



UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN

DIRECCIÓN DE POSTGRADO

Facultad de Ingeniería - Programa de Magíster en Ciencias de la Ingeniería con mención en
Ingeniería Mecánica.

**Nuevo Enfoque para Determinar el Comportamiento Dinámico de Chancadores
para el Mejoramiento del Diseño y Operación**

Tesis para optar al grado de
Magíster en Ciencias de la Ingeniería con mención en Ingeniería Mecánica.

PATRICIO TOLEDO MANRÍQUEZ
CONCEPCIÓN-CHILE
2022

Profesor Guía: Dr. Cristian G. Rodríguez
Dpto. de Ingeniería Mecánica, Facultad de Ingeniería
Universidad de Concepción

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a ESSS Group S.A. por la cesión de licencias de investigación para este proyecto en el marco de la vinculación estratégica con el Departamento de Ingeniería Mecánica (DIM) de la Universidad de Concepción.

RESUMEN

Los chancadores son máquinas utilizadas en la industria minera chilena del cobre para la trituración de mineral. Es fundamental conocer el torque necesario de chancado en la etapa de diseño, ya que esto permite dimensionar distintos elementos mecánicos del chancador, tales como: contraeje, ejes de extensión, motores, rodamientos y estructuras. Normalmente este diseño se realiza a partir del torque medio de chancado. Durante el funcionamiento en planta de un chancador existen condiciones que someten al equipo a torques de chancado entre 2 a 5 veces mayores al torque nominal. Aunque esto sucede durante instantes relativamente cortos de tiempo, disminuye la vida útil del equipo ([Gröndahl et al. \(2018\)](#)). Esto ocurre, por ejemplo, durante el proceso de llenado o vaciado del chancador. Por consiguiente, se hace necesario contar con un modelo que logre predecir el torque instantáneo de chancado, tanto en el llenado como en el vaciado y en funcionamiento lleno. Conocer este torque permitirá además proponer acciones para disminuirlo ([Johansson et al. \(2016\)](#)).

Existen distintos modelos analíticos para calcular potencia o torque en chancadores, estos se basan en la distribución de fuerzas sobre el manto, propiedades del mineral y geometría del chancador ([Liu et al. \(2018\)](#)). Estos modelos analíticos entregan un torque medio en funcionamiento, pero no permiten determinar el torque instantáneo en el llenado y vaciado, que es la etapa en que existen torque de chancado considerablemente mayores.

Una alternativa para calcular potencia y torque de chancado, es usar el método de elementos discretos (DEM). Este método ha sido ampliamente utilizado para estudiar procesos mineros ([Weerasekara et al. \(2013\)](#)), entre los que se incluye la modelación de máquinas chancadoras. DEM es un método numérico que calcula la dinámica de las partículas y cómo estas interactúan entre sí y con el entorno. El enfoque tradicional de DEM es considerar las partículas como cuerpos rígidos de forma esférica, para las que se considera un modelo de ruptura, el que permite simular la fractura del mineral.

Los objetivos de este trabajo son:

- Obtener un modelo DEM que permita predecir la potencia y torque instantáneo de operación de un chancador, de manera de predecir los aumentos de torque durante el llenado y vaciado. El modelo DEM se aplica a un chancador giratorio METSO 60-110, que se utiliza para el chancado primario de mineral de cobre.
- Realizar una modelación de un chancador de cono de planta de laboratorio utilizando el método de elementos discretos.
- Contar con datos experimentales que permitan validar el modelo DEM de chancador de laboratorio. Para esto se realizan mediciones experimentales en un chancador de cono de la planta piloto Doctor Igor Wilkomirsky. Se realizaron diversos ensayos bajo diferentes condiciones de operación utilizando cuarzo. Como resultado de los experimentos realizados se obtiene el torque de chancado, la potencia de chancado, la velocidad angular del poste cónico y el flujo másico y granulometría del producto.

Tabla de Contenido

AGRADECIMIENTOS	ii
RESUMEN	iii
Tabla de Contenido	iv
Índice de figuras.....	vii
Índice de tablas	ix
CAPÍTULO 1	1
Introducción.....	1
1.1 Conminución	1
1.1.1 Chancador giratorio	2
1.1.2 Chancador de cono	3
1.2 Identificación del problema.....	4
1.3 Solución propuesta	5
1.4 Hipótesis.....	5
1.5 Objetivos	6
1.5.1 Objetivo general.....	6
1.5.2 Objetivos específicos	6
CAPÍTULO 2	7
Estado del arte.....	7
2.1 Modelos para el cálculo de potencia y energía de chancado	7
CAPÍTULO 3	19
Método de elementos discretos.....	19
3.1 Definición de DEM	19
3.2 Movimiento de una partícula	19
3.3 Modelo de contacto	20
3.3.1 Modelo de contacto Normal.....	20
3.3.2 Modelo de contacto tangencial.....	20
3.5 Detección de contacto.....	22
3.6 Modelos de fractura.....	23
3.6.1 Modelo de Tavares	23

3.6 Modelo de distribución de tamaño	25
3.7 Parámetros de forma de las partículas	26
CAPÍTULO 4	27
Modelación DEM.....	27
4.1 Modelación de un chancador giratorio	27
4.1.1 Modelo geométrico	27
4.1.2 Movimiento	29
4.1.3 Modelos de contacto	29
4.1.4 Modelo de fractura y de distribución de tamaños.	30
4.1.5 Forma de las partículas	31
4.1.6 Propiedades de los materiales	31
4.1.7 Parámetros operacionales	32
4.1.7.1 Flujo de alimentación.....	32
4.1.7.2 <i>Close side setting</i>	32
4.1.7.3 Velocidad de rotación del poste	33
4.1.7.4 Flujo de alimentación de la cámara de chancado	33
4.1.7.5 Granulometría de alimentación	34
4.2 Modelación de un chancador de cono	34
4.2.1 Geometría.....	35
4.2.2 Movimiento	36
4.2.3 Modelos de contacto	36
4.2.4 Modelo de fractura y de distribución de tamaños	36
4.2.5 Parámetros de forma de la partícula	36
4.2.6 Propiedades de los materiales	37
4.2.7 Parámetros operacionales.....	37
4.2.7.1 Flujo de alimentación de la cámara de chancado.	37
4.2.7.2 <i>Close side setting</i>	38
4.2.7.3 Velocidad de rotación del poste	38
4.2.7.4 Granulometría de alimentación	38
4.3 Potencia asociada al movimiento del cono	39
4.4 Análisis de fuerzas.....	40

CAPÍTULO 5	42
Desarrollo experimental	42
5.1 Chancador en estudio	42
5.1.1 Montaje experimental	42
5.1.2 Preparación de ensayos	43
5.1.3 Ensayos realizados.....	43
5.2 Caracterización de mineral	44
5.2.1 <i>Draw down test</i> (DDT)	44
5.2.2 Interacción entre materiales	45
5.2.3 Forma de las partículas.	45
CAPÍTULO 6	46
Resultados y discusión	46
6.1 Chancador giratorio	46
6.1.1 Validación del Modelo DEM del chancador giratorio	46
6.1.2 Descarga del camión.....	46
6.1.3 Caso Base	47
6.1.4 Efecto del <i>open side setting</i>	51
6.1.3 Efecto de la velocidad de la excéntrica.....	53
6.1.4 Efecto de la alimentación no uniforme	56
6.2 Chancador de cono	59
6.2.1 Validación del Modelo DEM del chancador de cono.....	59
6.2.2 Caso Base	61
6.2.3 Efecto del <i>close side setting</i>	63
CAPITULO 7	65
Conclusiones y perspectivas	65
7.1 Conclusiones	65
7.2 Perspectivas.....	66
REFERENCIAS.....	67
BIBLIOGRAFÍA.	71

Índice de figuras

Figura 1. Esquema de las distintas etapas de chancado en una planta: (a) Camión; (b) Chancador primario; (c) Harnero primario; (d) Chancador secundario; (e) Harnero secundario; (f) Chancador terciario; (g) Harnero terciario. [Fuente: Moncada et al. (2019)].....	2
Figura 2. Chancador giratorio: (a) Araña; (b) Manto; (c) Cóncava; (d) Poste; (e) Eje motriz; (f) Excéntrica. [Fuente: FLSmith (2021)]	3
Figura 3. Chancador de cono: (a) manto; (b) cóncava; (c) poste; (d) eje motriz; (e) excéntrica. [Fuente: Metso (2021)]	4
Figura 4. Relación entre Potencia, CSS y K_{cb} . [Fuente: Bearman (1991)]	7
Figura 5. Montaje experimental para calcular índice de trabajo [Fuente: Tavares y da Silveira (2008)].	8
Figura 6. Función de distribución de tamaño y su inversa. [Fuente: Lindqvist (2008)]	9
Figura 7. Distintas curvas granulométricas con igual P_{80} . [Fuente: Lindqvist (2008)]	10
Figura 8. Movimiento de una partícula en relación con un sistema de coordenadas en rotación a) Componentes de aceleración; b) Fuerzas que actúan sobre una partícula [Fuente: Evertsson (1999)]..	11
Figura 9. Balance de fuerzas externas sobre el poste. [Fuente: Svensson y Steer (1990)].	12
Figura 10. Sección transversal de la cámara de chancado [Fuente: Liu et al. (2018)].	13
Figura 11. Energía consumida para distintos ángulos de excentricidad [Fuente: Liu et al. (2018)].	14
Figura 12. Potencia experimental y potencia simulada [Fuente: Quist y Evertsson (2016)]	15
Figura 13. Presión experimental y presión simulada en el hydroset [Fuente: Quist y Evertsson (2016)].	15
Figura 14. Granulometría del producto experimental y simulada para: (a) CSS de 34 mm; (b) CSS de 50 mm [Fuente: Quist y Evertsson (2016)]	16
Figura 15. Potencia de chancado: (a) Experimental; (b) Simulada [Fuente: Johansson et al. (2016)]..	17
Figura 16. Granulometría del producto: (a) experimental para CSS de 2 mm; (b) experimental y simulada para CSS de 2 mm [Fuente: Johansson et al. (2016)].	17
Figura 17. Simulación de un chancador de cono de laboratorio con CSS de 5 mm, velocidad de rotación del poste de 616 rpm, carrera de 0.45 mm y alimentada con granulito de entre 16 y 22.4 mm [Fuente: André y Tavares (2020)]	18
Figura 18. Métodos de detección contacto. [Fuente: Rocky DEM (2018)]	22
Figura 19. Detección de contacto entre partículas poliédricas. [Fuente: Rocky DEM (2018)]	23
Figura 20. Forma de partícula en Rocky DEM.....	26
Figura 21. Chancador Metso 60-110. [Fuente: Metso (2021)].....	27
Figura 22. Modelo CAD del chancador giratorio. [Fuente: Moncada et al. (2021)].....	28
Figura 23. Geometría desarrollada para el chancador giratorio. [Fuente: Moncada et al. (2021)]	29
Figura 24. Forma de partícula para mineral de cobre: (a) Partícula 1; (b) Partícula 2; (c) Partícula 3; (d) Partícula 4.....	31
Figura 25. Camión CAT 797F [Fuente: FINING CAT (2012)]	32
Figura 26. Simulación alimentando solo 180° de la cámara de chancado. [Fuente: Moncada et al. (2021)].....	33
Figura 27. Granulometría de la alimentación del chancador giratorio.	34
Figura 28. Chancador de planta piloto.	35

Figura 29. Modelo CAD del chancador de cono.	35
Figura 30. Alimentación de la cámara de chancado.	38
Figura 31. Granulometría de la alimentación del chancador de cono.	39
Figura 32. Coordenadas de referencia en el poste. [Fuente: Moncada et al. (2021)]	41
Figura 33. Montaje experimental utilizado en el chancador de cono planta piloto: (a) Variador de frecuencia; (b) Motor; (c) Módulo; (d) Encoder; (e) Alimentación; (f) Descarga; (g) Fluviómetro; (h) NI cDAQ-9172 con módulos NI 9233, NI 9229, NI 9237; (i) Laptop con software Lab view.	42
Figura 34. Muestra de Cuarzo: (a) sin chancar; (b) chancado.	43
Figura 35. Granulometría en la alimentación y descarga para el ensayo 3.	44
Figura 36. Forma de partícula para el cuarzo: (a) Partícula 1; (b) Partícula 2; (c) Partícula 3; (d) Partícula 4.	45
Figura 37. Simulación de la descarga de camión CAT 797F: (a) 6.9 s; (b) 19.0 s; (c) 20.1 s; (d) 22.0 s.	47
Figura 38. Instantánea de la simulación base del chancador giratorio a los 9.86 s.	48
Figura 39. granulometría en la alimentación y en el producto.	49
Figura 40. Fuerzas nodales en el caso base a 9.86 s.	49
Figura 41. Distribución de fuerzas en coordenadas polares, a los 9.86 segundos de simulación del caso base: (a) Fuerzas normales; (b) torque.	50
Figura 42. Energía específica y flujo másico para diferentes OSS.	52
Figura 43. Comparación entre la potencia obtenida con el modelo DEM y ecuación de Bond para distintos OSS.	52
Figura 44. Head spin para distintos OSS.	53
Figura 45. Energía específica y flujo másico para diferentes rpm.	54
Figura 46. Potencia de chancado para distintas rpm.	55
Figura 47. Head spin para distintas rpm.	55
Figura 48. instantánea de la simulación con alimentación no uniforme a los 12.2 s: (a) Vista frontal (b) Vista superior.	56
Figura 49. Comparación entre el caso base y el caso con alimentación no uniforme: (a) potencia de chancado; (b) masa acumulada en el producto.	57
Figura 50. Distribución de fuerzas en coordenadas polares, a los 12.2 segundos de simulación del caso de alimentación no uniforme: (a) fuerzas radiales; (b) torque.	58
Figura 51. Potencia de chancado obtenida en la modelación DEM de un chancador de cono [Fuente: André y Tavares (2020)].	59
Figura 52: Esquema de fuerzas sobre el manto del chancador.	60
Figura 53. Caso base: (a) experimental; (b) simulado.	61
Figura 54. Instantánea de la simulación base del chancador de cono.	62
Figura 55. Comparación entre el caso base simulado y experimental: (a) torque de chancado; (b) masa acumulada en el producto.	62
Figura 56. comparación entre resultados experimentales y simulados para diferentes CSS: (a) Torque de chancado (b) flujo másico descarga.	63
Figura 57. Comparación entre la potencia obtenida con el modelo DEM, con la ecuación de Bond y la potencia medida experimentalmente para distintos CSS.	64

Índice de tablas

Tabla 1. Propiedades de los materiales usadas por Quist y Evertsson [Fuente: Quist y Evertsson (2016)].	14
Tabla 2. Dimensiones del chancador metso 60 110. [Fuente: Moncada et al. (2021)].	28
Tabla 3. Parámetros del modelo de contacto. [Fuente: Tavares et al. (2020)].	30
Tabla 4. Parámetros del modelo de fractura para mineral de cobre. [Fuente: Tavares et al. (2020)].	30
Tabla 5. Parámetros de forma de las partículas. [Fuente: Tavares et al. (2020)].	31
Tabla 6. Propiedades de los materiales para la modelación del chancador giratorio.	31
Tabla 7. Parámetros de operación de las simulaciones.	34
Tabla 8. Dimensiones del chancador de cono.	36
Tabla 9. Parámetros del modelo de fractura para cuarzo [Fuente: Tavares et al. (2020)].	37
Tabla 10. Propiedades de los materiales para la modelación del chancador de cono.	37
Tabla 11: Parámetros operacionales de la simulación del chancador de cono.	38
Tabla 12: Resultados experimentales de los ensayos de chancado de cuarzo.	44
Tabla 13: Propiedades de la interacción entre distintos materiales [Fuente: Zambra (2021)].	45
Tabla 14: Formas de partícula obtenidas para el cuarzo.	45
Tabla 15: Resultados obtenidos para distintos OSS.	53
Tabla 16: Comparación entre los resultados de la simulación base y la simulación con alimentación no uniforme.	57
Tabla 17. Resultados obtenidos para distintos CSS.	64

Nomenclatura

Variables

Símbolo	Descripción	Unidad
a	aceleración	[m/s]
b	brazo	[m]
C	energía de impacto por unidad de espesor	[J/mm]
CSS	<i>close side setting</i>	[mm]
d	distancia entre los centros de 2 partículas	[m]
D	diámetro	[mm]
e_0	excentricidad en el plano de referencia	[mm]
E	energía	[J]
e	energía específica	[J/kg]
F	fuerza	[N]
\tilde{F}_{80}	tamaño del 80% pasante en la alimentación	[mm]
g	gravedad	[m/s ²]
H	probabilidad	[-]
I	momento de inercia	[Kg m ²]
K	rigidez	[N/m]
k_b	parámetro de la máquina definido por Bond	[-]
k_{cb}	parámetro de resistencia a la fractura	[-]
L	largo del cono	[m]
m	masa	[Kg]
\dot{M}	flujo másico	[kg/s]
OSS	<i>open side setting</i>	[mm]
p	presión	[Pa]
P	potencia	[W]
\tilde{P}_{80}	tamaño del 80% pasante en el [mm]	[mm]

r	radio del manto	[m]
R	radio de la cóncava	[m]
r_{pos}	posición relativa	[m]
s	traslapo	[m]
t	tiempo	[s]
T	torque	[Nm]
v	velocidad	[m/s]
W_i	índice de trabajo de Bond	[J/kg]
W_i'	índice de trabajo de Lindqvist	[J/kg]
ω	velocidad angular	[rad/s]
μ	coeficiente de Roce	[-]
γ_0	ángulo de inclinación del eje central	[°]
θ	posición de referencia en el manto de chancador	[°]
ε	posición en la superficie del manto	[°]
y	distancia entre la cóncava y el manto	[m]
ρ	densidad	[kg/m ³]
σ	esfuerzo	[Pa]
Δt	paso de tiempo	[s]

Subíndices

Símbolo	Descripción
b	frontera
$chan$	chancado
d	con deslizamiento
DEM	método de elementos discretos
f	alimentación

<i>nl</i>	contacto de carga
<i>nu</i>	contacto de descarga
<i>n</i>	normal
<i>máx</i>	máximo
<i>mot</i>	motriz
<i>p</i>	producto
<i>r</i>	ruptura
<i>res</i>	Resultante
<i>rel</i>	relativo
<i>s</i>	sin deslizamiento
τ	tangencial

CAPÍTULO 1

Introducción

En este capítulo se presenta una introducción sobre la conminución, las características y funcionamiento de los Chancadores. Se expone la motivación, hipótesis de trabajo, casos de estudio a simular y objetivo de la presente tesis.

1.1 Conminución

La conminución consiste en la reducción progresiva del tamaño del mineral en etapas sucesivas. Este proceso, es el más costoso energéticamente dentro de la minería. La energía consumida en esta etapa representa hasta el 40% de la energía total utilizada en el procesamiento de minerales. Es por esto, que actualmente existe una creciente demanda para optimizar el rendimiento y el beneficio de los circuitos de conminución ([Bengtsson et al. \(2016\)](#)).

El proceso de conminución del mineral es llevado a cabo en varias etapas, dentro de las cuales el rol de los chancadores es fundamental. A este conjunto de etapas de conminución se le denomina circuito de chancado.

El circuito de chancado se divide en 3 etapas: chancado primario, secundario y terciario.

Para el chancado primario de mineral se utilizan chancadores de mandíbula cuando se trabaja con bajos flujos de alimentación y, chancadores giratorios para flujos superiores a 1000 tph ([Mosher \(2011\)](#)). En la minería chilena del cobre los más utilizados son los chancadores giratorios, debido a su mayor capacidad.

El producto del chancador primario es sometido a una etapa de clasificación por tamaño, la cual es llevada a cabo en harneros. Un harnero consiste de una superficie que tiene muchas aberturas o agujeros de dimensiones uniformes. Las partículas son vertidas sobre dicha superficie de tal forma de que, dependiendo de sus dimensiones y de las de los agujeros, estas pueden pasar a través de ellos o ser retenidas por la superficie.

Las partículas retenidas por el harnero pasan a una segunda etapa de chancado, llevada a cabo en chancadores secundarios. Los chancadores secundarios cumplen la función de reducir el tamaño del material proveniente de los chancadores primarios. El mineral con el que son alimentados estos chancadores es unas 10 veces más pequeño que el mineral que ingresa al proceso. Dentro de los tipos de chancadores secundarios se encuentran los chancadores de cono y los chancadores de impacto.

En la Figura 1 se muestra un esquema general del proceso de conminución. A este proceso ingresa mineral de hasta 1.5 metros de tamaño, y luego de terminar la primera etapa, se obtienen partículas de unos 15 centímetros de diámetro. Posteriormente el mineral se separa según su tamaño en harneros vibratorios para pasar a las etapas de chancado secundario y terciario. Una vez terminado todo este proceso se obtiene mineral de aproximadamente ½” de diámetro.

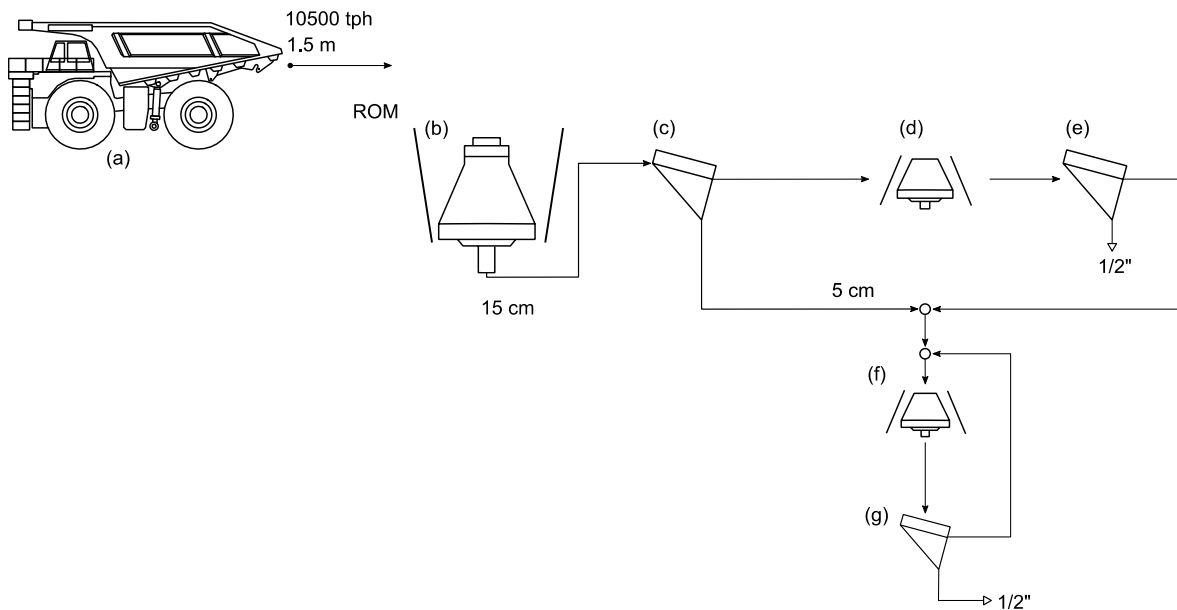


Figura 1. Esquema de las distintas etapas de chancado en una planta: (a) Camión; (b) Chancador primario; (c) Harnero primario; (d) Chancador secundario; (e) Harnero secundario; (f) Chancador terciario; (g) Harnero terciario. [Fuente: [Moncada et al. \(2019\)](#)]

1.1.1 Chancador giratorio

Un chancador giratorio consiste en un poste que gira de manera excéntrica. El poste tiene un elemento de molienda, denominado cono, que está cubierto por un elemento de desgaste denominado manto. El poste está apoyado en la parte superior por una estructura denominada araña y es sostenido en su parte inferior por el hidrosel (un sistema hidráulico ajustable verticalmente), y por una plataforma excéntrica a través de un buje ([Moncada et al. \(2021\)](#)). La compresión de mineral se realiza entre el manto, y un elemento exterior denominado cóncava. Por otra parte, el ajuste lateral cerrado (*CSS*) se define como el espacio más pequeño entre el cono y la cóncava. Y el ajuste lateral abierto (*OSS*) se define como el espacio más grande entre el cono y la cóncava ([Quist y Evertsson \(2016\)](#)). La velocidad de giro de la excéntrica de estos equipos normalmente es de entre 85 y 150 rpm. En la Figura 2 se muestra un esquema con los componentes de un chancador giratorio.

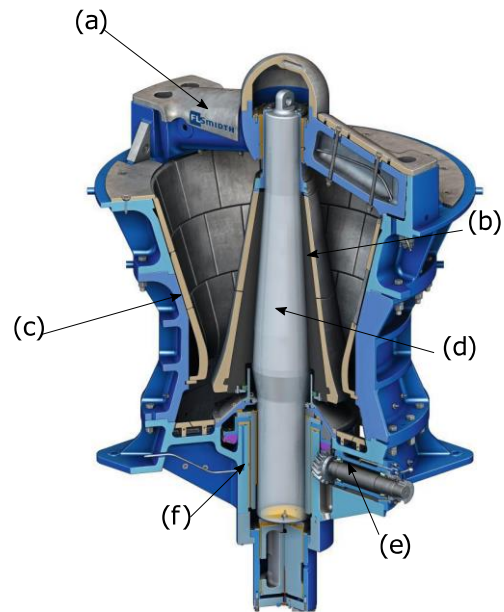


Figura 2. Chancador giratorio: (a) Araña; (b) Manto; (c) Cóncava; (d) Poste; (e) Eje motriz; (f) Excéntrica. [Fuente: [FLSmith \(2021\)](#)]

1.1.2 Chancador de cono

El chancador de cono es similar al chancador giratorio. Ambos tipos de chancador tienen el mismo principio funcional y poseen elementos similares. La diferencia esencial, es que la trituradora de cono posee un eje vertical más corto, y, además, este no está apoyado en una araña como en el caso de un chancador giratorio. Además, el manto y cóncava poseen una geometría distinta.

Normalmente la excéntrica del chancador de cono trabaja a una velocidad mucho mayor que la excéntrica de un chancador giratorio (entre 700 y 1000 rpm). En la Figura 3 se muestra un esquema con los componentes principales de un chancador de cono.

