras repetidas 2 veces cada una y se les pedirá a los/las estudiantes que escoja una figura con su respectivo par. El/la docente debe indicar a los/las educandos que dividan las dos figuras en partes diferentes y que escriban en cuantas partes dividieron cada figura y discutan en el grupo su experiencia, para luego presentar sus conclusiones a los otros grupos formados en el aula clase, sobre ¿porque una misma figura puede ser dividida en diferentes partes y formas?</p> <p>El rol del/la docente en esta fase es apoyar a los/as estudiantes en forma individual, por tanto, si ve que presentan problemas y si estos coinciden con la mayoría, debe explicarlo para todos los grupos. El docente presentará un video para afianzar el concepto y escritura de fracciones y así poder orientar el desarrollo de la siguiente etapa que es la sistematización.</p>	https://www.youtube.com/watch?v=grlbI4ZgzXA	
Tiempo: minutos	25		
Sistematización	<p>El/a docente pedirá a los/las estudiantes que le dicten cómo se escribiría numéricamente la cantidad que fraccionaron (10 ejemplos, uno por grupo).</p> <p>En esta fase el rol del/a docente es buscar que todos los/as estudiantes participen dentro del grupo y que las personas que exponen para todo el curso sean alternadas en los grupos.</p>	<p>Marcador de pizarra.</p>	

Tiempo: minutos	10		
Matacognición	<p>Se pedirá a los/las estudiantes que respondan las siguientes preguntas en cada grupo.</p> <p>¿En cuántas partes se puede fraccionar un objeto o figura? ¿Todo objeto o figura es factible de ser fraccionada? ¿La fracción es una parte de un todo? ¿El valor de una fracción es mayor que un número entero?</p> <p>Luego de responder las preguntas se socializarán las respuestas en la pizarra por parte del/la docente.</p> <p>El papel del/a docente en esta fase es buscar la participación grupal y el respeto a las ideas expresadas por cada integrante del grupo.</p>	Proyector	<p>Cuestionario</p> <p>El/a docente realizará una autoevaluación del todo el proceso realizado hasta esta fase.</p>
Tiempo minutos	15		
Teorización	<p>El/la docente pedirá a los/as estudiantes que expongan cuál fue la o las preguntas más complicadas de responder.</p> <p>Utilizando el proyector explicará cada respuesta a las preguntas, y pasará un video sobre el concepto de fracción y cómo se escriben las fracciones.</p> <p>El/a docente reforzará la clase con una presentación en power point breve y ejemplificada de qué es una fracción y sus términos (numerador y denominador).</p>	<p>Proyector Video https://www.youtube.com/watch?v=qQEESq6qXW0</p>	<p>Evaluación grupal interactiva, respondiendo las preguntas que realiza el video. Evaluación individual. Se le solicitará al/a estudiante que como tarea para la casa, escriba el concepto de fracción, realice 3 ejemplos de fracciones y</p>

			ubique los términos, en el cuaderno de materia de Matemática.
Tiempo: minutos	20		



Mes: xxxxxxxx **Semana:** xxxxxxxx **Día:** xx **Área:** Matemática **Asignatura:** Aritmética **Tiempo:** 80 minutos **Clase:** N°- 2
Tema: Gráfica de fracciones en diferentes figuras y en la recta numérica. **Instituciones Educativas:** xxxxxxxx
Docente: N.N.

Objetivo: 1.- Aprender a graficar fracciones.
2.- Repasar la escritura de números fraccionarios relacionándolas con la figura que representa.

Ciclo didáctico	Actividades	Materiales	Evaluación
Iniciación	<p>El/la docente distribuirá a los/las estudiantes en grupos de 4 integrantes y repartirá una canasta en donde se encontraran legos y 4 regletas de cartulina para cada grupo, la regleta estará dividida en algunos tamaños del porte de los diferentes legos, se pedirá a los/las estudiantes que utilicen los legos y los ubiquen en los espacios que tienen dibujados la regleta y escriban en una hoja de papel bond cuantos legos utilizaron para completar la regleta y lo representen gráfica y numéricamente en la hoja de papel. Luego el/la docente pedirá a cada grupo que compartan con sus compañeros/as del aula sobre la actividad que realizaron.</p> <p>El/la docente debe estar continuamente integrándose en cada uno de los grupos para mirar el procedimiento que utilizan los/las estudiantes.</p>	<p>Cartulinas. Hojas de papel bond. Lápices de colores. Legos</p>	
Tiempo: 10 minutos			
Experimentación	<p>El docente repartirá a cada grupo un sobre en donde hay 8 gráficos (Pizza, manzana, un pedazo de tubo de agua, pastel, pizarrón, cuerda para saltar, una barra de chocolate y una mandarina) que son figuras geométricas diferentes, los /las estudiantes deben tomar 2 figuras y repartirlas en partes iguales y escribir la cantidad fraccionaria a la que representa su repartición, cada grupo debe conversar internamente y sacar semejanzas y diferencias las cuales deben ser expuestas a sus compañeros/as en un papelote. Se les</p>	<p>Sobres Figuras geométricas Papelote Marcadores</p>	Afiche

	<p>pedirá a los/las estudiantes que comparen con lo que expusieron ellos/ellas y sus compañeros/as.</p> <p>El rol del/la docente en esta fase es apoyar a los/las estudiantes en forma individual, por tanto, si ve que presentan problemas y si la mayoría coincide en el mismo problema, debe explicarlo para todos los grupos.</p>		
Tiempo: 35 minutos			
Sistematización	<p>Cada grupo, elaborará una síntesis de lo experimentado en las dos actividades realizadas y lo compartirá a los otros grupos de trabajo.</p> <p>Se escribirá en la pizarra los acuerdos que represente a todos los grupos. En esta fase el rol del/a docente es buscar que todos los/as estudiantes participen dentro del grupo y que las personas que exponen para todo el curso sean alternadas en los grupos.</p>	Marcador de pizarra.	
Tiempo: 10 minutos			
Matacognición	<p>Se refuerza la actividad de graficación y escritura de números fraccionarios, por medio de la resolución de ejercicios en una hoja de trabajo en donde la temática específica es escritura, graficación de fracciones y representación de números fraccionarios en la recta numérica, se evalúan los principales logros y dificultades del proceso mediante una rúbrica.</p> <p>Luego de responder las preguntas se sociabilizarán las respuestas en la pizarra. El papel del/la docente en esta fase es buscar la participación grupal y el respeto a las ideas expresadas por cada integrante del grupo.</p>	<p>Pizarra</p> <p>Marcador de tiza líquida</p> <p>Hoja de trabajo</p> <p>Esferográficos</p>	Rúbrica para evaluar la temática desarrollada
Tiempo 15 minutos			
Teorización	El/a docente pedirá a los/as estudiantes que expongan cuál fue la o las preguntas más complicadas de responder.	<p>Proyector</p> <p>Video</p>	Evaluación grupal interactiva

	Utilizando el proyector explicará cada respuesta a las preguntas, y pasará un video sobre el concepto de fracción y cómo se escriben las fracciones. El docente reforzará la clase con una presentación en power point breve y ejemplificada de cómo se grafica fracciones.	https://www.youtube.com/watch?v=RKZdp7Bp30c	Evaluación individual. Se le solicitará al/a estudiante que como tarea para la casa, realice 3 ejemplos de graficación de fracciones y, en el cuaderno de tarea de Matemática.
Tiempo: minutos	20		
<p>Mes: xxxxxxxx Semana: xxxxxxxxxxxx Día: xxx Área: Matemática Asignatura: Aritmética Tiempo: 80 minutos Clase: N°- 3</p> <p>Tema: Fracciones propias e impropias, homogéneas y heterogéneas Instituciones Educativas: xxxxxx</p> <p>Docente: N.N</p> <p>Objetivo: Clasificar los diferentes tipos de fracciones acorde a sus características. Reconocer las diferentes características que tienen cada Fracción (propia – impropia y homogénea – heterogéneas).</p>			
Ciclo didáctico	Actividades	Materiales	Evaluación
Iniciación	Se repartirá a los/las estudiantes hojas de papel a cuadros para que escriban sus nombres y apellidos completos en la hoja y deberán escribir en la parte superior el número de letras que tienen sus dos	Lápiz, regla y lápices de colores Hojas de papel a cuadros.	

	nombres (numerador) y que escriban el número de letras que tiene sus apellidos (denominador). Se les explicará que la cantidad escrita debe estar separada por una línea horizontal.		
Tiempo: minutos	10		
Experimentación	<p>El docente pedirá que formen 10 grupos de trabajo y les solicitará que comparen las cantidades que tienen cada integrante y busquen semejanzas y diferencias entre los números fraccionarios escritos. Para que luego escriban las características encontradas y las expongan en el aula clase.</p> <p>Como parte última se les pedirá a los/las estudiantes que escriban en la misma hoja 10 números fraccionarios con características diferentes, posteriormente el/la docente presentará un video y luego presentará una lámina en donde se indican un grupo de fracciones que tienen el mismo numerador y otro grupo en donde tengan diferente denominador y les explicará cómo se llaman.</p>	<p>Hojas de papel a cuadros Marcador de pizarra. Video: https://www.youtube.com/watch?v=wtRUzQbPm64</p>	
Tiempo: minutos	25		
Sistematización	<p>El/la docente presentará en una lámina una serie de fracciones para que los/las estudiantes las clasifique en fracciones propias e impropias y a la vez en Homogéneas y Heterogéneas.</p> <p>Como parte final deberán llenar un crucigrama en donde se pueda reforzar lo aprendido en esta unidad, Cada grupo deberá clasificar los números fraccionarios escritos en sus hojas y los expondrán en un papelote en donde explicarán cómo los clasificaron.</p> <p>En esta fase el rol del/a docente es buscar que todos los estudiantes participen dentro del grupo y que las personas que exponen para todo el curso sean alternadas.</p>	<p>Hoja de trabajo (Crucigrama) Hojas de papel a cuadros Marcador de pizarra.</p>	Guía de aprendizaje

Tiempo: 10 minutos			
Matacognición	<p>Se pedirá a los/las estudiantes que se agrupen en grupos de 4 estudiantes acorde a la lista del grado, luego el/la docente repartirá juegos de dominó a cada grupo de estudiantes y les pedirá que jueguen formando fracciones propias, impropias, homogéneas y heterogéneas.</p> <p>Posterior a cuando terminen de jugar se les pedirá que contesten en cada grupo las preguntas que se presentan en la pizarra.</p> <p>¿Cuál es la característica de una fracción Propia? ¿Qué es una fracción Heterogénea? ¿Qué tipo de fracción al transformarle siempre es mayor a la Unidad? ¿En qué se diferencia la fracción Impropia de la fracción Propia?</p> <p>Luego de responder las preguntas se sociabilizarán las respuestas en la pizarra.</p> <p>El papel del/a docente en esta fase es buscar la participación grupal y el respeto a las ideas expresadas por cada integrante del grupo.</p>	Proyector Hojas de papel	Cuestionario
Tiempo 15 minutos			

Teorización	<p>El/la docente en esta etapa debe orientar a los/las estudiantes para poder recordar todas las actividades realizadas y poder resumir y apoyándose en el proyector, pasará un video sobre que es una fracción Propia e Impropia y Homogénea y Heterogénea.</p> <p>Además, explicará cada pregunta que los/as estudiantes formulen.</p>	<p>Proyector Video: https://www.youtube.com/watch?v=Baf4LUz-yNU</p>	<p>Evaluación grupal interactiva, respondiendo las preguntas que realiza el/a docente. Evaluación individual. Se le solicitará al/a estudiante que como tarea para la casa, escriba el concepto de fracción: Propia e Impropia, Homogénea y Heterogénea y que realice 3 ejemplos de cada clase de fracción y ubique los términos, esta tarea deberá realizarla en el cuaderno de tarea de Matemática.</p>
Tiempo: minutos	20		



Mes: xxxxxxxx **Semana:** xxxxxxxxxx **Día:** 25 **Área:** Matemática **Asignatura:** Aritmética **Tiempo:** 80 minutos **Clase:** N°- 4
Tema: Comparación, amplificación y reducción de fracciones. **Instituciones Educativas:** xxxxxxxxxx
Docente: N.N.

Objetivo: 1.- Desarrollar estrategias para comparar fracciones.
2.- Aprender a amplificar y a reducir los valores en una fracción.

