

UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA



# Expansión de Álgebras de Lie Infinito-Dimensionales

Tesis para optar al grado académico  
de Doctor en Ciencias Físicas

por

Ricardo Antonio Caroca Lisboa

Director de Tesis : Dr. Patricio Salgado

Comisión : Dr. Mauricio Cataldo  
Dr. Juan Crisóstomo  
Dr. Sergio del Campo  
Dr. Igor Kondrashuk

Concepción, Chile  
Mayo 2011

# Resumen

En Relatividad General el espacio-tiempo es un objeto físico dinámico, que tiene grados de libertad independientes, y es descrito por las ecuaciones de campo de Einstein [1]. Esto significa que en Relatividad General la geometría es descrita de manera dinámica, por lo tanto, la construcción de una teoría de gauge para la gravedad requiere de una acción que no considere un espacio-tiempo background. Una acción para la interacción gravitacional que satisface esta condición, es dada por una forma de Chern-Simons [2], [3], [4], válida sólo en espacios-tiempos de dimensiones impares  $d = 2n + 1$ . Si las teorías Chern-Simons son las apropiadas teorías de gauge para la interacción gravitacional, entonces dichas teorías deben satisfacer el principio de correspondencia, es decir, ellas deben contener en algún régimen a la relatividad general como una teoría efectiva. Un interesante estudio en esta dirección fue llevado a cabo recientemente en Refs. [5], [6], [7]. En las dos primeras referencias fue encontrado que la modificación de la teoría Chern-Simons de acuerdo al método de expansión desarrollado en la ref. [8] no es suficiente para generar una conexión directa con la teoría general de la relatividad debido a la presencia de potencias en la curvatura en la acción.

Sin embargo, en ref. [7] fue mostrado que relatividad general en  $(2n + 1)$ -dimensiones puede ser obtenida a partir de una teoría Chern-Simons, para una determinada álgebra de Lie llamada álgebra  $\mathcal{B}$ . El lagrangiano Chern-Simons es construido a partir de una 1-forma conexión de gauge  $A$  valuada en el álgebra  $\mathcal{B}$ , la cual depende de un parámetro  $l$  que puede ser interpretado como una constante de acoplamiento, el cual caracteriza los diferentes regimenes de la teoría. El álgebra  $\mathcal{B}$  es obtenida a partir del álgebra de Lie  $AdS$  haciendo uso del procedimiento de S-expansión introducido en refs. [9], [10]. En la citada referencia [7] fue mostrado que es posible recobrar relatividad general en el límite donde la constante de acoplamiento  $l$  tiende a cero, mientras se considere fija la constante efectiva de Newton.

Mas recientemente, en ref. [11] fueron estudiadas las implicaciones que tiene sobre la evolución cosmológica, el hecho de reemplazar la acción de Einstein-Hilbert por la acción Chern-Simons de ref. [7]. En la ref. [11] fue encontrado que para valores pequeños de la constante  $l$  se recobran la usual solución de Friedmann-Robertson-Walker de la teoría general de la relatividad y para valores grandes de  $l$  aparecen términos adicionales que podrían ser

importantes en la descripción de un período inflacionario en etapas tempranas del Universo.

Los resultados obtenidos en refs. [7], [11] muestran las implicancias que podrían tener en Física el estudio de los procedimientos de expansión de álgebras de Lie.

Esta tesis esta totalmente dedicada al problema de desarrollar herramientas matemáticas para la física teórica y tiene como objetivo principal la generalización de los métodos de expansión de álgebras de Lie, desarrollados en las referencias [32] y [33], al caso de álgebras de Lie de alto orden (o multiálgebras) y de las álgebras de Lie infinito-dimensionales (álgebras de loop). El primer método, ref. [32], trata del procedimiento de la S-expansión, o método desarrollado por F. Izaurieta, E. Rodríguez y P. Salgado, mientras que el segundo método, ref. [33], trata del procedimiento de expansión en series de potencias de las formas de Maurer-Cartan desarrollado por J. de Azcárraga, J. Izquierdo, M. Picón y O. Varela, (método dAIVP).