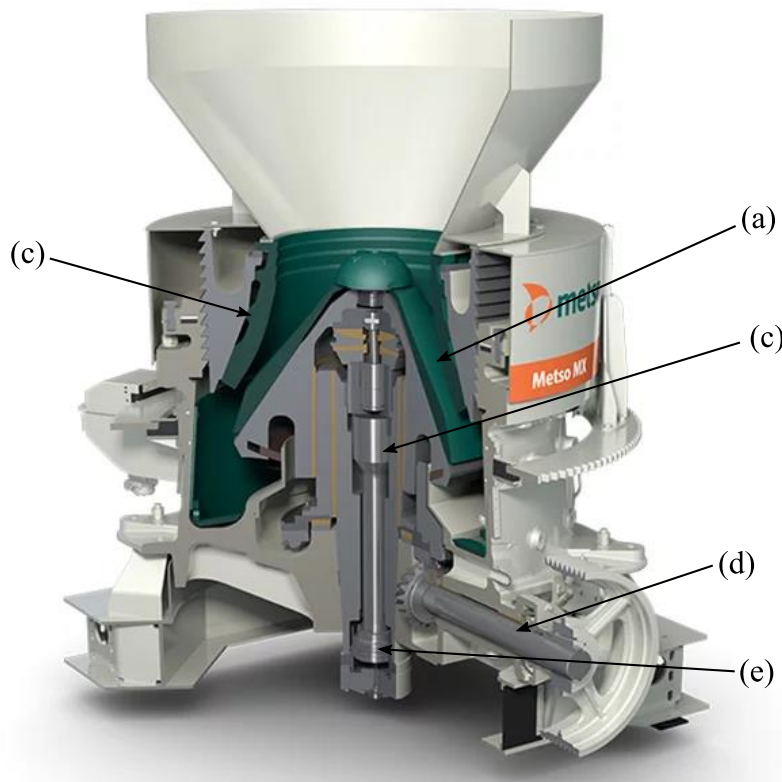


Figura 3. Chancador de cono: (a) manto; (b) cónica; (c) poste; (d) eje motriz; (e) excéntrica. [Fuente: [Metso \(2021\)](#)]

1.2 Identificación del problema

Durante la operación de chancadores se producen interrupciones por fallas mecánicas. Estas fallas mecánicas se deben principalmente a dificultades en el montaje, falencias en el diseño y dimensionamiento de algunos de sus elementos ([Lewis et al. \(1976\)](#)). Esto se evidencia en elementos con fallas por sobrecarga. Debido a interrupciones causadas por problemas mecánicos en los equipos, los chancadores primarios tienen más de un 10% de indisponibilidad. Una de las posibles causas del dimensionamiento inadecuado es la subestimación del torque de chancado debido a no conocer el torque instantáneo que en algunas condiciones de operación sobrepasa el torque medio de chancado.

Además, durante el funcionamiento en planta de un chancador, existen condiciones que someten al equipo a torques de chancado entre 2 a 5 veces mayores al torque nominal durante instantes relativamente cortos de tiempo ([Gröndahl et al. \(2018\)](#)).

El método de elementos discretos (DEM) es un método numérico que fue propuesto por [Cundall \(1971\)](#) con el propósito de modelar rocas. Posteriormente, este método fue generalizado para materiales granulares por [Cundall y Strack \(1979\)](#). Unos 10 años después [Hart et al. \(1988\)](#) y [Cundall \(1988\)](#) lo ampliaron a tres dimensiones. DEM ha evolucionado hasta convertirse en un método de simulación 3D usado convencionalmente como herramienta de ingeniería, y es utilizada por ingenieros y científicos en

una amplia gama de campos. DEM se ha convertido en una de las más importantes herramientas para simular máquinas y procesos en el campo del procesamiento de minerales y de la molienda ([Weerasekara et al. \(2013\)](#)). Las simulaciones DEM entregan información dinámica, como las fuerzas transientes sobre cada partícula, que es extremadamente complejo, si no imposible, de obtener mediante experimentos físicos con el actual desarrollo científico y experimental ([Zhu et al. \(2008\)](#)).

DEM es una herramienta poderosa para simular chancadores, ya que permite al usuario investigar explícitamente el efecto de casi todas las variables operativas de diseño relevantes en el rendimiento de un chancador, como la geometría de la cámara, velocidad de rotación, excentricidad, flujo másico de alimentación, tamaño de partículas en la alimentación y material ([André y Tavares \(2020\)](#)).

1.3 Solución propuesta

Se propone modelar un chancador primario Metso 60-110 ubicado en la mina Radomiro Tomic utilizando DEM. Para esto se utilizarán datos extraídos de otros artículos ([Tavares et al. \(2020\)](#)), datos de catálogos del fabricante y datos experimentales de mediciones que se han realizado en el chancador. Se propone también, desarrollar un Modelo DEM del chancador de cono de la planta piloto Dr. Igor Wilkomirski. Para validar este modelo se realizarán diversos experimentos que permitirán encontrar todos los parámetros que deben ser incorporados a DEM.

El problema se aborda de esta manera porque hasta ahora no existe un modelo que incluya de manera adecuada todos los parámetros de funcionamiento de un chancador, estos son: geometría del manto y de la cóncava, CSS, velocidad de rotación del poste y un modelo de fractura adecuado para las partículas. El problema se aborda a través de simulaciones DEM, debido a que como se pudo observar en la investigación realizada (Capítulo 2), no hay un modelo DEM que permita obtener buenos resultados en los distintos parámetros de operación. Por otro lado, además de determinar el torque de chancado, un modelo DEM validado permitirá predecir otros parámetros de funcionamiento, como flujo másico de descarga y granulometría del producto.

1.4 Hipótesis

La hipótesis que sustenta el desarrollo de este trabajo es:

Existen condiciones en la distribución de mineral alrededor del poste en el llenado y vaciado del chancador que generan un torque transitorio significativamente mayor al torque nominal de chancado. Esta distribución es altamente dependiente de la forma en que se descargue el mineral del camión y la coordinación entre camiones sucesivos.

1.5 Objetivos

1.5.1 Objetivo general

OG1: Plantear un modelo que permita predecir el torque de chancado y su comportamiento transiente.

1.5.2 Objetivos específicos

- OE1. Realizar ensayos de chancado en la planta piloto Dr. Igor Wilkomirsky.
- OE2. Proponer un modelo DEM de un chancador de cono de laboratorio.
- OE3. Modelar un chancador giratorio mediante el método de elementos discretos.

CAPÍTULO 2

Estado del arte.

En este capítulo se presentan distintos modelos propuestos en la literatura para calcular la potencia y energía de chancado.

2.1 Modelos para el cálculo de potencia y energía de chancado

Se han propuesto modelos empíricos para el cálculo de potencia, como, por ejemplo, el modelo que propone Bearman, que se muestra en la ecuación 1. En este modelo, se define un parámetro K_{cb} , que depende de la resistencia a la fractura del material chancado, y una función f que depende del CSS (Bearman et al. (1991)).

$$P = f(CSS)K_{cb} + f(CSS) \quad (1)$$

Según los ensayos realizados por Bearman, el tamaño de alimentación de las partículas en la alimentación no tiene un efecto significativo en la potencia de chancado.

Por otro lado, este modelo no incorpora parámetros geométricos del chancador, y no estudia, por ejemplo, el efecto de la excentricidad en la potencia de chancado. En la Figura 4 se muestran los resultados que obtuvo Bearman, y se puede observar un aumento en la potencia al disminuir el CSS.

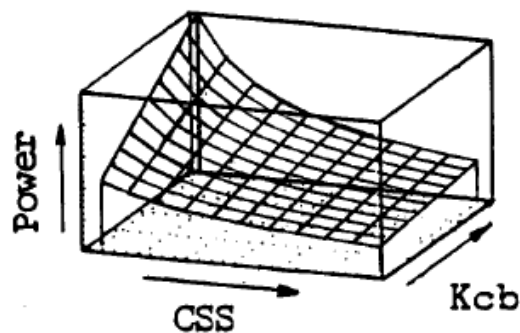


Figura 4. Relación entre Potencia, CSS y K_{cb} . [Fuente: Bearman (1991)]

Otro modelo empírico para el cálculo de potencia de chancado, es el de Bond (Gupta y Yan (2011)), que es el más utilizado actualmente. En la ecuación 2 se muestra este modelo, donde, P_0 es la potencia en vacío, \dot{M} es el flujo másico de alimentación, W_i es un índice de trabajo que se determina experimentalmente, K es un parámetro de la máquina, y los factores \tilde{F}_{80} y \tilde{P}_{80} corresponden al tamaño bajo el cual está el 80% de la partículas en la alimentación y en el producto respectivamente.

$$P = P_0 + 10 K \dot{m} W_i \left(\frac{1}{\sqrt{\tilde{P}_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{\tilde{F}_{80}}} \right) \quad (2)$$

En la Figura 5 se muestra un esquema del montaje experimental que se utiliza para determinar el índice de trabajo de Bond. El test consiste en dejar caer los 2 martillos contra una partícula, probando con distintas alturas h_0 hasta que el mineral se rompe (Tavares y da Silveira (2008)).

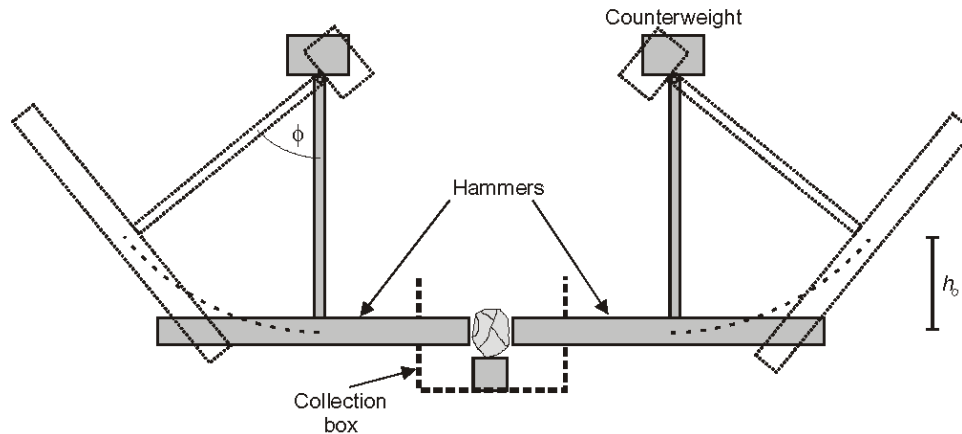


Figura 5. Montaje experimental para calcular índice de trabajo [Fuente: Tavares y da Silveira (2008)].

Luego,

$$C = \frac{117(1 - \cos \phi)}{D} \quad (3)$$

$$W_i = \frac{53.49C}{\rho} \quad (4)$$

Donde, ϕ es el ángulo de inclinación del martillo a la altura desde donde este se deja caer (h_0). D es el espesor de la partícula en mm, ρ es la densidad del mineral, y C es la energía de impacto por unidad de espesor y está dado en J/mm.

Se tiene también el modelo empírico de Lindqvist (2008), que se muestra en la ecuación 5, este modelo está basado en la energía potencial de la alimentación y la descarga del equipo y, además incluye un índice de trabajo W'_i . En la Figura 6 se muestra la función de distribución de tamaños.

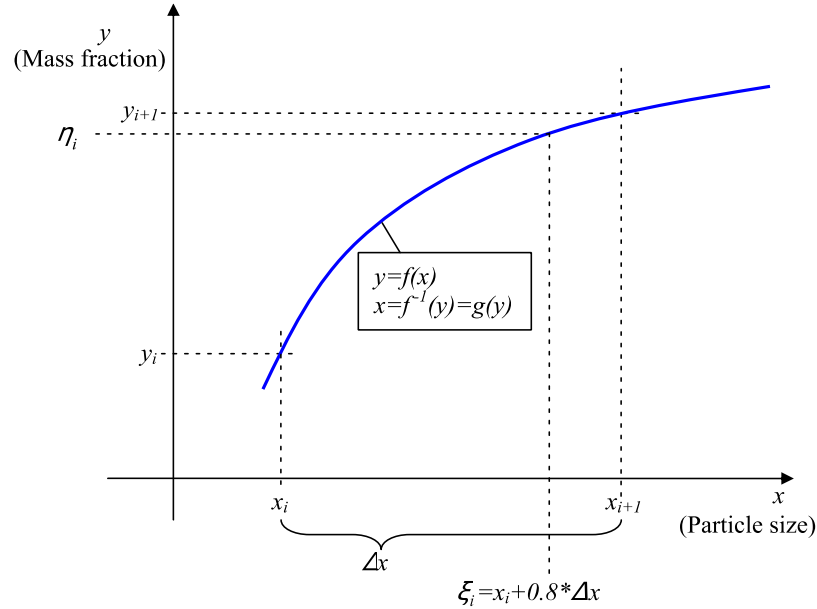


Figura 6. Función de distribución de tamaño y su inversa. [Fuente: Lindqvist (2008)]

$x = g(y)$ corresponde a la inversa de la función de distribución de tamaño $y = f(x)$. Además, $\xi = g(\eta_i)$. La expresión de la energía potencial se puede expresar como:

$$\text{Energía potencial} = W'_i \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n h(\eta_i)(y_{i+1} - y_i) \quad (5)$$

Luego,

$$\text{Energía potencial} = W'_i \int_0^1 h(y) dy \quad (6)$$

Se introduce la función $h(y) = g(y)^{-0.5}$, donde el exponente -0.5 se obtiene de la ecuación de Bond. Así, la ecuación (6) se puede reescribir como:

$$\text{Energía potencial} = W'_i \int_0^1 g(y)^{-0.5} dy \quad (7)$$

$$P = W_i' \left(\int_0^1 g_p(y)^{-0.5} dy - \int_0^1 g_F(y)^{-0.5} dy \right) \quad (8)$$

Lindqvist observó que la ecuación de Bond era poco exacta, ya que este solo consideraba los factores \tilde{F}_{80} y \tilde{P}_{80} de la curva granulométrica, lo que podía inducir a errores de cálculo al considerar el mismo factor para distintas curvas, como se puede observar en la Figura 7.

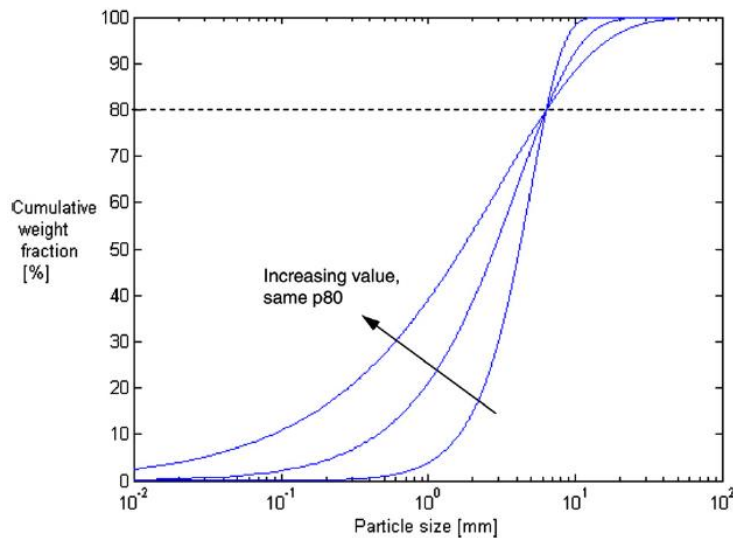


Figura 7. Distintas curvas granulométricas con igual \tilde{P}_{80} . [Fuente: Lindqvist (2008)]

También hay modelos de fuerza sobre la estructura del chancador, como el que propone Evertsson (1999), que calcula el equilibrio dinámico y ecuaciones del movimiento de las partículas en contacto, caída libre e impacto, como se muestra en la Figura 8 y en las ecuaciones (6) y (7). Donde M es la masa de cada partícula, g es la aceleración de gravedad, a_x y a_y son la aceleración en el eje x e y respectivamente, N_{res} es la fuerza resultante del manto del chancador sobre la partícula, θ es el ángulo entre la fuerza de gravedad y el eje y , ξ es el ángulo entre el eje x y la fuerza de roce, γ es el ángulo entre la fuerza resultante del manto del chancador sobre la partícula y la fuerza normal del manto del chancador sobre la partícula.

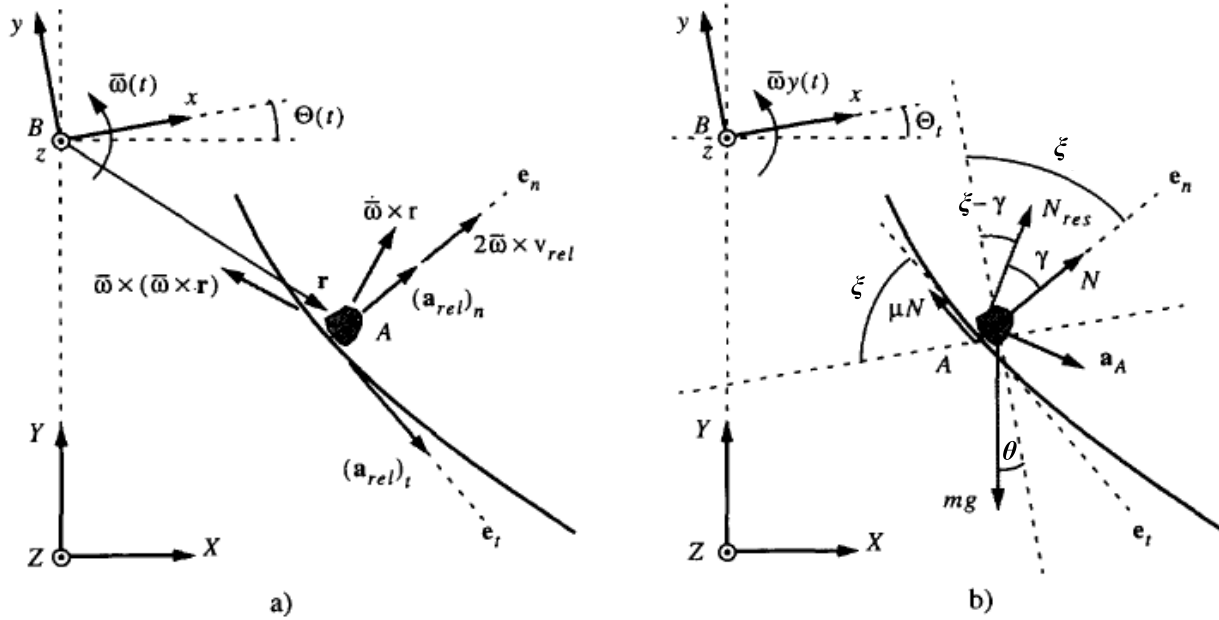


Figura 8. Movimiento de una partícula en relación con un sistema de coordenadas en rotación a) Componentes de aceleración; b) Fuerzas que actúan sobre una partícula [Fuente: Evertsson (1999)].

$$N_{res} \sin(\xi - \gamma) - Mg \sin \theta = Ma_x \quad (9)$$

$$N_{res} \cos(\xi - \gamma) - Mg \cos \theta = Ma_y \quad (10)$$

Además, la aceleración absoluta de una partícula con respecto a los ejes de rotación está dada por ecuación 11.

$$a_A = a_b + \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) + 2\vec{\omega} \times \vec{v}_{rel} + a_{rel} \quad (11)$$

Donde r es la posición relativa al sistema de coordenadas en rotación.

Este modelo de fuerzas sobre la estructura podría ser de gran utilidad para determinar potencia o torque de chancado, sin embargo, la investigación realizada por Evertsson no incluye un modelo para obtener estos parámetros. Evertsson utiliza su modelo para obtener las ecuaciones del movimiento de las partículas, y posteriormente desarrolla un modelo para predecir el flujo másico de descarga de un chancador.

Svensson y Steer (1990) propusieron una relación entre las fuerzas de chancado y la presión del sistema hidráulico, como se puede observar en el esquema de la Figura 9.

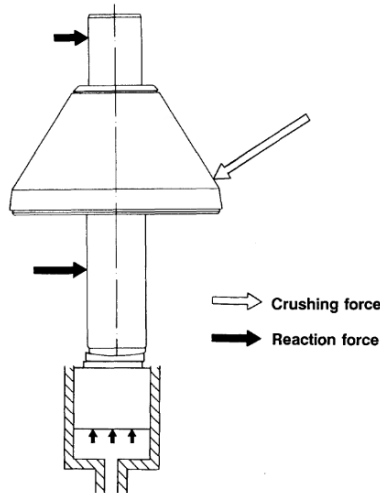


Figura 9. Balance de fuerzas externas sobre el poste. [Fuente: [Svensson y Steer \(1990\)](#)].

Svensson dio 5 factores de los que depende el rendimiento de un chancador:

- Forma de la superficie de chancado
- Angulo del manto.
- Excentricidad.
- Revoluciones por minuto.
- Posición del punto de pivoteo.

Si se considera que Svensson y Steer están en lo correcto, un modelo analítico de torque o potencia de chancado debe considerar todos estos factores, para permitir una optimización del equipo.

Por otra parte, [Liu et al. \(2018\)](#) propusieron un modelo para calcular la energía de chancado, como se muestra en la ecuación 8. Además, ellos propusieron una distribución de presión sobre el manto del chancador, como se muestra en la Figura 10.

$$E = E_0 + \frac{16.67n}{\cos \alpha} \int_{(1-k)\pi}^{y_{max}} \int_{(1-k)\pi}^{\pi} \int_0^{R(\varphi) + \frac{s}{2} - R_1} p(i_{act}, \lambda) R_1 ds d\varphi dy \quad (12)$$

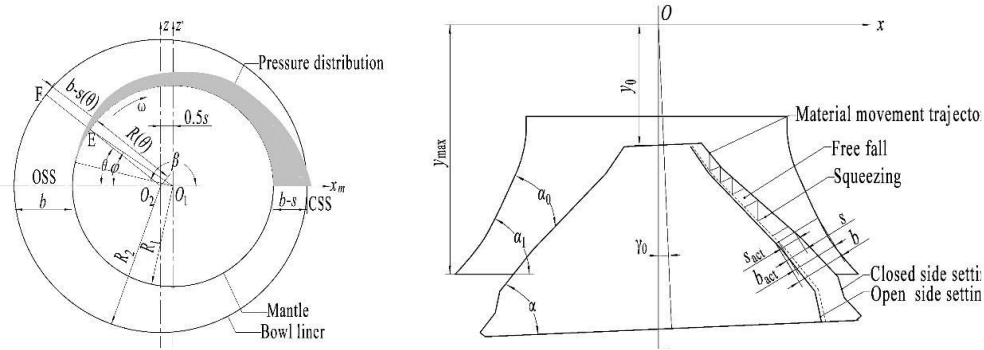


Figura 10. Sección transversal de la cámara de chancado [Fuente: Liu et al. (2018)].

Liu, en su modelo, propuso que la presión sobre el manto del chancador depende de 2 parámetros, el primero de estos, es la distribución del tamaño de partículas, y se define como:

$$\lambda = \frac{\sqrt{\sum_{j=1}^q \sigma_{o,j} (\bar{d}_j - \bar{d})^2}}{\bar{d}} \quad (13)$$

El segundo factor de influencia de la presión de chancado, está dado por la relación de compresión de la cámara (i_{act}), y depende de la posición en que se esté chancando dentro de la cámara.

Finalmente, la presión en la cámara de chancado, para Liu, está dada por:

$$p(i_{act}, \lambda) = i_{act}^2 (-263.01\lambda^2 + 393.673\lambda - 51.603) + i(189.563\lambda^2 - 127.947\lambda + 51.452) \quad (14)$$

Con este modelo se obtuvieron buenos resultados al comparar mediciones experimentales de un chancador con simulaciones. Sin embargo, en este modelo no queda claro de qué manera se incorpora un modelo de fractura para las rocas.

En la Figura 11 se muestra el efecto del ángulo de excentricidad sobre el consumo de energía que obtuvo Liu con su modelo.

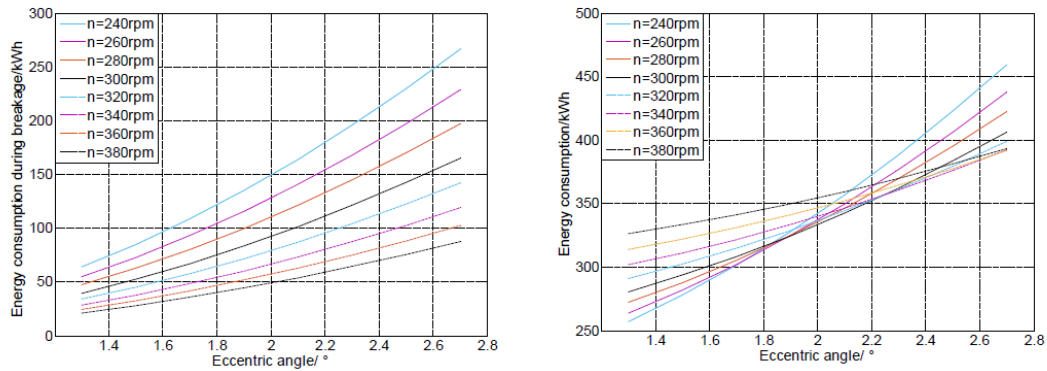


Figura 11. Energía consumida para distintos ángulos de excentricidad [Fuente: Liu et al. (2018)].

Otro método para desarrollar modelos de chancadores es el método de elementos discretos (DEM por su nombre en inglés). Este método fue desarrollado por Cundall y Strack en 1979 y es una forma muy utilizada para simular flujos de material particulado. Este método de enfoque Lagrangiano considera un número finito de partículas interactuando por fuerzas de contacto o sin contacto y cada una de ellas es considerada un sistema, que se puede mover traslacional y rotacionalmente. Para ello, se describe dinámicamente cada partícula por las ecuaciones del movimiento de Newton. Las simulaciones DEM entregan información dinámica, como las fuerzas transientes sobre cada partícula, que es extremadamente complicado, si no imposible, de obtener mediante experimentos físicos con el actual desarrollo científico y experimental (Zhu et al. (2008)).

En los últimos años, se han desarrollado diversos modelos para calcular potencia de chancado utilizando simulaciones DEM. Quist y Evertsson (2016) desarrollaron un modelo DEM de un chancador de cono. Para validar este modelo ellos compararon los resultados obtenidos de las simulaciones con mediciones experimentales realizadas en un chancador Svedala H6000 que se utiliza para la trituración secundaria de mineral. Quist y Evertsson realizaron un escáner 3D al chancador para desarrollar un modelo CAD, el que fue incorporado al software EDEM 2.7 para la simulación. En la Tabla 1 se muestran los parámetros de material que utilizó en sus modelos DEM. El mineral utilizado para esta modelación fue granito.

Tabla 1. Propiedades de los materiales usadas por Quist y Evertsson [Fuente: Quist y Evertsson (2016)].

Variable	Unidad	Mineral	Acero
Densidad	kg/m ³	2630	7800
Módulo de Elasticidad	Pa	$5.57 \cdot 10^8$	$7.0 \cdot 10^{10}$
Coefficiente de Poisson	-	0.35	0.3

Los ensayos experimentales realizados por Quist y Evertsson fueron hechos alimentando la cámara solo en 90°. La comparación la realizó considerando el consumo de potencia, y la presión sobre el hidrosel del poste del chancador. En la Figura 12 se compara la potencia obtenida de manera experimental y la simulada, claramente se observa que el modelo no es capaz de predecir los valores de potencia de

chancado. Por otro lado, para los valores de presión sobre el hidrosset se obtuvieron buenos resultados, según lo que se muestra en la Figura 13.