Ciclo didáctico	Actividades	Materiales	Evaluación
Iniciación	<p>Se presentará un video motivacional sobre las fracciones; luego el/la docente indicará tres naranjas a sus estudiantes y les mostrará como divide a la naranja en 2 partes semejantes, luego dividirá a otra naranja en 4 partes semejantes y la tercera naranja la dividirá e 8 partes y luego mostrará cómo una naranja se puede dividir en muchas partes y que estas muchas partes al agruparse pueden formar una sola parte. Luego, se les pedirá a los/las estudiantes que se enumeren del 1 al 10 y que formen grupos con los números coincidentes (se formaran 10 grupos).</p> <p>A cada grupo se le entregará diferentes recetas para preparar comida o postres, las porciones estarán expresadas en fracciones que tendrán que simplificar, amplificar para luego compararla y así saber la cantidad exacta que tiene cada receta.</p>	<p>Video https://www.youtube.com/watch?v=Dms9QJmBMMI Hojas de papel.</p>	
Tiempo: 8 minutos			
Experimentación	<p>Una vez conformados los grupos, se les pedirá que comparen sus recetas y elaboren una tabla comparativa de las proporciones que se utilizan en las diferentes recetas, para luego exponerlo ante sus compañeros.</p> <p>Como segunda actividad se solicitará a cada grupo que elaboren un juego de lotería para lo cual el/la docente repartirá algunos materiales para su elaboración, este juego de lotería debe tener las cantidades fraccionarias que sacaron de las recetas, deberá tener</p>	<p>Pliego de papel. Marcadores permanentes. Hojas de trabajo</p>	

	<p>cantidades que puedan amplificarse y simplificarse, y grupo de fracciones que se puedan comparar para determinar cuál es la fracción más grande o similar, los/las estudiantes luego de terminar de jugar deben contar su experiencias a los otros compañeros del aula.</p> <p>El rol de/a docente en esta fase es apoyar a los estudiantes en forma individual y si ve que los problemas coinciden, debe explicarlo para todos los grupos.</p>		
Tiempo: 25 minutos			
Sistematización	<p>El/a docente solicitará a los/as estudiantes que resuman las estrategias que utilizaron para comparar fracciones y como se amplía o se simplifica las fracciones.</p> <p>Para iniciar esta fase el/la docente presentará un video que tiene como objetivo enseñarles a los/las estudiantes a realizar un comecocos. Posterior el/la docente solicitará a los/las estudiantes a que elaboren el comecocos en donde las preguntas que debe haber en el juego tengan las estrategias que se pueden utilizar para amplificar, simplificar y comparar de fracciones.</p> <p>En esta fase el rol del/a docente es buscar que todos los/las estudiantes participen dentro del grupo y que las personas que exponen para todo el curso sean alternadas en los grupos.</p>	<p>Proyector Video: https://www.youtube.com/watch?v=ZvC-LJ0zSUo</p> <p>Hojas de papel bond Reglas esferográfico</p>	
Tiempo: 10 minutos			
Matacognición	<p>Se pedirá a los/las estudiantes utilicen la técnica del topo para continuar jugando, pero con la característica que al rotar los/as estudiantes a los diferentes grupos también aparecen nuevas preguntas que antes los grupos no tenían.</p>	<p>Papelote Marcadores permanentes Cinta adhesiva Hojas de papel de colores</p>	Afiche

	<p>Al final del juego se les solicitará a los grupos que se conformen nuevamente tal y como iniciaron el juego, para que elaboren las estrategias que utilizaron para resolver las preguntas que les correspondió responder, por último, explicaran a sus compañeros/as de aula cuales fueron sus principales estrategias utilizadas.</p> <p>El rol del/la docente en esta fase es buscar la participación grupal y el respeto a la idea expresada por cada integrante del grupo.</p>		
Tiempo minutos	12		
Teorización	<p>El/la docente pedirá a los/las estudiantes que expongan cuáles fueron las estrategias más comunes para dar solución a la problemática presentada.</p> <p>El docente utilizará diapositivas para explicar cada una de las estrategias utilizadas y aumentará en su explicación otras estrategias más, y pasará un video sobre amplificación y simplificación de fracciones.</p>	<p>Proyector Video https://www.youtube.com/watch?v=eOUuklAWyXM</p>	<p>Prueba escrita Evaluación individual.</p>
Tiempo: minutos	25		

Mes: xxxxxxxxxxx **Semana:** xxxxxxxxxxx **Día:** xx **Área:** Matemática **Asignatura:** Aritmética **Tiempo:** 80 minutos **Clase:** N°- 5
Tema: Suma y resta de fracciones propias e impropias, homogéneas y heterogéneas. **Instituciones Educativas:** xxxx
Docente: N.N.

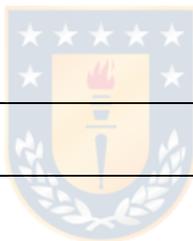
Objetivo: 1.-Aprender a resolver ejercicios de suma y resta de fracciones homogéneas y heterogéneas

Ciclo didáctico	Actividades	Materiales	Evaluación
Iniciación	<p>Se pedirá que los/las estudiantes formen grupos de 5 personas (8 grupos) al grupo 1 se le entregará 4 naranjas, al grupo 2 se les dará 4 mandarinas, al grupo 3 se les entregará 4 limones, al grupo 4 se le dará 4 guineos, al grupo 5 se les dará 4 toronjas, al grupo 6 se le entregará 4 peras, al grupo 7 4 duraznos y al grupo 8 se les dará 4 papayas pequeñas.</p> <p>Se pedirá a cada estudiante que divida lo entregado en partes semejantes, luego que escriban en una hoja de papel bond en la cantidad que la dividieron y debajo la figura del número fraccionario que representa.</p> <p>Para terminar el /la docente pedirá que se nombre un secretario de cada grupo, el mismo que deberá pasar a la pizarra a escribir las fracciones que habían escrito cada integrante del grupo.</p> <p>El/a docente debe estar continuamente integrándose en cada uno de los grupos para mirar el procedimiento que utilizan sus estudiantes.</p>	<p>Frutas: Manzanas, naranjas, mandarinas, limones, guineos, toronjas, peras, duraznos.</p> <p>Fuentes de plástico</p>	
Tiempo: minutos	10		

Experimentación	<p>El/la docente pedirá que los/las estudiantes de cada grupo vayan poniendo sus frutas divididas en una fuente grande y un secretario irá anotando las porciones que pone cada uno.</p> <p>El/la docente pedirá a cada uno de los/las secretarios/as de los grupos que expongan la cantidad de ingredientes puestos en cada grupo clasificado, todos los/las estudiantes escribirán las cantidades fraccionarias utilizadas en cada caso, para que luego agreguen y desagreguen cantidades fraccionarias en la hoja de papel con el objetivo de que inicie el proceso de suma y resta de fracciones.</p> <p>El rol del/la docente en esta fase es apoyar a los estudiantes en forma individual, por tanto, si ve que presentan problemas y si la mayoría coincide en el mismo problema, debe explicarlo para todos los grupos.</p> <p>El rol de/a docente es esta fase es apoyar a los estudiantes en forma individual, por tanto si ve que presentan problemas y si la mayoría coincide en el mismo problema, debe explicarlo para todos los grupos.</p>	Videos https://www.youtube.com/watch?v=HCx6pPHGyEQ	
Tiempo: 25 minutos			
Sistematización	<p>El/a docente solicitará a los grupos de trabajo que clasifiquen cantidades apuntadas en fracciones propias, impropias, y homogéneas y heterogéneas.</p> <p>Los grupos 1 y 8 explicaran la clasificación que realizaron y conceptualizaran cada clasificación (Homogénea–heterogénea y Propia e impropia).</p> <p>El grupo 2 y 7 explicaran como se resta fracciones homogéneas.</p>	Marcador de pizarra.	Afiche

	<p>El grupo 3 y 6 expondrán como se suma fracciones propias y los grupos 4 y 5 explicarán como se suman y se resta fracciones impropias.</p> <p>En esta fase el rol del/a docente es buscar que todos los/as estudiantes participen dentro del grupo y que las personas que exponen para todo el curso sean alternadas en los grupos.</p>		
Tiempo: 10 minutos			
Matacognición	<p>El/la docente repartirá a cada grupo una hoja de trabajo en donde se encuentran sumas y restas de fracciones (homogéneas-heterogéneas y propias-impropias), se pedirá en cada grupo que conversen sobre las estrategias que utilizaron para operar con fracciones y posterior a esta actividad responderán las siguientes preguntas en cada grupo.</p> <p>¿Existe diferencias cuando se suma o se resta números enteros y números fraccionarios?</p> <p>¿Cuál es la diferencia cuando se suma o restar fracciones Homogéneas y cuando se suma o se resta fracciones heterogéneas?</p> <p>¿Cuál es la diferencia cuando se suma o restar fracciones propias y cuando se suma o se resta fracciones impropias?</p> <p>Se pedirá a un secretario por cada grupo para que explique sus respuestas mientras tanto el/la docente irá escribiendo en la pizarra las estrategias más utilizadas.</p>	<p>Hijas de trabajo Esferográficos Pizarra de tiza líquida Marcadores de tiza líquida</p>	<p>Hoja de cotejo</p>

	El papel del/a docente en esta fase es buscar la participación grupal y el respeto a las ideas expresadas por cada integrante del grupo.		
Tiempo minutos	15		
Teorización	<p>El/la docente utilizará el método de la mariposa el cual es un método que se enseña para sumar fracciones y los asistentes podrán conocerlo gracias a un video.</p> <p>Utilizando diapositivas reforzará sobre la suma y resta de fracciones y cómo se escriben las mismas.</p>	<p>Proyector Video https://www.youtube.com/watch?v=rD2eTo6rtFs</p>	<p>Cuestionario: Evaluación individual. Se solicitará al/a estudiante que, como tarea para la casa, realice 3 ejercicios de sumas y restas de fracciones en el cuaderno de tarea de Matemática.</p>
Tiempo: minutos	20		



Mes: xxxxxx Semana: xxxxxxxx Día: xx Área: Matemática Asignatura: Aritmética Tiempo: 80 minutos Clase: N°- 6 Tema: Resolución de problemas utilizando fracciones. Instituciones Educativas: UEF y UEMdM Docente: 1. N.N.			
Objetivo: 1.- Reconocer los diferentes tipos de fracciones. 2.- Plantear adecuadamente los pasos que se utilizan para resolver problemas de fracciones.			
Ciclo didáctico	Actividades	Materiales	Evaluación
Iniciación	<p>El/la docente presentará una diapositiva en donde existan 10 recetas diferentes de comida o listas para realizar alguna tarea de construcción y las repartirá a los/las estudiantes; los/as estudiantes que tienen las recetas agrupará a 3 estudiantes más para formar grupos de 4 personas.</p> <p>El/la docente presentará dos video motivacional sobre la preparación de una receta.</p> <p>El/a docente debe estar continuamente integrándose en cada uno de los grupos para mirar el procedimiento que utilizan sus estudiantes.</p>	Pizarra Marcador de tiza líquida. Hojas de papel Lápiz Video https://www.youtube.com/watch?v=5os79v8LMmM https://www.youtube.com/watch?v=FiBS40Fu1s	
Tiempo: minutos	10		

Experimentación	<p>El docente repartirá a cada grupo (10 grupos) un sobre en donde hay 4 sobres más pequeños. Cada sobre pequeño, tendrá un problema de la vida cotidiana en donde se utiliza cantidades expresadas en fracciones, (el problema estará recortado en palabras que los/las estudiantes de cada grupo deben ir uniendo para comprender el problema las pistas para que no se confundan los valores fraccionarios que se van a operar serán el primer valor fraccionario del problema estará de color amarillo, y el segundo de color azul o rojo).</p> <p>Se le indicará a cada grupo que debe resolver el problema presentado y cuando lo hagan tienen que conversar dentro del grupo sobre las estrategias utilizadas para resolver su problema. Luego deben seleccionar un/a relator/a el/la cual indicará las estrategias utilizadas en el grupo para dar solución al problema presentado.</p> <p>El rol de/la docente en esta fase es apoyar a los estudiantes en forma individual, por tanto, si ve que presentan problemas y si la mayoría coincide en el mismo problema, debe explicarlo para todos los grupos.</p>	<p>Sobre (10). Sobres pequeños (40). Pliegos de papel (10). Marcadores permanentes.</p>	
Tiempo: 25 minutos			
Sistematización	<p>Cada grupo expondrá las coincidencias que existieron entre las estrategias utilizadas en el curso para resolver los problemas entregados en el sobre pequeño. Se escribirá en la pizarra las estrategias más utilizadas y las menos utilizadas por los grupos.</p> <p>En esta fase el rol del/a docente es buscar que todos los/as estudiantes participen dentro del grupo y que las personas que exponen para todo el curso sean alternadas en los grupos.</p>	<p>Marcador de pizarra. Papelotes</p>	<p>Afiche</p>

Tiempo: minutos	10		
Matacognición	<p>El/a docente pedirá que en cada grupo planteen problemas de suma y resta de fracciones utilizando los recursos que trabajaron en clase (recetas de comida, ejercicios planteados, entre otros).</p> <p>Luego intercambiarán con sus compañeros/as del curso para que lo resuelvan y comenten su experiencia al resolverlos.</p> <p>El/a docente explicará las estrategias que utilizaron para resolver los problemas de fracciones.</p> <p>El papel del/a docente en esta fase es buscar la participación grupal y el respeto a las ideas expresadas por cada integrante del grupo.</p>		
Tiempo minutos	15		
Teorización	<p>Utilizando el proyector explicará las diferentes maneras que se podrían utilizar para resolver problemas de fracciones como son: localización del tipo de operación Matemática que se va a utilizar, agrupación de datos, planteamiento del problema, y comprobación de resultados.</p> <p>Se presentará un video para reforzar lo realizado en clase y posterior el/la docente reforzará la clase con una presentación en power point breve y ejemplificada de lo que se aprendió.</p>	<p>Proyector Video https://www.youtube.com/watch?v=Jl-S-6xXPQA</p>	<p>Evaluación grupal interactiva, respondiendo las preguntas que realiza el/a docente. Evaluación individual. Se le solicitará al/a estudiante que realice una tarea para la casa, de problemas aritméticos de suma y resta de</p>

			fracciones, en el cuaderno de tarea de Matemática.
Tiempo: minutos	20		



Anexo N° 10



Programa de Doctorado en Psicología
Diseño y evaluación de un programa para el aprendizaje de
fracciones Modelo neurocognitivo de Howard-Jones



PAUTA PARA SEGUIMIENTO DE LA APLICACIÓN DEL PROGRAMA DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE FRACCIONES

Nombre del/la evaluador/a.....

Nombre del/la docente evaluado/a.....

Institución Educativa.....Año de educación Básica.....Paralelo.....

Fecha de evaluación.....

Estimado Sr/a. Evaluador/a:

La Pauta propuesta está diseñada para conocer el nivel de cumplimiento por parte del/la docente al desarrollar en clase la planificación que tiene el programa de enseñanza-aprendizaje de fracciones basados en el Modelo Neurocognitivo de Howard-Jones. Su aporte, como evaluador/a será trascendental y valioso, por este motivo, le solicito analizar cada uno de los pasos que desarrolla el/la docente los cuales están en la siguiente matriz de observación. La Matriz está enfocada a diferentes criterios que corresponden a: Iniciación, Experimentación, Sistematización, Metacognición y Teorización. Por favor, marque con una “x” en el casillero correspondiente a la alternativa, según la siguiente pauta:

Además, se le entregará como anexo la planificación de cada clase que el/la docente debe impartir en clase de esa forma usted podrá constar y responder la pauta.

AGRADECIDO DE VUESTRA COLABORACIÓN

Pauta de evaluación del seguimiento a la aplicación del programa de enseñanza- aprendizaje de fracciones

NOMENCLATURA

CT: Cumple totalmente CP: Cumple parcialmente NC: No cumple

I CRITERIO: Iniciación

INDICADORES	CT	CP	NC	OBSERVACIONES
Inicia con la motivación planificada				
Estimula que participen todos los/as estudiantes				
Participa como apoyo en cada grupo				

II CRITERIO: Experimentación

INDICADORES	P	MP	NP	OBSERVACIONES
Tiene con todo el material que está en la planificación				
Reparte a todos los grupos el material a utilizar				
Observa e interviene como apoyo en todos los grupos en especial en los que presentan dificultad para desarrollar la tarea.				

III CRITERIO: Sistematización

INDICADORES	P	MP	NP	OBSERVACIONES
Observa que participen de forma rotativa los/las estudiantes para evitar que solo pocos intervengan y orienta a que valoren todas las participaciones de los/as estudiantes				
Orienta a sus estudiantes a ordenar la información para luego establezcan coincidencias y diferencias para luego aprendan a sistematizar la información que van a compartir a los otros grupos de trabajo				
Orienta a que los/as estudiantes utilicen los recursos establecidos en la planificación al momento de realizar la sistematización				

IV CRITERIO: Metacognición

INDICADORES	P	MP	NP	OBSERVACIONES
Busca que dentro de cada grupo de trabajo propongan ideas que surjan de lo experimentado en clase.				
Utiliza los recursos y el material que se encuentra declarado en la planificación.				
Induce a la expresión de ideas sobre la temática dentro de cada grupo y para todo el grado.				

V CRITERIO: Teorización

INDICADORES	A	M	I	OBSERVACIONES
Presenta los contenidos tratados en clase de manera sintética.				
Responde las interrogantes que plantean sus estudiantes				
Utiliza los recursos que están descritos en la planificación				

Pauta de evaluación adaptada por (Carrera, 2017), de (Rodríguez, 2016).



Anexo N° 11



Programa de Doctorado en Psicología
Diseño y evaluación de un programa para el aprendizaje de fracciones Modelo neurocognitivo de Howard-Jones

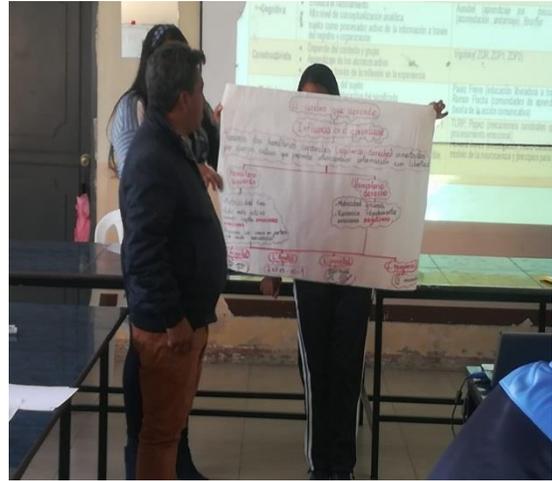


FOTOS DE LA CAPACITACIÓN A LOS/LAS DOCENTES





FOTOS DE LA CAPACITACIÓN A LOS/AS DOCENTES



Anexo N° 12



Programa de Doctorado en Psicología
Diseño y evaluación de un programa para el aprendizaje de
fracciones Modelo neurocognitivo de Howard-Jones



Inventario de Creencias Pedagógica sobre los procesos de enseñanza-aprendizaje (Tagle, 2008)

Nombre: ----- Institución Educativa-----

Año de educación básica----- Fecha-----

Buenos días estimado/a docente, el objetivo de contestar este inventario es conocer que creencias pedagógicas usted utiliza cuando imparte su clase a los/las estudiantes. Es necesario que Usted conozca que esta información no tiene repercusiones académicas para Usted ni sus estudiantes, además se guardará absoluta reserva de la misma.

Instrucciones:

- 1.- Responda el Inventario de Creencias Pedagógicas de manera individual, (no consulte con nadie)
- 2.- Utilice un esferográfico de color azul, no repise la respuesta debe ser legible.
3. No tiene un tiempo determinararlo para llenarlo, motivo por lo cual le sugiero lea bien la pregunta antes de responderla.
- 4.- Cuando termine de responder por favor levante la mano para que el evaluador se acerque a retirarla.

En las hojas siguientes se presentan distintas afirmaciones. Usted deberá decidir frente a cada una de ellas su grado de acuerdo o desacuerdo con lo que la afirmación plantea, para lo que ubicará una X en la opción que considere pertinente, de las siguientes opciones:

MD: Significa que Usted está **MUY DESACUERDO** con la afirmación.

D: Significa que Usted está **EN DESACUERDO** con la Afirmación.

A: significa que Usted está **DE ACUERDO** con la afirmación;

MA: Significa que usted está **MUY DE ACUERDO** con la afirmación

N°-	Pregunta	MD	D	A	MA
1	El conocimiento está en el sujeto que aprende.				
2	Saber Matemática significa saber operar con fracciones.				
3	El rol del/la profesor/a de Matemática consiste en transmitir información para que los/las estudiantes aprendan				
4	El/la estudiante depende del/la profesor/a para aprender Matemática.				
5	No existen recursos más importantes que otros en una clase de Matemática.				
6	La memorización de los conceptos matemáticos favorece el aprendizaje de la Matemática.				
7	La prueba escrita puede ser utilizada para evaluar cualquier tipo de contenido en Matemática.				
8	Saber Matemática significa conocer los signos y las reglas para resolver ejercicios y/o problemas matemáticos.				
9	Es aconsejable utilizar una misma manera para resolver ejercicios y/o problemas matemáticos para diferentes situaciones que se desarrollan en el contexto matemático.				
10	Las decisiones con respecto a la planificación e implementación de una clase de Matemática deben ser compartidas entre el/la profesor/a y los/las estudiantes.				
11	Los/las estudiantes pueden evaluar el logro de los objetivos propuestos en una clase de Matemática.				
12	Las actividades que aparecen en los libros de Matemática no deben ser modificadas porque han sido construidas por expertos.				
13	El conocimiento está en los libros .				
14	La producción oral en Matemática se desarrolla a través de la generación del lenguaje matemático en situaciones reales de comunicación.				
15	El hablar en lenguaje matemático (por parte del/la profesor/a) y, luego, explicarlo es una estrategia que facilita				

	la comprensión del pensamiento matemático por parte de los/las estudiantes.				
16	La realización de ejercicios aritméticos que se encuentran en los libros, es una actividad efectiva en el proceso de aprendizaje de la Matemática.				
17	La distribución del tiempo, en una clase de Matemática, debe ser seguida con rigurosidad.				
18	En el aprendizaje de la Matemática es igualmente relevante manejar contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales.				
19	Los conocimientos sobre el tópico del libro y los conocimientos socioculturales del/la estudiante juega un rol importante en el proceso de selección de materiales escritos u orales.				
20	La clase expositiva puede ser efectiva, pero solo para el desarrollo de ciertos tipos de contenidos.				
21	Los/as profesores/as deben organizar las actividades de enseñanza considerando las características, conocimientos y experiencias de cada uno de sus estudiantes, es decir, las actividades de enseñanza requieren ser diferenciadas.				
22	Los errores de los/as estudiantes (en la producción) pueden o no ser corregidos, esto depende del contexto en que ellos se presentan.				
23	Las actividades de transformación de una operación aritmética a otra (de suma a multiplicación, de resta a división o viceversa) ayudan al desarrollo de la resolución de problemas por su nivel de comprensión que presenta el/la estudiante.				
24	Las actividades desarrolladas antes, durante y después del proceso de lectura/audición matemática son igualmente importantes				

25	El tiempo asignado para la realización de determinadas actividades debe adecuarse a las características de los/las estudiantes con los que se está trabajando.				
26	El/la estudiante puede aprender en forma autónoma la Matemática.				
27	Cualquier estrategia de enseñanza no es apropiada para el trabajo de cualquier contenido en Matemática.				
28	El rol del/la estudiante en la clase de Matemática consiste, principalmente, en registrar los nuevos contenidos.				
29	Los/as estudiantes pueden participar en el proceso de selección o diseño de actividades de enseñanza de una clase de Matemática.				
30	El hablar en lenguaje matemático (por parte del/la profesor/a) y, luego, explicarlo es una estrategia que no facilita la comprensión del pensamiento matemático por parte de los/las estudiantes.				
31	Enseñar Matemática consiste en generar las condiciones apropiadas para que el/la estudiante logre el aprendizaje.				
32	Cualquier tipo de texto no es apropiado para el desarrollo de la comprensión necesaria para la resolución de problemas matemáticos.				
33	Las actividades de repetición favorecen el desarrollo de la expresión oral en el lenguaje matemático.				
34	La forma más adecuada de organizar la sala para una clase de Matemática es en filas.				
35	El rol del/la estudiante en una clase de Matemática consiste, principalmente, en usar el lenguaje para poder comunicarse.				
36	Aprender Matemática consiste en construir significados y aplicarlos a nuevas situaciones comunicativas del área y contexto matemático.				
37	Las actividades posteriores al proceso de lectura/audición son más relevantes que las previas y las implementadas				

	durante el proceso, ya que entregan información sobre lo que los/las estudiantes han comprendido.				
38	La re-escritura de ejercicios matemáticos no es recomendable en el proceso de su producción.				
39	Es aconsejable utilizar diferentes actividades para resolver ejercicios matemáticos para los diferentes tipos de textos.				
40	La producción oral en Matemática se desarrolla a través de la imitación.				
41	La prueba escrita puede ser utilizada para evaluar solo ciertos contenidos en Matemática.				
42	La comprensión oral en Matemática se desarrolla escuchando, desde un inicio, textos completos.				
43	Cualquier estrategia de enseñanza es apropiada para el trabajo de todo tipo de contenido en Matemática.				
44	La distribución del tiempo, en una clase de Matemática, debe ser flexible.				
45	La memorización de listados de fórmulas matemáticas no favorece el aprendizaje de la Matemática.				
46	Los/las estudiantes no pueden participar en el proceso de selección o diseño de actividades de enseñanza de una clase de Matemática.				
47	Las relaciones profesor/a-estudiante deben caracterizarse por ser horizontales o democráticas.				
48	La comprensión oral/escrita de la Matemática consiste principalmente en decodificar (construir significado a partir del lenguaje) la información.				
49	Las decisiones con respecto a la planificación e implementación de una clase de Matemática deben ser tomadas solo por el/la profesor/a.				
50	Los materiales curriculares deben diversificarse según los/las estudiantes con los que se trabaje.				
51	Es aconsejable que los contenidos en una clase de Matemática se trabajen en forma integrada; por ejemplo,				

	conceptos matemáticos, ejercicios y/o problemas aritméticos.				
52	La comprensión Matemática se desarrolla entendiendo primero conceptos, resolución de ejercicios, formulas y problemas matemáticos.				
53	Los errores de los/las estudiantes (en la producción matemática) deberían ser corregidos tan pronto como son hechos para prevenir la formación de malos hábitos.				
54	Aprender Matemática consiste en reproducir información.				
55	Los/las profesores/as deben organizar las actividades de enseñanza de acuerdo al grupo, globalmente considerado, solo así es justo.				
56	La comprensión oral/escrita en Matemática consiste en darle significado al texto a partir de conocimientos lingüísticos matemáticos, estructurales, del tópico y socioculturales.				
57	El tiempo designado para el desarrollo de ciertas actividades debe ser el mismo para todos los/las estudiantes, solo así se es justo.				
58	La producción escrita en Matemática se desarrolla escribiendo y resolviendo ejercicios y problemas combinados.				
59	Enseñar Matemática consiste en transmitir información a los/las estudiantes.				
60	Una vez que se han planificado las actividades de enseñanza, estas no pueden ser modificadas.				
61	La lectura en voz alta de ejercicios y/o problemas matemáticos favorece el desarrollo de la comprensión escrita por parte de los/las estudiantes.				
62	Los materiales curriculares deben ser los mismos para todos los/las estudiantes.				
63	Las actividades en una clase de Matemática (centrada en el desarrollo de la resolución de ejercicios) deberían focalizarse en el proceso de repetición.				