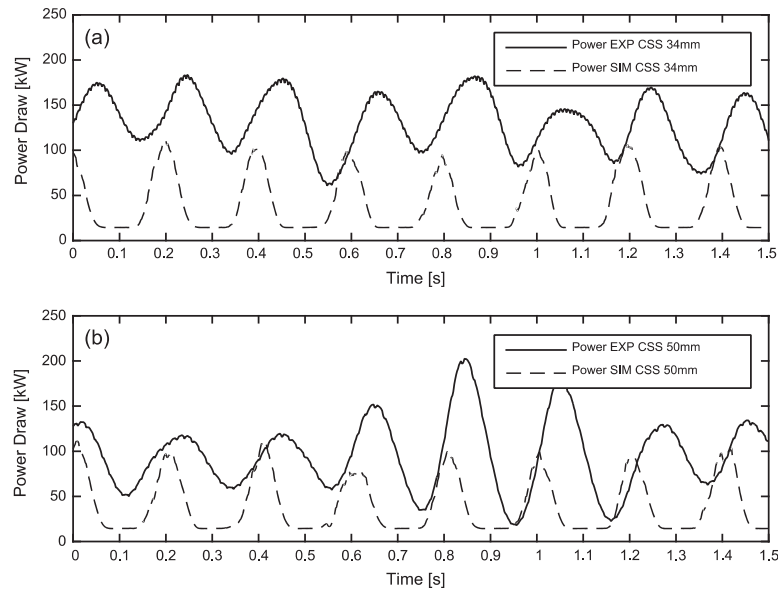


Figura 12. Potencia experimental y potencia simulada [Fuente: [Quist y Evertsson \(2016\)](#)]

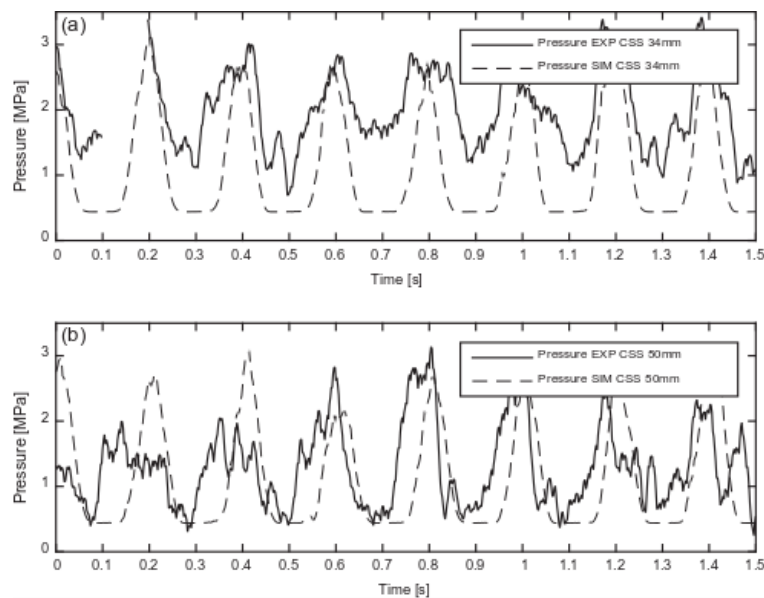


Figura 13. Presión experimental y presión simulada en el hidrosset [Fuente: [Quist y Evertsson \(2016\)](#)].

Otro parámetro estudiado por Quist y Evertsson fue la granulometría del producto, como se muestra en la Figura 14, el modelo logró predecir la granulometría de buena manera.

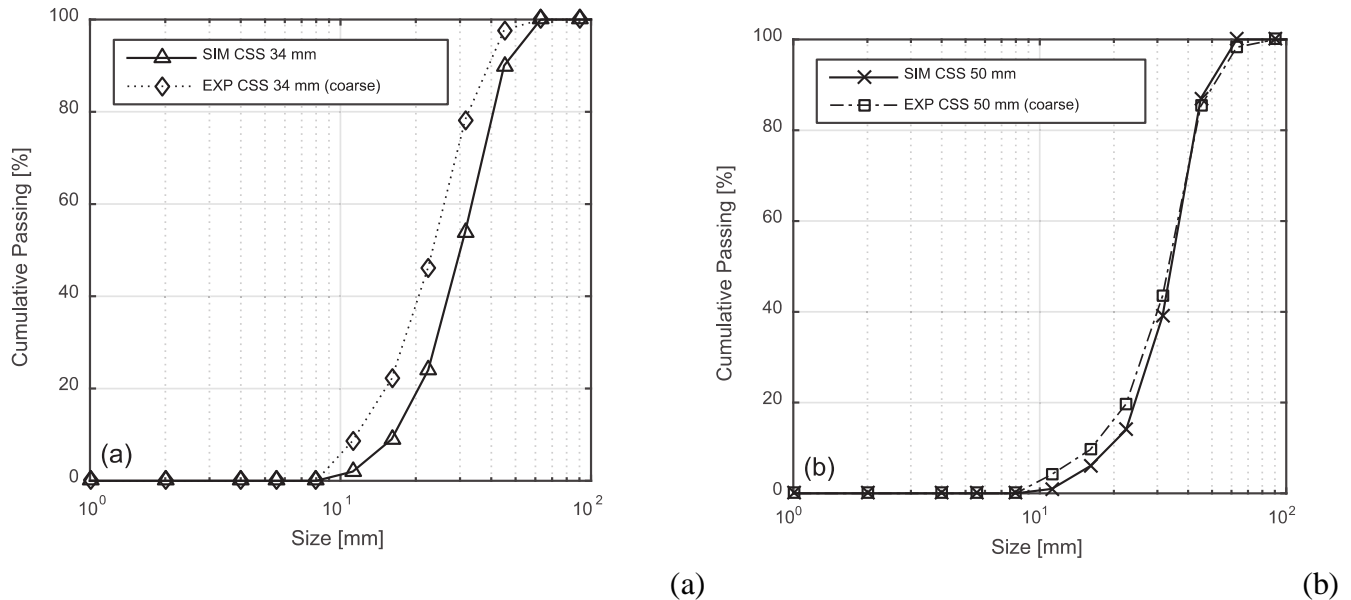


Figura 14. Granulometría del producto experimental y simulada para: (a) CSS de 34 mm; (b) CSS de 50 mm [Fuente: [Quist y Evertsson \(2016\)](#)]

[Johansson et al. \(2016\)](#) desarrollaron también un modelo DEM usando el software EDEM 2.7, y compararon los resultados obtenidos en las simulaciones con mediciones experimentales realizadas en un chancador de cono de laboratorio. Estos experimentos fueron realizados variando la velocidad de rotación del poste del chancador. El movimiento de rotación del manto fue creado por 2 rotaciones sinusoidales con respecto a un punto de pivoteo, donde uno de los movimientos tiene un desfase de 90° con respecto al otro. Johansson utilizó un modelo BPM. El modelo de contacto utilizado en esta modelación fue el de *Hertz-Mindlin no slip*.

Como se muestra en la Figura 15, ellos no obtuvieron buenos resultados al comparar la potencia simulada con la obtenida experimentalmente, sin embargo, obtuvieron buenos resultados para el ajuste de la granulometría de descarga, como se muestra en la Figura 16.

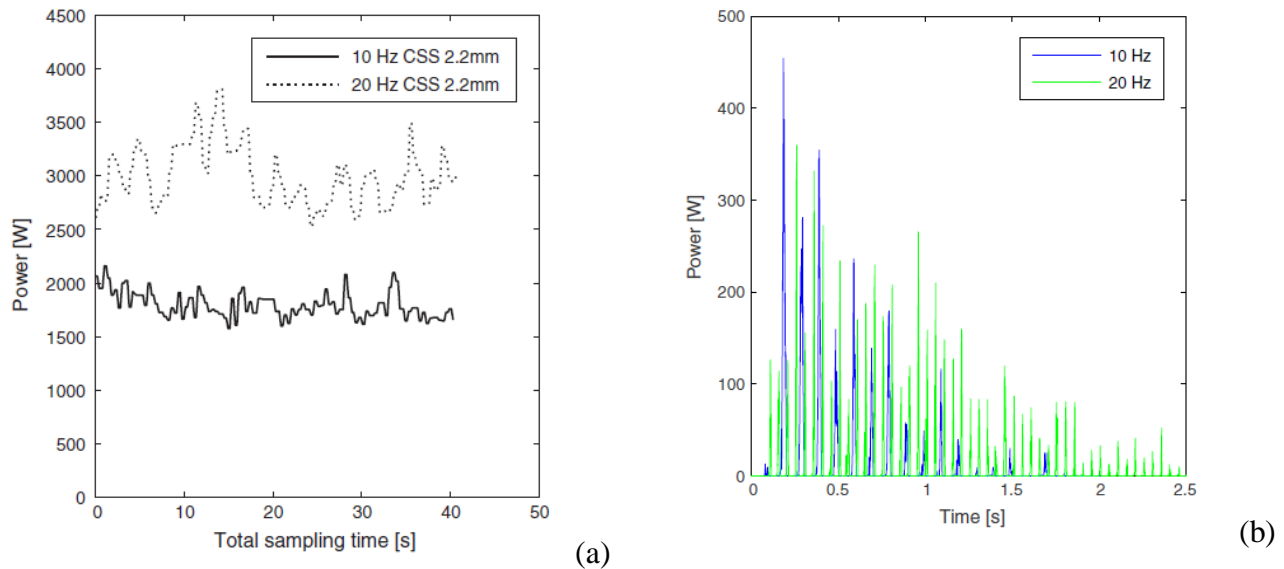


Figura 15. Potencia de chancado: (a) Experimental; (b) Simulada [Fuente: Johansson et al. (2016)].

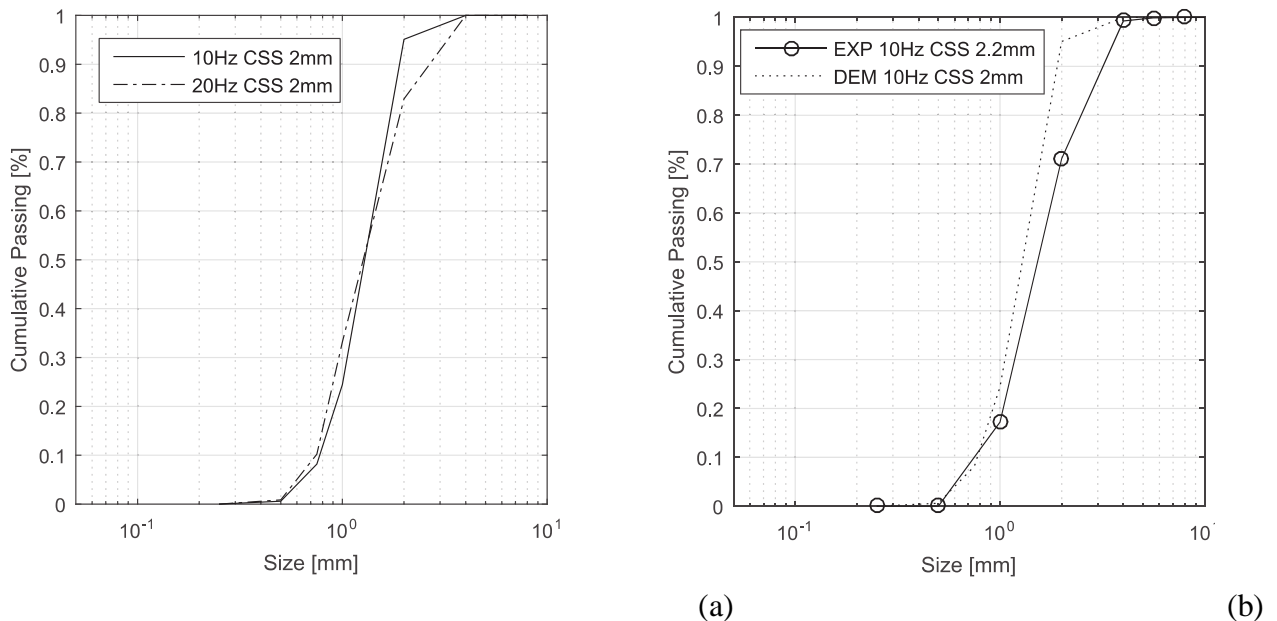


Figura 16. Granulometría del producto: (a) experimental para CSS de 2 mm; (b) experimental y simulada para CSS de 2 mm [Fuente: Johansson et al. (2016)].

Por otro lado, Tavares et al. (2020) realizaron un ajuste de parámetros para 3 materiales distintos: mineral de cobre, caliza y granulito utilizando el modelo de Tavares disponible en Rocky DEM. Para ajustar estos parámetros se realizaron ensayos de impacto sobre partículas. Para esto utilizó una bola de acero de 88 mm de diámetro y 2.78 kg de peso, con velocidades de impacto sobre las partículas de 1.0 a 2.5 m/s. Con estos ensayos, se ajustaron los parámetros del modelo de fractura, y con la granulometría de las partículas posterior a los impactos fue posible ajustar los parámetros de subdivisión de tamaño. Además, Tavares

dio los parámetros de forma de partícula. Los parámetros ajustados para el mineral de cobre se utilizarán para modelar un chancador giratorio.

[André y Tavares \(2020\)](#) usaron los parámetros ajustados por [Tavares et al. \(2020\)](#) para modelar un chancador de cono de Laboratorio. En la Figura 17 se muestra una de las simulaciones realizadas. Para darle movimiento al cono, se utilizó el movimiento predefinido en Rocky. André y Tavares no obtuvieron buenos resultados al comparar la potencia de chancado simulada con la experimental. Pero si obtuvieron resultados aceptables en flujo másico de descarga y granulometría en la descarga del chancador al comparar lo simulado con mediciones experimentales.

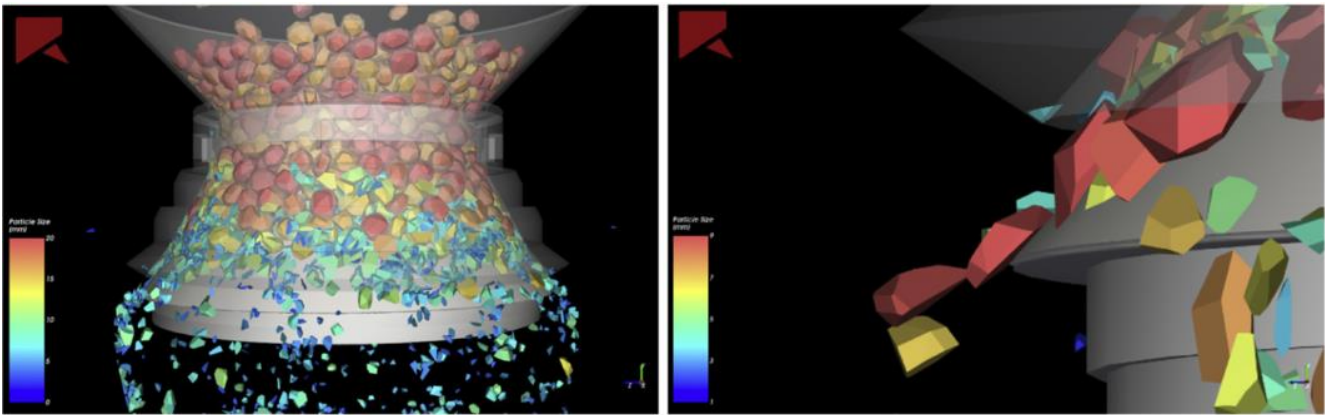


Figura 17. Simulación de un chancador de cono de laboratorio con CSS de 5 mm, velocidad de rotación del poste de 616 rpm, carrera de 0.45 mm y alimentada con granulito de entre 16 y 22.4 mm [Fuente: [André y Tavares \(2020\)](#)]

CAPÍTULO 3

Método de elementos discretos

En este capítulo se presenta la metodología usada para la modelación DEM. Se definen las ecuaciones del movimiento de las partículas, modelo de contacto, método de detección de contactos, modelo de fractura, modelo de distribución de tamaños y parámetro de forma de partícula.

3.1 Definición de DEM

El método de elementos discretos (DEM) es un método numérico para simular la materia granular en pasos de tiempo. Al generar partículas y controlar su interacción utilizando modelos de contacto, se pueden calcular las fuerzas que actúan sobre todas las partículas del sistema. Para cada paso de tiempo se aplican las ecuaciones del movimiento de Newton y las nuevas posiciones de las partículas son calculadas y actualizadas para el siguiente paso temporal. Como este proceso se repite, da la capacidad de simular cómo se mueven e interactúan las partículas en los sistemas.

Los contactos en la simulación se pueden categorizar como contactos entre partículas o contactos entre partículas y frontera. Para estos 2 contactos, se calculan las fuerzas correspondientes. Dentro de este enfoque, existen varios modelos de contacto como: el lineal basado en la ley de Hooke; no lineal basado en la teoría de Hertz en la dirección normal y basado en la teoría de Mindlin y Deresiewicz de no deslizamiento en la dirección tangencial; un modelo no lineal con histéresis, basado en la teoría de Hertz, Mindlin y Deresiewicz para las colisiones elásticas con roce, entre otros (Di Renzo y Di Mario (2004)).

3.2 Movimiento de una partícula

Un análisis de elementos discretos es un análisis dinámico y transiente que considera la interacción dinámica de un sistema de partículas capaces de interactuar entre sí. Un modelo de partículas simuladas con DEM crea un sistema ideal de partículas rígidas que pueden moverse.

Si las fuerzas \vec{F}_{ij} que actúan sobre una partícula debido a la interacción con otros cuerpos o campos externos son identificadas, el movimiento de las partículas se puede definir mediante la integración de las ecuaciones de Newton para los grados de libertad de rotación y traslación, como se muestra en las ecuaciones (15) y (16).

$$m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt} = m_i \vec{g} + \sum_{j=1}^N \vec{F}_{ij} \quad (15)$$

$$I_i \frac{d\vec{\omega}_i}{dt} = \sum_{j=1}^N \vec{T}_{ij} \quad (16)$$

Donde m_i es la masa de la partícula, \vec{v}_i es su velocidad, \vec{F}_{ij} es la fuerza de contacto que ejerce j sobre i , I_i es la inercia de la partícula i , $\vec{\omega}_i$ es su velocidad de rotación y \vec{T}_{ij} es el momento de contacto.

3.3 Modelo de contacto

El cálculo de fuerza se realiza a partir del traslapo existente entre las partículas. Existen diversos modelos tanto para el cálculo de la fuerza normal como para la fuerza tangencial. En este estudio se simula a partir de los siguientes modelos.

3.3.1 Modelo de contacto Normal

Para el contacto normal se utiliza el modelo *Hysteretic linear spring model* propuesto por Waton y Braun ([Rocky DEM \(2018\)](#)). La implementación de este modelo de contacto en Rocky es dependiente del tiempo, como se describe en el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$F_n^t = \begin{cases} \text{mín}(K_{nl}s_n^t, F_n^{t-\Delta t} + K_{nu}\Delta s_n) & \text{si } \Delta s_n \geq 0 \\ \text{máx}(F_n^{t-\Delta t} + K_{nu}\Delta s_n, \lambda K_{nl}s_n^t) & \text{si } \Delta s_n < 0 \end{cases} \quad (17)$$

$$\Delta s_n = s_n^t - s_n^{t-\Delta t} \quad (18)$$

Donde,

- F_n^t y $F_n^{t-\Delta t}$ son las fuerzas de contacto elástica-plástica en el tiempo t y el tiempo previo $t - \Delta t$ respectivamente, donde Δt es el paso de tiempo.
- Δs_n es el cambio en el traslapo normal durante el paso de tiempo. Este es positivo cuando las partículas se acercan y negativo cuando ellas se separan.
- s_n^t y $s_n^{t-\Delta t}$ son los valores de traslapo normal para un tiempo dado y el tiempo previo, respectivamente.
- K_{nl} y K_{nu} son los valores de rigidez de contacto de carga y descarga, respectivamente.
- λ es una pequeña constante adimensional. Su valor en rocky es 0.001.

3.3.2 Modelo de contacto tangencial

Para las fuerzas tangenciales se utiliza el modelo *Linear spring Coulomb limit*, descrito en el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$F_{\tau,e}^t = F_{\tau}^{t-\Delta t} - K_{\tau} \Delta s_{\tau} \quad (19)$$

Donde,

- $F_{\tau,e}^t$ es la fuerza tangencial.
- $F_{\tau}^{t-\Delta t}$ es la fuerza tangencial en el momento anterior.
- Δs_{τ} es el desplazamiento tangencial relativo durante el paso de tiempo.
- K_{τ} es la rigidez tangencial definida como:

$$K_{\tau} = r_K K_{nl} \quad (20)$$

Donde r_K es la razón de rigidez tangencial y K_{nl} es la rigidez normal de carga definida por:

$$\frac{1}{K_{nl}} = \begin{cases} \frac{1}{K_{nl,p_1}} + \frac{1}{K_{nl,p_2}} & \text{Para contacto partícula-partícula.} \\ \frac{1}{K_{nl,p}} + \frac{1}{K_{nl,b}} & \text{Para contacto partícula-frontera.} \end{cases} \quad (21)$$

En este modelo, sin embargo, la fuerza tangencial no puede exceder el límite de Coulomb. Por lo tanto, la expresión completa para la fuerza tangencial es:

$$F_{\tau}^t = \min(|F_{\tau,e}^t|, \mu F_n^t) \frac{F_{\tau,e}^t}{|F_{\tau,e}^t|} \quad (22)$$

Donde,

- F_n^t es la fuerza normal de contacto en el tiempo t .
- μ es el coeficiente de fricción, definido por:

$$\mu = \begin{cases} \mu_s & \text{Para contacto sin deslizamiento.} \\ \mu_d & \text{Para contacto con deslizamiento.} \end{cases} \quad (23)$$

Donde μ_s y μ_d son respectivamente el coeficiente de roce estático y dinámico.

3.5 Detección de contacto

Antes de calcular la fuerza resultante de una interacción partícula-partícula, o una interacción partícula-pared, es necesario identificar todos los contactos existentes.

Para optimizar el tiempo de procesamiento, las operaciones de detección de contacto se realizan en 2 etapas. La primera etapa es una búsqueda aproximada que tiene como objetivo determinar las partículas que están más cerca de cada partícula en la operación. A estas partículas cercanas se les llama vecinos. Rocky determina como vecinos de una partícula a todas aquellas partículas que estén a una distancia menor que un valor predeterminado η . Esto se muestra de manera esquemática en la Figura 19.

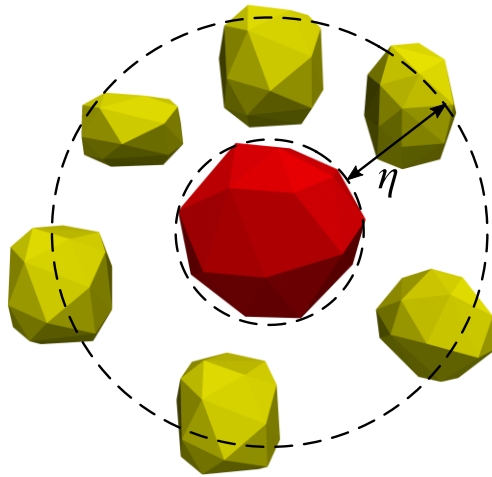


Figura 18. Métodos de detección contacto. [Fuente: Rocky DEM (2018)]

En la segunda etapa de la detección de contactos, se examinan detalladamente los pares de partículas vecinas o los límites de las partículas para determinar los parámetros geométricos pertinentes en los modelos de contacto físico. Aquí se consideran las geometrías reales de las partículas, por lo que la complejidad de los cálculos dependerá del tipo de partículas empleadas en la simulación. El caso más sencillo es el del contacto entre partículas esféricas. Por otro lado, los cálculos de contacto entre partículas poliédricas, como las representadas en la Figura 19, son más difíciles, ya que deben examinarse múltiples escenarios. Por ejemplo, el contacto entre poliedros podría ser de vértice a vértice, de vértice a borde, de vértice a cara, de borde a borde, de borde a cara, o incluso de cara a cara. Cuando las partículas son cóncavas se añade un nivel de complejidad adicional, ya que en este caso pueden surgir múltiples contactos entre el mismo par de partículas.

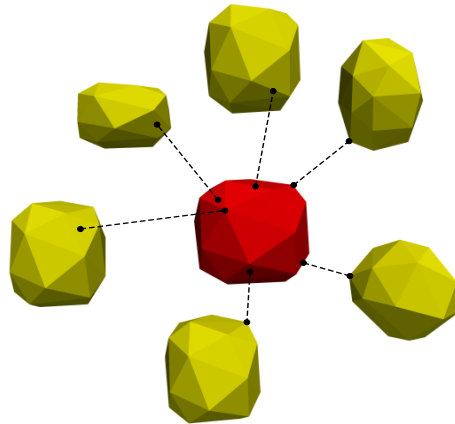


Figura 19. Detección de contacto entre partículas poliédricas. [Fuente: [Rocky DEM \(2018\)](#)]

Independientemente de la complejidad real de los algoritmos, el resultado final es el conjunto de todos los parámetros geométricos relevantes asociados a un contacto, como la distancia entre las partículas, el punto de aplicación de las fuerzas de contacto, la orientación de la normal al contacto, etc. El contacto físico surgirá cuando la distancia calculada entre dos partículas o entre una partícula y un límite sea negativa. La distancia en este caso es la superposición de normales, necesaria para el cálculo de la fuerza de contacto de las normales.

3.6 Modelos de fractura

El software Rocky tiene 2 modelos de fractura disponibles: Ab-T10 y el modelo de Tavares. Pero también existen otros modelos de fractura, como los modelos BPM y PRM ([Johansson et al. \(2016\)](#); [Quist y Evertsson \(2016\)](#); [Li et al., \(2019\)](#)). En el punto 4.5.1 se describe el modelo de Tavares, utilizado en la presente investigación.

3.6.1 Modelo de Tavares

El modelo de Tavares amplía la funcionalidad de modelos de ruptura más simples al agregar capacidades que pueden hacer que la predicción de ruptura sea bastante realista en una amplia variedad de situaciones ([Rocky DEM \(2018\)](#)). Este modelo es útil para describir la reducción de tamaño en diferentes tipos de trituradoras. La probabilidad de fractura está dada por la expresión:

$$H(e) = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{\ln e^* - \ln e_{50}}{\sqrt{2\sigma^2}} \right) \right] \quad (24)$$

Donde,

- e_{50} es la energía media específica de fractura.
- σ^2 es la varianza de la distribución logarítmica normal de las energías de fractura.