64	El recurso más importante en una clase de Matemática es el libro.				
65	Las actividades de transformación de ejercicios aritméticos (de suma, a resta, a multiplicación, a división o Viceversa) aportan poco el desarrollo de los niveles de comprensión que presenta el/la estudiante.				
66	El rol del/la profesor/a de Matemática consiste en actuar como guía en el proceso de aprendizaje.				
67	En el aprendizaje de la Matemática es más relevante manejar contenidos conceptuales que procedimentales o actitudinales.				
68	Es aconsejable que los contenidos en una clase de Matemática se trabajen en forma aislada; por ejemplo, conceptos, fórmulas, ejercicios, resolución de problemas entre otros.				
69	La lectura en voz alta de problemas aritméticos no favorece el desarrollo de la comprensión escrita por parte de los/las estudiantes.				
70	Las actividades de enseñanza ya planificadas pueden ser modificadas.				
71	En las relaciones profesor/a-estudiante debe predominar el sentido de autoridad.				
72	La producción escrita en Matemática se desarrolla escribiendo ejercicios, luego resolviendo problemas y posteriormente operaciones aritméticas combinadas.				
73	Los errores tienen una connotación “negativa” en el proceso de evaluación.				
74	Las actividades de repetición no favorecen el desarrollo de la comprensión en la expresión oral de la Matemática.				
75	Los/las estudiantes no pueden evaluar el logro de los aprendizajes propuestos en una clase de Matemática, esa es responsabilidad del/la profesor/a.				

76	La forma más adecuada de organizar la sala para una clase de Matemática es en parejas o grupos.				
77	Los errores tienen una connotación “positiva” en el proceso de evaluación.				
78	Los conocimientos sobre el tópico del libro y los conocimientos socioculturales del/la estudiante carecen de importancia en el proceso de selección de materiales escritos u orales.				
79	La comprensión escrita en Matemática se desarrolla escribiendo, desde un inicio, textos completos.				
80	Las actividades en una clase de Matemática (centrada en el desarrollo de la expresión oral) deberían focalizarse en el desarrollo del uso correcto del Lenguaje matemático.				
81	La clase expositiva es una estrategia de enseñanza muy efectiva.				
82	La re-escritura de ejercicios y problemas matemáticos es recomendable en el proceso de su producción.				
83	La realización de ejercicios y/o problemas matemáticos es una actividad que aporta poco en el proceso de aprendizaje de la Matemática.				
84	Las actividades que aparecen en los libros de Matemática, a pesar de ser construidas por expertos, pueden ser modificadas.				
85	La comprensión oral en Matemática se desarrolla escuchando primero símbolos aritméticos, luego la lectura de ejercicios aritméticos y posteriormente problemas.				
86	Cualquier tipo de texto es apropiado para el desarrollo de la comprensión lectora/auditiva en Matemática.				

GRACIAS POR SU COLABORACIÓN



Doctorado en Psicología
Diseño y evaluación de un programa de enseñanza-aprendizaje de fracciones basado en el Modelo Neurocognitivo de Howard-Jones



Cuestionario de Prácticas Pedagógicas

(Perez et al., 2016)

Nombre: ----- **Institución Educativa**-----

Año de educación básica-----**Fecha**-----

Buenos días estimado/a docente, el objetivo de contestar este Cuestionario es poder saber si Usted entiende perfectamente cómo se encuentra planteada cada pregunta. Es necesario que Usted conozca que esta información no tiene repercusiones académicas para Usted ni para sus estudiantes, además se guardará absoluta reserva de la misma.

Instrucciones:

- 1.- Responda el cuestionario de Prácticas Pedagógicas de manera individual (no consulte con otro docente)
- 2.- Utilice un esferográfico de color azul, no repise la respuesta debe ser legible.
3. No tiene un tiempo determinararlo para llenarlo, motivo por lo cual le sugiero lea bien la pregunta antes de responderla.
- 4.- Cuando termine de responder por favor levante la mano para que el evaluador se acerque a retirarla.

La forma de responder es acorde a la siguiente escala tipo Likert de cinco alternativas, luego que defina la respuesta señale con una X en el número que corresponda.

1= nunca o casi nunca.

2= rara vez.

3= a veces.

4= frecuentemente.

5= siempre o casi siempre.

N°-	Pregunta	1	2	3	4	5
1	Empleo sistemas de planificación para la docencia tales como: calendarizaciones, syllabus, planificación semanal, etc.					
2	Realizo evaluaciones de los avances que van teniendo los alumnos.					
3	Recurro a las estrategias expositivas como primer opción para enseñarle a mis estudiantes.					
4	Retroalimentación detalladamente el desempeño de los estudiantes luego de cada evaluación.					
5	Aplico evaluaciones escritas (pruebas, certámenes, exámenes, test, etc.) de respuesta cerrada como verdadera o falsa, o alternativas.					
6	En mis actividades académicas uso de los conocimientos previos de los estudiantes como recursos de enseñanza.					
7	Reviso la planificación de mis actividades (clases, supervisiones, etc.) para analizar el avance alcanzado.					
8	Diseño situaciones de evaluación donde el estudiante debe realizar conductas similares a las que se le pedirán en su futuro laboral.					
9	Evito el uso de herramientas tecnológicas (como dispositivos, videos, etc.) en mis actividades docentes.					
10	Uso estrategias expositivas para introducir a los estudiantes a temas nuevos.					
11	Genero instancias para que los estudiantes se evalúen entre ellos (co-evaluación).					
12	Cierro cada actividad docente (clases, supervisiones, etc.) con un resumen de los contenidos o procedimientos revisados					
13	Al comienzo de cada actividad docente (clases, supervisiones, etc.) presento los objetivos a los estudiantes.					
14	Organizo los contenidos o procedimientos de mis actividades docentes (clases, supervisiones, etc.) siguiendo una lógica definida.					

15	Realizo una conexión entre los contenidos que enseño y lo que los estudiantes verán en asignaturas futuras del plan de estudios.					
16	Recomiendo el uso de herramientas tecnológicas a mis estudiantes para la búsqueda de información.					
17	Hago preguntas amplias, abiertas, de respuestas variadas a los estudiantes para promover su participación.					
18	Planifico mis actividades docentes (clases, supervisiones, etc.) con anterioridad al inicio del período académico.					
19	Doy espacios para que los estudiantes consulten abiertamente.					
20	Reviso los contenidos que las asignaturas anteriores de la malla han abordado para verificar que debo enseñar en la mía.					
21	Uso la tecnología de la información para comunicarme con mis estudiantes, como plataformas virtuales, sitios web, etc.					
22	Pido a mis estudiantes que usen tecnología en sus presentaciones orales.					
23	Aplico instrumentos para que cada estudiante se evalúe a sí mismo.					
24	Vinculo los contenidos que enseño con otras asignaturas de la malla a través de ejemplos concretos.					
25	Hago preguntas de aplicación de contenidos que permitan monitorear lo que los estudiantes han aprendido.					
26	Desarrollo actividades cooperativas en la sala de clase, por ejemplo: trabajos de grupo, trabajo de pares, etc.					
27	Adecúo previamente el ambiente de la sala o lugar de trabajo según las actividades que se van a realizar.					
28	Realizo actividades en las que los estudiantes deben simular la aplicación de los contenidos tratados.					
29	Establezco las normas de un curso o actividad docente a través del diálogo y/o la negociación con los estudiantes.					
30	Utilizo ejemplos de la vida cotidiana de los estudiantes.					
31	Realizo actividades dirigidas a motivar el aprendizaje de una unidad o tema.					

32	Integro los intereses de mis estudiantes durante el desarrollo de mis actividades docentes.					
33	Utilizo estrategias para captar la atención de los estudiantes.					
34	Realizo preguntas a los estudiantes (individuales o grupales) para motivar el diálogo con ellos.					
35	Participo de reuniones con directivos de la carrera y otros docentes para verificar los contenidos que se están enseñando.					
36	Promuevo el debate entre los estudiantes.					
37	Realizo conexiones explícitas entre lo que los estudiantes aprenden en mis actividades y lo que pasa en el mundo del trabajo.					
38	Organizo mis actividades docentes (clases, supervisiones, etc.) puntualizando los momentos de una secuencia de aprendizaje en aula (introducción, desarrollo y cierre).					
39	Uso criterios dicotómicos para diferenciar si un estudiante sabe o no sabe, por ejemplo aprobado-reprobado.					
40	Limito la bibliografía a considerar por mis estudiantes a la que yo definí previamente.					
41	Uso estrategias expositivas para abordar contenidos complejos o de alto nivel de abstracción.					
42	Realizo evaluaciones diagnósticas al inicio de un curso o unidad.					
43	Utilizo rúbricas de desempeño para evaluar a los estudiantes					
44	Expreso expectativas positivas a mis estudiantes respecto de sus logros					
45	Uso estrategias que hagan participar activamente al estudiante como aprendizaje basado en problemas, aprendizaje por proyectos, aprendizaje y servicio, etc.					
46	Establezco relaciones cordiales con los estudiantes.					
47	Estimulo la argumentación en el discurso de los estudiantes.					
48	Utilizo medios audiovisuales para clarificar contenidos: diapositivas videos, imágenes.					

49	Organizo mis actividades docentes (clases, supervisiones, etc.) dependiendo de los avances que tengan los estudiantes.					
50	Realizo recapitulaciones orales que monitorean la comprensión de los estudiantes (por ejemplo, repito aquellos conceptos que deben quedar más claros, pregunto si algo no se ha entendido).					
51	Utilizo el refuerzo social constante con mis estudiantes: agradecimientos, felicitaciones públicas, etc.					

GRACIAS POR SU COLABORACIÓN



ANEXO N° 13



Doctorado en Psicología
Diseño y evaluación de un programa de enseñanza-aprendizaje de fracciones basado en el Modelo Neurocognitivo de Howard-Jones



Imágenes de las clases aplicando el modelo neurocognitivo para la enseñanza de fracciones por parte de los/las docentes a sus estudiantes.





ANEXO N° 14



Doctorado en Psicología
Diseño y evaluación de un programa de enseñanza-aprendizaje de fracciones basado en el Modelo Neurocognitivo de Howard-Jones



Protocolo de aplicación de la prueba de conocimientos

Se seguirán los siguientes pasos:

1. Se solicitará al/la docente del paralelo que nos preste una lista completa de los/las estudiantes.
2. Se verificará que en el aula presente las condiciones necesarias para garantizar una evaluación escrita adecuada.
3. Se ubicará la prueba, un lápiz, un esferográfico de color azul, un borrador y un sacapuntas en cada uno de los pupitres.
4. Se le solicitará al docente que no puede ingresar al aula clase mientras los/las estudiantes estén realizando la evaluación (60 minutos).
5. Se les pedirá a los/las estudiantes que se ubiquen en cada pupitre acorde al orden de lista (Se chequeará con la lista su ubicación).
6. Se les explicará a los/las estudiantes en qué consiste la evaluación y qué es lo que deben realizar.
7. Se les pedirá que den la vuelta a la prueba y escriban los datos informativos que están escritos:
 - a) Nombres y apellidos
 - b) Año de educación básica
 - c) Paralelo al que corresponde
 - d) Edad
8. Luego se le pedirá que lean bien antes de responder cada pregunta y, además, que cuenta con 60 minutos para resolver la prueba.
9. Se controlará que los/as estudiantes realicen individualmente su prueba y se contestará las inquietudes que tengan. (sin orientar a la respuesta).
10. Cuando termine el tiempo indicado, se solicitará que den la vuelta a la prueba, se levanten y salgan ordenadamente del aula clase.
11. Se recogerán las evaluaciones, constatando los datos informativos con la lista del paralelo, y se irá guardando en un sobre manila debidamente identificado.
12. Se ubicará la hoja de observaciones en el caso que las hubiera.

13. Si faltará algún estudiante el día de la evaluación, se pedirá al docente que me indique cuando vaya el/la estudiante para evaluarla.



ANEXO N° 15



Doctorado en Psicología
Diseño y evaluación de un programa de enseñanza-aprendizaje de fracciones basado en el Modelo Neurocognitivo de Howard-Jones



Protocolo de aplicación de la prueba de comparación de fracciones

Se seguirán los siguientes pasos:

1. Se solicitará al/la docente del paralelo que nos preste una lista completa de los/las estudiantes.
2. Se verificará que, en el aula de computación, las computadoras estén funcionando adecuadamente.
3. Se instalará en cada computadora el programa computarizado para evaluar comparación de fracciones.
4. Se le solicitará al/la docente que dirija a los/las estudiantes al aula de computación para realizar la evaluación.
5. Se les pedirá a los/las estudiantes que se ubiquen en cada computadora acorde al orden de lista (Se chequeará con la lista su ubicación).
6. Se les explicará a los/las estudiantes en qué consiste la evaluación y qué es lo que deben realizar.
7. Se les pedirá que escriban los datos que les pide el programa computarizado:
 - a) Nombres y apellidos
 - b) Año de educación básica
 - c) Paralelo al que corresponde
 - d) Edad
8. Se les indicará que lean las instrucciones que salen en la pantalla:
 - a) Buenos días estudiantes
 - b) Es una prueba que mide comparación de fracciones
 - c) Pulsa la tecla Q o P para seleccionar la fracción mayor, si consideras que la fracción de la izquierda es mayor aplasta la tecla Q y si consideras que la fracción mayor es la de la derecha presiona la tecla P.
 - d) Tienes 10 segundos para dar una respuesta.
9. Se les explicará que, luego de emitida la respuesta, no puede rectificar.
10. Se les dirá a los/las estudiantes que inicien la evaluación, dando un enter luego de haber leído adecuadamente las instrucciones.
11. Al iniciar la prueba por parte de todos los/las estudiantes se verificará que en su transcurso no surjan inconvenientes.

12. Al terminar la evaluación se les pedirá a los/las estudiantes que no realicen ninguna actividad en el computador.
13. Se agradecerá su colaboración y se les dirá que salgan en orden a sus respectivas aulas (El docente no ingresará al aula de computación a ver la evaluación)
14. Se guardará la información de cada una de las computadoras en un pen drive.
15. Se colocará la lista del paralelo con las observaciones necesarias y el pendrive en un sobre manila rotulado con el nombre del establecimiento educativo, el paralelo, fecha de evaluación.



ANEXO N° 16



Doctorado en Psicología
Diseño y evaluación de un programa de enseñanza-aprendizaje de fracciones basado en el Modelo Neurocognitivo de Howard-Jones



DISTRIBUTIVO DE LOS CONTENIDOS DE FRACCIONES ACORDE AL AÑO DE EDUCACIÓN BÁSICA

En el área de la Matemática específicamente el contenido de las fracciones se enseña a partir del quinto año de educación básica y se continúa enseñando en sexto año, los contenidos que se imparte son:

Gráfico 1. Cuadro de los contenidos que enseña el/a docente en quinto año de educación básica los que se encuentran en el libro del profesor.

Índice	
Unidad 1: Ecuador recicla	
Mi carátula	7
Sistema de coordenadas rectangulares	8
Números naturales de hasta seis cifras	10
Valor posicional	12
Suma de los valores posicionales	14
Secuencia y orden de números naturales	16
Rectas paralelas, perpendiculares y secantes	18
Ángulos rectos, agudos y obtusos	20
Unidad 2: Un universo de números	
Mi carátula	23
Adiciones y sustracciones	24
Propiedades de la adición	26
Multiplicación	28
Producto de un número natural	30
Propiedad distributiva de la multiplicación	32
Paralelogramos y trapecios	34
Siglo, década y lustro	36
Unidad 3: El agua se comparte	
Mi carátula	39
División con una cifra en el divisor	40
Operaciones combinadas con números naturales	42
Fracciones como números	44
Tipos de fracciones	46
Triángulos	48
Medidas de longitud y sus múltiplos	50
Conversiones de medidas de longitud	52
Unidad 4: Tu problema es mi problema	
Mi carátula	56
Fracciones simples	56
Fracciones simples, representación gráfica	58
Fracciones simples en la semirecta numérica	60
Relación de orden entre fracciones	62
Perímetro de paralelogramos	64
Perímetro de trapecios	66
Perímetro de triángulos	68
Diagrama de barras	70
Estadística en Excel	72
Unidad 5: Mi entorno natural	
Mi carátula	77
Patrones numéricos decrecientes	78
Números decimales en la vida cotidiana	80
Números decimales	82
Números decimales o fracciones	84
Relación de orden entre decimales	86
Números decimales: representación gráfica	88
Redondear decimales	90
Metro cuadrado	92
Unidad 6: Latinoamérica soy yo	
Mi carátula	96
Adiciones, sustracciones y multiplicaciones	96
Problemas con sumas, restas y multiplicaciones	98
Operaciones combinadas con números decimales	100
Divisiones de números naturales	102
Proporcionalidad directa	104
Metro cúbico	106
Medidas de masa	108
Rango	110
Combinaciones simples	112

Gráfico 2. Cuadro de los contenidos que enseña el/a docente en sexto año de educación básica, los que se encuentran en el libro del profesor.

índice

Unidad 1: Organizados procedemos mejor		Unidad 2: Mi salud es importante	
Mi carátula	7	Mi carátula	21
Lectura y escritura de números naturales	8	Plano cartesiano con números decimales	22
Números primos y números compuestos	10	Múltiplos	24
Plano cartesiano con números naturales	13	Divisores	26
Los elementos del círculo y de la circunferencia	16	Criterios de divisibilidad por 2, 4, 5 y 10	28
Longitud de la circunferencia	18	Criterios de divisibilidad por 3, 6, 7 y 9	30
		Factores primos	32
		Área de paralelogramos y trapecios	34
		Submúltiplos y múltiplos del metro cuadrado	36
Unidad 3: Ciudadanía, democracia y participación social		Unidad 4: La interculturalidad enriquece a nuestro país	
Mi carátula	39	Mi carátula	59
Plano cartesiano con fracciones	40	Adiciones y sustracciones con fracciones homogéneas	60
Máximo común divisor (mcd) y mínimo común múltiplo (mcm)	42	Adiciones y sustracciones con fracciones heterogéneas	62
Fracciones impropias, números mixtos	45	Problemas de fracciones con suma y resta	64
Relación de orden entre fracciones	47	Décimas, centésimas y milésimas	66
Medida de ángulos rectos, agudos y obtusos	50	Sucesiones con sumas y restas	68
Ángulos y el sistema sexagesimal	52	Kilogramo, gramo y medidas de peso de la localidad	70
Triángulos	54	Tablas estadísticas	72
Área de triángulos	56		
Unidad 5: Mi Ecuador biodiverso		Unidad 6: Respeto la diversidad de identidades, necesidades y capacidades	
Mi carátula	77	Mi carátula	97
Producto de un número decimal por 10, 100 y 1 000	78	La potenciación	98
Divisiones con números decimales para 10, 100 y 1 000	80	Potencias con exponente 2 y 3	100
División entre dos números naturales	82	La radicación	102
Divisiones entre números naturales y decimales	84	Operaciones combinadas con números decimales	104
Reglas de redondeo	86	Polígonos regulares	106
Proporcionalidad directa	88	Perímetro de polígonos	108
Fracciones y decimales a porcentajes	90	Sucesos aleatorios y cálculo de probabilidades	110
Submúltiplos y múltiplos del metro cúbico	92		
Medio, mediana y moda	94		

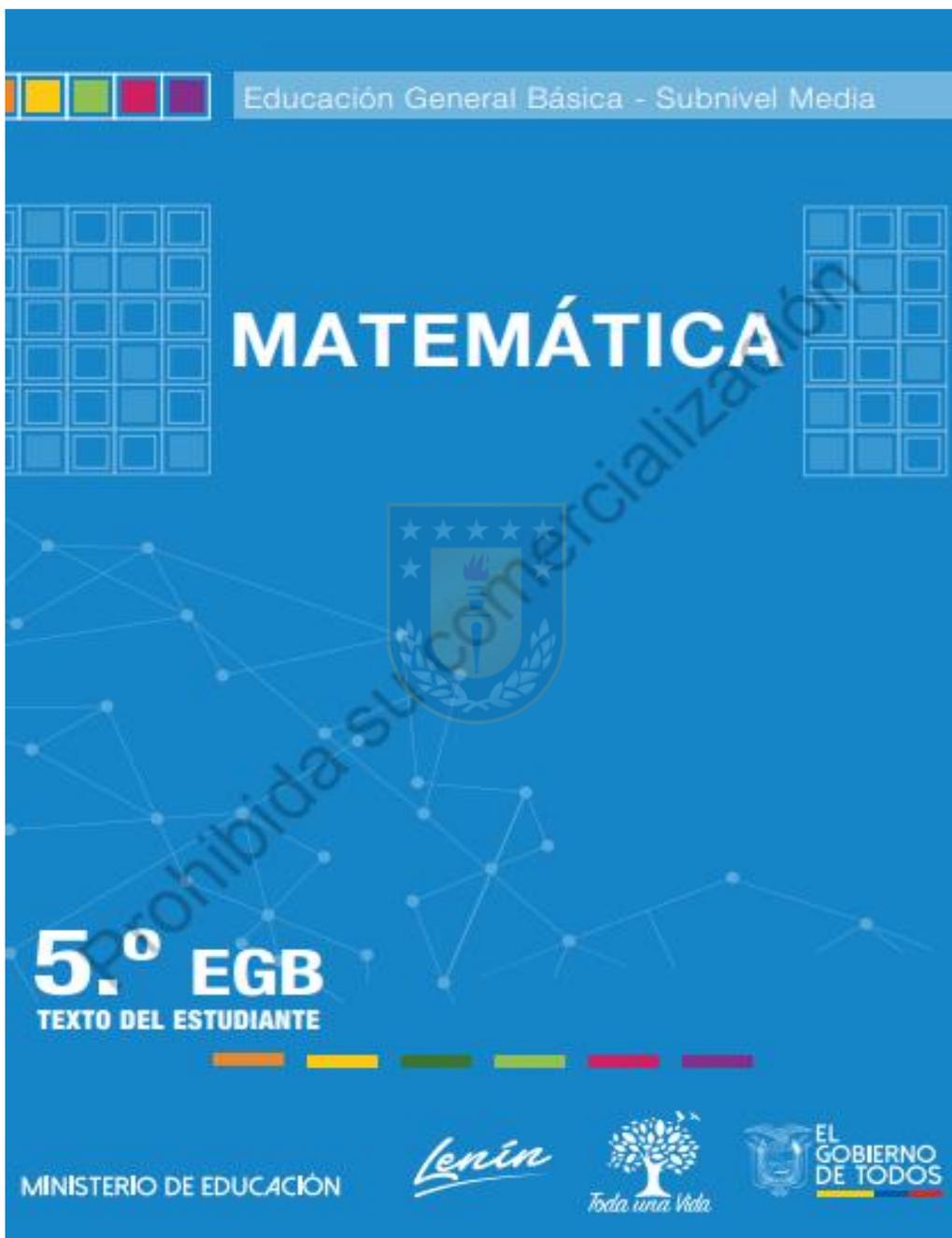
Gráfico 3. Cuadro de los contenidos que enseña el/a docente en séptimo año de educación básica, los que se encuentran en el libro del profesor.

índice	
Unidad 1: Organizadas es mejor	
Mi carátula	7
Países ordenados con decimales	8
El cuadrado y el cubo	10
Cuadrados y cubos de números, con calculadora	12
Estimación de raíces cuadrada y cúbica	14
Raíces cuadrada y cúbica mediante factores primos	16
Posición relativa entre rectas	18
Unidad 2: Juntos por una cultura de paz	
Mi carátula	21
División de números decimales	22
Lectura y escritura de números romanos	24
Multiplicación de fracciones	26
División de fracciones	28
Operaciones combinadas con fracciones	30
Problemas que involucran más de una operación con fracciones	32
Relaciones de orden en el conjunto de números naturales, fraccionarios y decimales	34
Construcción de paralelogramos	36
Construcción de trapecios	38
Unidad 3: ¡Qué vivan los derechos humanos!	
Mi carátula	41
División de números decimales: problemas	42
Operaciones combinadas con números decimales	44
Operaciones combinadas con números naturales, fracciones y decimales	46
Polígonos irregulares	48
Área de polígonos regulares	50
Perímetro de polígonos irregulares	52
Unidad 4: Iguales en las diferencias	
Mi carátula	55
Sucesiones con multiplicación y división	56
Múltiplos y submúltiplos del metro cuadrado	58
Múltiplos y submúltiplos del metro cúbico	60
Poliedros y cuerpos de revolución	62
Fórmula de Euler	64
Media, mediana y moda	66
Unidad 5: Me alimento sanamente para cuidar mi salud	
Mi carátula	71
Razones y proporciones	72
Proporcionalidad directa	74
Proporcionalidad inversa	76
Regla de tres compuesta	78
Problemas sobre proporcionalidad directa	80
Problemas sobre proporcionalidad inversa	82
Repartos proporcionales directos	84
Relación de las medidas de superficie con las agrarias	86
Área de un círculo	88
Unidad 6: ¡Cuido mi cuerpo!	
Mi carátula	91
Representaciones de datos discretos	92
Diagramas circulares	94
Diagramas de barras y poligonales	96
Diagramas poligonales	98
Probabilidades	100
Porcentajes en diagramas circulares	104
Porcentajes como fracciones	107
Porcentaje en aplicaciones cotidianas: incrementos	109
Porcentaje en aplicaciones cotidianas: descuentos	111

Los gráficos presentados evidencian que el contenido de las fracciones se aprende en quinto y sexto año de educación básica y se lo refuerza en el primer quimestre del séptimo año de educación básica, lo que permite inferenciar que la temática que se enseña en los dos años de educación básica (quinto y sexto), no se acentúa o refuerza el contenido de comparación de fracciones, y se orienta más en operaciones aritméticas (de suma, resta, multiplicación y división), lo que no permite viabilizar el desarrollo de procesos psíquicos superiores como son el análisis y la síntesis Matemática para lograr que adquiera la habilidad para comparar fracciones.



EN QUINTO AÑO DE EDUCACIÓN BÁSICA SE INICIA A APRENDER EL CONTENIDO DE
FRACCIONES



TEMA 1

Fracción como parte de un conjunto

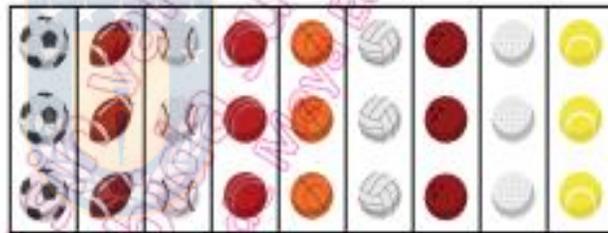
Desequilibrio cognitivo

¿Cuántos estudiantes hay en tu grado? ¿Qué fracción de tus compañeros y compañeras usan lentes?

Rosalía tiene en su almacén deportivo 27 pelotas y 3 de ellas son de fútbol. ¿Qué fracción del total de pelotas son de fútbol?



Para conocer la fracción de un conjunto de elementos, debemos dibujar el conjunto con sus elementos de la siguiente manera:



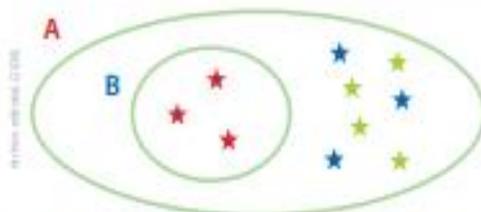
Sabías que...

La fracción es la expresión de una cantidad dividida entre otra cantidad.

$$\frac{1}{9}$$

Se puede observar que las pelotas de fútbol representan a $\frac{3}{27}$ o $\frac{1}{9}$ del total.