- e^* es la energía relativa de fractura específica definida por:

$$e^* = \frac{e_{max}e}{e_{max} - e} \quad (25)$$

Donde e_{max} es la energía específica de impacto por encima del cual todas las partículas se romperían con un solo impacto.

La energía de fractura específica de la partícula es altamente dependiente del tamaño de las partículas, L . Esta dependencia se introduce en el modelo mediante la siguiente correlación entre la energía media específica de fractura, e_{50} , y el tamaño de las partículas:

$$e_{50} = e_{\infty} \left[1 + \left(\frac{d_0}{L} \right)^{\varphi} \right] \quad (26)$$

Donde e_{∞} , d_0 y φ son parámetros del modelo que deben ser ajustados de manera experimental.

Cada vez que una partícula sufre un evento de colisión, la energía específica de fractura disminuirá debido al daño acumulado a la partícula durante el proceso de carga. Por lo tanto, después de cada nuevo ciclo de carga sin fractura, una nueva energía específica de fractura de las partículas se calcula en base a la anterior y a una estimación del daño acumulado durante la carga (Tavares (2009)).

$$e_n = e_{n-1}(1 - D_n^*) \quad (27)$$

$$D_n^* = \left(\frac{2\gamma}{2\gamma - 5D_n^* + 5} \frac{\Delta e_{c,n}}{e_{n-1}} \right)^{\frac{2\gamma}{5}} \quad (28)$$

Donde,

- e_n es la energía específica de fractura después de n ciclos de carga sin fractura.
- D_n^* es el daño braccionario en la partícula durante el n -ésimo ciclo de carga.
- γ es el coeficiente de daño acumulado.
- $\Delta e_{c,n}$ es la energía efectiva específica de contacto al terminar el n -ésimo ciclo de carga, calculado con la ecuación (29).
- En un tiempo dado t durante la fase de carga en la n -ésimo colisión se define la siguiente energía efectiva de contacto.

$$\Delta e_c^t = e_c^t - \max(e_c^0, e_{min}) \quad (29)$$

Donde,

- e_c^t es la energía específica instantánea de contacto en la partícula en el tiempo t .
- e_c^0 es la energía específica instantánea de contacto en la partícula al comienzo del actual ciclo de carga.
- e_{min} es la energía específica mínima de fractura.

Cuando la partícula se fractura, la geometría resultante de los fragmentos es definida mediante el algoritmo de fractura de Voronoi según una distribución de tamaño, que puede ser: Gaudin-Schumann o la función beta incompleta. El valor del parámetro t , necesario en cualquiera de estas distribuciones, se calcula según ecuación (30) (Tavares (2009)).

$$t_{10} = A \left[1 - \exp \left(-b' \frac{\Delta e_{c,b}}{e_{50b}} \right) \right] \quad (30)$$

$$e_{50b} = e_{50} \exp(\sqrt{2\sigma^2} \operatorname{erf}^{-1}[P_0(\Delta e_{c,b}) - 1]) \quad (31)$$

Donde,

- t_{10} es el porcentaje de fragmentos pasantes en una malla de tamaño 10 veces más pequeño al de la partícula original.
- A y b' son parámetros del modelo.
- $\Delta e_{c,b}$ es la energía efectiva específica de contacto en el instante de la fractura.
- e_{50b} es la energía de fractura específica media de las partículas rotas.

3.6 Modelo de distribución de tamaño

Para el trabajo realizado se utiliza la función Beta incompleta para la distribución de tamaño.

En la función Beta incompleta, la distribución de tamaños es determinada por el valor de t_{10} , y la ecuación (60).

$$t_n(t_{10}) = \frac{100}{\int_0^1 x^{\alpha_n-1} (1-x)^{\beta_n-1} dx} \int_0^{\frac{t_{10}}{100}} x^{\alpha_n-1} (1-x)^{\beta_n-1} dx \quad (32)$$

Donde,

- t_n es el porcentaje de fragmentos pasantes en una malla de tamaño n veces más pequeños que el tamaño original.
- α_n y β_n son parámetros que se deben ajustar con datos experimentales.

3.7 Parámetros de forma de las partículas

Una representación adecuada de la forma de las partículas es fundamental para desarrollar un modelo DEM. Rocky define 4 parámetros de forma de partícula, los que se describen a continuación. En la Figura 20 se muestra la forma de una partícula definida en Rocky DEM.

- Relación de aspecto vertical y horizontal: la relación de aspecto horizontal cambia el ancho (valor en eje x) de la partícula asumiendo una relación en z de 1. Mientras que la relación de aspecto vertical hace lo mismo, pero para la altura (valor en eje y).
- Número de esquinas: define el número de esquinas que tiene la superficie de la partícula.
- Grado supercuadrático: define la forma en que aparece una partícula, cuanto más alto es el valor, más cuadrada es la forma.

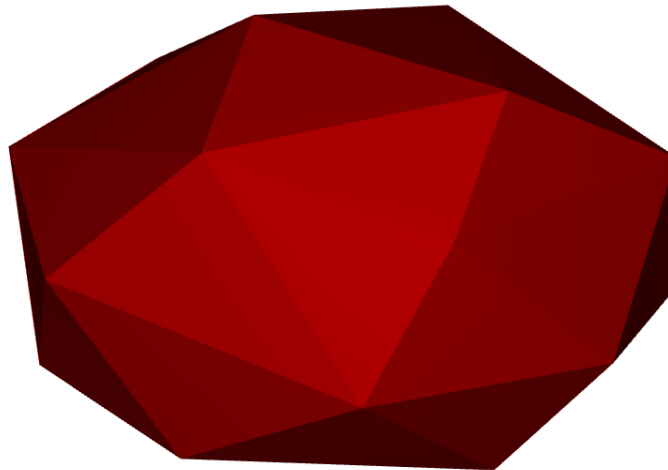


Figura 20. Forma de partícula en Rocky DEM.

CAPÍTULO 4

Modelación DEM

En este capítulo se presentan los parámetros y configuraciones de modelos DEM de un chancador giratorio y de un chancador de cono.

4.1 Modelación de un chancador giratorio

El chancador giratorio a modelar corresponde al modelo 60-110 fabricado por Metso y usado en faenas como Gabriela Mistral y Radomiro Tomic en Chile. En la Figura 21 se muestra un esquema del chancador. Este equipo opera con una potencia nominal de chancado de 1500 kW a 150 rpm (Moncada et al. (2021)).

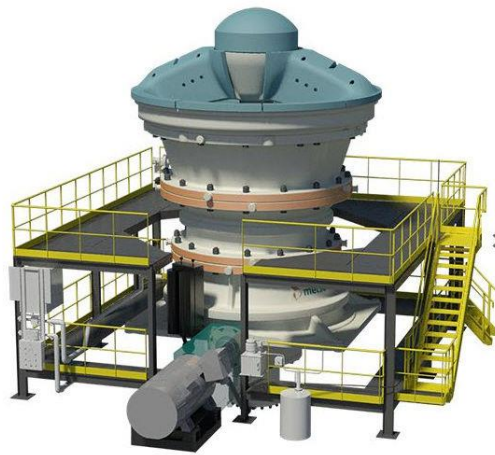


Figura 21. Chancador Metso 60-110. [Fuente: [Metso \(2021\)](#)]

4.1.1 Modelo geométrico

Para la simulación DEM es necesario construir un modelo CAD del chancador, donde se debe modelar la geometría de este. Los componentes del chancador que fueron modelados para la simulación son: poste, manto, cóncava y araña. En la Figura 22 se puede observar la geometría modelada. En la Tabla 2 se muestran las dimensiones del chancador simulado. Además, se modeló la tolva de alimentación, para simular la caída de mineral sobre el chancador, lo que no se muestra en la Figura 23.

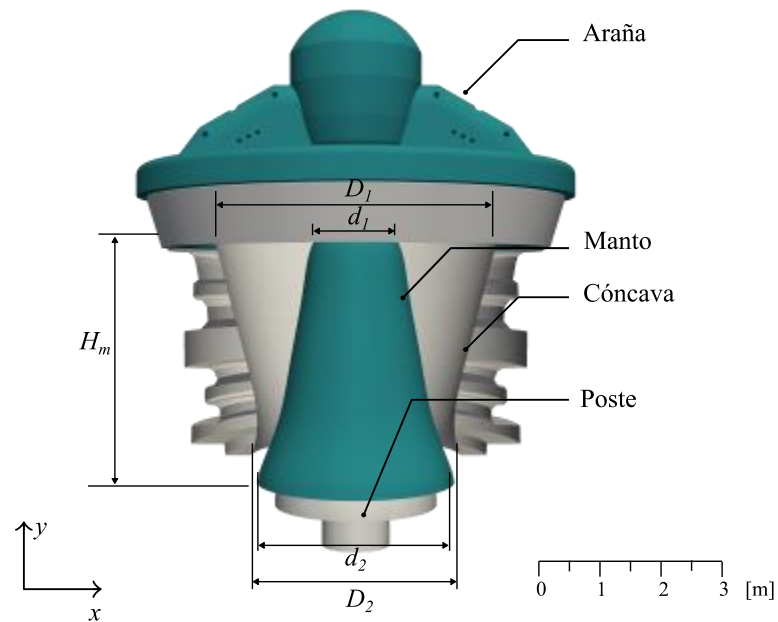


Figura 22. Modelo CAD del chancador giratorio. [Fuente: [Moncada et al. \(2021\)](#)]

Tabla 2. Dimensiones del chancador metso 60 110. [Fuente: [Moncada et al. \(2021\)](#)]

Variable	Símbolo	Valor	Unidad
Altura del manto	L_m	4.0	m
Diámetro superior del manto	d_1	1.4	m
Diámetro inferior del manto	d_2	3.3	m
Diámetro superior de la cóncava	D_1	4.913	m
Diámetro inferior de la cóncava	D_2	3.515	m
Excentricidad en la base del poste	e_0	46.6	mm
Inclinación del poste	γ_0	0.35	°

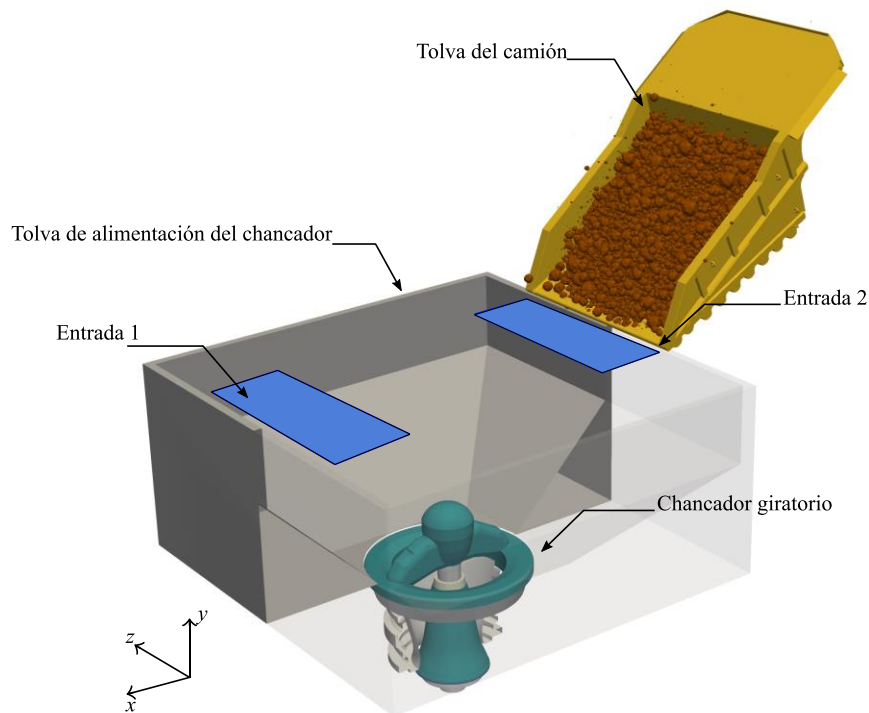


Figura 23. Geometría desarrollada para el chancador giratorio. [Fuente: [Moncada et al. \(2021\)](#)]

4.1.2 Movimiento

Para describir el movimiento del poste, primero esta geometría se inclinó 0.35° en relación con su punto de pivoteo, ubicado en la parte superior del poste. Luego, se impuso el giro del poste alrededor del eje vertical y . Este movimiento se describe mediante el movimiento pendular en el software Rocky. En estas condiciones, la excentricidad de la base del manto es de 46.6 mm. El manto del chancador rota libremente sobre el poste, lo que permite disminuir el efecto de las fuerzas tangenciales del mineral. Para modelar esta condición, se establece la rotación de cuerpo libre predeterminada en Rocky. Para esto, es necesario tener la inercia y masa del poste. Para obtener estos parámetros se utilizó un modelo CAD 3D del poste, obteniéndose una inercia de 126323.4 kgm^2 y una masa de 176760 kg.

4.1.3 Modelos de contacto

En las simulaciones, las partículas pueden entrar en contacto con otras partículas, y con las superficies del chancador o la tolva.

Los modelos presentados en el Capítulo 4 permiten calcular las fuerzas asociadas a los contactos a los que están sometidas todas las partículas, para las fuerzas normales y tangenciales, pero para que ello sea posible es necesario definir los parámetros físicos que los caracterizan. Estos parámetros son: el

coeficiente de roce estático, el coeficiente de roce dinámico, el coeficiente de restitución y el coeficiente de resistencia a la rodadura.

Los modelos de contacto normal y tangencial utilizados son *hysteretic linear spring* y *linear spring Coulomb limit* respectivamente. En la Tabla 3 se muestran los parámetros del modelo de contacto utilizados para las simulaciones, estos fueron ajustados por [Tavares et al. \(2020\)](#).

Tabla 3. Parámetros del modelo de contacto. [Fuente: [Tavares et al. \(2020\)](#)]

Parámetros	Partícula/Partícula	Partícula/Metal	Metal/Metal
Roce estático	0.8	0.5	0.3
Roce dinámico	0.8	0.5	0.3
Relación de rigidez tangencial	1	1	1
Coeficiente de restitución	0.3	0.3	0.3

4.1.4 Modelo de fractura y de distribución de tamaños.

En la modelación DEM se utilizó el modelo de fractura de Tavares, con función beta incompleta para la distribución de tamaños. Este modelo se describió en el Capítulo 4.

[Tavares et al. \(2020\)](#) ajustaron los parámetros del modelo de fractura de Tavares para mineral de cobre, en la Tabla 4 se muestran los resultados que ellos obtuvieron. Para las simulaciones realizadas en la presente investigación se utilizaron estos mismos parámetros. El índice de trabajo, W_i , es de 13.5 kWh/ton ([Tavares et al. \(2020\)](#)). El tamaño mínimo considerado para todas las partículas fue de 20 mm.

Tabla 4. Parámetros del modelo de fractura para mineral de cobre. [Fuente: [Tavares et al. \(2020\)](#)]

Variable	Valor	Unidad
e_{∞}	213.5	J/kg
e_{min}	1	J/kg
e_{max}/e_{50}	4	-
d_0	8.07	mm
φ	1.22	-
σ	0.799	-
γ	5.0	-
A	67.7	%
b'	0.029	-
$\alpha_{1.2}/\beta_{1.2}$	0.51/11.95	-
$\alpha_{1.5}/\beta_{1.5}$	1.07/13.87	-
α_2/β_2	1.01/8.09	-
α_4/β_4	1.08/3.03	-
α_{25}/β_{25}	1.01/0.53	-
α_{50}/β_{50}	1.03/0.36	-
α_{75}/β_{75}	1.03/0.30	-

4.1.5 Forma de las partículas

Una representación adecuada de la forma de las partículas es importante para modelar de manera realista las propiedades de flujo de material, debido a que la forma elegida influye en gran medida en el comportamiento de este (Suhr y Six (2020)). El mineral de cobre fue simulado usando partículas poliédricas con 4 formas diferentes. Las características de la forma de las partículas se describen en la Tabla 5, y se muestra en la Figura 24.

Tabla 5. Parámetros de forma de las partículas. [Fuente: Tavares et al. (2020)]

Parámetros	Partícula 1	Partícula 2	Partícula 3	Partícula 4
Relación de aspecto vertical	0.8	0.5	0.7	0.95
Relación de aspecto horizontal	1.0	0.8	1.2	1.0
Número de esquinas	25	20	25	20
Grado supercuadrático	3.0	4.0	2.3	2.0

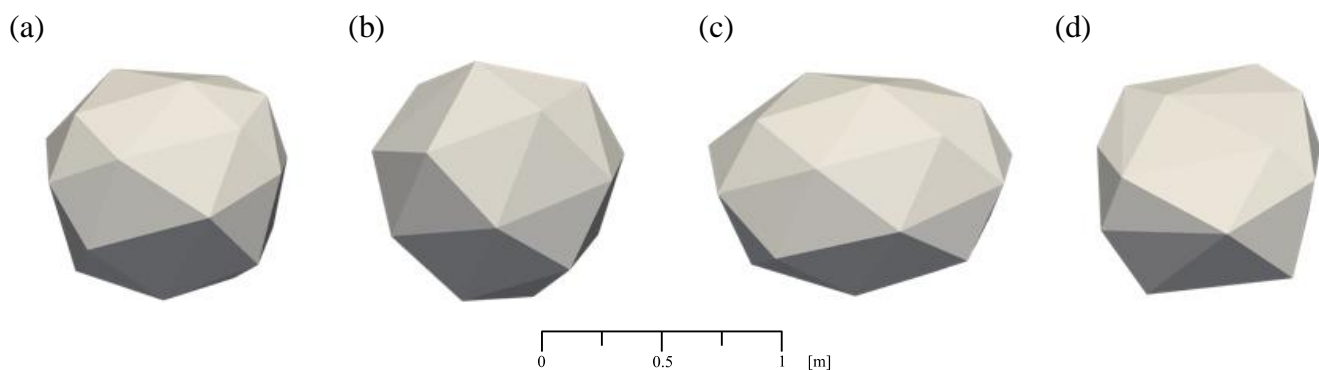


Figura 24. Forma de partícula para mineral de cobre: (a) Partícula 1; (b) Partícula 2; (c) Partícula 3; (d) Partícula 4.

4.1.6 Propiedades de los materiales

En la Tabla 6 se muestran las propiedades del mineral de cobre y del acero utilizadas para las simulaciones.

Tabla 6. Propiedades de los materiales para la modelación del chancador giratorio.

Parámetro	Mineral de cobre	Acero	Unidad
Módulo de Young	100	1000	MPa
Coefficiente de Poisson	0.3	0.3	-
Densidad	2930	7850	kg/m ³

4.1.7 Parámetros operacionales

4.1.7.1 Flujo de alimentación

La entrada de partículas está definida por la velocidad angular de la tolva del camión y la capacidad del mismo. El camión utilizado para la descarga de mineral es un CAT 797F, como el que se muestra en la Figura 25. con una capacidad de 293 toneladas. La tolva rota a $0.052 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, y demora 15 segundos en descargar todo el mineral.



Figura 25. Camión CAT 797F [Fuente: [FINING CAT \(2012\)](#)]

Para obtener la velocidad del mineral en la entrada del chancador, se simula la descarga del camión Caterpillar utilizando DEM. Esta simulación permite realizar un análisis del comportamiento del mineral en esta etapa.

El material granulado se carga al chancador desde arriba, a través de una o 2 entradas situadas sobre la tolva de alimentación.

También se realizarán simulaciones del chancador en estado estacionario, llenando la cámara en solo 3 segundos, para que posteriormente el equipo empiece a chancar.

4.1.7.2 *Close side setting*

Se realizan simulaciones variando el CSS del chancador para 7 tamaños diferentes, los que se muestran en la Tabla 7. Para esto se cambia la altura del poste, de la misma manera en que se hace en las plantas de chancado.

4.1.7.3 Velocidad de rotación del poste

Se realizan simulaciones variando la velocidad de rotación del poste para 4 valores distintos, los que se muestran en Tabla 8. La variación de velocidad de la excéntrica permite encontrar el punto de mayor eficiencia del chancador comparando el consumo de energía específica y flujo másico en la descarga según la velocidad de rotación.

4.1.7.4 Flujo de alimentación de la cámara de chancado

Se realizan simulaciones bajo 2 condiciones de alimentación:

- Llenado uniforme de la cámara de chancado: se alimenta la cámara de chancado a través de 2 entradas de mineral, como se detalló en la Figura 23. de esta manera se logra un llenado uniforme de la cámara.
- Llenado no uniforme de la cámara de chancado: se estudia el efecto que tiene el llenado no uniforme de la cámara sobre el torque de chancado. Para esto, realizan simulaciones alimentando solo 180° de la cámara de chancado, utilizando solo una entrada, para representar que un lado del chancador está tapado por rocas de gran tamaño, como se muestra en la Figura 26.

En la Tabla 7 se muestran los distintos parámetros usados para las simulaciones.

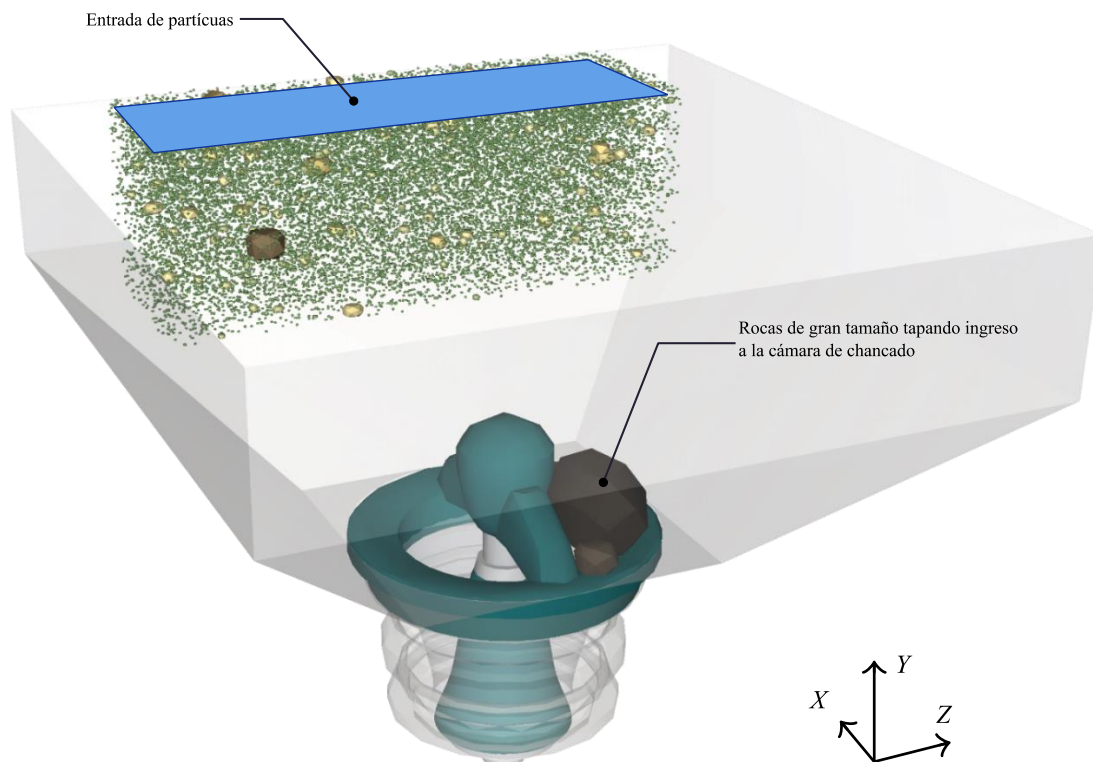


Figura 26. Simulación alimentando solo 180° de la cámara de chancado. [Fuente: [Moncada et al. \(2021\)](#)]

Tabla 7. Parámetros de operación de las simulaciones

Variable	Símbolo	Valor	Unidad
Flujo másico en la entrada	\dot{M}_f	70320; 140640	tph
<i>Open side setting</i>	<i>OSS</i>	175; 190; 200; 215; 230; 240; 250	mm
<i>Close side setting</i>	<i>CSS</i>	112; 127; 137; 153; 168; 178; 188	mm
Velocidad de rotación del poste	ω_{poste}	100; 125; 150; 175; 200	rpm

4.1.7.5 Granulometría de alimentación

En la Figura 27 se muestra la granulometría usada para la alimentación del chancador giratorio. Se utilizó la misma granulometría para las distintas condiciones de operación analizadas.

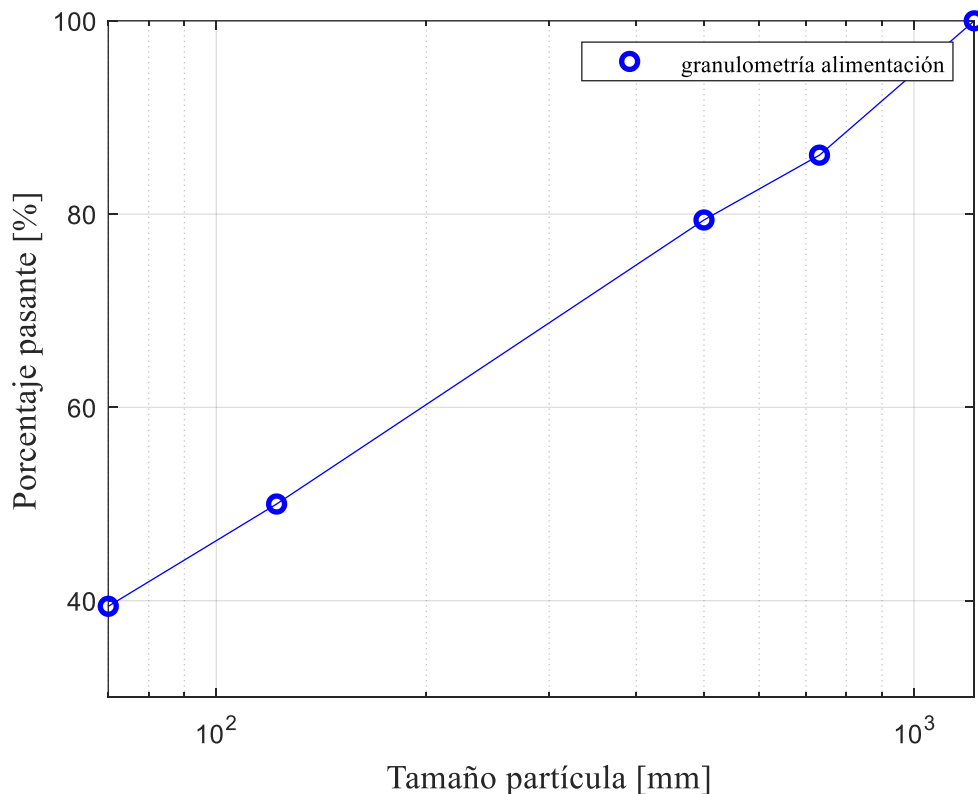


Figura 27. Granulometría de la alimentación del chancador giratorio.