Una fracción puede indicar qué parte de un conjunto corresponde a uno de sus subconjuntos. En este caso, el denominador es el número de elementos del conjunto y el numerador es el número de elementos del subconjunto.



El subconjunto B representa los $\frac{3}{10}$ del conjunto A.

Fracción como parte de un todo

Las fracciones pueden también indicar la parte de un todo que representa la unidad. Para este caso, la unidad se divide en partes iguales y se consideran de esta un cierto número determinado de dichas partes.

El rectángulo que representa la unidad está dividido en 6 partes iguales y cada color representa una parte de este.

El color amarillo representa los $\frac{2}{6}$ del rectángulo.

El color verde representa el $\frac{1}{6}$ del rectángulo.

El color azul representa los $\frac{3}{6}$ del rectángulo.



Ejemplo 1

Identificar qué parte del conjunto es cada animal.

Solución

Hay 10 animales.

- a) Los gallos son los $\frac{2}{10}$ del total de animales.
- b) Los conejos son los $\frac{2}{10}$ del total de animales.
- c) Los cuyes son los $\frac{3}{10}$ del total de animales.
- d) El pccilito es el $\frac{1}{10}$ del total de animales.
- e) El perro es el $\frac{1}{10}$ del total de animales.
- f) El pajarito es el $\frac{1}{10}$ del total de animales.



Ejemplo 2

¿Qué fracción representan los colores morado y rojo?

Solución

Los colores morado y rojo representan los $\frac{3}{12}$ o $\frac{1}{4}$.



Fracción como parte de un todo

Las fracciones pueden también indicar la parte de un todo que representa la unidad. Para este caso, la unidad se divide en partes iguales y se consideran de esta un cierto número determinado de dichas partes.

El rectángulo que representa la unidad está dividido en 6 partes iguales y cada color representa una parte de este.

El color amarillo representa los $\frac{2}{6}$ del rectángulo.

El color verde representa el $\frac{1}{6}$ del rectángulo.

El color azul representa los $\frac{3}{6}$ del rectángulo.



Ejemplo 1

Identificar que parte del conjunto es cada animal.

Solución

Hay 10 animales.

- a) Los gallos son los $\frac{2}{10}$ del total de animales.
- b) Los conejos son los $\frac{2}{10}$ del total de animales.
- c) Los curyes son los $\frac{3}{10}$ del total de animales.
- d) El pollito es el $\frac{1}{10}$ del total de animales.
- e) El perro es el $\frac{1}{10}$ del total de animales.
- f) El pajarito es el $\frac{1}{10}$ del total de animales.



Ejemplo 2

¿Qué fracción representan los colores morado y rojo?

Solución

Los colores morado y rojo representan los $\frac{3}{12}$ o $\frac{1}{4}$.



Elementos de una fracción



El denominador indica las partes en que se ha dividido la unidad. El numerador indica las partes que se toman de la unidad, lo cual se representa pintando.

Ejemplo 1

Representar gráficamente las siguientes fracciones:

a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{8}{15}$

Solución

a) Para representar dos tercios, dividimos la unidad en tres partes iguales, y pintamos 2 de ellas.



b) Para representar ocho quinceavos, dividimos la unidad en 15 partes iguales, y pintamos 8 de ellas.



Ejemplo 2

Escribir las fracciones que se han representado.



Solución

- a) Observamos que la unidad se ha dividido en 6 partes iguales; por lo tanto, el denominador es 6, y se han pintado 3, por lo que el numerador es 3. La fracción es tres sextos.
- b) La unidad se ha dividido en 5 partes iguales y se han pintado 3, por lo tanto la fracción es tres quintos.

Recuerda siempre

La lectura de las fracciones se hace de acuerdo con el denominador.

$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$
un medio	dos tercios

$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$
tres cuartos	cuatro quintos

$\frac{5}{6}$	$\frac{4}{7}$
cinco sextos	cuatro séptimos

$\frac{3}{8}$	$\frac{7}{9}$
tres octavos	siete novenos

$\frac{9}{10}$	nueve décimos
----------------	---------------

A partir del 11, hasta el 99, se agrega la terminación *avo*.

$\frac{7}{55}$	Se lee siete cincuenta y cincoavos.
----------------	-------------------------------------

Toda fracción impropia se puede convertir en un número llamado mixto. Para obtener este número, se divide el numerador entre el denominador. El cociente será la parte entera del número mixto, la parte fraccionaria se formará con el residuo de la división como numerador, y el denominador será el mismo denominador de la fracción impropia.

Ejemplo 1

Convertir a número mixto la fracción impropia $\frac{5}{2}$.

Solución

Dividimos:



Formamos el número mixto: el cociente (2) es la parte entera, el numerador (1) es el residuo, y el denominador (2) es el denominador de la fracción propia.

$$2\frac{1}{2}$$

Para transformar un número mixto a fracción impropia, se multiplica la parte entera por el denominador, y a ese resultado se le suma el numerador. El producto será el numerador de la fracción impropia, y se coloca el mismo denominador de la parte fraccionaria del número mixto.

Ejemplo 2

Transformar $3\frac{5}{7}$ a fracción impropia.

Solución

Multiplicamos 3 por 7 y sumamos 5:

$$3 \times 7 + 5 = 21 + 5 = 26$$

Formamos la fracción:

$$\frac{26}{7}$$

Recuerda siempre

• Una fracción aparente es aquella que emplea unidades completas en su representación.

En $\frac{6}{6}$ 

se utilizó una unidad completa.

En $\frac{8}{2}$ 

se usaron 4 unidades completas.

• Una fracción es unitaria cuando el numerador es 1, y su denominador es cualquier otro número natural.

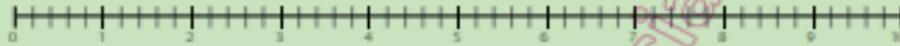
$$\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{22}$$

TEMA 4

Relación de orden en los números fraccionarios

Saberes previos

Dibuja una semirrecta en tu cuaderno y **ubica** los números, 6, 8 y 9.



Laguna del Parque nacional El Cajas, Provincia del Azuay.

El agua dulce que existe en el planeta se distribuye de la siguiente manera: veintinueve centésimos en lugares subterráneos y nubes, cincuenta y siete centésimos en los casquetes polares, y catorce centésimos en los ríos y lagos.

¿Cómo representaríamos gráficamente esta situación? ¿Dónde poseemos más y menos agua dulce?

Vamos a utilizar un cuadrado para representar gráficamente el agua dulce como una unidad.

La zona pintada de azul es la cantidad de agua dulce subterránea; la zona roja, el agua de los glaciares; y la de color verde, la de los lagos y ríos.

Recuerda siempre

Si consideramos como unidad a toda el agua del mundo, la salada representa $\frac{93}{100}$, y la dulce, $\frac{7}{100}$.



$$\frac{29}{100}$$

$$\frac{57}{100}$$

$$\frac{14}{100}$$

El gráfico nos permite observar que poseemos más agua dulce en los glaciares, pues la zona roja es la mayor, y que poseemos menos agua dulce en los lagos y ríos, que corresponde a la zona verde.

En conclusión: $\frac{57}{100} > \frac{29}{100} > \frac{14}{100}$.

Entre fracciones de igual denominador, siempre es mayor la que tiene el numerador mayor.

Ejemplo 1

Colocar los signos $>$ o $<$ en cada pareja de fracciones.

a) $\frac{3}{8}$ $\frac{7}{8}$ b) $\frac{4}{3}$ $\frac{2}{3}$ c) $\frac{12}{23}$ $\frac{11}{23}$

Solución

Como los denominadores son iguales, comparamos los numeradores.

a) $\frac{3}{8} < \frac{7}{8}$ b) $\frac{4}{3} > \frac{2}{3}$ c) $\frac{12}{23} > \frac{11}{23}$

Cuando las fracciones tienen distinto denominador, se multiplican los términos en cruz. La fracción sobre la cual recalga el mayor producto será la mayor.

Ejemplo 2

Comparar las fracciones

$\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{6}$.

Solución

Multiplicamos en cruz $\frac{3}{4} \times \frac{5}{6}$ como $20 > 18$, concluimos que $\frac{3}{4} > \frac{5}{6}$.

En la recta numérica, la mayor fracción será aquella que se encuentra más a la derecha.

Ejemplo 3

Ubicar las fracciones $\frac{3}{4}$, $\frac{13}{4}$, $\frac{9}{4}$ y $\frac{5}{4}$ y luego indicar cuál es mayor.

Solución

Para colocar las fracciones, primero ubicamos las unidades necesarias, en este caso 4.

Después dividimos cada unidad en cuatro partes iguales, cada una de ellas será $\frac{1}{4}$.



La fracción que quedó más a la derecha es $\frac{13}{4}$, por lo tanto, es la mayor.

Cuaderno de trabajo página 73

Recuerda siempre

Una fracción impropia siempre es mayor que una fracción propia.



Si al multiplicar en cruz, los productos son iguales, esas fracciones son equivalentes.

$$\begin{array}{r} 8 \quad 8 \\ \frac{1}{2} \times \frac{4}{8} \\ \hline \frac{1}{2} = \frac{4}{8} \end{array}$$



Ejemplo 1

Colocar los signos $>$ o $<$ en cada pareja de fracciones.

a) $\frac{3}{8}$ $\frac{7}{8}$ b) $\frac{4}{3}$ $\frac{2}{3}$ c) $\frac{12}{23}$ $\frac{11}{23}$

Solución

Como los denominadores son iguales, comparamos los numeradores.

a) $\frac{3}{8} < \frac{7}{8}$ b) $\frac{4}{3} > \frac{2}{3}$ c) $\frac{12}{23} > \frac{11}{23}$

Cuando las fracciones tienen distinto denominador, se multiplican los términos en cruz. La fracción sobre la cual recaiga el mayor producto será la mayor.

Ejemplo 2

Comparar las fracciones

$\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{6}$.

Solución
Multiplicamos en cruz $\frac{3}{4} \times \frac{5}{6}$ como $20 > 18$, concluimos que $\frac{3}{4} > \frac{5}{6}$.

En la recta numérica, la mayor fracción será aquella que se encuentra más a la derecha.

Ejemplo 3

Ubicar las fracciones $\frac{3}{4}$, $\frac{13}{4}$, $\frac{9}{4}$ y $\frac{5}{4}$ y luego indicar cuál es mayor.

Solución

Para colocar las fracciones, primero ubicamos las unidades necesarias, en este caso 4.

Después dividimos cada unidad en cuatro partes iguales, cada una de ellas será $\frac{1}{4}$.



La fracción que quedó más a la derecha es $\frac{13}{4}$, por lo tanto, es la mayor.

Cuaderno de trabajo página 73

Recuerda siempre

Una fracción impropia siempre es mayor que una fracción propia.

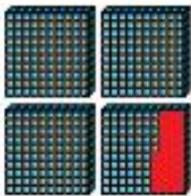


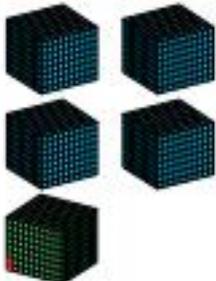
Si al multiplicar en cruz, los productos son iguales, esas fracciones son equivalentes.

$\frac{1}{2} \times \frac{4}{8}$

$\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$



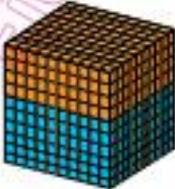
Representación gráfica	Lectura y fracción decimal	Escritura decimal						
	<p>Tres enteros con sesenta y cinco centésimos</p> $\frac{365}{100} = 3 \frac{65}{100}$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>entero</th> <th>décimos</th> <th>centésimos</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>3</td> <td>6</td> <td>5</td> </tr> </tbody> </table> <p>3,65</p>	entero	décimos	centésimos	3	6	5
entero	décimos	centésimos						
3	6	5						

Representación gráfica	Lectura y fracción decimal	Escritura								
	<p>Cuatro enteros con dos milésimos</p> $\frac{4\,002}{1\,000}$ $4 \frac{2}{1\,000}$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>ente-ro</th> <th>déci-mos</th> <th>centési-mos</th> <th>milési-mos</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>4</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>2</td> </tr> </tbody> </table> <p>4,002</p>	ente-ro	déci-mos	centési-mos	milési-mos	4	0	0	2
ente-ro	déci-mos	centési-mos	milési-mos							
4	0	0	2							

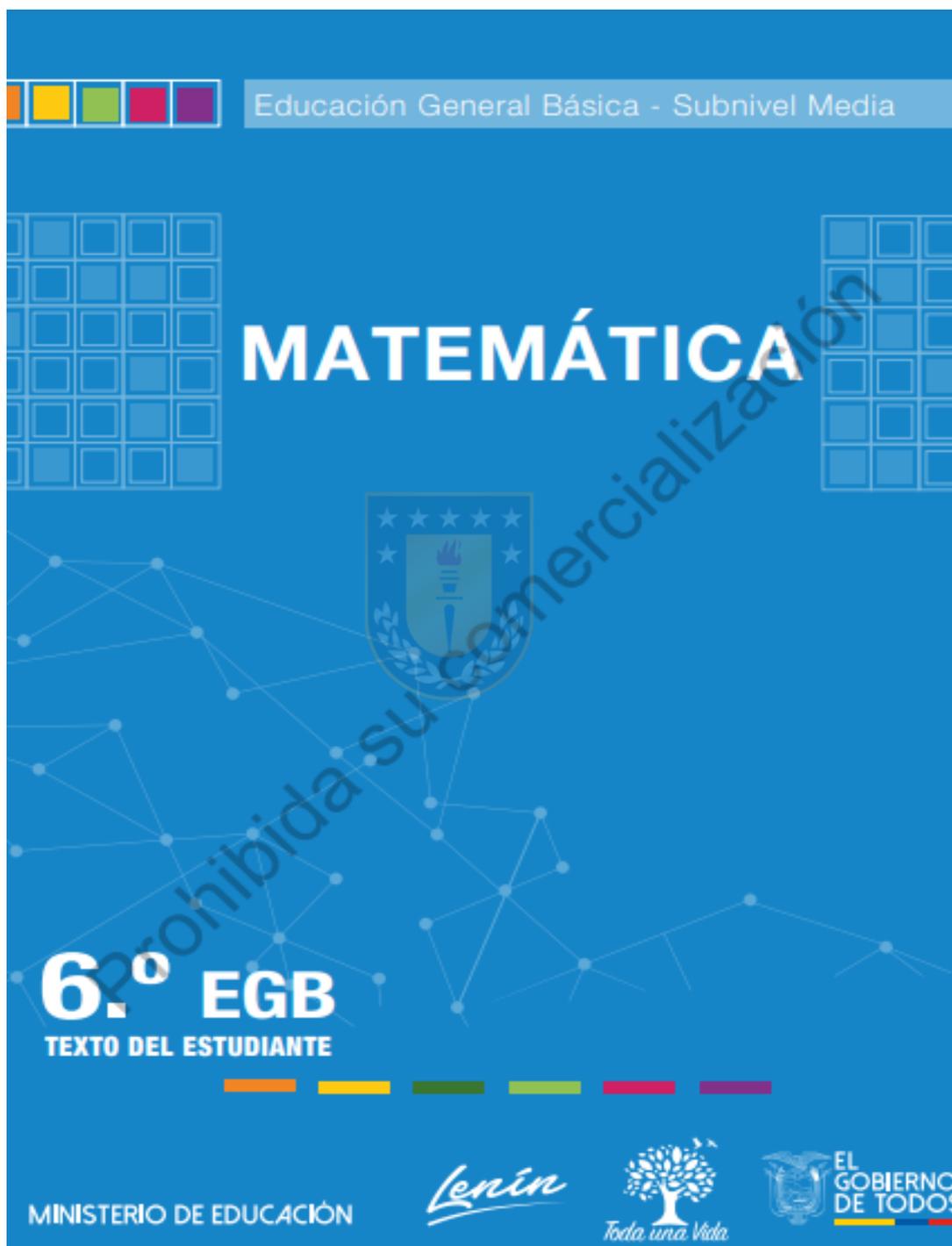
Ejemplo 1

Representar gráficamente el número 0,6, escribir su valor posicional, en palabras y en fracción.

Solución

Número decimal	Representación gráfica	Tabla posicional	Lectura	Fracción						
0,6		<table border="1"> <thead> <tr> <th>entero</th> <th>coma</th> <th>décimos</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>,</td> <td>6</td> </tr> </tbody> </table>	entero	coma	décimos	0	,	6	Seis décimas	$\frac{6}{10}$
entero	coma	décimos								
0	,	6								

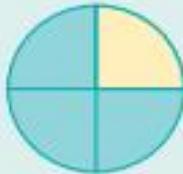
EN SEXTO AÑO DE EDUCACIÓN BÁSICA SE REvisa EL CONTENIDO DE FRACCIONES APRENDIDO EN QUINTO AÑO DE EDUCACIÓN BÁSICA COMO REPASO, ESTE PROCESO SE LO REALIZA EL PRIMER MES DE INICIO DEL AÑO ESCOLAR.



ESTE CONTENIDO SE LO INICIA A ENSEÑAR EN EL MES DE OCTUBRE

TEMA 3

Adición y sustracción de fracciones



Saberes previos

Si Daniela compra un pastel y se come un cuarto de este, ¿qué fracción del pastel le sobra?



Karina realiza su entrenamiento atlético durante toda la semana, y lo hace de la siguiente manera: el lunes recorre $\frac{3}{8}$ de km, el martes recorre $\frac{2}{6}$ de km, el miércoles recorre $\frac{2}{4}$ de km, el jueves, $\frac{2}{3}$ de km y el viernes, $\frac{2}{5}$ de km.

¿Cuántos kilómetros recorre los cinco días?

Para conocer cuántos kilómetros recorre Karina en una semana, es necesario realizar una adición.

$$\frac{3}{8} + \frac{2}{6} + \frac{2}{4} + \frac{2}{3} + \frac{2}{5}$$

Recuerda siempre

Para sumar o restar fracciones homogéneas, se conserva el denominador y se suman o se restan los numeradores.

$$\frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{2+3}{8} = \frac{5}{8}$$

Se obtiene el mcm de los denominadores, y luego se transforma a cada fracción en equivalente de igual denominador.

8	6	4	3	5	2
4	3	2	3	5	2
2	3	1	3	5	2
1	3	1	3	5	3
1	1	1	1	5	5
1	1	1	1	1	1

mcm = 120

$$\begin{array}{l} \frac{3}{8} = \frac{45}{120} \quad \frac{2}{6} = \frac{40}{120} \\ \frac{2}{4} = \frac{60}{120} \quad \frac{2}{3} = \frac{80}{120} \\ \frac{2}{5} = \frac{48}{120} \end{array}$$

$$\frac{45}{120} + \frac{40}{120} + \frac{60}{120} + \frac{80}{120} + \frac{48}{120} = \frac{45+40+60+80+48}{120} = \frac{273}{120} = 2\frac{11}{40}$$

Karina recorre $2\frac{11}{40}$ km en una semana.

Para adicionar fracciones heterogéneas, estas se transforman a fracciones equivalentes de igual denominador, y luego se suman los numeradores.

M.3.1.39. Calcular sumas y restas con fracciones obteniendo el denominador común. M.3.1.42. Resolver y plantear problemas de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones con fracciones, e interpretar la relación dentro del contexto del problema.

Sustracción con fracciones

Luis compró $\frac{4}{5}$ kg de manzanas y utilizó $\frac{2}{4}$ kg de ellas para elaborar un postre. ¿Cuántos kilogramos de manzanas sobraron? Para conocer cuántos kilogramos sobraron, es necesario realizar una sustracción.



Para sustraer fracciones heterogéneas, estas se transforman a fracciones equivalentes de igual denominador, y luego se restan los numeradores.

Primero se obtiene el mcm de los denominadores, y luego se transforma a cada fracción en equivalente de igual denominador.

5	4	2
5	2	2
5	1	5
1		

$$\text{mcm} = 2 \times 2 \times 5 = 20$$

$$\frac{4}{5} = \frac{16}{20} \quad \frac{2}{4} = \frac{10}{20}$$

$$\frac{16}{20} - \frac{10}{20} = \frac{16-10}{20} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

A Luis le sobraron $\frac{3}{10}$ kg de manzanas.

Sabías que...

A las fracciones se las llamaba "rotos" y luego se las llamó "quebrados", nombre que se utiliza hasta ahora.



Ingresa al enlace bit.ly/2UEXiaE y practica sumas y restas con fracciones.

Adición y sustracción con números mixtos

Ejemplo 1

Resolver las siguientes operaciones.

a) $2\frac{4}{5} + 3\frac{3}{4}$

b) $3\frac{2}{5} - 2\frac{2}{3}$

Solución

Para sumar números mixtos, primero se suma la parte entera, y luego se suma la parte fraccionaria.

$$2 + 3 = 5$$

$$\frac{4}{5} + \frac{3}{4} = \frac{16}{20} + \frac{15}{20} = \frac{31}{20} = 1\frac{11}{20}$$

Al finalizar, se unen los dos números.

$$5 + 1\frac{11}{20} = 6\frac{11}{20}$$

Para restar números mixtos, primero se resta la parte entera, y luego se resta la parte fraccionaria.

$$3 - 2 = 1$$

$$\frac{2}{5} - \frac{2}{3} = \frac{12}{15} - \frac{10}{15} = \frac{2}{15}$$

Al finalizar, se unen los dos números.

$$1\frac{2}{15}$$

TEMA 4

Fracción de un número y fracción como operador

Desequilibrio cognitivo

¿Qué operación se realiza para conocer una cierta parte de una cantidad?



Silvia tiene que entregar a una floristería $\frac{3}{5}$ de las flores que cultivaron en su florícola y con el resto tiene que elaborar arreglos para la venta. Si han cultivado 3 500 flores, ¿con cuántas flores cuenta para hacer arreglos? Para conocer la cantidad de flores con las que Silvia cuenta para hacer arreglos, es necesario obtener los $\frac{3}{5}$ de las 3 500 flores y luego restar del total de flores.

$$\frac{3}{5} \times 3\,500 = \frac{3 \times 3\,500}{5} = \frac{3 \times 700}{1} = 2\,100$$

$$3\,500 - 2\,100 = 1\,400$$

Silvia utiliza 1 400 flores para hacer arreglos.

Otro uso que se les da a las fracciones es calcular una parte de una cantidad. En ese caso, dividimos la cantidad para el denominador y a ese resultado lo multiplicamos por el numerador.

Ejemplo 1

Calcular las $\frac{2}{5}$ partes de 30.

Solución

$$\text{Dividimos 30 para 5: } 30 \div 5 = 6$$

$$\text{Al resultado lo multiplicamos por 2: } 6 \times 2 = 12$$

Es decir, las $\frac{2}{5}$ partes de 30 son 12.

Recuerda siempre

El uso de fracciones en la vida real suele tomar una parte de la fracción que nos indica.

Cuando hallamos la fracción de un número, estamos utilizando la fracción como un operador que actúa sobre el número. Se reemplaza la palabra 'de' por el signo de multiplicación.

Los $\frac{4}{7}$ de 2 100 = 1 200 Los $\frac{4}{7} \times 2\ 100 = 1\ 200$

Ejemplo 2

Hallar las $\frac{2}{3}$ partes de 15 peras.

Solución

El denominador nos dice que repartimos 15 peras en 3 partes, o grupos, iguales.

Esto quiere decir que formamos 3 grupos de 5 peras cada grupo, pues $3 \times 5 = 15$.

El numerador nos indica el número de partes que debemos tomar, es decir, 2 grupos.

Entonces los $\frac{2}{3}$ de 15 son 10.



Ejemplo 3

Hallar las $\frac{2}{3}$ de los $\frac{2}{4}$ de 24.

Solución

Primero hallamos los $\frac{2}{4}$ de 24, repartiendo 24 en 4 partes iguales; cada parte queda de 6.

Como el numerador es 2, debemos tomar 2 partes, es decir $6 \times 2 = 12$.

Ahora calculamos los $\frac{2}{3}$ de 12. Repartimos 12 en 3 partes iguales, cada parte es 4 y tomamos 2 de esas partes, es decir, 8.

Primero se hallan los $\frac{2}{4}$ de 24 y luego a ese resultado le sacamos los $\frac{2}{3}$.

Esto significa que los $\frac{2}{3}$ de los $\frac{2}{4}$ de 24 son 8.



TEMA 5

Multiplicación y división de fracciones

D. Hernández, C. Díaz, M. Vázquez



Desequilibrio cognitivo

¿Cuántos litros de agua le quedan a una piscina que tenía 4 000 l, si se extraen los $\frac{3}{4}$ de su capacidad?

Ana Hernández, D. Díaz, Gabriela



Valentina tenía $\frac{3}{4}$ de galletas, y le regaló a su hermana Agustina $\frac{1}{2}$ de ellas.

¿Qué parte de las galletas le dio a su hermana?

Para conocer cuántas galletas le dio a su hermana, se obtiene $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{4}$.

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{1 \times 3}{2 \times 4} = \frac{3}{8}$$

Multiplicamos los numeradores y los denominadores entre sí.

Observemos la representación gráfica.



Para practicar multiplicaciones y divisiones de fracciones, ingresa al siguiente enlace: bit.ly/2V0HR9M

Valentina le dio a su hermana los $\frac{3}{8}$ de las galletas.

Para multiplicar fracciones, multiplicamos los numeradores entre sí a fin de obtener el numerador, y multiplicamos los denominadores entre sí para obtener el denominador. Simplificamos el resultado o lo expresamos como número mixto.

Ejemplo 1

Realizar el siguiente producto de fracciones:

$$\frac{3}{8} \times \frac{2}{5} \times \frac{10}{4} \times \frac{6}{9}$$

Solución

Para resolver el producto, se pueden simplificar numeradores y denominadores.

$$\frac{\overset{1}{\cancel{3}} \times \overset{1}{\cancel{2}} \times \overset{1}{\cancel{10}} \times \overset{1}{\cancel{6}}}{\underset{1}{\cancel{4}} \times \underset{1}{\cancel{1}} \times \underset{1}{\cancel{1}} \times \underset{1}{\cancel{1}}} = \frac{1 \times 1 \times 1 \times 1}{4 \times 1 \times 1 \times 1} = \frac{1}{4}$$

División de fracciones

Martina y Mateo tienen 12 jarras de medio litro de agua y quieren repartir el agua en botellas de $\frac{3}{4}$ de litro. ¿Para cuántas botellas les alcanza el agua que tienen en las jarras?



Para responder a la pregunta, se divide $\frac{12}{2} \div \frac{3}{4}$.

$\frac{12}{2} \div \frac{3}{4} = 12 \times 4$ <p>Este resultado será el numerador del cociente.</p>	$\frac{12}{2} \div \frac{3}{4} = 2 \times 3$ <p>Este resultado será el denominador del cociente.</p>	$\frac{12}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{12 \times 4}{2 \times 3} = \frac{48}{6} = 8$ <p>El cociente es 8.</p>
---	--	--

Los $\frac{12}{2}$ litros de agua les alcanzan para envasar 8 botellas de $\frac{3}{4}$ de litro.