4.2 Modelación de un chancador de cono

Se modela un chancador de cono de laboratorio ubicado en la planta piloto Dr. Igor Wilkomirsky de la Universidad de Concepción. Este chancador se encuentra acoplado mediante una transmisión por correa a un motor eléctrico de 1.5 Hp, y velocidad de giro de 1480 RPM. La relación de transmisión es 3.0, por

lo tanto, la velocidad de rotación del chancador es de 493 RPM. En la Figura 28 se puede observar una fotografía de este chancador.



Figura 28. Chancador de planta piloto.

4.2.1 Geometría

Se modela el poste, manto, cóncava y tolva de alimentación del chancador utilizando el software Inventor. En la Figura 29 se puede observar la geometría modelada. En la Figura 29 se muestran las dimensiones del chancador simulado.

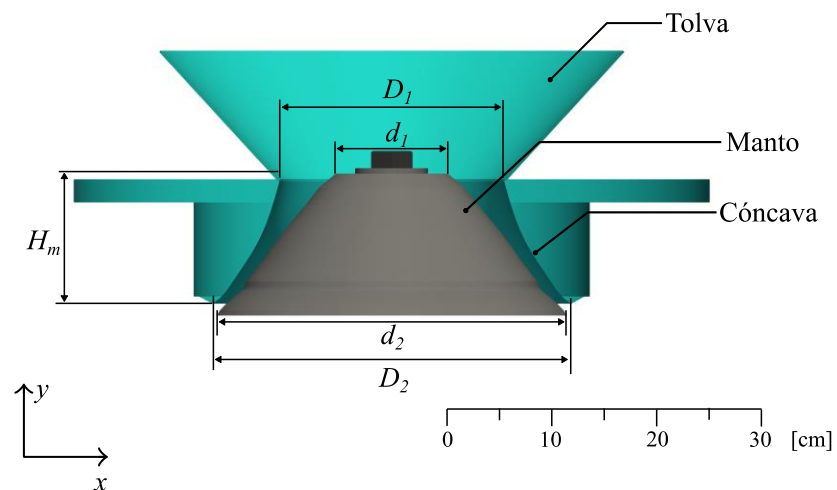


Figura 29. Modelo CAD del chancador de cono.

Tabla 8. Dimensiones del chancador de cono.

Variable	Símbolo	Valor	Unidad
Altura del manto	H_m	118	mm
Diámetro superior del manto	d_1	105	mm
Diámetro inferior del manto	d_2	322	mm
Diámetro superior de la cóncava	D_1	206	mm
Diámetro inferior de la cóncava	D_2	330	mm
Excentricidad en la base del poste	e_0	2.12	mm
Inclinación del poste	γ_0	0.0	°

4.2.2 Movimiento

Para describir el movimiento del poste se utilizaron 2 movimientos de vibración, uno en la dirección x y otro en la dirección z , con un desfase inicial de 90° entre los 2 movimientos. Luego, se impuso el giro libre del manto alrededor del eje vertical y . En estas condiciones, la excentricidad de la base del manto es de 2.12 mm. El manto del chancador rota libremente sobre el poste, lo que permite disminuir el efecto de las fuerzas tangenciales del mineral. Para modelar esta condición, se establece la rotación de cuerpo libre predeterminada en Rocky. Para esto, es necesario tener la inercia y masa del poste. Para obtener estos parámetros se utilizó un modelo CAD 3D del poste, obteniéndose una inercia de 0.367 kg m^2 en el eje y y una masa de 33.13 kg.

4.2.3 Modelos de contacto

Los modelos de contacto normal y tangencial utilizados son *hysteretic linear spring* y *linear spring Coulomb limit* respectivamente. Los parámetros del modelo de contacto usados en esta modelación se muestran en el Capítulo 5.

4.2.4 Modelo de fractura y de distribución de tamaños

En la modelación DEM se utilizó el modelo de Fractura de Tavares con función beta incompleta. Los parámetros de este modelo para cuarzo fueron calculados por [Tavares et al. \(2020\)](#) y se muestran en la Tabla 9. El tamaño mínimo de partícula utilizado fue de 2 mm.

4.2.5 Parámetros de forma de la partícula

El mineral fue modelado utilizando partículas poliédricas. En el Capítulo 5 se muestran los parámetros de forma de partícula ajustados para cuarzo.

Tabla 9. Parámetros del modelo de fractura para cuarzo [Fuente: [Tavares et al. \(2020\)](#)].

Variable	Valor	Unidad
e_{∞}	43.4	J/kg
e_{min}	1	J/kg
e_{max}/e_{50}	4	-
d_0	3.48	mm
φ	1.61	-
σ	0.6	-
γ	11	-
A	45.4	%
b'	1.15	%
$\alpha_{1.2}/\beta_{1.2}$	0.1 / 15.39	-
$\alpha_{1.5}/\beta_{1.5}$	0.346 / 8.09	-
α_2/β_2	0.872 / 8.437	-
α_4/β_4	0.885 / 2.213	-
α_{25}/β_{25}	1.048 / 0.43	-
α_{50}/β_{50}	1.075 / 0.21	-
α_{75}/β_{75}	1.06 / 0.137	-

4.2.6 Propiedades de los materiales

En la Tabla 10 se muestran las propiedades de los aceros y del mineral utilizado para la modelación. En el Capítulo 5 se muestran las propiedades de interacción entre los distintos materiales.

Tabla 10. Propiedades de los materiales para la modelación del chancador de cono.

Parámetro	Cuarzo	Acero manto	Acero cóncava	Unidad
Módulo de Young	100	1000	1000	MPa
Coeficiente de Poisson	0.17	0.3	0.3	-
Densidad	2365	7850	7850	kg/m ³

4.2.7 Parámetros operacionales

4.2.7.1 Flujo de alimentación de la cámara de chancado.

La alimentación del chancador de cono se hace a través de un *inlet* circular con 21 cm de diámetro, como se puede observar en la Figura 30. El flujo de alimentación es de 4.4 kg/s, con un tiempo de alimentación de 2 segundos.

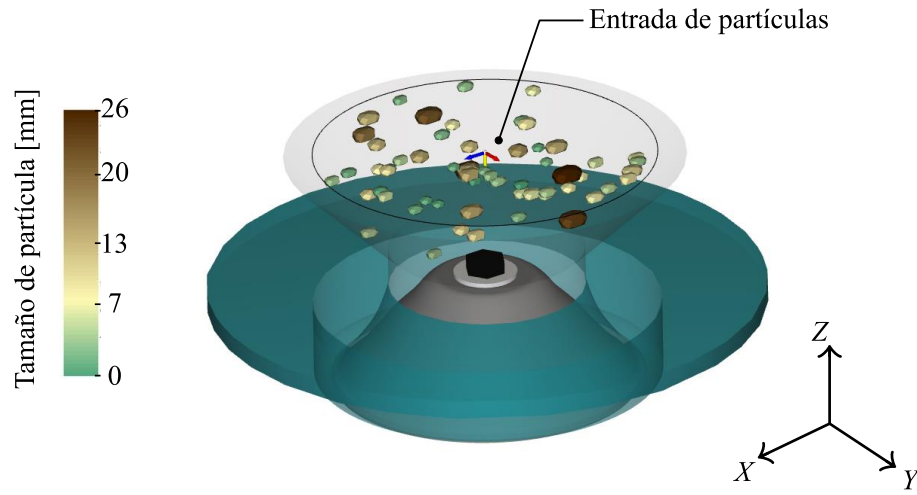


Figura 30. Alimentación de la cámara de chancado.

4.2.7.2 Close side setting

Se realizan simulaciones variando el CSS del chancador para 3 tamaños diferentes, los que se muestran en la Tabla 9. Para esto, se cambia la altura de la cóncava, tal y como se hace en el chancador de Planta Piloto.

4.2.7.3 Velocidad de rotación del poste

Se utilizó una velocidad de rotación del poste de 477 rpm para todos los ensayos realizados. En la Tabla 11 se muestra un resumen de los distintos parámetros de operación.

Tabla 11: Parámetros operacionales de la simulación del chancador de cono.

Variable	Símbolo	Valor	Unidad
Flujo másico en la entrada	\dot{M}_f	4.4	kg/s
<i>Open side setting</i>	<i>OSS</i>		mm
<i>Close side setting</i>	<i>CSS</i>	1.99 4.475 5.22	mm
Velocidad de rotación del poste	ω_{poste}	477	rpm

4.2.7.4 Granulometría de alimentación

En la Figura 31 se muestra la granulometría usada para la alimentación del chancador de cono. Se utilizó la misma granulometría para las distintas condiciones de operación analizadas.

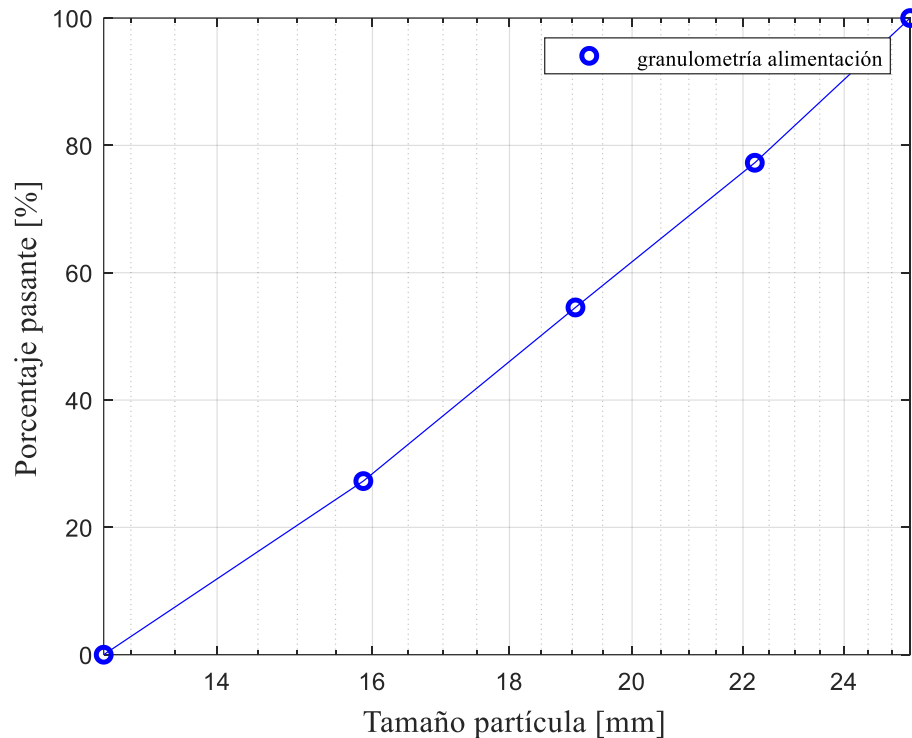


Figura 31. Granulometría de la alimentación del chancador de cono.

4.3 Potencia asociada al movimiento del cono

El software Rocky DEM calcula la potencia de chancado como la suma del producto entre la fuerza escalar aplicada en un nodo y el vector velocidad del mismo nodo, como se muestra en la ecuación (33). Esta definición de potencia no es correcta para el caso estudiado, ya que, al utilizar esta definición se estarían considerando las fuerzas tangenciales, que no generan torque sobre el poste, y la rotación del manto, que puede girar libremente sobre su propio eje. Considerando lo anterior, la potencia entregada directamente por Rocky podría ser mayor a la potencia real de chancado.

$$P_{DEM}(t) = \sum_i^n F_i \cdot v_i \quad (33)$$

Por otro lado, la potencia de chancado puede ser calculada con la información de las fuerzas que actúan sobre el manto. Para esto se extraen las fuerzas FEM del software Rocky.

Para calcular el torque de chancado se consideran las fuerzas normales a la superficie del manto, en el plano horizontal, como se muestra en la Figura 29. Las fuerzas tangenciales no se consideran, debido a

que el poste está montado en un buje excéntrico totalmente lubricado, por lo tanto, estas fuerzas solo generan una rotación del poste sobre su mismo eje, esta rotación se conoce como *Head spin* (Johansson et al. (2017)).

Las fuerzas normales en el plano horizontal están dadas por:

$$F_{n,i} = (F_i \cdot \hat{e}_{n,i})\hat{e}_{n,i} \quad (34)$$

Donde, $\hat{e}_{n,i}$ es el vector unitario entre el centro del poste en el plano horizontal O' y el punto A .

Luego, el torque de chancado estará dado por:

$$T_{chan}(t) = \left(\sum_i^n r_{OA,i}(t) \times F_{n,i}(t) \right) \cdot \hat{j} \quad (35)$$

Donde r_{OA} es el vector distancia desde O hasta A .

La potencia de chancado estará dada por:

$$P(t) = T_{chan}(t) \cdot \omega_{poste} \quad (36)$$

4.4 Análisis de fuerzas

Se realiza un análisis de la distribución de fuerzas y del torque que generan, utilizando las fuerzas FEM sobre el manto obtenidas con Rocky.

Para este análisis se utiliza un sistema de referencia móvil en coordenadas polares. Este sistema rota a la misma velocidad del poste ($\theta = \omega t$), tiene su origen en el centro geométrico del poste en el plano horizontal. El eje y del sistema móvil coincide con el eje vertical del poste. El CSS está siempre en $\varepsilon = 0$. Este cambio de coordenadas se muestra en la Figura 32.

CAPÍTULO 5

Desarrollo experimental

En este capítulo se hace una descripción detallada del desarrollo experimental realizado para validar un modelo DEM de un chancador cono. Se describe el equipo de medición instalado en el chancador de estudio, el montaje experimental y los ensayos necesarios para calibrar el mineral.

5.1 Chancador en estudio

Para los ensayos experimentales de chancado se utiliza el chancador de laboratorio ubicado en la planta Dr. Igor Wilkomirsky. Este chancador fue descrito en detalle en el Capítulo 4.

5.1.1 Montaje experimental

El sistema de medición que fue instalado en el equipo permite medir: torque en el eje del motor, velocidad de rotación del motor y flujo másico en la descarga. En la Figura 33 se muestra un esquema general del montaje experimental.

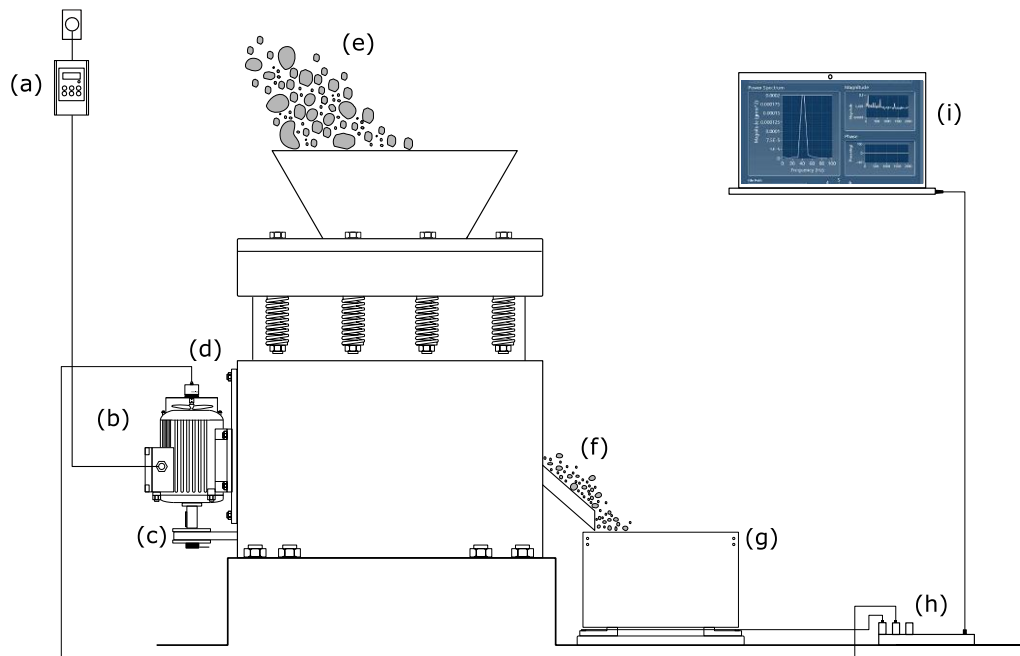


Figura 33. Montaje experimental utilizado en el chancador de cono planta piloto: (a) Variador de frecuencia; (b) Motor; (c) Módulo; (d) Encoder; (e) Alimentación; (f) Descarga; (g) Flujómetro; (h) NI cDAQ-9172 con módulos NI 9233, NI 9229, NI 9237; (i) Laptop con software Lab view.

5.1.2 Preparación de ensayos

Se prepararon muestras de cuarzo tamizando el mineral con mallas de $\frac{1}{2}$ ", $\frac{5}{8}$ ", $\frac{3}{4}$ ", $\frac{7}{8}$ " y 1".

En la Figura 34 a se puede observar una muestra de cuarzo antes de chancar. Todos los experimentos se realizaron con muestras de 8.8 kg de mineral.

5.1.3 Ensayos realizados

En todos los ensayos realizados, se alimentó la tolva del chancador de manera uniforme, a través de una bandeja.

En la Figura 34 b se muestran el producto de un ensayo de chancado para un CSS de 5.15 mm.

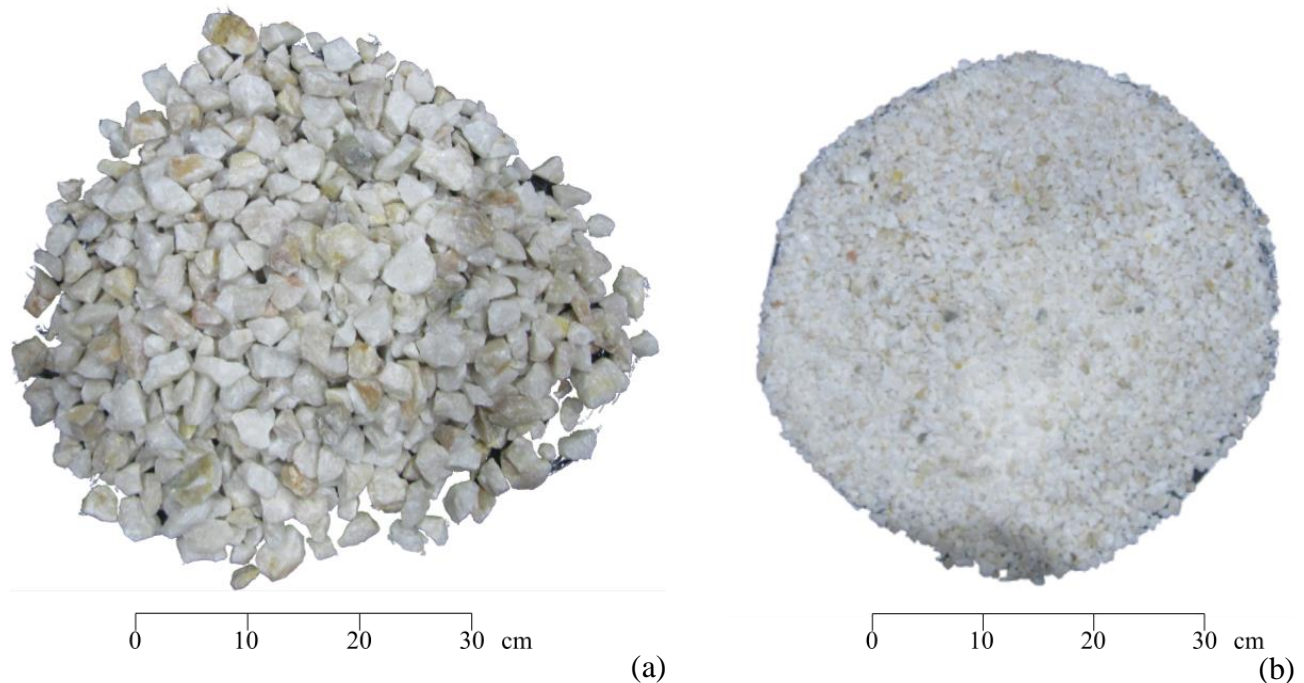


Figura 34. Muestra de Cuarzo: (a) sin chancar; (b) chancado.

En la Figura 35 se muestra una comparación entre la distribución del tamaño de las partículas en la alimentación y la descarga.

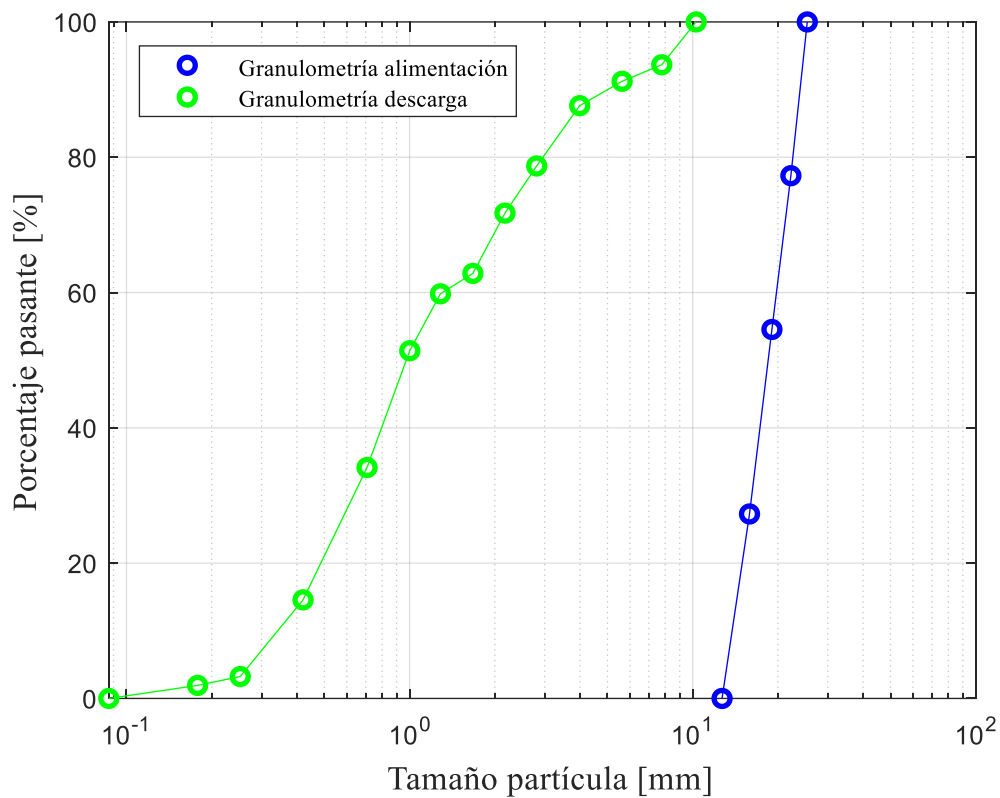


Figura 35. Granulometría en la alimentación y descarga para el ensayo 3.

En la Tabla 12 se muestra un resumen de los ensayos realizados.

Tabla 12: Resultados experimentales de los ensayos de chancado de cuarzo.

Ensayo	Masa alimentación [kg]	CSS [mm]	Potencia [W]	Flujo másico de descarga [kg/s]
1	8.8	1.24	1186.0	0.037
2	8.8	3.57	1128.2	0.059
3	8.8	5.15	1122.6	0.214

5.2 Caracterización de mineral

5.2.1 Draw down test (DDT)

Se realizaron ensayos *Draw down test* de mineral planteados por [Roessler et al. \(2018\)](#). Estos ensayos permiten ajustar los valores de coeficiente de roce estático y coeficiente de roce dinámico del mineral. Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 13.

5.2.2 Interacción entre materiales

También se realizaron ensayos de roce estático y dinámico para determinar los parámetros de interacción de las partículas con el manto y la cóncava. Los parámetros obtenidos se muestran en la Tabla 13.

Tabla 13: Propiedades de la interacción entre distintos materiales [Fuente: [Zambra \(2021\)](#)].

Parámetro	Tipo de interacción		
	Cuarzo- Cuarzo	Cuarzo-Acero cóncava	Cuarzo-Acero manto
Coefficiente de roce estático	0.782	0.4964	0.5766
Coefficiente de roce dinámico	0.522	0.4964	0.5766
Coefficiente de restitución	0.3719	0.3687	0.2721

5.2.3 Forma de las partículas.

Para obtener los *aspect ratio* descritos en el Capítulo 4 se midieron 100 partículas de entre $\frac{3}{4}$ " y 1" de tamaño. Con estas mediciones se obtuvieron 4 distintas formas de partícula, las que se muestran en la Figura 37 y se detallan en la Tabla 14.

Tabla 14: Formas de partícula obtenidas para el cuarzo.

Parámetro	Partícula 1	Partícula 2	Partícula 3	Partícula 4
Relación de aspecto vertical	0.70	0.71	0.80	0.77
Relación de aspecto horizontal	1.16	1.40	1.42	1.61
Número de esquinas	20	25	20	25
Grado supercuadrático	2	3	4	2.5

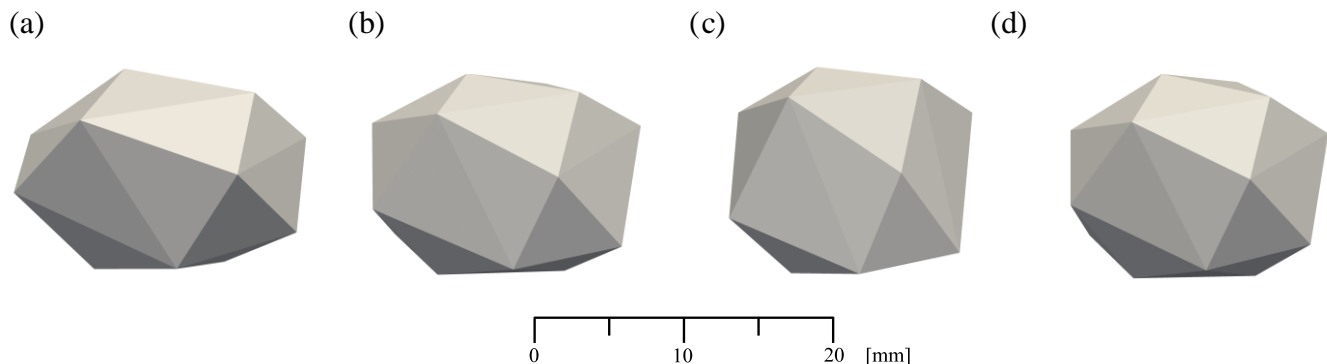


Figura 36. Forma de partícula para el cuarzo: (a) Partícula 1; (b) Partícula 2; (c) Partícula 3; (d) Partícula 4.

CAPÍTULO 6

Resultados y discusión

En este capítulo se presentan y discuten los resultados obtenidos en las simulaciones del chancador giratorio Metso 60-110 y del chancador de cono de la planta piloto Dr. Igor Wilkomirsky.

6.1 Chancador giratorio

6.1.1 Validación del Modelo DEM del chancador giratorio

Los métodos basados en simulaciones computacionales para el análisis de procesos de trituración de mineral tienen actualmente un impacto positivo en el proceso de diseño de distintos equipos (Forrester et al. (2008)). Para lograr beneficios, los modelos DEM requieren validación.

La potencia de chancado para un *OSS* de 240 mm fue de 1430.8 kW, cercana al valor experimental, 1329.4 kW. Y el comportamiento de las demás configuraciones es el esperado, obteniéndose un aumento en la potencia de chancado al disminuir el *OSS*. El modelo predice correctamente el rendimiento del chancador, ya que en las simulaciones realizadas, \dot{M}_{sim} se aproximan bastante a los indicados por el fabricante, \dot{M}_{ref} . Para las simulaciones realizadas con un *OSS* entre 175 mm y 200 mm el error en la predicción de flujo másico es inferior al 20 %, y entre 215 mm y 250 mm es inferior al 10 %. El tamaño del producto, representado por el valor P_{80} , es cercano a $0.8 \cdot CSS$, tal y como indica el fabricante (Metso (2021)). Como el rendimiento, el tamaño del producto y la potencia se acercan a los datos del fabricante y a los experimentales, el modelo se valida.

6.1.2 Descarga del camión

Se simuló la descarga del camión sobre el chancador, como se muestra en la Figura 37. En la Figura 37a se muestra la tolva antes de comenzar la descarga, y en la Figura 37b se muestra el comportamiento del mineral cuando la tolva comienza a inclinarse. Se obtuvo una velocidad promedio del mineral de 1.8 m/s en la descarga, esta velocidad se alcanzó, por ejemplo, para el tiempo mostrado en la Figura 37c. La velocidad aumenta sobre el final de esta etapa, acercándose a los 2 m/s. Esto ocurre cuando queda poco mineral en el camión. Además, en la parte final de la descarga existe mayor cantidad de finos, como se puede observar en la Figura 37d. Para disminuir el costo computacional de la simulación, es posible simplificar la descarga de mineral utilizando un *inlet* con velocidad de entrada del mineral de 1.8 m/s.

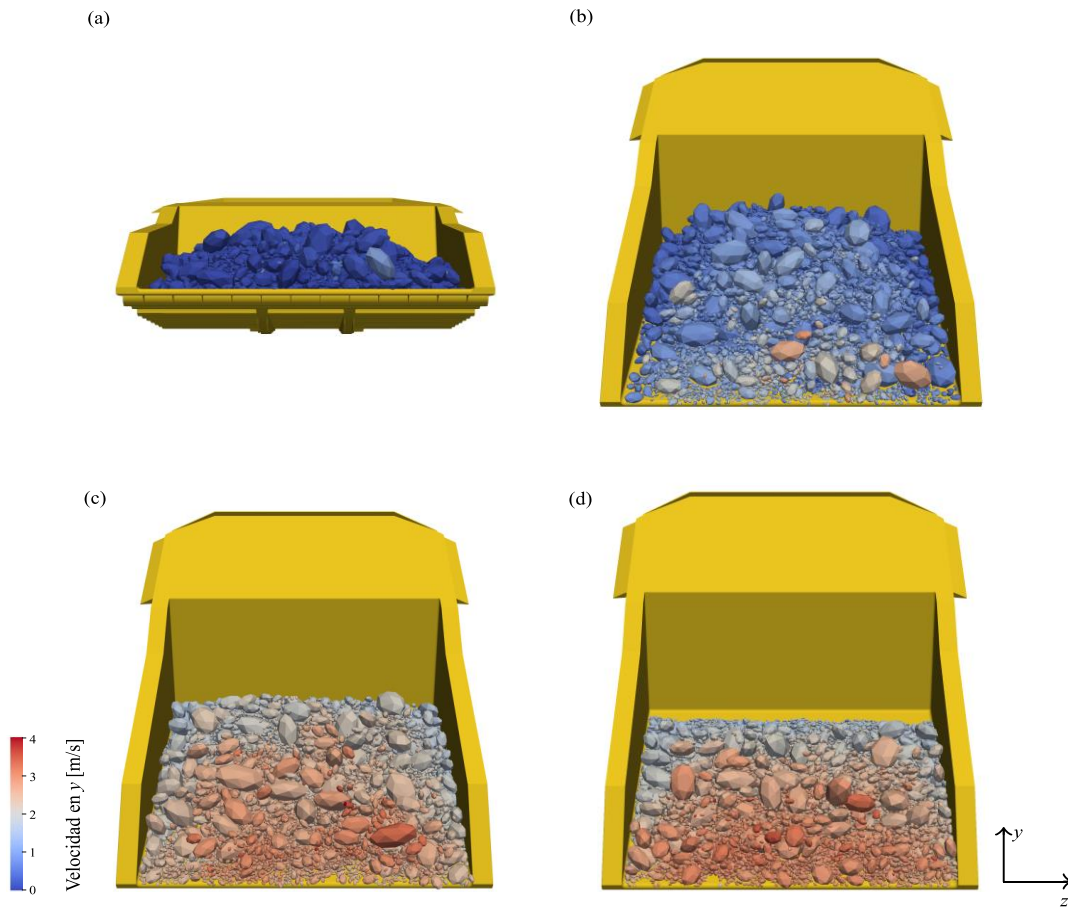


Figura 37. Simulación de la descarga de camión CAT 797F: (a) 6.9 s; (b) 19.0 s; (c) 20.1 s; (d) 22.0 s.

6.1.3 Caso Base

En la Figura 38 se muestra la simulación DEM de un chancador giratorio con un *OSS* de 240 mm y velocidad del poste de 150 rpm, el caso base, a los 9.86 s de simulación. En ese tiempo, la cámara de chancado está llena de partículas con una masa total de 66410 kg. El flujo másico en la descarga es de 8473 tph. En la parte superior de la cámara de chancado la velocidad media de las partículas en dirección vertical es de 0.48 m/s y en la parte inferior es de 2.02 m/s. Como la masa total de partículas dentro de la cámara y el caudal másico medio del producto permanecen con bajas variaciones, se considera en estado estacionario. Comparando el *CSS* y el *PSD* de alimentación, más de la mitad de las partículas pueden pasar por la cámara de chancado sin romperse. La distribución del tamaño de las partículas en la alimentación y en la descarga se muestran en la Figura 39.

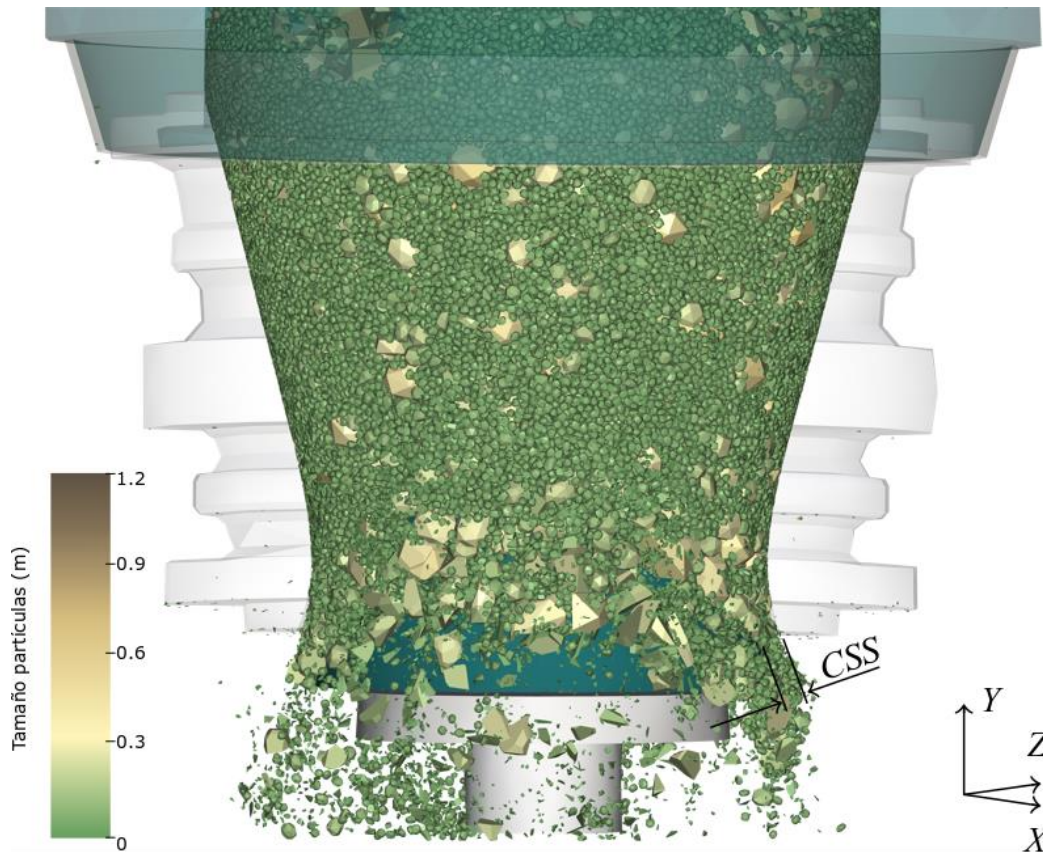


Figura 38. Instantánea de la simulación base del chancador giratorio a los 9.86 s.

La potencia media de chancado calculada con todas las fuerzas es de 1703.3 kW, y la determinada con las fuerzas radiales es de 1430.8 kW. Ambos valores de potencia se aproximan bastante a la potencia de chancado medida de manera experimental, con un error del 28.1% y 7.6% respectivamente. Como se ha mencionado anteriormente, esta diferencia se debe al trabajo realizado por las fuerzas tangenciales.

La Figura 40 muestra un ejemplo de la predicción de las fuerzas en el manto del chancador en estado estacionario. Cada vector representa la fuerza nodal en el manto para el paso de tiempo dado. En la figura solo se muestra la mitad de la cóncava, la parte oculta de esta corresponde al lugar en que se está generando la compresión en el instante de tiempo mostrado. Un contacto Partícula-frontera puede generar más de una fuerza normal, dependiendo de la geometría del contacto, por esto las fuerzas nodales pueden verse agrupadas.

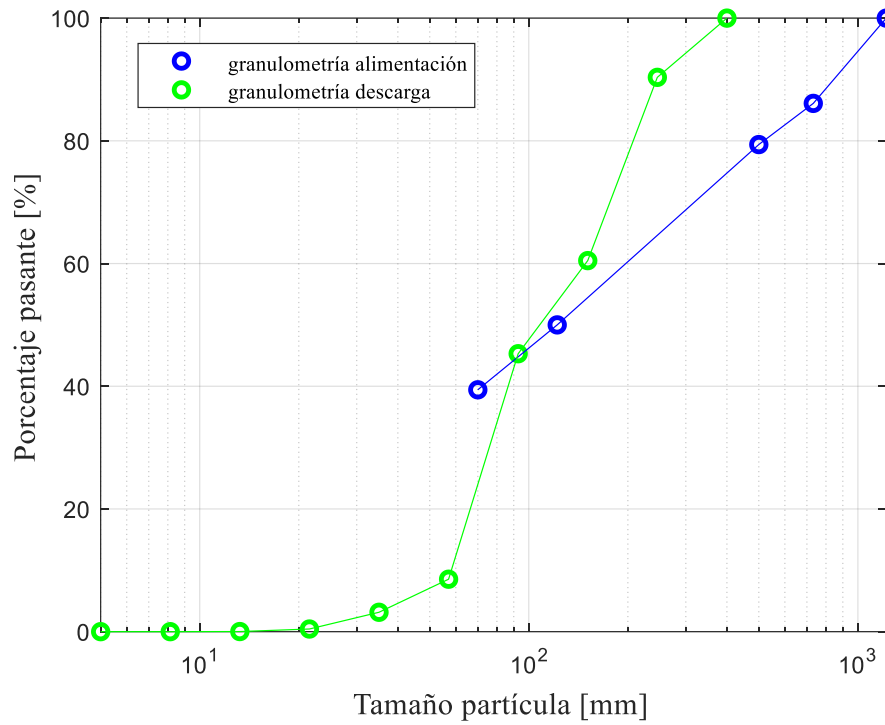


Figura 39. granulometría en la alimentación y en el producto.

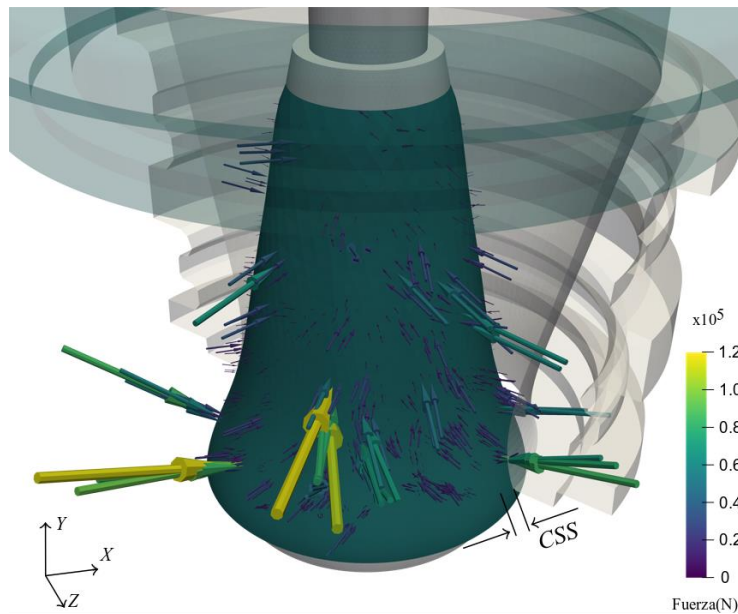


Figura 40. Fuerzas nodales en el caso base a 9.86 s.

Se presentan fuerzas de compresión de gran magnitud debido a eventos de compresión individuales. Estas fuerzas pueden generar *peaks* de potencia, como puede verse en mediciones experimentales (Gröndahl et al. (2018)). Este tipo de representación gráfica en 3D es eficaz para analizar y visualizar el comportamiento del proceso de compresión y hacer animaciones del proceso, pero es poco práctico para obtener información útil de la potencia, debido a que el eje principal está en un movimiento excéntrico y en cada paso de tiempo se modifica la posición del manto.

Utilizando las coordenadas polares descritas anteriormente, se puede obtener la distribución de fuerzas, y toda la superficie del manto puede ser analizada en un gráfico de superficie.

En la Figura 41 se muestra la distribución de fuerzas del caso base. El ángulo ε se definió previamente y representa la posición relativa de un nodo del manto con respecto a la posición del CSS. La coordenada radial, r , de este gráfico polar es el radio del manto, y en la parte inferior se muestra una escala de la posición vertical, y . Como la relación entre r e y no es lineal, la escala de y es no lineal. En este gráfico, el diámetro inferior del manto está en $y = 0$ m, y el diámetro superior del manto se encuentra en $y = 4.0$ m. El centro de este gráfico polar corresponde al centro geométrico del manto, el punto O' .

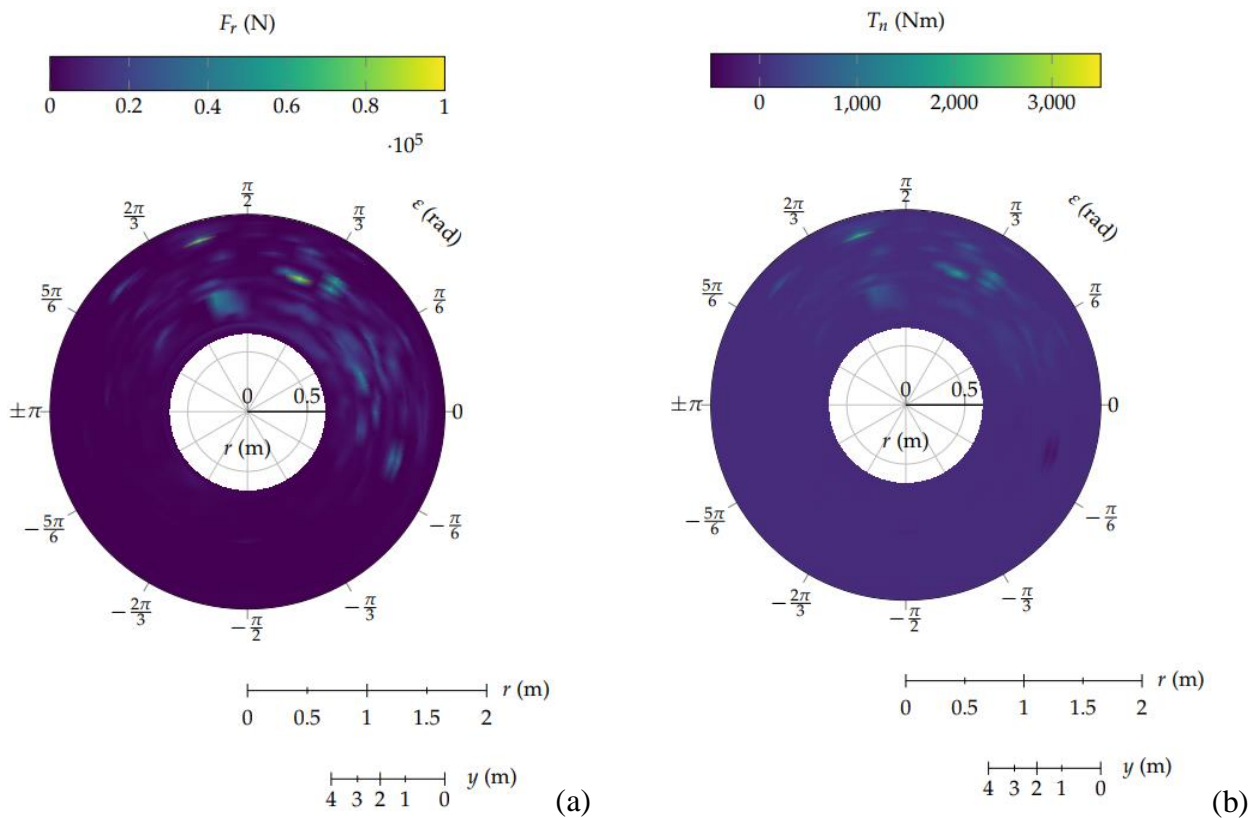


Figura 41. Distribución de fuerzas en coordenadas polares, a los 9.86 segundos de simulación del caso base: (a) Fuerzas normales; (b) torque.

La dirección positiva de las fuerzas radiales se define por la dirección opuesta del vector radial unitario \hat{e}_r , presentado en la Figura 32. Como sólo se aplican fuerzas de compresión sobre las partículas, y no hay fuerzas de adhesión, todas las componentes vectoriales de las fuerzas calculadas en estas simulaciones son mayores a cero. La distribución de fuerzas radiales se concentra principalmente entre 0 rad y $\frac{5\pi}{6}$ rad, donde el manto se está acercando a la cóncava.

Con esta distribución de fuerzas, el torque de chancado se determina con las ecuaciones (34), (35) y (36). Este torque se evalúa con respecto al centro de la excéntrica. La dirección positiva del torque se define en la dirección opuesta al eje vertical y , saliendo del plano del gráfico. Entonces, las fuerzas radiales positivas entre 0 y π producen un torque positivo, y entre 0 y $-\pi$ producen torque negativo.

El torque positivo se presenta principalmente entre $\frac{\pi}{6} < \varepsilon < \frac{2\pi}{3}$, mientras que el torque negativo se observa entre $-\frac{\pi}{6} < \varepsilon < 0$. Entre $-\frac{\pi}{6}$. Entre $-\frac{\pi}{6}$ y 0 , el manto se aleja de la cóncava, por lo tanto, las fuerzas que se presentan son partículas que están en descompresión. Estas fuerzas que generan torque negativo actúan durante un corto periodo de tiempo.

Comparando la distribución de la fuerza radial y del torque, se observa que el valor de este último depende de la magnitud de la fuerza radial, de la posición vertical y de la posición angular. Para valores bajos de y , mayor es la excentricidad, y, por tanto, mayor el brazo de momento. Para valores cercanos a $\varepsilon = 0$ el brazo de momento es despreciable, y el torque será cercano a cero.

6.1.4 Efecto del *open side setting*

Como se muestra en la Figura 42, el aumento en el *OSS* genera un aumento en el flujo másico de descarga y una disminución del consumo específico de energía, debido al aumento en el tamaño de las partículas en la descarga del chancador, lo que se evidencia en el valor del parámetro P_{80} , que se muestra en la . Esta variación en el flujo másico de descarga y consumo de energía coincide con los datos entregados por distintos autores ([André y Tavares \(2020\)](#); [Lindqvist y Evertsson \(2004\)](#))

Se hace una comparación entre los valores de potencia determinados con el modelo DEM y los calculados con la ecuación de Bond para diferentes *OSS*. Para aplicar la ecuación de Bond se utilizaron valores entregados por el fabricante, y el tamaño del producto, \tilde{P}_{80} , se modeló como $0.8 \cdot CSS$ ([Metso \(2021\)](#)). El parámetro de la máquina, k , se ajustó a la potencia del caso base, y el resultado es 1.286.

En la Figura 43 se muestra una comparación entre la potencia evaluada con la ecuación de Bond y con el modelo DEM para diferentes *OSS*. Se puede observar que ambos modelos pueden predecir el aumento de la potencia a medida que el *OSS* disminuye, pero el modelo de Bond es más conservador en el cálculo de potencia. Cuando el *OSS* cambia entre 190 y 250 mm, la potencia cambia solo un 7.9% con la ecuación de Bond, mientras que con el modelo DEM, para el mismo aumento de *OSS* la potencia varía en un 44.5%.

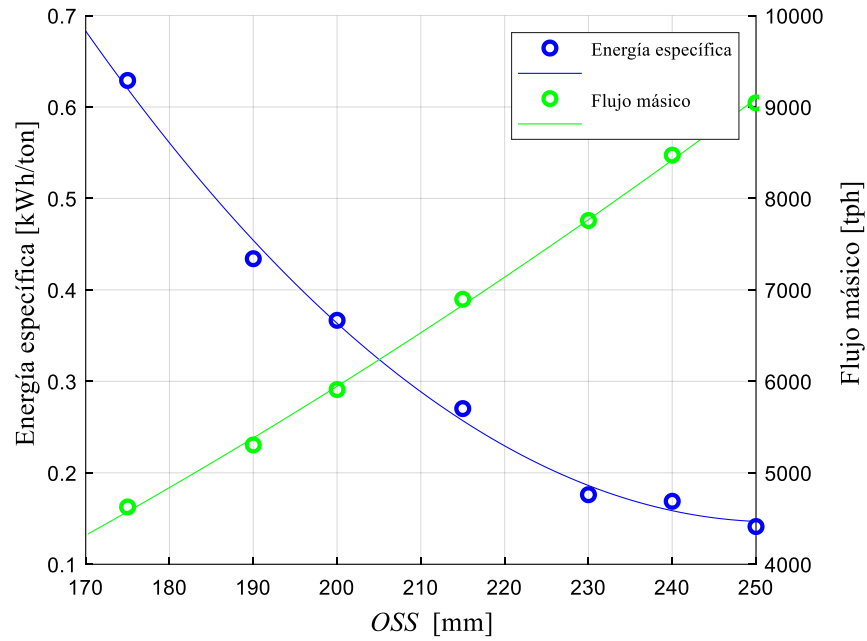


Figura 42. Energía específica y flujo másico para diferentes OSS.

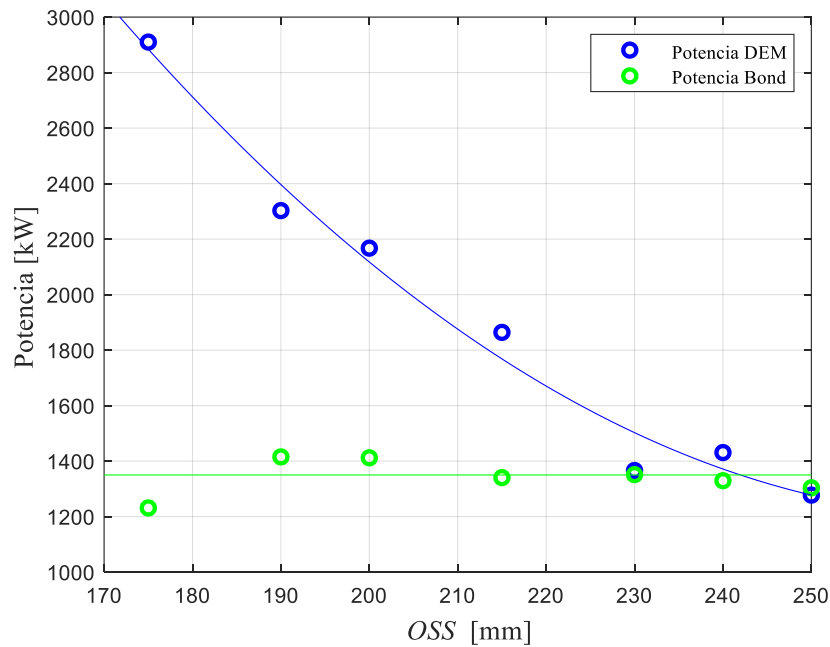
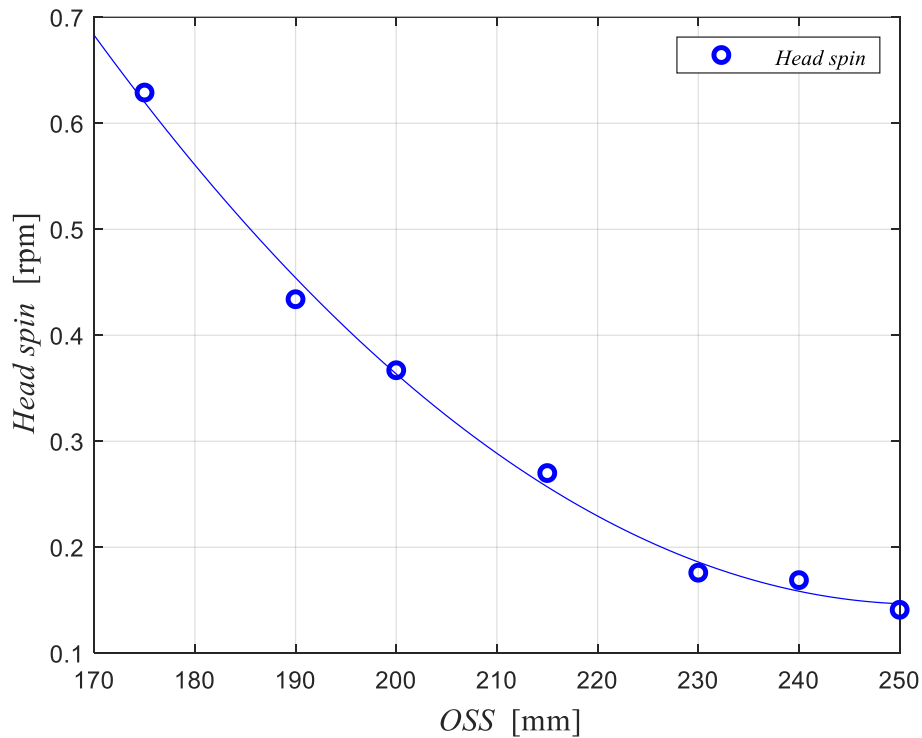


Figura 43. Comparación entre la potencia obtenida con el modelo DEM y ecuación de Bond para distintos OSS.