El cociente de dos fracciones es otra fracción que se obtiene al multiplicar el numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda fracción (este resultado será el nuevo numerador), y el denominador de la primera fracción por el numerador de la segunda fracción (este será el nuevo denominador).

Ejemplo 2

Resolver el siguiente cociente de fracciones: $\frac{12}{8} \div \frac{2}{4}$

Solución

Otra forma de dividir fracciones es multiplicando la fracción del dividendo por el recíproco de la fracción del divisor. Si es posible se simplifica la respuesta o la expresamos como número mixto.

Identificamos los términos de la división. $\frac{12}{8}$ dividendo, $\frac{2}{4}$ divisor.

Encontramos el recíproco del divisor que es $\frac{4}{2}$.

Planteamos el nuevo producto y resolvemos $\frac{12}{8} \times \frac{4}{2} = \frac{12 \times 4}{8 \times 2} = \frac{48}{16} = 3$.

Recuerda siempre
Dos números son recíprocos si su producto es 1.

TEMA 6

Operaciones combinadas con fracciones



Saberes previos

¿Cuántos cuartos hay en 6 unidades?

Representa con un gráfico en tu cuaderno.



Carlos utiliza $\frac{10}{15}$ de un rollo de tela para confeccionar ropa de niños, y $\frac{4}{5}$ de otro rollo de tela para confeccionar ropa de niñas. De toda la tela utilizada, los $\frac{5}{8}$ se usaron para confeccionar pantalones. ¿Qué fracción de la tela se utilizó para la confección de los pantalones?

Para conocer la fracción de tela que se utilizó en la confección de pantalones, se plantea la siguiente operación combinada.

$$\left[\left(\frac{10}{15} + \frac{4}{5} \right) \times \frac{5}{8} \right]$$

Resolver la operación que está dentro del paréntesis.

$$\left[\left(\frac{22}{15} \right) \times \frac{5}{8} \right]$$

Resolver la multiplicación.

$$\left[\left(\frac{11}{3} \right) \times \frac{1}{4} \right] = \frac{11}{12}$$

Para la confección de pantalones se utilizaron los $\frac{11}{12}$ de la tela.

Recuerda siempre

En la multiplicación, cuando uno de los factores es un número mixto, se debe transformar este en una fracción impropia. Luego se debe multiplicar numerador por numerador, y denominador por denominador.

Sabías que...

Para escribir una multiplicación, se pueden usar los signos \times o \cdot .

Para resolver operaciones combinadas, se deben seguir los siguientes pasos:

1. Realizar las operaciones que están dentro del paréntesis (si los hubiera).
2. Calcular los productos y cocientes.
3. Resolver las adiciones y sustracciones de izquierda a derecha.

Ejemplo 1

Resolver $\left[\left(\frac{12}{5} + \frac{4}{5} \right) \times \left(\frac{5}{8} - \frac{1}{2} \right) \right]$

Solución

$$\left[\left(\frac{16}{5} \right) \times \left(\frac{1}{8} \right) \right] = \frac{2}{5}$$

M.3.1.41. Realizar cálculos combinados de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones con fracciones.
 M.3.1.42. Resolver y plantear problemas de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones con fracciones, e interpretar la solución dentro del contexto del problema.

Ejemplo 2

Resolver $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{5}{8} - \frac{1}{2} =$

Solución

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{5}{8} - \frac{1}{2} = \frac{18}{24} + \frac{20}{24} + \frac{15}{24} - \frac{12}{24} = \frac{25}{24} = 1 \frac{1}{24}$$

Se resuelven las adiciones y sustracciones de izquierda a derecha.

Ejemplo 3

Resolver $\frac{4}{15} \times \frac{5}{8} + \frac{10}{12} + \frac{3}{5} - \frac{1}{2} + \frac{3}{5} \times \frac{5}{6} =$

Solución

$$\frac{4}{15} \times \frac{5}{8} + \frac{10}{12} + \frac{3}{5} - \frac{1}{2} + \frac{3}{5} \times \frac{5}{6} =$$

Resolver multiplicaciones y divisiones.

$$\frac{1}{5} + \frac{3}{5} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2+6-5+5}{10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

Resolver adiciones y sustracciones de izquierda a derecha.



Ingresa al siguiente enlace bit.ly/2UjbQ&L y resuelve operaciones combinadas con fracciones.

Ejemplo 4

Resolver $\left[\left(\frac{6}{4} + \frac{3}{5} \right) \times \left(\frac{5}{8} + \frac{3}{4} \right) \times \left(\frac{1}{6} + \frac{4}{12} \right) + \frac{7}{5} \right] =$

Solución

$$\left[\left(\frac{30}{20} + \frac{12}{20} \right) \times \left(\frac{5}{8} + \frac{6}{8} \right) \times \left(\frac{2}{12} + \frac{4}{12} \right) + \frac{7}{5} \right] =$$

Resolver los paréntesis; luego, multiplicaciones y divisiones; finalmente, sumas y restas.

$$\left[\frac{21}{10} \times \frac{11}{8} \times \frac{1}{2} \times \frac{5}{7} \right] = \frac{33}{32}$$

ESTE CONTENIDO SE LO REvisa EN EL MES DE MAYO

TEMA 1

Fracciones decimales y transformación a decimales



Saberes previos

Lee y **escribe** en números en tu cuaderno.

Cinco décimos

Veinte y cuatro centésimos

Ciento cuatro milésimos



Vista de Carihuairazo - Ecuador

De las tres regiones naturales del Ecuador, la Sierra es la región que tiene las elevaciones más altas. Por ejemplo, está el Carihuairazo, que mide 5 000 m aproximadamente, y que está entre los 10 volcanes más altos. En la Costa, en Guayaquil, el cerro más alto es Cerro Azul, con una altura aproximada de 500 m. Con relación a la altura aproximada del Carihuairazo, ¿qué fracción representa la altura de Cerro Azul? ¿Qué característica tiene el denominador de esta fracción?

Para responder a las preguntas, usaremos la fracción como la razón entre dos magnitudes.

Altura Cerro Azul
Altura Carihuairazo

Reemplazando las medidas, tenemos:

$$\frac{500}{5\,000}$$

Simplificando la fracción, tenemos:

$$\frac{500 \div 500}{5\,000 \div 500} = \frac{1}{10}$$

La fracción simplificada nos permite decir que la altura de Cerro Azul es aproximadamente la décima parte de la altura del Carihuairazo.

La característica observable del denominador es que está formado por el uno seguido de un cero.

Las fracciones cuyo denominador es la unidad seguida de ceros se denominan fracciones decimales.

Sabías que...

En Guayaquil hay otros cerros representativos como el Santa Ana (donde se encuentra el barrio más antiguo de esta ciudad) y el Cerro del Carmen (donde se han ubicado antenas de radio y televisión para alcanzar suficiente cobertura). Para facilitar el tráfico de esta ciudad, se han construido túneles en las bases de algunos de sus cerros.

M.1.1.5. Reconocer los números decimales: décimos, centésimos y milésimos, como la expresión decimal de fracciones por medio de la división.
 M.1.1.6. Transformar números decimales a fracciones con denominador 10, 100 y 1 000.

Ejemplo 1

Identificar las fracciones que son fracciones decimales.

$$\frac{3}{10}, \frac{4}{9}, \frac{25}{6}, \frac{8}{1\,000}, \frac{100}{100}, \frac{17}{300}$$

Solución

Observamos que los denominadores son la unidad seguida de ceros, y concluimos que son fracciones decimales:

$$\frac{3}{10}, \frac{8}{1\,000}, \frac{100}{100}$$

Las fracciones decimales pueden ser transformadas a números decimales. Para ello, debemos dividir el numerador para el denominador.

Ejemplo 2

Transformar la fracción $\frac{234}{100}$ a número decimal.

Solución

Dividimos 234 entre 100:

$$234 \div 100 = 2,34$$

Por lo tanto, $\frac{234}{100} = 2,34$.

Un número decimal puede ser transformado a fracción decimal: escribimos en el numerador el número decimal sin la coma, y en el denominador colocamos la unidad con tantos ceros como cifras decimales tenga el número.

Ejemplo 3

Transformar 89,791 a fracción decimal.

Solución

Colocamos en el numerador 89 791, y en el denominador colocamos 1, acompañado de tres ceros, por cuanto el número tiene tres cifras decimales.

$$\frac{89\,791}{1\,000}$$

Recuerda siempre

Para dividir un número natural por la unidad seguida de ceros, se imagina la coma a la derecha del número y se la recorre tantas posiciones como ceros tiene el divisor.

$$456 \div 10 = 45,6$$

$$456 \div 100 = 4,56$$

$$456 \div 1\,000 = 0,456$$

Sabías que...

Algunas fracciones pueden ser transformadas a fracción decimal, multiplicando o dividiendo tanto el numerador como el denominador por un número que haga posible obtener en el denominador la unidad seguida de ceros.

$$\frac{7}{8} = \frac{7 \times 125}{8 \times 125} = \frac{875}{1\,000}$$

$$\frac{52}{200} = \frac{52 \div 2}{200 \div 2} = \frac{26}{100}$$

TEMA 2

Fracción como comparación – Razón

Desequilibrio cognitivo

¿Cuántos miembros conforman tu familia? ¿Cuántas son mujeres?

¿Cuántos son hombres?



Luisa y su madre prepararon una torta para su abuelita, para lo cual utilizaron los siguientes ingredientes:

4 tazas de harina	1 taza de azúcar
8 huevos	1 lb de mantequilla
1 taza de leche	4 manzanas

La torta que hacen es para 20 personas. ¿Cuál es la razón entre las tazas de harina y los huevos? ¿Cuántas tazas de harina serán necesarias si se desean hacer dos tortas?

Comparamos el número de tazas de harina y la cantidad de huevos mediante una fracción.

$\frac{\text{tazas de harina}}{\text{huevos}} = \frac{4}{8}$ Por cada 4 tazas de harina se necesitan 8 huevos.

Cuando se escribe una fracción como comparación, se la denomina razón.

La razón de harina a huevos es de 4 a 8.

Como desean hacer dos tortas, se duplica la cantidad de harina, es decir, 8 tazas de harina.

La razón es una comparación entre dos magnitudes equiparables entre sí. Por lo tanto, pueden expresarse como fracciones o como números decimales.

$$\frac{4}{5} \text{ se lee "4 es a 5"}$$

$$\frac{2,5}{5} \text{ se lee "2,5 es a 5"}$$

Ejemplo 1

1. En la clase de séptimo año, por cada 10 hombres hay 12 mujeres. Si hay 66 estudiantes, **hallar** las siguientes razones:

- La razón de hombres a mujeres.
- La razón de mujeres a hombres.
- La razón de hombres al total de estudiantes.

Solución

- a) La razón es de 10 a 12, porque por cada 10 hombres hay 12 mujeres. 5 es menor que 6, quiere decir que hay menos hombres que mujeres.
 Los $\frac{10}{12}$ del número de mujeres son hombres.
- b) La razón es de 12 a 10, porque por cada 12 mujeres hay 10 hombres. 12 es mayor que 10, quiere decir que hay más mujeres que hombres.
 Los $\frac{12}{10}$ del número de hombres son mujeres.
- c) Como por cada 10 hombres hay 12 mujeres, quiere decir que por cada 22 estudiantes 10 son hombres y 12 mujeres.
 La razón de hombres al número de estudiantes es de $\frac{10}{22}$ es de $\frac{10}{22}$.

2. ¿Cuántos hombres y cuántas mujeres hay en séptimo año?

Como son 66 estudiantes, se amplifica la razón hasta encontrar el total de estudiantes.

$$\frac{5}{11} = \frac{10}{22} \quad 10 \text{ de } 22 \text{ son hombres.} \quad \frac{5}{11} = \frac{15}{33} \quad 10 \text{ de } 22 \text{ son hombres.}$$

$$\frac{5}{11} = \frac{20}{44} \quad 10 \text{ de } 22 \text{ son hombres.} \quad \frac{5}{11} = \frac{25}{55} \quad 10 \text{ de } 22 \text{ son hombres.}$$

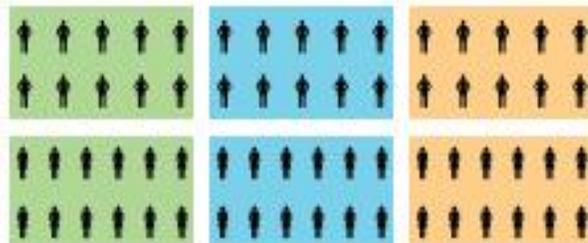
$$\frac{5}{11} = \frac{30}{66} \quad 30 \text{ de } 66 \text{ son hombres.}$$

Entonces, restamos el número total de estudiantes con el número de hombres para encontrar el número de mujeres.

$$66 - 30 = 36$$

Hay 30 hombres y 36 mujeres.

Si representamos gráficamente, se puede observar la razón de 10 a 12.



📖 Cuaderno de trabajo páginas 106 y 107

Recuerda siempre

Una razón tiene un antecedente y un consecuente.

$$\frac{4}{5} = \frac{\text{antecedente}}{\text{consecuente}}$$

EN SPETIMO AÑO DE EDUCACIÓN BÁSICA SE REVISA EL CONTENIDO DE FRACCIONES COMO REPASO DE LO APRENDIDO EN QUINTO Y SEXTO AÑO DE EDUCACIÓN BÁSICA, ESTE PROCESO SE LO REALIZA EL PRIMER MES DE INICIO DEL AÑO ESCOLAR.