Tabla 15: Resultados obtenidos para distintos *OSS*.

<i>OSS</i> (mm)	\dot{M} [tph]		P [kW]			T [kNm]	\tilde{P}_{80} [mm]
	Referencia	Simulado	DEM ec. (33)	DEM ec. (36)	Bond ec. (2)		
175	5535	4626.5	3464.3	2910.0	1231.3	185.3	131.7
190	6945	5304.4	2378.4	2302.7	1415.2	146.6	122.7
200	7335	5910.3	2573.2	2167.4	1411.9	138.0	159.2
215	7570	6897.5	2212.9	1863.9	1340.5	118.7	179.0
230	8280	7758.3	1619.8	1366.0	1351.2	87.0	178.0
240	8595	8473.0	1703.3	1430.8	1329.4	91.3	197.1
250	8890	9044.9	1512.4	1277.5	1303.8	81.3	207.9

En la Figura 44 se muestra como varía el *Head spin* al variar el *Open side setting*. Se puede observar que esta relación es decreciente, esto puede explicarse porque a menor *OSS* hay más partículas en contacto con el manto, lo que genera más fuerzas tangenciales en este.

Figura 44. *Head spin* para distintos *OSS*.

6.1.3 Efecto de la velocidad de la excéntrica

En la Figura 45 se muestra el efecto de la velocidad excéntrica, entre 100 y 200 rpm, sobre el consumo específico de energía. El consumo específico de energía disminuye en un 55.1% al variar la velocidad de

rotación del poste hasta 100 rpm. En este punto también aumenta el flujo másico de descarga en un 12.8% con respecto a las condiciones de funcionamiento nominales, y el torque disminuye en un 26.1%.

El consumo de energía está muy influenciado por la velocidad de la excéntrica. Con un aumento de la velocidad de rotación del poste de 100 a 200 rpm, se calculó un aumento del 171,4% en la potencia de chancado. El torque de chancado sigue la misma tendencia, aumentando un 35,6% entre 100 y 200 rpm.

El flujo másico de descarga se maximiza al trabajar a 200 rpm, sin embargo, no es recomendable trabajar a esta velocidad, ya que en esta condición de operación el consumo de energía específica aumenta un 109.1% con respecto a la simulación de 100 rpm

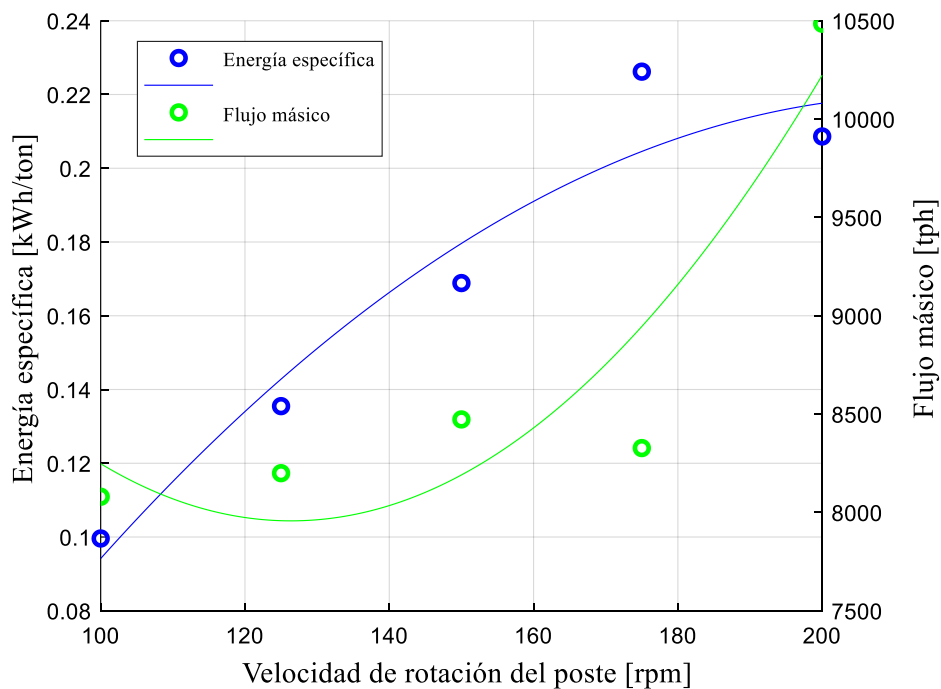


Figura 45. Energía específica y flujo másico para diferentes rpm.

Para elegir la velocidad de rotación de la excéntrica que maximiza la eficiencia del proceso, también es importante tener en cuenta la granulometría en la descarga. Al disminuir la velocidad de rotación del poste de 150 a 100 rpm, se obtuvo una disminución del 5,72% en el valor de P_{80} .

En la Figura 46 se muestra una comparación entre la potencia evaluada con la ecuación de Bond y con el modelo DEM para diferentes ω . En estos resultados el modelo de Bond es también más conservador que el modelo DEM. Según el modelo DEM, duplicar la velocidad de rotación del poste aumenta la potencia en un 271.4%, mientras que la ecuación de Bond arroja un aumento de solo el 29,3%.

En la Figura 47 se muestra como varía el *Head spin* al variar ω . Cuanto mayor es la velocidad de rotación de la excéntrica, mayor es el giro del manto, alcanzando un valor de 4.25 rpm a 200 rpm de la excéntrica.

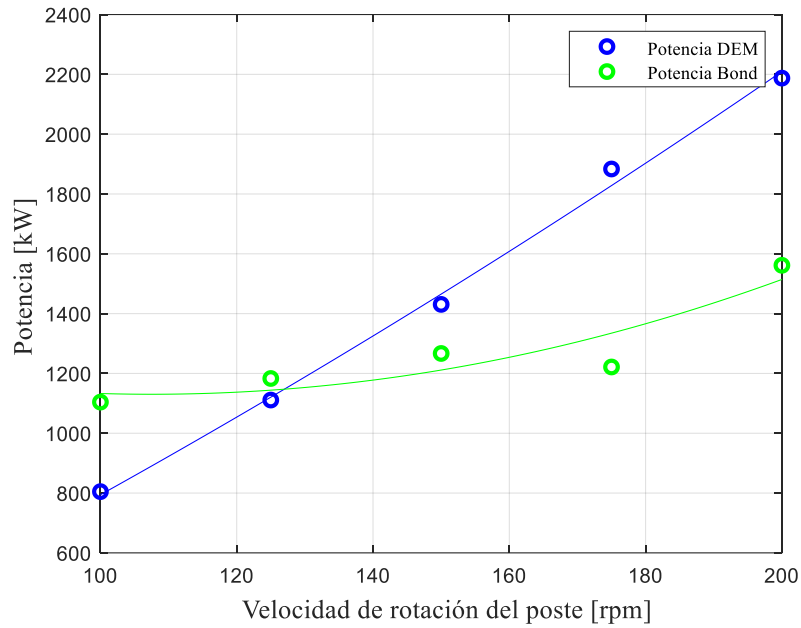


Figura 46. Potencia de chancado para distintas rpm.

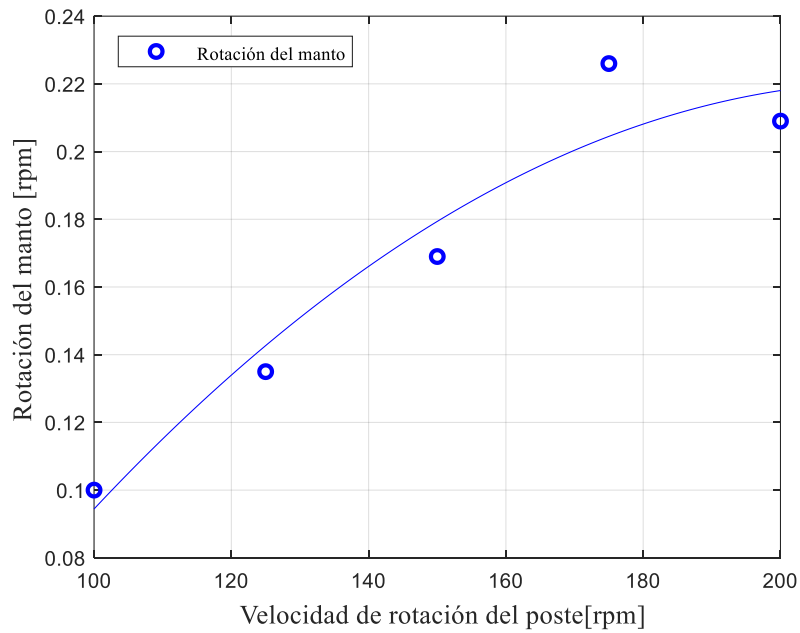


Figura 47. Head spin para distintas rpm.

6.1.4 Efecto de la alimentación no uniforme

En la Figura 48 se muestra una imagen de la distribución de las partículas para la simulación con alimentación no uniforme. El camión alimenta el chancador por el lado derecho, por esto se puede observar tanto mineral acumulado en la esquina superior derecha.

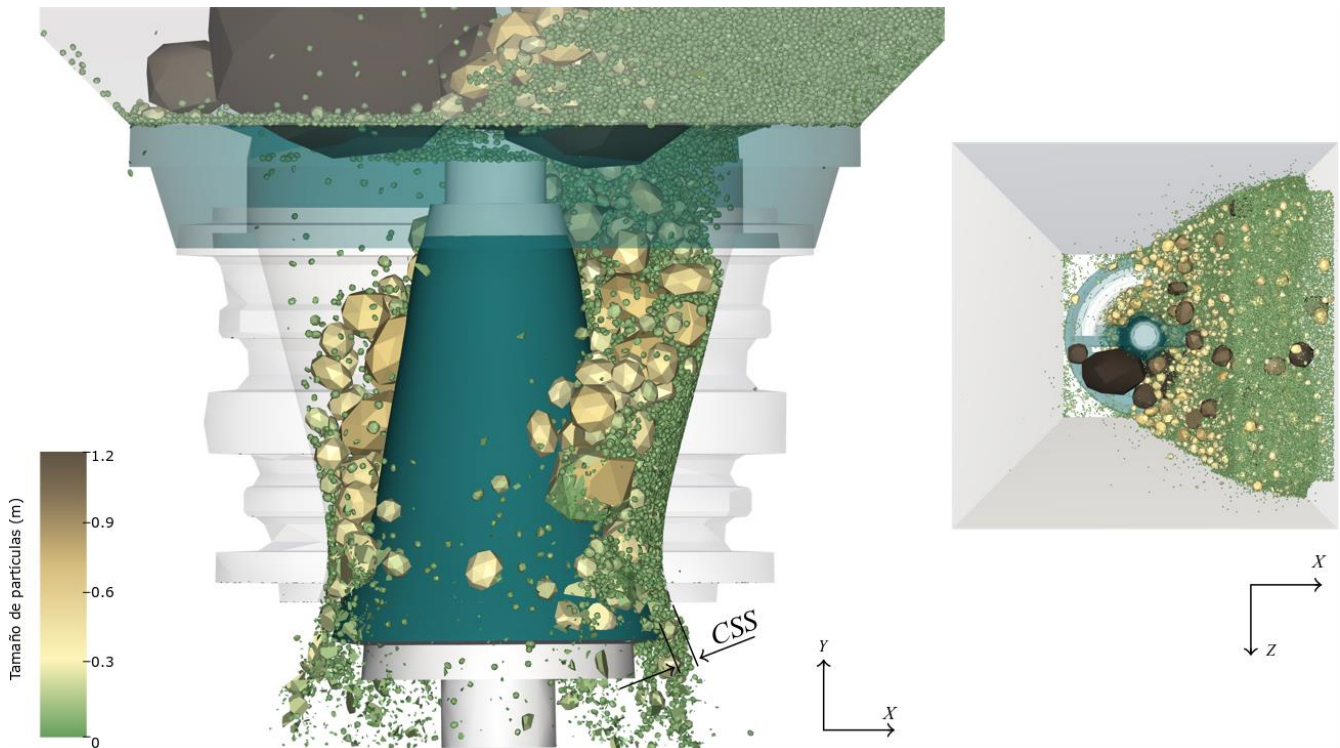


Figura 48. instantánea de la simulación con alimentación no uniforme a los 12.2 s: (a) Vista frontal (b) Vista superior.

Como las partículas tienen mayor libertad para moverse dentro de la cámara, se puede observar que las partículas más grandes alcanzan las zonas más bajas de la cámara. Esto se puede observar al comparar la Figura 38 con la Figura 48.

El desbalance de partículas en la cámara de chancado afecta el consumo de potencia. En la Figura 49 se compara la potencia de chancado para el caso de alimentación no uniforme y caso base.

Como para el caso de alimentación no uniforme la cámara de chancado no está perfectamente llena, la potencia de chancado muestra oscilaciones periódicas, debido a que el mineral está, en su mayoría, a un lado de la cámara de chancado. Cuando el caso base alcanza su estado estacionario y la cámara está llena de partículas, a unos 9 s, la simulación de alimentación no uniforme tiene sólo un tercio de la cámara llena y la masa total de partículas es igual a 22500 kg, sin embargo, ambas simulaciones alcanzan un máximo de 2000 kW de potencia de chancado.

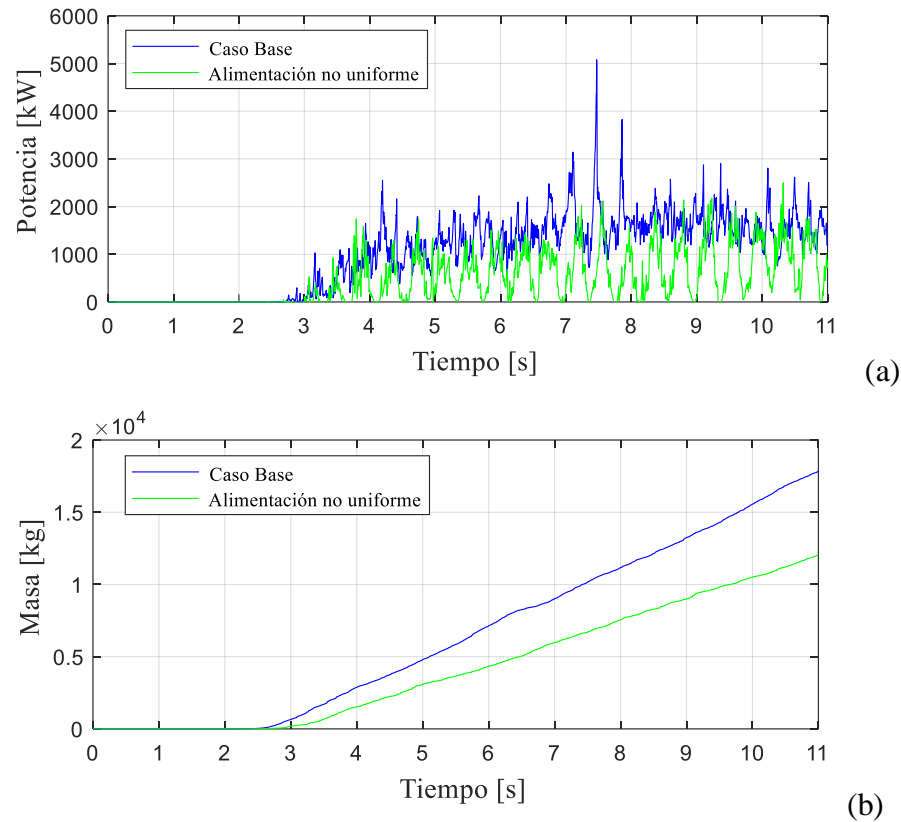


Figura 49. Comparación entre el caso base y el caso con alimentación no uniforme: (a) potencia de chancado; (b) masa acumulada en el producto.

La varianza de la potencia de chancado en la simulación base es de 0.113 MW^2 , mientras que, para la simulación con llenado no uniforme, la varianza es de 0.291 MW^2 .

En la Tabla 16 se muestra una comparación entre el caso base y el caso de alimentación no uniforme. Para esta comparación se considera a partir de los 9 segundos de simulación, que es cuando el chancador entra a estado estacionario para el caso base, y se sigue llenando en el caso de alimentación no uniforme.

Tabla 16: Comparación entre los resultados de la simulación base y la simulación con alimentación no uniforme.

Variable	Base	Alimentación no uniforme	Unidad
Potencia de chancado	1979.3	1422.1	kW
Flujo másico en descarga	8473	5556.6	tph
Energía específica	0.2377	0.2559	kWh/ton
\tilde{P}_{80}	223.52	239.27	mm
Rotación del manto	2.718	6.2621	rpm
Tiempo total de chancado	4.11	6.46	min
Energía total consumida	0.0377	0.0455	kWh

La Tabla 16 muestra el consumo de energía de ambas simulaciones, calculado sumando la potencia en vacío a la potencia de chancado. De acuerdo con lo presentado en la Figura 49, el consumo de potencia en el caso base es mayor que en el caso de llenado no uniforme, principalmente porque tiene más partículas en contacto con el manto. Pero la energía específica es menor en el caso base, por lo que el caso de llenado no uniforme necesita más energía para procesar la misma masa de mineral. El tamaño de las partículas del producto no se ve gravemente afectada, ya que los valores de \tilde{P}_{80} son similares. Por el contrario, el giro del manto aumenta a más del doble en el caso de alimentación no uniforme. Esto se debe ya que hay un desequilibrio de fuerzas tangenciales que permite la rotación libre del poste.

En la Figura 50 se presenta la distribución de fuerzas y torque sobre el manto del chancador para el caso de alimentación no uniforme. En comparación con el caso base, se puede observar que las zonas con fuerzas no nulas son más pequeñas, debido al menor número de partículas en contacto. En la Figura 41 se puede observar que hay fuerzas que realizan torque negativo, mientras que en el caso de alimentación no uniforme no se pueden detectar. Esto se traduce en un aumento de la potencia de trituración, que se muestra en la Figura 13, donde el caso de alimentación no uniforme, con menos partículas, alcanza casi el mismo valor de potencia.

En la Figura 50b se puede observar que las partículas generan torque principalmente en 180° del manto. En $\varepsilon = 0$ hay una zona con fuerza mayor que cero en la Figura 50 a, pero el torque en esta zona es nulo en la Figura 50 b. Lo anterior se debe a que en ese punto el brazo de la fuerza es cero, por lo que no se genera torque.

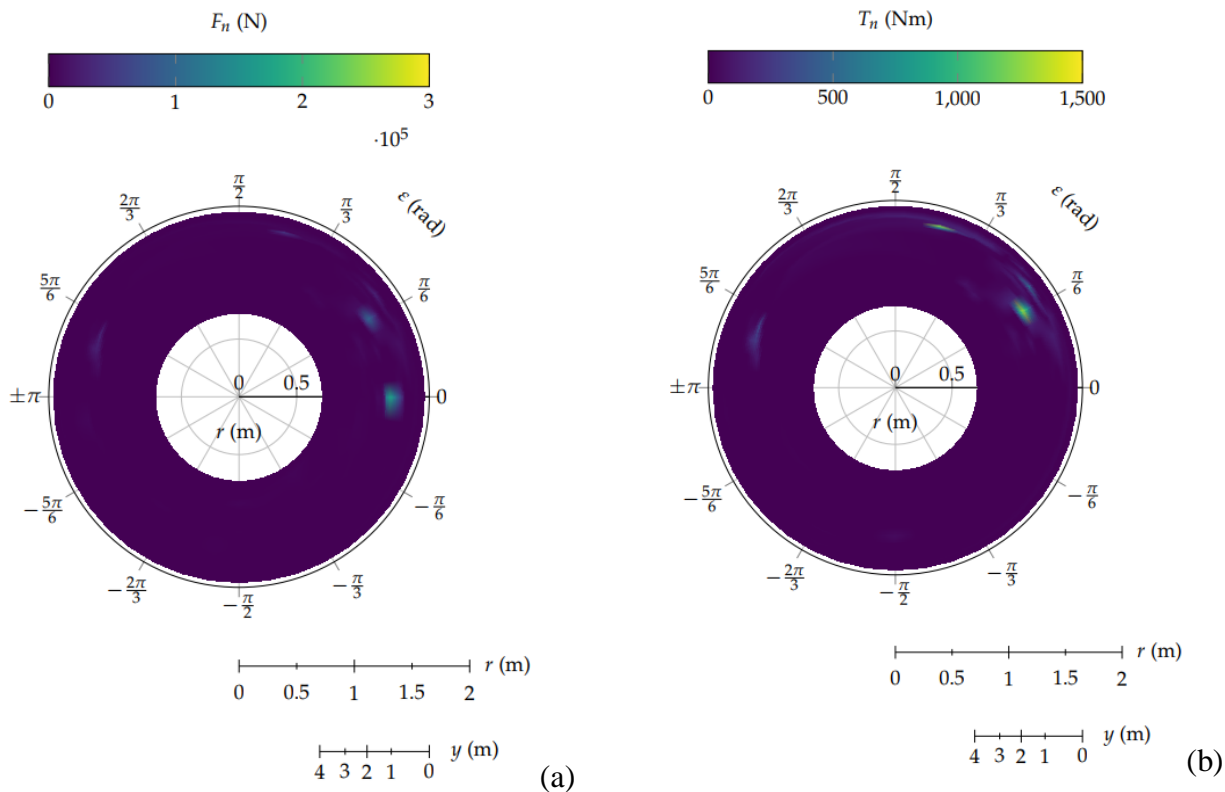


Figura 50. Distribución de fuerzas en coordenadas polares, a los 12.2 segundos de simulación del caso de alimentación no uniforme: (a) fuerzas radiales; (b) torque.

6.2 Chancador de cono

6.2.1 Validación del Modelo DEM del chancador de cono

Como se mencionó anteriormente, [André y Tavares \(2020\)](#) realizaron una modelación de un chancador de laboratorio. El chancador modelado por ellos corresponde al mismo chancador de la planta piloto Dr. Igor Wilkomirsky. En la Figura 51 se muestran los resultados que obtuvieron ellos para potencia de chancado.

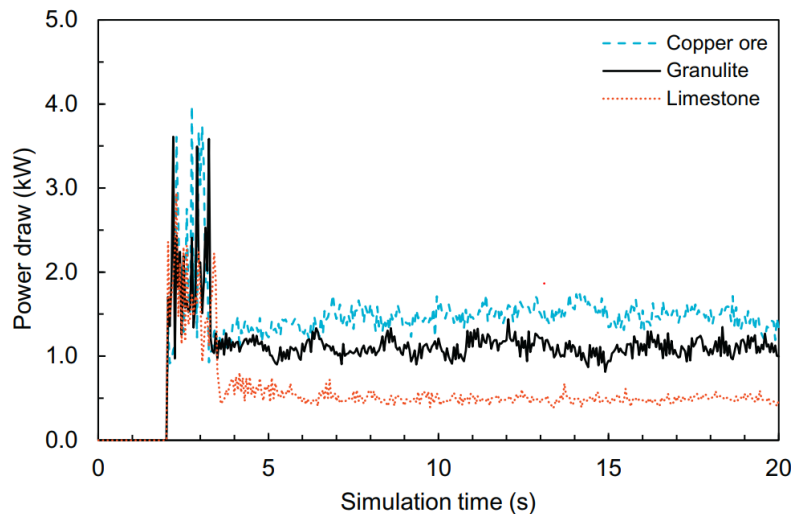


Figura 51. Potencia de chancado obtenida en la modelación DEM de un chancador de cono [Fuente: [André y Tavares \(2020\)](#)].

André y Tavares utilizaron el movimiento de cono predefinido en Rocky DEM, el que, además del movimiento excéntrico, le da rotación al manto sobre su propio eje, como se muestra en el esquema de la Figura 52. Esta rotación del manto es frenada por las partículas que entran en contacto con este.

Como se mencionó anteriormente, el software calcula la potencia según ecuación (37). De esta manera, y considerando la representación de la Figura 52, la potencia de chancado que genera una partícula i al entrar en contacto con el manto está dada por la ecuación (38).

$$P_{DEM}(t) = \sum_i^n F_i \cdot v_i \quad (37)$$

$$P_{DEM,i} = F_{i,n} \omega_{poste} e \sin(\varepsilon) + F_{i,t} (\omega_{poste} e \cos(\varepsilon) + \omega_{cono} r_{manto}) \quad (38)$$

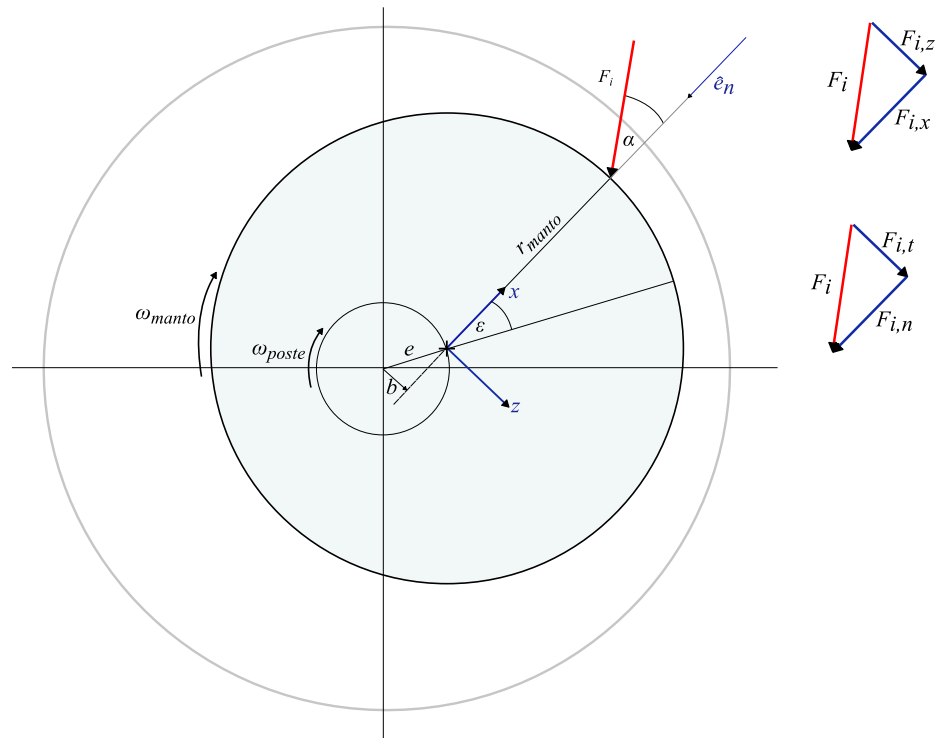


Figura 52: Esquema de fuerzas sobre el manto del chancador

Por otro lado, como se explicó en el capítulo 4, la forma adecuada de calcular la potencia de chancado está dada por ecuación (39). Considerando esto, la potencia generada por la partícula i está representada por ecuación (40).

$$P = \left(\omega_{poste} \sum_i^n b_i \cdot F_{n,i} \right) \quad (39)$$

$$P_i = F_i \omega_{poste} e \cos(\alpha) \sin(\varepsilon) \quad (40)$$

Al calcular la potencia de chancado con ecuación (37), se generarán *peaks* de potencia durante los primeros segundos de operación del equipo, hasta que las partículas detienen la rotación del manto. Estos *peaks* se pueden observar entre los 2 y 4 segundos del gráfico de Figura 51. Este aumento de potencia no es físicamente real, debido a que el movimiento de cono predefinido en Rocky no es el correcto. Y además la forma en que Rocky calcula la potencia no es adecuada. Estos *peaks* no ocurren si se calcula la potencia de chancado con ecuación (39).

La ecuación (40) muestra el torque real generado por una partícula en contacto con el manto (considerando solo fuerzas normales). Mientras que la ecuación (38) es una suma de las fuerzas normales

y las fuerzas tangenciales que se generan en el contacto, las cuales en realidad no generan torque sobre el poste del chancador.

En la modelación realizada en la presente investigación, se utilizó un movimiento de cono distinto al predefinido en Rocky DEM, como se explica en el Capítulo 5. Además, la potencia de chancado se calculó utilizando la ecuación (35), lo que permitió tener cálculos mucho más precisos. Estas consideraciones permitieron que el modelo realizado sea capaz de predecir de manera adecuada la potencia de chancado. Sin embargo, el modelo no fue capaz de entregar buenos resultados en flujo másico de descarga, por lo tanto, no es posible validarlo.

6.2.2 Caso Base

En la Figura 53 se hace una comparación entre la simulación DEM y un ensayo experimental del chancador de cono con un CSS de 5.15 mm y velocidad del poste de 474 rpm, el caso base, a los 3 segundos de operación. Se puede apreciar que, tanto en el ensayo experimental como en la simulación, la cámara está llena en este instante de tiempo, debido a que la entrada de mineral ocurre entre los 0 y 2 segundos.

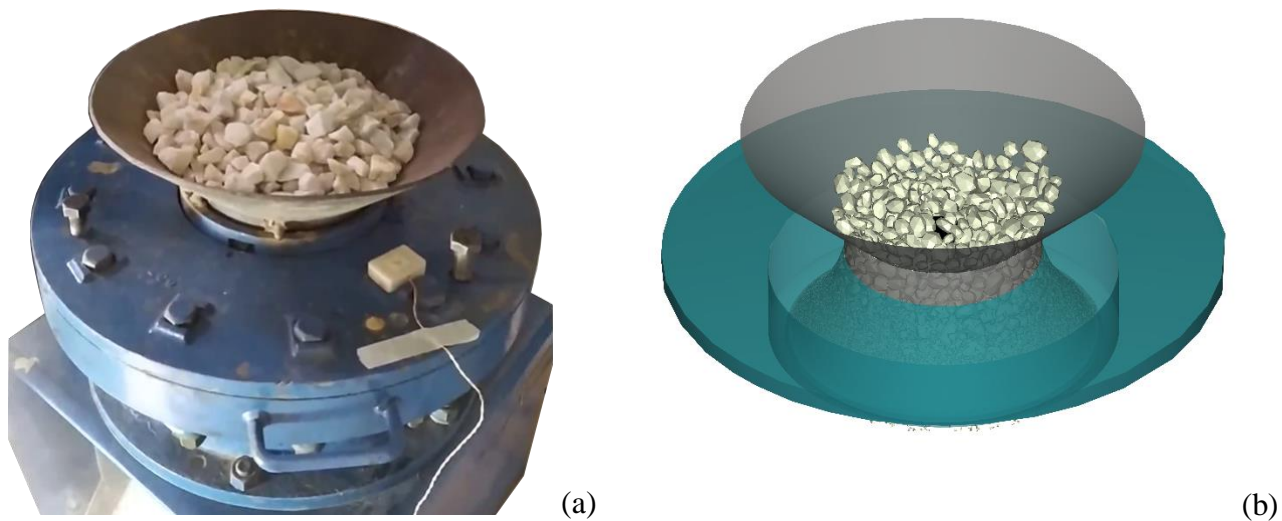


Figura 53. Caso base: (a) experimental; (b) simulado.

En la Figura 54 se comparan 2 tiempos distintos de la simulación DEM, en los 0.6 segundos se observa como ocurre el llenado de la cámara, mientras que a los 3 segundos es posible apreciar el nivel de llenado que esta alcanza. El flujo másico simulado en la descarga para este caso es de 0.643 kg/s.

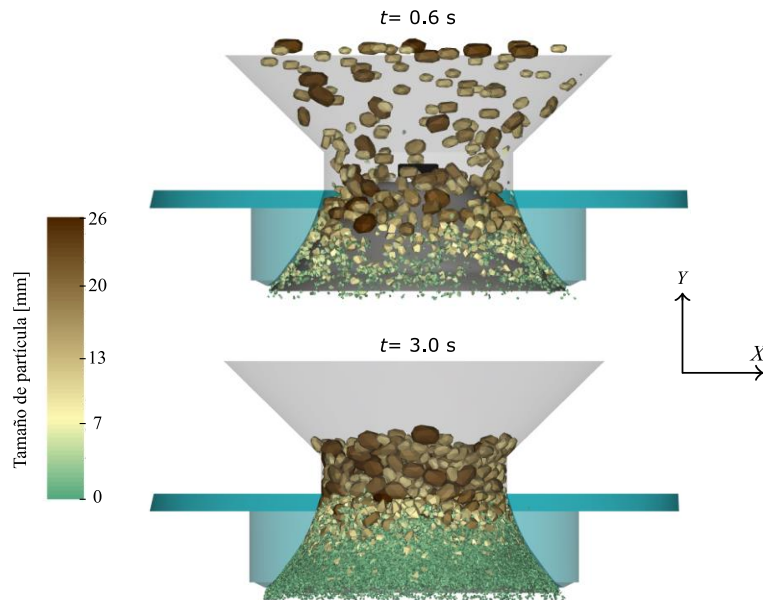


Figura 54. Instantánea de la simulación base del chancador de cono.

En la Figura 55 se comparan los resultados de torque y flujo másico obtenidos en la simulación con lo obtenido en las mediciones experimentales, como se puede observar en la Figura 55 a, el modelo predice de buena manera el torque de chancado, entregando resultados con un error del 16.6% para el caso base. Sin embargo, el modelo no fue capaz de predecir el flujo másico en la descarga, entregando valores con un error del 245%. Al existir un gran diferencia entre el flujo másico real y el simulado, el modelo tampoco puede predecir la duración de proceso de chancado, lo que se evidencia en Figura 55 a.

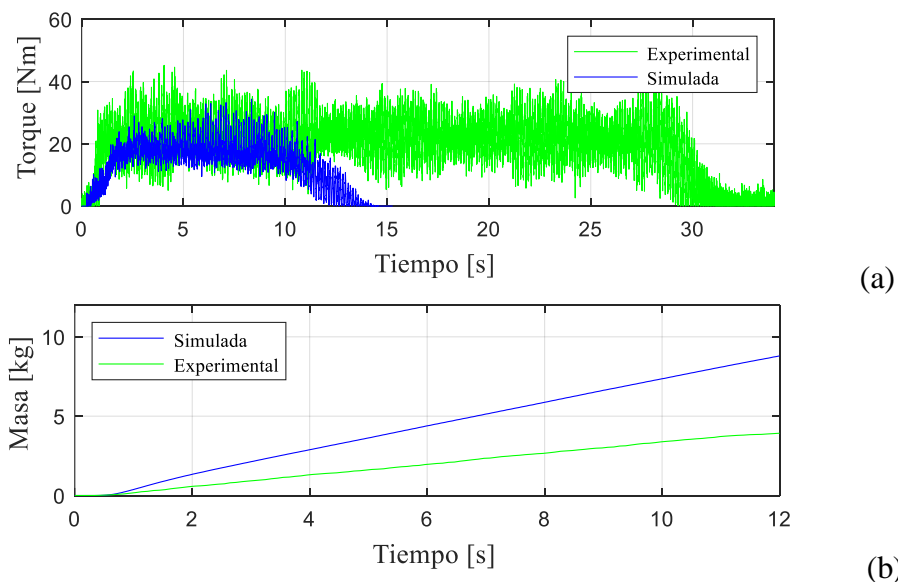


Figura 55. Comparación entre el caso base simulado y experimental: (a) torque de chancado; (b) masa acumulada en el producto.

6.2.3 Efecto del *close side setting*

Como se detalló anteriormente, se realizaron simulaciones y mediciones experimentales para 3 CSS distintos. En la Figura 56 se muestra una comparación entre el torque y flujo másico obtenido para los distintos casos. El aumento en el CSS genera un aumento en el flujo másico de descarga y una disminución en el torque de chancado, debido al aumento en el tamaño de las partículas en la descarga del chancador. Como se mencionó anteriormente, esto coincide con los datos entregados por distintos autores.

El modelo entrega buenos resultados en torque de chancado, obteniéndose una diferencia de entre el 12.6 y 17.2% entre los valores simulados y experimentales. Por otro lado, el modelo es poco preciso al predecir el flujo másico de descarga, donde se obtuvieron diferencias de entre el 200% y 690% entre lo entregado por el modelo y lo medido en ensayos experimentales. Además, la variación experimental de torque y flujo de descarga es más conservadora que la entregada por el modelo DEM.

En la Figura 57 se muestra una comparación entre la potencia evaluada con la ecuación de Bond, con el modelo DEM y medida experimentalmente para diferentes CSS. El parámetro K se ajustó según el resultado experimental de la simulación base. Se puede observar que, para el caso estudiado, la ecuación de Bond no predice el aumento de potencia a medida que disminuye el CSS, algo que si es capaz de predecir el modelo DEM realizado.

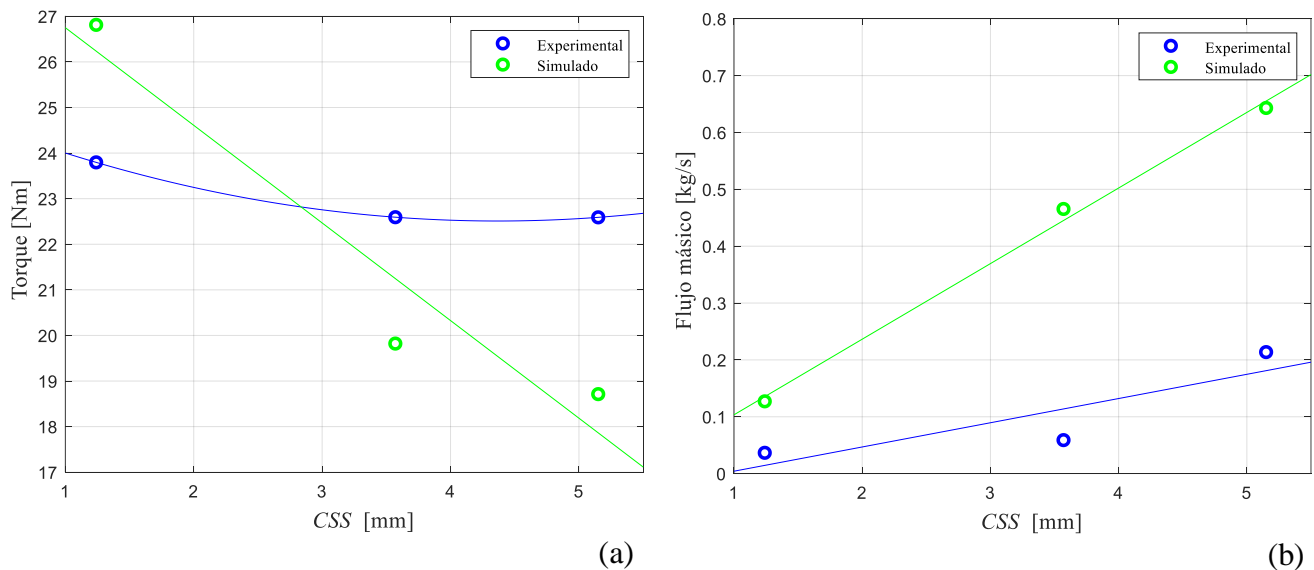


Figura 56. comparación entre resultados experimentales y simulados para diferentes CSS: (a) Torque de chancado (b) flujo másico descarga.

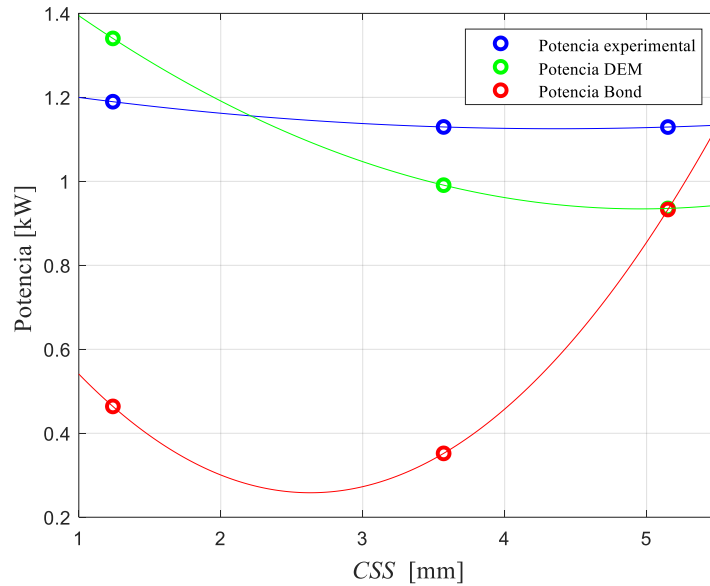


Figura 57. Comparación entre la potencia obtenida con el modelo DEM, con la ecuación de Bond y la potencia medida experimentalmente para distintos CSS.

En la Tabla 17 se muestra un resumen de los resultados obtenidos para distintos CSS.

Tabla 17. Resultados obtenidos para distintos CSS.

CSS (mm)	\dot{M} [kg/s]		P [W]			
	Experimental	Simulado	Experimental	DEM ec. (33)	DEM ec. (36)	Bond ec. (2)
1.24	0.037	0.1275	1186.0	1437.9	1340.4	343.4
3.57	0.059	0.466	1128.2	1065.2	990.9	296.1
5.15	0.214	0.643	1122.6	1020.6	935.5	935.5

CAPITULO 7

Conclusiones y perspectivas

7.1 Conclusiones

Se modeló un chancador Metso 60-110 mediante el método de elementos discretos con el software Rocky DEM. Las diversas comparaciones hechas mostraron que el modelo desarrollado predice correctamente el rendimiento del chancador giratorio.

La validación del modelo se realizó en términos de rendimiento del chancador, tamaño del producto y potencia de chancado. Sin embargo, hoy no se cuenta con todos los datos de operación del chancador, debido a las dificultades que existen para realiza mediciones en un equipo de estas características, por lo tanto, sigue siendo necesario validar con datos experimentales de distintos chancadores en diferentes condiciones de operación.

En cuanto a la comparación entre el modelo de Bond y el modelo DEM para el chancador giratorio, ambos pueden predecir con precisión la potencia de chancado. El modelo de Bond, muy utilizado en la minería, es más conservador a la hora de calcular la potencia en diferentes condiciones de funcionamiento. Al ser sólo una ecuación, es conveniente para los cálculos preliminares. Para el diseño, la optimización y el análisis de la potencia en chancadores giratorios, es recomendable utilizar un modelo DEM, ya que este permite realizar simulaciones con un alto nivel de detalle y bajo diferentes condiciones de operación y diversas configuraciones.

Se modeló también un chancador de cono de laboratorio. Para comparar los resultados de este modelo con mediciones reales se realizaron ensayos experimentales en la planta piloto Dr. Wilkomirsky. Estos ensayos también serán útiles para validar futuros modelos de chancadores de cono.

Las comparaciones realizadas entre los resultados experimentales y resultados de las simulaciones demuestran que el modelo DEM desarrollado predice de manera adecuada el torque de chancado. Sin embargo, este modelo aún no se puede validar, debido a que no se obtuvieron buenos resultados en flujo másico de descarga.

En cuanto a la comparación entre el modelo de Bond y el modelo DEM para el chancador de cono, el primero no fue capaz de predecir con precisión la variación en la potencia de chancado al cambiar condiciones de operación. Por otro lado, el modelo DEM del chancador de cono tuvo un buen comportamiento en potencia al variar el CSS.

Se discutió que la potencia de chancado obtenida a partir del torque producido por las fuerzas nodales radiales es diferente de la potencia calculada con todas las fuerzas (potencia entregada directamente por Rocky). Esta diferencia se debe a que se considera el trabajo de las fuerzas tangenciales, sobrestimando la potencia en aproximadamente un 20%. Esta diferencia se debe al tipo de movimiento del cono del chancador, por lo tanto, se recomienda utilizar la ecuación (35) para evaluar la potencia en chancadores de cono y giratorios.

7.2 Perspectivas

Como trabajo futuro se propone:

- Validar el modelo DEM del chancador giratorio con resultados experimentales de otros chancadores.
- Simular el chancador de cono con el modelo DEM realizado utilizando un tamaño mínimo de partícula más pequeño, lo que permitirá aumentar la precisión en los resultados.
- Ajustar los parámetros necesarios para validar el modelo DEM del chancador de cono.
- Utilizar los resultados de los ensayos experimentales realizados para validar un modelo analítico de chancador de cono.

REFERENCIAS

- (André y Tavares (2020)) André, F. P., y Tavares, L. M. (2020).
Simulating a laboratory-scale cone crusher in DEM using polyhedral particles.
Powder Technology, 372, 362–371.
- (Bearman et al. (1991)) Bearman, R. A., Barley, R. W., and Hitchcock, A. (1991).
Prediction of power consumption and product size in cone crushing.
Minerals Engineering, 4(12), 1243–1256.
- (Bengtsson et al. (2016)) Bengtsson, M., Asbjörnsson, G., Hulthén, E., and Evertsson, M. (2017).
Towards Dynamical Profit Optimization of Comminution Circuits.
Minerals Engineering 103–104: 14–24.
- (Benvenuti et al. (2016)) Benvenuti, L., Kloss, C., y Pirker, S. (2016).
Identification of DEM simulation parameters by Artificial Neural Networks and bulk experiment
Powder Technol., 291, 456–465.
- (Cho et al. (2007)) Cho, N., Martin, C. D., & Segoré, D. C. (2007).
A clumped particle model for rock.
International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 44(7), 997-1010.
- (Cleary y Sinnott (2015)) Cleary, P. Sinnott, M.
Simulation of particle flows and breakage in crushers using DEM: Part 1 – Compression crushers
Minerals Engineering. Volume 74, April 2015, Pages 178–197.
- (Cleary et al. (2017)) Cleary, P. W., Sinnott, M. D., Morrison, R. D., Cummins, S., and Delaney, G. W. (2017).
Analysis of cone crusher performance with changes in material properties and operating conditions using DEM.
Minerals Engineering, 100, 49–70.
- (Clermont et al. (2015)) Clermont, B., Berton, G., Lepoint, F., and Haas, B. D. (2015).
Pragmatic Approach for Cone Crusher Operation Follow-up
Pragmatic Approach for Cone Crusher Operation Follow-up.
- (Coetzee (2017)) Coetzee, C. (2017).
Review: Calibration of the discrete element method.
Powder Technology., 310, 104–142.

- (Cundall (1988)) Cundall, P. A. (1988).
Formulation of a three-dimensional distinct element mode – part I: a scheme to detect and represent contacts in a system composed of many polyhedral blocks.
International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts, 25(3), 107-116.
- (Cundall (1971)) Cundall, P. A. (1971).
A computer model for large scale movements of blocky rock systems.
Proc. Symp. ISPM., Nancy, France.
- (Cundall (1988)) Cundall, P. A. (1988).
Formulation of a three-dimensional distinct element mode – part I: a scheme to detect and represent contacts in a system composed of many polyhedral blocks.
International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts, 25(3), 107-116.
- (Cundall y Strack (1979)) Cundall, P. A. y Strack, O. D. L. (1979).
A discrete numerical model for granular assemblies
Géotechnique, 29(1), 47–65.
- (Di Renzo y Di Mario (2004)) Di Renzo, A. y Di Maio, F. P. (2004).
Comparison of contact-force models for the simulation of collisions in DEM-based granular flow codes.
Chem. Eng. Sci., 59(3), 525–541.
- (Evertsson (1999)) Evertsson, C. (1999).
Modelling of flow in cone crushers.
Minerals Engineering, 12(12), 1479–1499.
- (FLSmidth (2021)) FLSmidth: Products (2021)
Giratory Crusher TSUV.
FLSmidth Corporation
- (Finning CAT (2012)) CAT (2012)
Camión Minero 797 F.
Caterpillar Databook.
- (Forrester et al. (2020)) Forrester, A. I. J., Keane, A. J. y Sóbester, A. (2008).
Engineering design via surrogate modelling: a practical guide.
Chichester, U.K: J. Wiley.
- (Gröndahl et al. (2018)) Gröndahl, A., Asbjörnsson, G., Hulthén, E., and Evertsson, M. (2018).
Diagnostics of cone crusher feed segregation using power draw measurements.

- (Gupta y Yan (2006)) Gupta A, Yan DS. (2006).
Mineral processing design and operations an introduction.
Elsevier.
- (Hart et al. (1988)) Hart, R., Cundall, P. A., y Lemos, J. (1988).
Formulation of a three-dimensional distinct element model - Part II. Mechanical calculations for motion and interaction of a system composed of many polyhedral blocks.
International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts, 25(3), 117-125.
- (Johansson et al. (2017)) Johansson, M., Quist, J., Evertsson, M., Hulthen, E. (2017).
Cone crusher performance evaluation using DEM simulations and laboratory experiments for model validation.
Minerals Engineering, 103-104, 93–101.
- (Katterfeld et al. (2016)) Katterfeld, A., Otto, H., Richter, C., Rossiter, E., and Szczelina, P. (2016).
Coupled discrete element and system simulation for the determination of load assumptions for heavy duty drives on the example of primary crushers.
- (Lindqvist (2008)) Lindqvist, M. (2008).
Energy considerations in compressive and impact crushing of rock.
Minerals Engineering, 21(9), 631–641.
- (Lindqvist y Evertsson (2004)) Lindqvist, M. and Evertsson, C. (2004).
Improved flow- and pressure model for cone crushers.
Minerals Engineering, 17(11-12), 1217–1225.
- (Liu et al. (2018)) Liu, R., Boqiang, S., Li, G. and Yu, H. (2018).
Influence of Operating Conditions and Crushing Chamber on Energy Consumption of Cone Crusher.
Energies 11(5): 1–16.
- (McDowell y Amon (2000)) McDowell, G., Amon, A. (2000)
The application of Weibull statistics to the fracture of soil particles.,
Soils and Foundations 40 (2000) 133–141.
- (Metso, (2021)) Metso: Outotec (2021).
Basics in Minerals Processing
Metso Outotec Corporation. 12 edición.
- (Mosher (2011)) Mosher, J. (2011).
Crushing, Milling, and Grinding.
In P. Darling (Ed.), *SME Mining Engineering Handbook* chapter 14.2, (pp. 1461–1480). Society for Mining, Metallurgy, and Exploration (SME), 3rd edición.

- (Potapov et al, (2015)) Potapov, A., Bharadwaj, R., and Rizkalla, P. (2015). Breakage Modelling.
- (Potyondy y Cundall (2004)) Potyondy, D. O., and Cundall, P. A. (2004). A bonded-particle model for rock. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 41(8), 1329-1364.
- (Quist y Evertsson (2016)) Quist, J. and Evertsson, C. M. (2016). Cone crusher modelling and simulation using DEM. *Minerals Engineering*, 85, 92–105.
- (Suhr y Six (2020)) Suhr, B. y Six, K. (2020). Simple particle shapes for DEM simulations of railway ballast: influence of shape descriptors on packing behaviour *Granular Matter*, 22(2), 1–17.
- (Svensson y Steer (1990)) Svensson, A. and Steer, J. (1990). New cone crusher technology and developments in comminution circuits. *Minerals Engineering*, 3(1-2), 83–103.
- (Seville y Wu (2016)) Seville, J. y Wu, C.-Y. (2016). Discrete Element Methods. In *Part. Technol. Eng.*, number 2001 chapter 9, (pp. 213–242). Elsevier.
- (Tavares y da Silveira (2008)) Tavares, L. and da Silveira. M (2008). Comparison of measures of rock crushability. *Fine Particle Technology and Characterization*, 1–20.
- (Weerasekara et al. (2013)) Weerasekara, N. S., Powell, M. S., Cleary, P. W., Tavares, L. M., Evertsson, M., Morrison, R. D., Quist, J. y Carvalho, R. M. (2013). The contribution of DEM to the science of comminution. *Powder Technology*, 248, 3-24.
- (Zambra, 2021) Zambra, D. (2021). Calibración de Parámetros del Modelo de Fractura de Tavares para Mineral de Cuarzo.
- (Zhang et al. (2016)) Zhang, C., Nguyen, G. D., and Kodikara, J. (2016). An application of breakage mechanics for predicting energy-size reduction relationships in comminution. *Powder Technology*, 287, 121–130.
- (Zhu et al. (2008)) Zhu, H. P., Zhou, Z. Y., Yang, R. Y. y Yu, A. B. (2008). Discrete particule simulation of particulate systems: A review of major applications and findings. *Chem. Eng. Sci.*, 63(23), 5728–5770.

BIBLIOGRAFÍA.

Barratt, D. J. (1984).

Crushing and Grinding.

Mining Engineering 36(5), 475–477.

Darling, P. and Society for Mining, Metallurgy, and Exploration, (2011).

SME Mining Engineering Handbook, Third Edition.

ROCKY D.E.M. (2018).

DEM Technical Manual 4.2.